Uebungs-Aufgaben

aus der

Berg=Maschinenlehre

gelöst von

Carl Robert Müller.

1837.

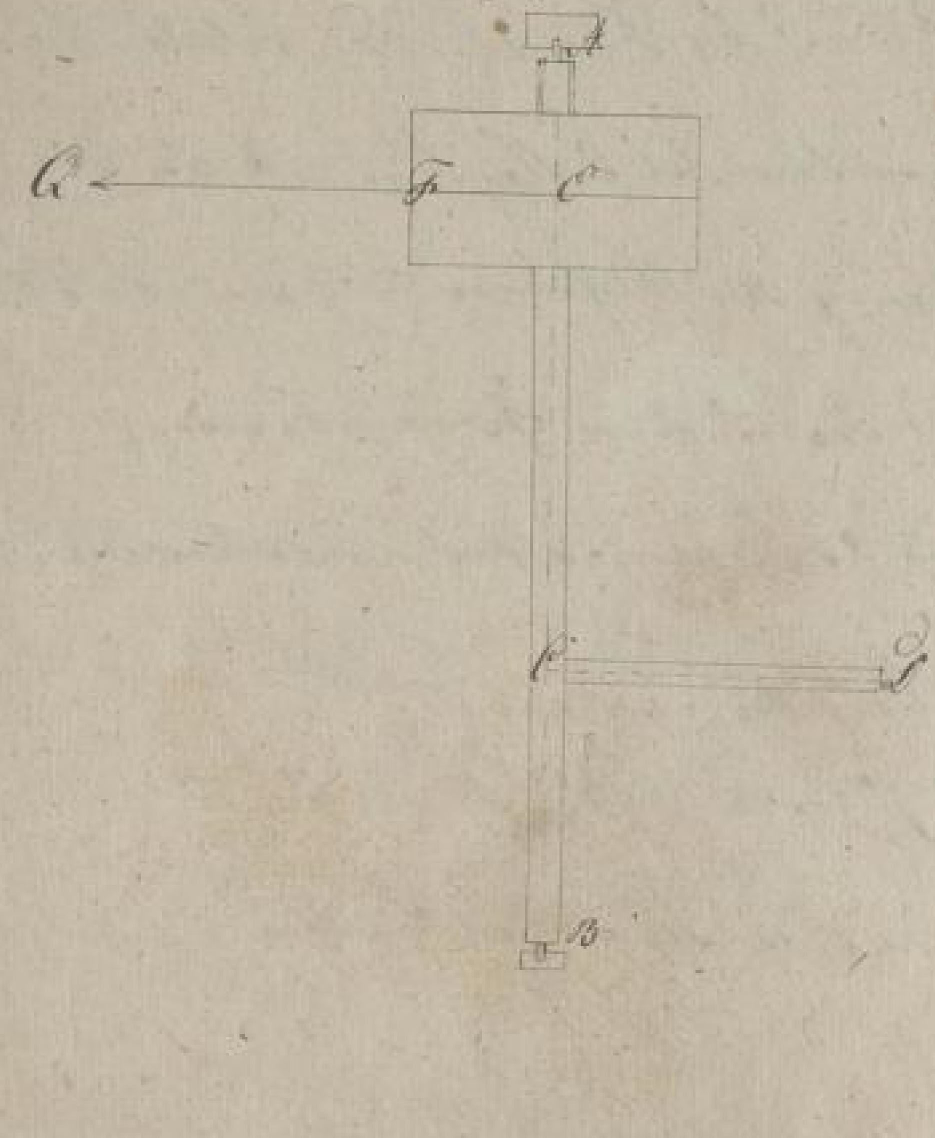
Aufgaben. | Auflösungen.

1.

Aufgabe:

Eine Last Q von 1000 ℔ soll mittelst einer stehenden Welle AB durch 2 Pferde in Bewegung gesetzt werden. Die Länge des Schwengels sei CD = 30 Fuß, die Entfernungen des Korbmittels E von den beiden Zapfen A und B = 5 und 20 Fuß, die Stärke des Zapfens A = 5 Zoll, die des Zapfens B = 2 Zoll, und das Gewicht der ganzen Maschine = 5000 ℔.

Welchen Halbmesser EF muß man dem Korbe, auf dem sich das Seil aufwindet, geben, damit die größte Leistung hervorgebracht werde, wie schnell können dann die Pferde umgehen, und welches ist die Geschwindigkeit der Last, und das mechanische Moment?



Auflösung:

Um diese Aufgabe zu lösen, hat man zunächst die Seitenreibung an den beiden Zapfen A und B = W' zu bestimmen. Bezeichnen wir demzufolge die Entfernung des Korbmittels E vom Zapfen A mit l = 5 Fuß, die Länge der stehenden Welle mit L = 25 Fuß, und nehmen wir B als den Drehpunkt der Welle an, so ist der obere Zapfendruck $x = \frac{Q(L-l)}{L}$ der untere $y = \left(\frac{Q.l}{L}\right)Q$; die Reibung am oberen Zapfen $= \varphi R.\left(\frac{L-l}{L}\right)Q$ und die am oberen $= \varphi r\left(\frac{Ql}{L}\right)$ wo R den Halbmesser des oberen, r den des unteren und φ den Reibungscoefficienten anzeigt. Es ist sonach die Seitenreibung

$$W' = \frac{\varphi((L-l)R + lr)}{L}Q = \frac{3}{10}\frac{\left((25-5)\frac{5}{24}+5.\frac{1}{12}\right)1000}{25}$$

$$= \frac{3}{250}\cdot\frac{110}{24}\cdot 1000 = \frac{110.4}{8} = 55 \text{ ℔}.$$

Setzen wir die Reibung an der Basis des unteren Zapfens $= W''$, so ist diese $= \frac{2}{3}\cdot\varphi r G$, wo G das Gewicht der stehenden Welle bedeutet. also

$$W'' = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{12}\cdot 5000 = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{12}\cdot 5000$$

$$= 83,333 \text{ ℔}.$$

Aufgaben.

Auflösungen.

Ist nun P die Kraft welche 2 Pferde bei 5 Fuß Geschwindigkeit pro Sec. leisten können = 200 ℔, a = die Länge des Schwengels, b = der Halbmesser des Korbes so ist $b = \frac{aP - \varphi[(L-l)(R+rl)]Q - \frac{2}{3}\varphi r G}{Q}$

$= \frac{30.200 - 55 - 83,333}{1000} = \frac{6000 - 138,333}{1000}$

$= \frac{5861,667}{1000} = 5,861$ Fuß.

Die Geschwindigkeit der Last ist aber

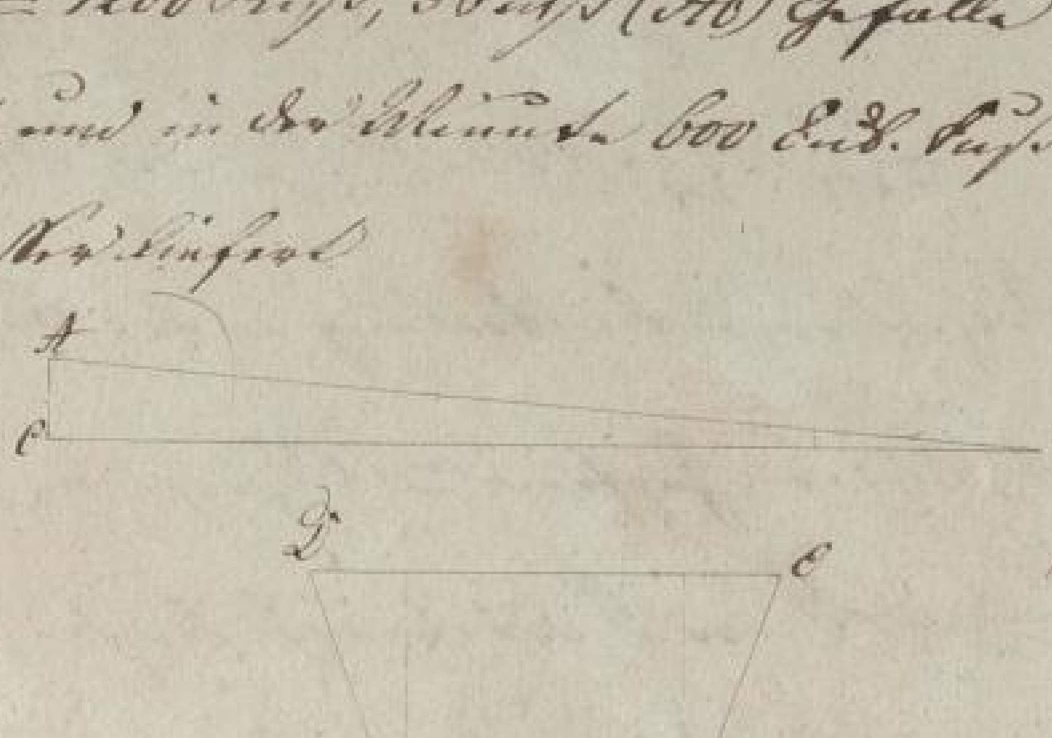
$\frac{b}{a}v = \frac{5861,6}{30} . 5 = \frac{29,308}{30}$

und endlich das mechanische Moment

$qv = 200 . 5 = 1000$ Fuß ℔.

2.

Man soll die Dimensionen des zweckmäßigsten Querprofils von einem Graben angeben, der auf die Länge AB = 1200 Fuß, 3 Fuß (AC) Gefälle hat und in der Minute 600 Cub. Fuß Wasser liefert.



Nimmt man die Länge des Grabens = l, das Gefälle = h das pro Sec. abfließende Wasserquantum = m den Querschnitt des Grabens DEFG = a den Umfang DG + GF + FE = u, den Widerstands-coefficienten des Wassers = λ die Beschleunigung der Schwere = g und das Verhältniß der untern Grabenbreite zur Höhe wie 2 : √3 an, so hat man als allgemeine Auflösungsformel.

$a^3 - \frac{m}{\sqrt{gh}} a^2 - \frac{\lambda u l m^2}{4gh} = 0.$

drückt man a als eine Funktion von u

Aufgaben

Auflösungen

aus, so wird $a = 3\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{u}{3}\cdot\frac{u}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{u^2\sqrt{3}}{12}$

substituirt man diesen Werth für a in die vorige Gleichung, so erhält man:

$$\frac{u^6\sqrt{27}}{1728} - \frac{m}{\sqrt{gh}}\cdot\frac{3u^4}{144} - \frac{\lambda u l m^2}{4gh} = 0 \text{ oder}$$

wenn man die Zahlenwerthe substituirt,

$$\frac{u^6\sqrt{27}}{1728} - \frac{10}{\sqrt{17{,}377\cdot4\cdot3}}\cdot\frac{3u}{144} - \frac{0{,}0166\cdot1250\cdot100}{3\cdot4\cdot17{,}4} = 0$$

$$u^5 - \frac{17280\cdot3}{144\sqrt{55{,}2}\sqrt{27}}\cdot u^3 - \frac{1728\cdot1992}{12\cdot17{,}4\sqrt{27}} = 0$$

$$u^5 - \frac{44840}{144\cdot7{,}43\cdot5{,}196}\cdot u^3 - \frac{1728\cdot1992}{12\cdot17{,}4\cdot5{,}196} = 0.$$

$$u^5 - \frac{44840}{5544{,}864}\cdot u^3 - \frac{3442176}{1084{,}924} = 0$$

$$u^5 - 8{,}08\cdot u^3 - 3172{,}7 = 0$$

Bei der Annahme von 5 Fuß Umfang wird der Subtrahent zu groß und bei 5 Fuß zu ~~groß~~ klein, der wahre Umfang liegt daher zwischen 5 und 6, nimmt man daher z. B. $u = 5\frac{5}{8} = 5{,}625$ an, so wird der Werth für eine Seite des regelmäßigen Hexagons als Profil $= \frac{5{,}625}{3}$ $= 1{,}875$ Fuß $= GF = GD = EF$

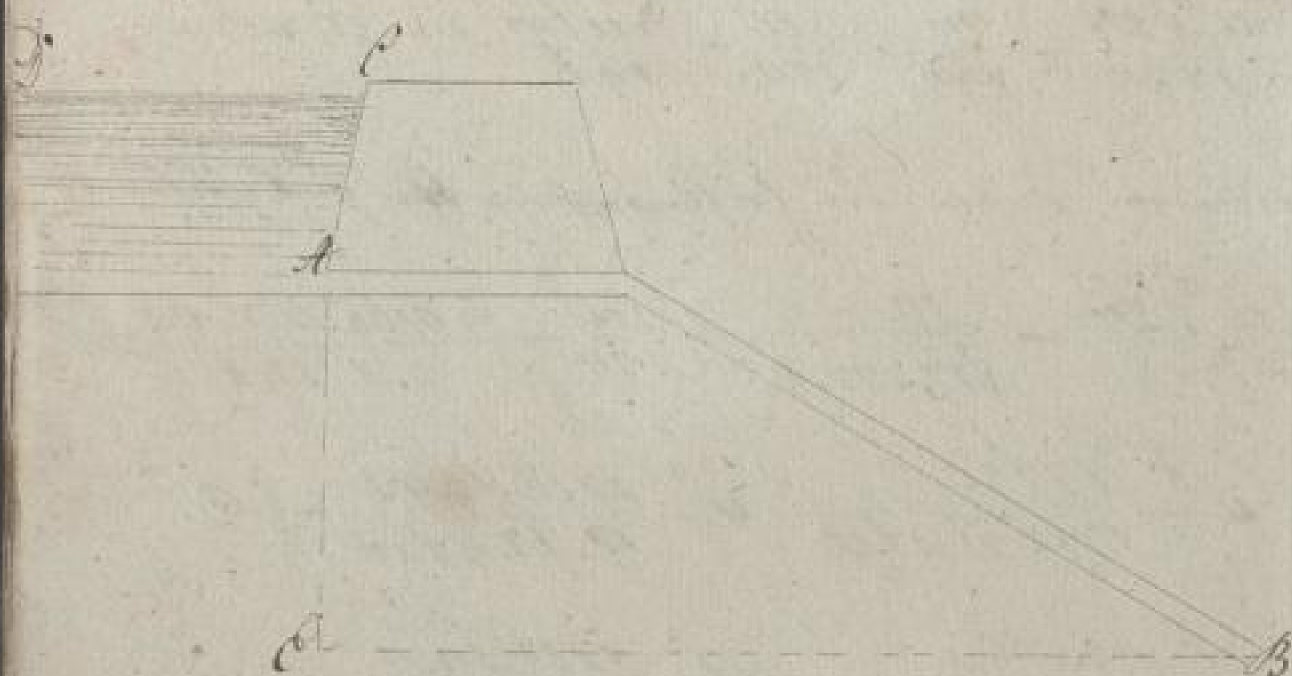
3.

Wie weit muß man eine Röhrenleitung machen, welche bei 3 Fuß Gefälle und 4500 Fuß Länge in der Minute 80 Cubikfuß Wasser giebt, woraus

Die Wasserstandshöhe im Teiche sei $= AC = h' = 8'$ die Röhrenleitungslänge $= AB = l = 4500$ Fuß, das Gefälle $= h = 3$ Fuß, das Quantum das pro Secund

Aufgaben

gesetzt, daß sich die Ausflußöffnung 8 Fuß unter dem Wasserspiegel CD nicht tiefer befindet.



Auflösungen.

fließenden Wassers $= m = 1\frac{1}{3}$ Cubikfuß der Durchmesser der Röhrenleitung $= d$ so die Auflösungsformel:

$$1 = \left(\frac{\pi d^2 \sqrt{gh}}{2m} - 1\right)^2 - \left(\frac{\pi d^2 \sqrt{gh'}}{2m} - 1\right) + \mu^2 \left(\frac{\pi d^2 \sqrt{gh'}}{2m}\right) - \lambda\left(\frac{l}{d}\right)$$

$$= \left(\frac{d^2.22\sqrt{17,4.38.d}}{7.2.1\frac{1}{3}}\right)^2 - \left(\frac{d^2 22\sqrt{17,4.8}}{7.2.1\frac{1}{3}}\right) + \mu^2 0{,}38 \left(\frac{22 d^2 \sqrt{17,4.}}{7.2.1\frac{1}{3}}\right) - \frac{0{,}0116 . 4500}{d}$$

$$= \left(\frac{22.d^2.25{,}86}{18{,}66}\right)^2 - \left(\frac{22d^2.11{,}79}{18{,}66}\right)^2 + \frac{0{,}38.22d^2.11{,}79}{18{,}66}^2 - \frac{52{,}2}{d}$$

$$= (41{,}123\, d^2)^2 - (13{,}9 d^2)^2 + (5{,}182 d^2)^2 - \frac{52{,}2}{d} = 0$$

$$= 1691{,}101 d^5 - 193{,}21 d^5 + 26{,}853 d^5 - 52{,}2 = 0$$

$= 1724{,}744 d^5 - 52{,}2 = 0$. Nimmt man daher $d = \frac{1}{2}$ Fuß $= 6$ Zoll an, so differirt man um $52{,}2 - 47{,}6 = 4{,}6$; das beste Verhältniß für d wird daher $= 0{,}418$ Fuß, sein, da 0,5 zu groß und 0,416 zu klein ist.

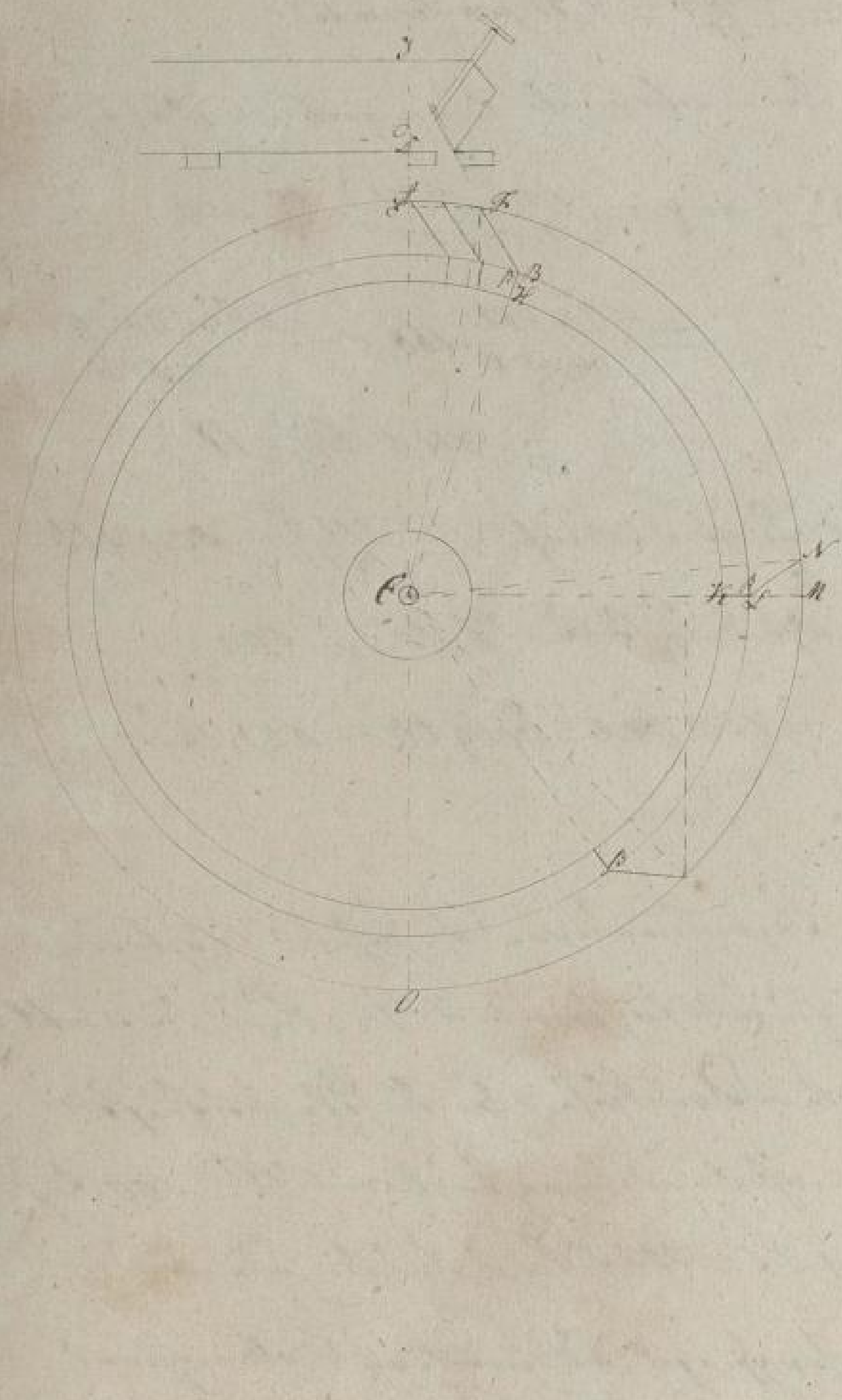
4.

Ein 30 Fuß hohes oberschlächtiges Wasserrad soll in der Minute 3 mal umgehen, und in eben dieser Zeit 200 Cubikfuß Aufschlagewasser erhalten, die Kranzbreite soll 10 Zoll betragen, das Gerinne soll 6 Zoll weiter gemacht werden, als das Rad, der Gerinneboden mag sich 5 Zoll über dem Scheitel des Rades befinden, und das Wasser in der 3ten Zelle einfallen;

Setzen wir die Anzahl der Umdrehungen pro Min. $= u = 3$ die Wassermenge in eben dieser Zeit $= M = 200$ Cubfuß. die Kranzbreite $= b = \frac{5}{6}$ Fuß, die Radhöhe $= D = 30$ Fuß die Radweite $= w$. so ist der Inhalt des ganzen Radkanals $= bw(D-b)\pi$ und da man ihn in der Aufschlagung gerade vier mal größer macht, $4\frac{M}{u} = bw(D-b)\pi$, hieraus ergiebt sich

Aufgaben.

Man soll die übrige Einrichtung des Rades und der Spannschütze (nach der Freiberger Methode) angeben, das mechanische Moment des Rades berechnen, und die Last ausmitteln, welche an dem Hebelarm von 2 Fuß wirkt, und durch das Rad in Bewegung gesetzt werden kann.



Auflösungen

$w = \frac{4M}{ub(D-b)\pi} = \frac{4.200}{3\cdot\frac{5}{6}(30-\frac{5}{6})3{,}141} = \frac{800}{\frac{5}{2}(29\frac{1}{6})3{,}141}$

$= \frac{800}{229{,}010} = 3{,}49$ Fuß. und sonach die Weite des Gerinnes $= 3{,}49 - 6'' = 2{,}99$ Fuß.

Die Anzahl der Schaufeln $n = \frac{13}{6}\cdot D = \frac{13}{6}\cdot 30 = 64.$

Der Theilungswinkel wird daher seyn $\alpha = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{64} = 5\frac{1}{2}^\circ$ und der Vorbugswinkel $\beta = \frac{D\cdot\sin\alpha}{2b'}$ nun ist aber die Breite der Stoßschaufel $= b'$

$= \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + (D - \frac{4}{3}b)^2 - 2D(D - \frac{2}{3}b)\cdot\cos\alpha}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{900 + (29{,}445)^2 - 60\cdot 29{,}445\cdot 0{,}995}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{900 + 867{,}30 - 1767\cdot 0{,}995}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{1667{,}30 - 1767\cdot 0{,}995}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{9{,}133} = \frac{3{,}02}{2} = 1{,}51' = 18$ Zoll.

Daher $\sin\beta = \frac{30\cdot 0{,}0958}{2\cdot 1{,}51} = \frac{2{,}874}{3{,}02}$

log. 2,874 = 11,4584868
" 3,02 = 1,4800069
9,9784799 = 72°6'

Die unter dem horizontalen Halbmesser sich befindende Druckhöhe $h = \frac{D}{2}\cdot\sin(\frac{7}{9})\beta$

$= \frac{30}{2}\cdot\sin\frac{7}{9}\times 72^\circ 6' = 15\cdot\sin 56^\circ 4'$

log. sin 56°4' = 9,918846
" 15 = 1,1760913
11,0950059 = 12,44 Fuß.

Dagegen die über dem horizontalen Halbmesser $h' = \frac{D}{2}\cdot 8\cdot\sin h'' =$

Aufgaben.	Auflösungen

$= \frac{D}{2} \cdot 0{,}416 \cdot 2 \cdot 0{,}38 = 1540{,}416 \cdot 0{,}76 = 1171{,}76$ Kubikfuß

wobei die Wasserhöhe im Gerinne am Rade $= 0{,}38$ ist.

Die Geschwindigkeit des Wassers für die gesammte Druckhöhe ist demnach:

$c = 2\sqrt{17{,}377(12{,}445 + 16{,}176)} = 2\sqrt{17{,}377 \cdot 28{,}621}$

$= 2\sqrt{497{,}347117} = 2 \cdot 22{,}3 = 44{,}6$ Fuß p. S.

Soll nun das Rad 3 mal pro Minute umgehen, so ist seine Geschwindigkeit $v = \frac{3{,}141 \cdot 30 \cdot 3}{60}$

$= \frac{282{,}69}{60} = 4{,}71$ pro Secunde

das mechanische Moment wird also sein:

$\frac{(c-v)^2}{4g} M \gamma = \frac{(44{,}6 - 4{,}71)^2}{4 \cdot 17{,}377} \cdot \frac{200}{60} \cdot 50$

$= \frac{1591{,}212}{69{,}508} \cdot 166{,}5 = \frac{264936{,}798}{69{,}508}$

$= 3811{,}6$ Fuß lb.

Nun ist die Kraft $P = \frac{3811{,}6}{4{,}71} = 809{,}2$ lb

also die Last $Q = \frac{a}{b} P = \frac{15}{2} \cdot 809{,}2$

$= 7{,}5 \cdot 809{,}2 = 6069$ lb. $= 55{,}1$ Ctr.

5.

Wie groß ist das mechanische Moment folgender 2stiefligen einfachwirkenden Wassersäulenmaschine? Der Wasserstand im Einfallkasten sei $= 3$ Fuß, die mittlere Druckhöhe $= 500$ Fuß, Länge der Einfallröhre, Kunstsätze etc. $= 700$ Fuß, Länge der Aufgußröhre $= 15$ Fuß, der

Bezeichnen wir die Höhe des Wassers im Einfallkasten mit $H = 3$ Fuß, die mittlere Druckhöhe, oder die Höhe der Einfallröhre und Kunstsätze mit $H' = 500$ Fuß $+ 2{,}5' = 502{,}5$ Fuß und die Höhe vom Wasserspiegel bis mittleren Kolbenstand mit $H'' = 500$ Fuß, ferner den Quer-

Aufgaben

Auflösungen.

schnitt des Wasserkastens mit $A = 6$ □Fuß

den Querschnitt des Einfallsrohres mit

$A' = \frac{D^2\pi}{4} = \frac{0,833^2 . 3,141}{4} = \frac{0,69388 . 3,141}{4}$

$= \frac{2,1792}{4} = 0,544$ □Fuß.

und den Querschnitt des Treibcylinders

mit $A'' = r^2\pi = 1^2 . 3,141 = 3,141$ □Fuß.

den Durchmesser des Kolbens mit $D = 2$ Fuß

den des Einfallröhres mit $D' = 10'' = 0,833$ Fuß

den Hub mit $h = 5$ Fuß, die Länge des Ein-

fallröhren und Kniestücken mit

$L = 700$ Fuß, ferner sei

die dynamische Druckhöhe $= h$

die adhärirende Widerstandshöhe $= h'$

die mechanische Widerstandshöhe $= h''$ und

die Widerstandshöhe wegen Kolbenreibung

$= h'''$; und die diesen Druckhöhen zukommenden Geschwindigkeiten

$c = 2\sqrt{gH}$; $c' = 2\sqrt{gH'}$; $c'' = 2\sqrt{gH''}$.

so werden wir Folgendes finden:

$c = 2\sqrt{gH} = 2\sqrt{17,377 . 3} = 2\sqrt{52,2} = 14,452'$

$c' = 2\sqrt{gH'} = 2\sqrt{17,377 . 502,5} = 2 . 93,49 = 186,98'$

$c'' = 2\sqrt{gH''} = 2\sqrt{17,377 . 500} = 2 . 93,27 = 186,5$

Nun ist das Wasserquantum M pro Min. $= 20$ c□' pro Sec. $= \frac{20}{60} = 0,333$ Cubikfuß. also

$v = \frac{M}{A''} = \frac{1}{3 . 3,141} = 0,106$ Fuß pro Sec. d.

der Contractionscoefficient $\mu^2 = 0,32$ ~~0,48~~

Aufgaben.

Auflösungen

$$h = \mu^2 \frac{\left(c - \frac{A''}{A'} v\right)^2}{4g} - \frac{\left(c - \frac{A''}{A' v}\right)^2}{4g} + \frac{\left(c' - \frac{A''}{A'} v\right)^2}{4g} + \frac{(c'' + v)}{4g} - \frac{(c' + v)^2}{4g}$$

$$= \frac{\left(14{,}452 - \frac{3{,}141}{6} \cdot 0{,}106\right)}{4.17{,}377} 0{,}38 - \frac{\left(14{,}45 - \frac{3{,}141}{0{,}545} \cdot 0{,}106\right)}{4.17{,}377}$$

$$+ \frac{\left(186{,}98 - \frac{3{,}141}{0{,}545} \cdot 0{,}106\right)^2}{4.17{,}377} + \frac{\left(186{,}\overset{54}{98} + 0{,}106\right)^2}{4.17{,}377}$$

$$- \frac{186{,}98 + 0{,}106}{4.17{,}377}$$

$$= \frac{0{,}38\,(14{,}452 - 0{,}055)^2}{69{,}508} - \frac{(14{,}452 - 0{,}610)^2}{69{,}508}$$

$$+ \frac{(186{,}98 - 0{,}106)^2}{69{,}508} + \frac{(186{,}54 + 0{,}106)^2}{69{,}508}$$

$$- \frac{(186{,}98 + 0{,}106)^2}{69{,}508}$$

$$= \frac{29{,}932}{69{,}508} - \frac{191{,}601}{69{,}500} + \frac{34733{,}77}{69{,}508} + \frac{34875{,}55}{69{,}508} - \frac{35045{,}33}{69{,}508}$$

$$= \frac{69639{,}25 - 35236{,}93}{69{,}508} = \frac{34402{,}322}{69{,}508}$$

$$= \underline{495{,}_{4}\ \text{Fuß}}$$

$$h' = \lambda \left(\frac{L}{D'} \left(\frac{A''}{A'}\right)^2 + \frac{b}{2D''}\right) \frac{v^2}{4g}$$

$$= 0{,}0116 \left(\frac{700}{0{,}833} \left(\frac{3{,}141}{0{,}545}\right)^2 + \frac{5}{2.2}\right) \frac{0{,}106^2}{4.17{,}377}$$

$$= 0{,}0116\,(960{,}38.33{,}218 + 1{,}25)\,0{,}00016$$

$$= 0{,}0000018.31903{,}15 = 0{,}\underline{0592\ \text{Fuß}}$$

$$h'' = \frac{b}{g r^2} \left(\frac{b}{2} + \frac{A''}{A'} \cdot L\right) = \frac{5}{17{,}377.47{,}109^2} \left(\frac{5}{2} + \frac{3{,}141.700}{0{,}545}\right)$$

$$= \frac{5}{386{,}15{,}09} (2{,}5 + 4032) \cdot 0{,}000129 \cdot 4034{,}2$$

$$= \underline{0{,}52\ \text{Fuß}}.$$

$$h''' = \frac{\lambda' H'''}{D'''} = \frac{0{,}06.500}{2} = \frac{30}{2} = \underline{15\ \text{Fuß}}.$$

Aufgaben. | Auflösungen.

Man erhält demnach für das mechanische Moment $Pv=(h-(h'+h''+h'''))Avg$

$=(494{,}94-(0{,}059+0{,}520+15))3{,}141 \cdot 0{,}106 \cdot 50$

$=(494{,}94-15{,}579) \cdot 16{,}647=479{,}36 \cdot 16{,}647$

$=7988{,}56$ und hieraus ergiebt sich der Effekt $=\frac{Pv}{hmg}=\frac{7988{,}56}{500 \cdot \frac{1}{3} \cdot 50}=\frac{7988{,}56}{8333{,}33}$

$=0{,}958.$

6.

Eine einfachwirkende Watt'sche Dampfmaschine wird durch Dämpfe von 100° R. Erhitzung in Bewegung gesetzt. Der Hub ist 5 Fuß, der Kolbendurchmesser = 2 Fuß, die Anzahl der Spiele pro Minute = 10.
Wenn die Maschine mit Expansion wirkt, daß der Dampf bei 3/5 des Kolbenhubes abgeschlossen wird, wie hat man die übrige Einrichtung der Maschine zu treffen, und welches ist ihre Leistung.

Bezeichnet man die Elastizität des Dampfes bei 100° R. mit E und die Temperatur mit t, so erhält man für

$\log E=2{,}8921+\log(213+t)-\frac{847{,}3}{140+t}$, nun ist aber $t=100$, folglich:

$\log E=2{,}8921+\log 213+100-\frac{847{,}3}{140+100}=1{,}857$

und darnach $E=71{,}98$ Zoll.

Ist der Druck des Dampfes auf den Kolben $=A=r^2\pi$ wo r der Halbmesser = 1 ist, so erhalten wir dafür = 3,141, und daher

$AEg=3{,}141 \cdot 71{,}979 \cdot 0{,}44208 \cdot 144=14078{,}43$ ℔

Die Anzahl der Spiele war pro Minute = 10 der Hub B = 5 Fuß gegeben, also ist die Geschwindigkeit des Kolbens

$v=2 \cdot 5 \cdot 10=100'$ pro Min. und $\frac{100}{60}=1{,}66$ Fuß. pro Secunde. Nimmt man den schädli-

Aufgaben

Auflösungen

schen Raum im Condensator = $\frac{1}{10}$ des Atmosphärendrucks angesetzt dieses = p' = $\frac{12,28}{10}$ = 1,228 demnach die Dampfpressung auf 1 □Zoll = $p = \frac{14078,43}{144} = 97,766$ lb.

Nach diesem erhält man für die mittlere Pressung auf den Kolben

$$P = A\left(\frac{bp}{B}\left(1+2,302 \log. \frac{B}{b}\right) - p'\right)$$

$$= 3,141\left(\frac{2.97,766}{5}\left(1+2,302. \log. \frac{5}{2}\right) - 1,228\right)$$

= 33332,2 lb. Es ist daher das mechanische Moment $Pv = 33332,2.\ v$

= 3333,2. 1,666 = 55551,5 Fußlb.

Die Kraft eines Pferdes wird nun gewöhnlich = 600 Fußlb. angenommen, es würden bei dieser Maschine daher = $\frac{Pv}{600} = \frac{55551,5}{600}$ = 92,5 Pferde nöthig sein.

Das so eben bestimmte mechanische Moment wird nicht ganz genau sein, indem die Reibungen und Kolbenfriction dasselbe gegen die Hälfte herabziehen, wir werden daher statt des obengefundenen Werthes nur

$\frac{55551,5}{2}$ = 27775 Fußlb. und also auch nur $\frac{92,58}{2}$ = 46,29 Pferde annehmen können.

Aufgaben. Auflösungen.

7.

Ein Schachtgestänge soll aus 10,30 Fuß langen Stangen von Fichtenholz zusammengesetzt werden, die Schlösser sollen 5 Fuß Länge und eben so viel Breite und Höhe als das Gestänge erhalten, und das Eisenwerk eines Schlosses soll im Mittel 40 ℔ wiegen. Die angehängte Last soll am Ende des Gestänges 4000 ℔ ausmachen, und bei jeder Stange um 1000 ℔ zunehmen. Wenn nun das Fallen des Gestänges 70°, die absolute Festigkeit des Fichtenholzes $\frac{1440}{5}$ ℔ beträgt, wie stark müssen die Bäume sein, aus denen man die einzelnen Stangen zu zimmern hat, und welchen Querschnitt müssen sie erhalten?

Nennen wir die Querschnitte der einzelnen Stangen $A\ A'\ A''\ A'''$ ꝛc. wo aber A den des untersten Gestänges bedeuten soll, so finden wir durch Berechnung folgende Werthe derselben:

$$A = \frac{Q . \sin\alpha}{k} = \frac{4000 . \sin 70^\circ}{480} = 7,84 \square''$$

$$A' = A + \frac{(A S (L+l) + Z + z) \sin\alpha}{k}$$

$$= 7,84 + \frac{(\frac{7,84}{144} . 23,95 . 35 + 1040) \sin 70^\circ}{480.}$$

$$= 7,84 + 2,125 = 9,965 \square''$$

$$A'' = A' + \frac{(A' S (L+l) Z + z) \sin\alpha}{k}$$

$$= 9,965 + \frac{(\frac{9,96}{144} . 23,95 . 35 + 1040) \sin 70^\circ}{480}$$

$$= 12,11 \square''$$

$$A''' = A'' + \frac{(A'' S (L+l) Z + z) \sin\alpha}{k}$$

$$= 12,11 + \frac{(\frac{12,11}{144} . 23,95 . 35 + 1040) \sin 70^\circ}{480.}$$

$$= 14,28 \square \text{ Zoll.}$$

$$A^{IV} = A''' + \frac{(A''' S . (L+l) Z + z) \sin\alpha}{k}$$

$$= 14,28 + \frac{(\frac{14,28}{144} . 23,95 . 35 + 1040) \sin 70^\circ}{480}$$

$$= 16,48 \square''$$

$$A^{V} = A^{IV} + \frac{(A^{IV} S . (L+l) Z + z) \sin\alpha}{480.}$$

$$= 16,48 \frac{(\frac{16,48}{144} (23,95 . 35 + 1040) \sin 70^\circ}{480.}$$

$$= 18,70 \square''$$

Aufgaben

Auflösungen

$$A^{VI} = A^{V} + \frac{(A^{V} S.(L+l)Z+z)\sin\alpha}{K}$$

$$= 18,70 + \frac{\left(\frac{1870}{144} . 23,95 . 35 + 1040\right)\sin 70^\circ}{480}$$

$$= 20,95 \,\square''$$

$$A^{VII} = A^{VI} + \frac{(A^{VI} S.(L+l)Z+z)\sin\alpha}{K}$$

$$= 20,95 + \frac{\left(\frac{20,95}{144} . 23,95 . 35 + 1040\right)\sin 70^\circ}{480}$$

$$= 23,22 \,\square''$$

$$A^{VIII} = A^{VII} + \frac{(A^{VII} S.(L+l)Z+z)\sin\alpha}{K}$$

$$= 23,22 + \frac{\frac{23,22}{144}(23,95 . 35 + 1040)\sin\alpha}{480}$$

$$= 25,53 \,\square''$$

$$A^{IX} = A^{VIII} + \frac{(A^{VIII} S.(L+l(Z+z)\sin\alpha}{K}$$

$$= 25,53 + \frac{\left(\frac{25,53}{144} . (23,95 . 35 + 1040\right)\sin\alpha}{480}$$

$$= 27,85 \,\square''$$

Nun ist das Verhältniss der Seiten bei besten Gestängen zu einander $= \sqrt{2} : 1$ also der Durchmesser $= \sqrt{(k)^2 + 1^2}$ $= \sqrt{3} = 1,732$. Es beträgt aber der Querschnitt $= 27,85 \,\square''$ folglich ist der Durchmesser der Stange $x = \frac{1,732}{1,41}$

8.

Ein Räderwerk soll aus einem 4 Fuss hohen Kammrad mit 30 Zähnen, und aus einem Getriebe mit 13 Triebstöcken

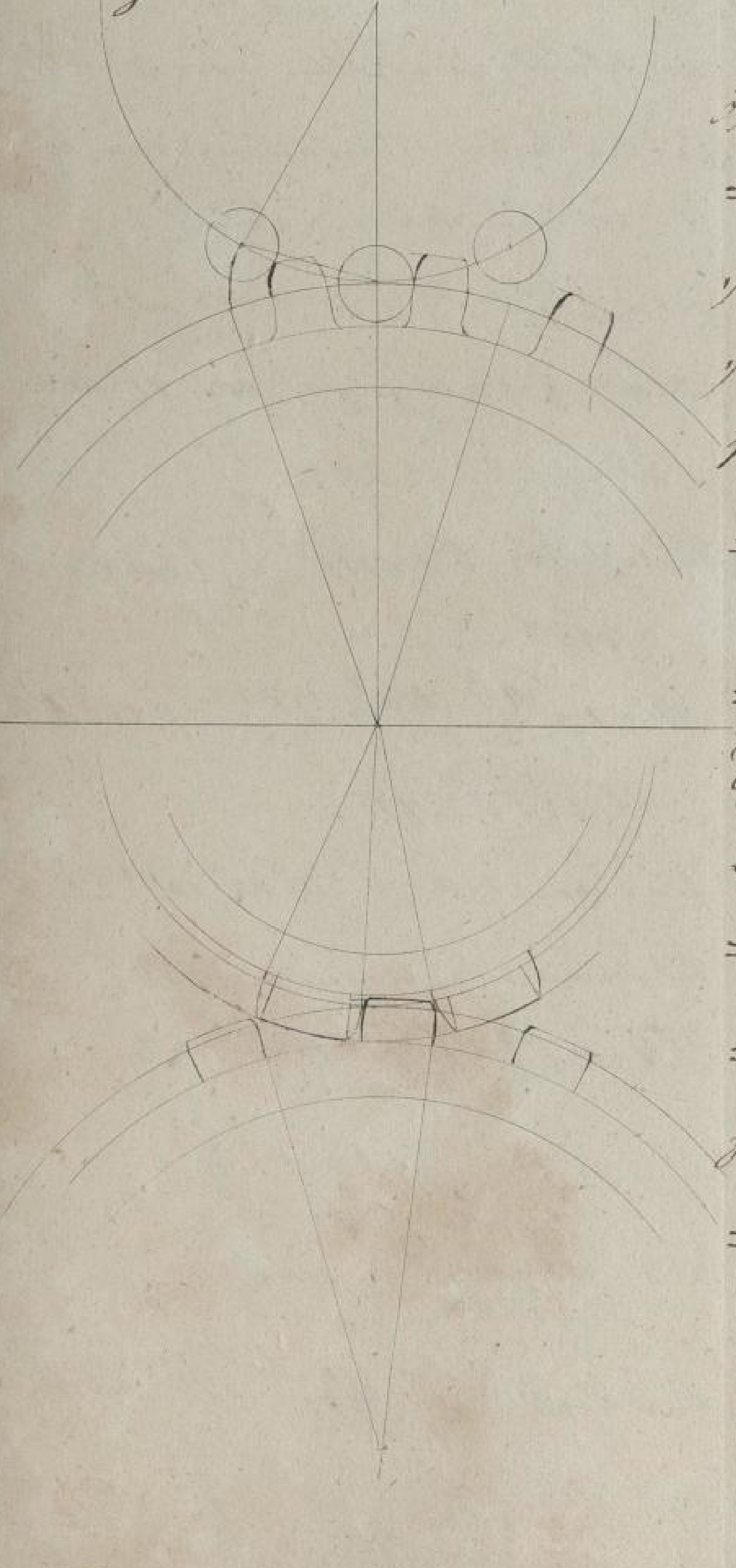
Nennt man den Halbmesser des Kammrades $= R = 2$ Fuss, die Anzahl der Zähne $= N = 30$ und die des Getriebes

Aufgaben

oder Zähnen bestehen. Wie ist die Anordnung zu machen:

a, bei Triebstöcken und epicycloidischen Zähnen des Stirnrades

b, bei Zähnen nach der Kreisevolvente, und wie gross ist die Reibung im ersten und im zweiten Falle?



Auflösungen.

$= n = 13$, der Halbmesser des Getriebes $= r$, so erhält man für

$r = \frac{13}{30} \cdot R = \frac{13}{30} \cdot 2 = 0,866$ Fuss, für den Theilungswinkel

$\beta = \frac{360^\circ}{13} = 27^\circ 69'$ demnach für die Theilung $t = \frac{2.r.\pi\beta}{360} = \frac{0,866.3,141.27,69}{180}$

$= 0,418$ Fuss.

Ist aber die Höhe der epicycloidischen Zähne $= h$ und der Durchmesser der Triebstöcke $= d = 0,66 \cdot 0,418 = 0,279$ Fuss so erhält man

$$h = \sqrt{R^2 + (2r.\sin\tfrac{1}{2}\beta - d)^2 + 2R(2r.\sin\tfrac{1}{2}\beta - d)\sin\tfrac{1}{2}\beta} - R$$

$$= \sqrt{2^2 + (2.0,866.\sin 13^\circ 50' - 0,279)^2 + 2.2(2.0,866\ \sin 13^\circ 50' - 0,279)\sin\tfrac{1}{2}\beta} - 2$$

$= \sqrt{4,5447} - 2 = 0,132$ Fuss und wenn $d = 0,209$ so $h = 0,098$ Fuss

Die Reibung im ersten Falle $= F$

$$= \varphi\frac{(2N + 3n)}{4N} . P = \frac{2.30 + 2.13}{4.30} . \varphi . P$$

$= \frac{99}{120}\varphi P = 0,825 . \varphi P$ und die im zweiten Falle $= F'$

$$= \frac{\varphi\pi(N - n)}{Nn} . P = \frac{\varphi 3,141(30 - 13)P}{13.30}$$

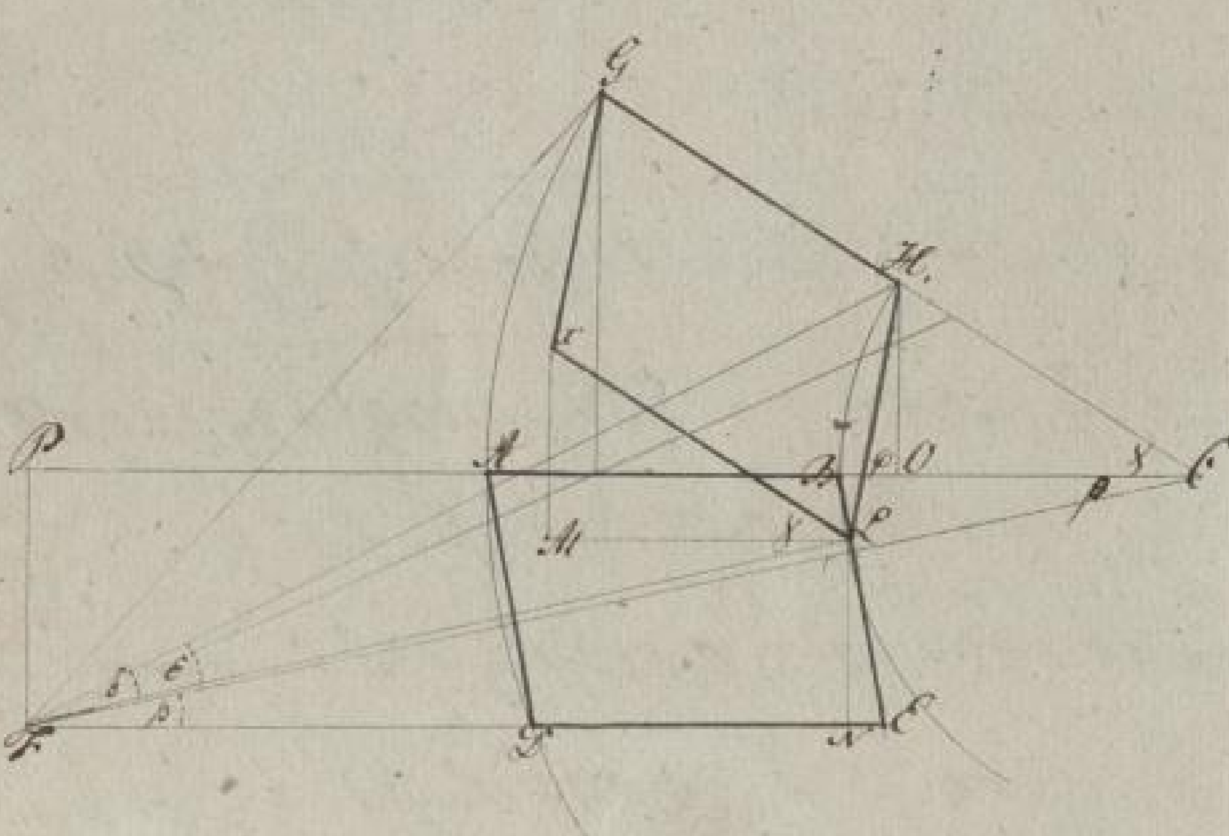
$= 0,136 . \varphi P.$

Aufgaben

Auflösungen

10.

Ein Balancier hat 12 Fuß Länge, 4 Fuß Hub, und soll ein bewegliches Parallelogramm von 3 Fuß Länge und 2 Fuß Höhe erhalten; man soll die Lage und Länge des Gegenlenkers durch Rechnung und Construktion finden, und die größte Abweichung berechnen.



Führen wir zur Auflösung dieser Aufgabe folgende Bezeichnungen ein: Es sei der Halbmesser des Balanciers $= AC = R = 6$ Fuß, sein Hub $= GH = h = 4'$, die Länge des Parallelogramms $= GP = b = 3$ Fuß, seine Länge $= GK = a = 2$ Fuß; so erhalten wir zunächst für den halben Umdrehungswinkel

$\alpha = GS = GC \cdot \sin\alpha$ und daher

$\sin\alpha = \frac{GS}{GC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}333$ also

$\sin\alpha^2 = \frac{1}{9} = 0{,}111$ folglich $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin\alpha^2}$

$= \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0{,}942.$

Nun ist $AS = R(1 - \cos\alpha) = 6 - 6 \cdot 0{,}942$

$= 0{,}343$ Fuß und

$AK = e = \frac{R(1-\cos\alpha)}{2} = \frac{0{,}343}{2} = 0{,}176$ Fuß.

$= d = \sqrt{GS^2 - AK^2}.$

Es ist aber $\angle\,\alpha = \gamma = 19^\circ\,28'\,16''$ folglich die Länge des Gegenlenkers

$$FN = r = \frac{(R-b)^2 \cdot \sin\alpha^2 + 4b^2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2}^4}{4b \cdot \sin\frac{\alpha}{2}^2}$$

$$= \frac{(6-3)^2 \cdot \frac{1}{9} + 4 \cdot 3^2 \cdot 0{,}169^4}{4 \cdot 3 \cdot 0{,}169^2}$$

$$= \frac{1 + 0{,}0296}{0{,}344} = 2{,}93 \text{ Fuß.}$$

Nun liegt F von V um $FV = FN +$

Aufgaben

Auflösungen

$+ BC - BR = 2,935 + 3 - 0,17 = 5,529.$

Der Gegenkathete liegt unter $AC = a$

$= CV = FS = \cancel{AN} = \sqrt{BN^2 - BR^2}$

$= \sqrt{2^2 - 0,17^2} = \sqrt{4 - 0,031} = \sqrt{3,96800}$

$= 1,99$ Fuß. Es ist aber auch

$FC = \sqrt{FV^2 + CV^2} = \sqrt{5,75^2 + 1,99^2}$

$= \sqrt{13,16 + 3,97} = 6,093$ Fuß.

Nun ist $CV = FC . \sin\beta$, und

$\sin\beta = \frac{CV}{FC} = \frac{1,99}{6,09} = 0,328$. Demnach

$\beta = 19^\circ 6' 31''$. Für $FH = g$ findet sich

$g = \sqrt{(R-b)^2 + f^2 - 2(R-b) f . \cos(\beta + \alpha)}$

$= \sqrt{(6-3)^2 + 6,09^2 - 2(6-3) . 6,09 . \cos . (19^\circ 5' 31'' + 19^\circ 28' 16'')}$

$= \sqrt{9 + 37,124 - 2.3.6,09 . \cos . 38^\circ 33' 48''}$

$= \sqrt{46,124 - 28,585} = 4,186$

Nun ist $\cos HFL = \cos\delta = \frac{FH^2 + FL^2 - HL^2}{2FH . FL}$

$= \frac{g^2 + r^2 - a^2}{2 . g r} = \frac{4,18^2 + 2,93^2 - 1,99^2}{2.4,18.2,93}$

$= \frac{22,185}{24,571} = 0,902$ d. $\delta = 25^\circ 28' 13''$

Ebenso $\cos . CFH$ oder $\cos\varepsilon = \frac{FH^2 + FC^2 - HC^2}{2FH . FC}$

$= \frac{g^2 + f^2 - (R-b)^2}{2 . g f} = \frac{4,18^2 + 6,09^2 - 3^2}{2.4,18.6,09} = \frac{45,67}{51,010}$

oder $\varepsilon = 26^\circ 29' 58''$. Der Winkel γ endlich

$= \beta + \varepsilon - \delta = 20^\circ 7' 17''$.

Aufgaben

Auflösungen

Die Abweichung zur Seite $= x$ gesetzt $= TN - ML = b - r(1-\cos\gamma^2) - b.\cos\alpha.$ $b(1-\cos\alpha) - b(1-\cos\gamma) = 3.(1-\cos 19^\circ 28' 16'') - 3(1-\cos. 20^\circ 7' 17'') = 3 - 2,828 - 3 + 2,816 = 0,011$ Fuß $= 0,15$ Zoll.

10.,

Welches ist die zweckmäßigste Breite und Dicke eines 20 Fuß hohen Schwungrades von Gusseisen, wenn der Querschnitt des Ringes ein Quadrat und der von jedem der 8 Arme die Hälfte davon ist; wenn ferner der Zapfenhalbmesser 4 Zoll, der Reibungscoefficient $= \frac{1}{10}$, die immer während in Bewegung befindliche und auf den Halbmesser von 2 Fuß reducirte Masse $= 5000$ lb. und die aller 5 Secunden aus der Ruhe in Bewegung zu setzende und eben dahin reducirte Masse 3000 lb. und ihr Weg in dieser Zeit 70 Fuß beträgt?

Wie groß ist zugleich der Zusatz an Kraft, den die abwechselnd aus der Ruhe in Bewegung zu setzende Masse nöthig hat, bei An- und Abwesenheit des Schwungrades?

Bezeichnet m das Verhältniß des Querschnitts des Ringes zu dem der Arme, so ist dieses hier $= \frac{1}{2}$; ist ferner der Zapfenhalbmesser $= \rho$ des Rades und der der Last $= r$, die Anzahl der Arme $= n$ und das Gewicht 1 Cub. Fuß Gusseisen $= 351,957$ lb., so hat man folgende Beziehung $F = \varphi\frac{\rho}{r}(2\pi + m.n)g' = 0,1\,\frac{0,166}{2}(6,282 + \frac{1}{2}4)g'$ $= \frac{0,166}{20}(10,282).351,957 = 30,03$ lb.

Ferner die auf den Zapfen reducirte Masse des Schwungrades

$$G = \left(2\pi + \frac{m.n}{3}\right)\frac{g'}{r^2} = \left(6,282 + \frac{4}{3}\right)\frac{351,957}{4}$$

$$= 7,615.87,989 = 670,036 \text{ lb.}$$

Folglich wird der zweckmäßigste Querschnitt sein $a = \dfrac{\sqrt{\dfrac{6R^2SN^2}{Fgt^2}} - (N + 2M)}{2SR^2}$ wenn nämlich $M = 5000$ lb. $N = 3000$ lb. $b =$ der Weg der Kraft $= 70'$ $t = 3$ Secunden ist

also $a = \dfrac{\sqrt{\dfrac{670.36.670,036.3000^2}{30,033.3^2.17,377}} - (3000 + 10000)}{2.670,036.6^3}$

$$= \frac{\sqrt{323669440,90} - 13000}{289453,5} = 0,1517\square' = 20,83\square''.$$

Aufgaben

Auflösungen

Man nimmt aber gern nur die Hälfte an, also $a' = 10{,}91''$.

Für den Zusatz an Kraft bei Unvollkommenheit des Schwungrades hat man:

$$P = \frac{b}{B}\left[F.Ra + \frac{bN(N+M+GRa^2)}{gt^2(N+2M+2GRa^2)}\right]$$

und verhält sich aber $b : B = r : R$ also ist $B = \frac{R}{r} b = \frac{7}{2} \cdot 70 = 210$ Fuß, demnach

$$P = \frac{70}{210}\left[30{,}03.6.0{,}137 + \frac{70.3000(3000+5000+670.216.0{,}151)}{17{,}377.9(3000+2.5000+2.670.216.0{,}155)}\right] = \frac{1}{3}\left(27{,}24 + \frac{210000}{156{,}3}\right)$$

$$= \frac{1}{3}(27{,}24+335{,}8) = \frac{1}{3} \cdot 363{,}049 = 121\text{ ℔}$$

Für den Zusatz an Kraft in Unvollkommenheit des Rades erhalten wir aber:

$$P' = \frac{b^2}{B} \cdot \frac{N(M+N)}{gt^2(2M+N)} = \frac{70^2}{210} \cdot \frac{3000\,(5000+3000)}{17{,}37.9\,(2.5000+3000)}$$

$$= 23{,}33 .\ 11{,}809 = 275{,}50\text{ ℔.}$$

11.

Ein Regulator mit Schwungkugeln soll durch des Wellen eines Schutzbrettes AB eine Maschine immerwährend im gleichförmigen Gange erhalten, wenn auch die Last veränderlich ist; eine Schwungkugel soll 8 ℔ wiegen, $CD = 2$ Fuß, $CE = EF = 1$ Fuß, $\alpha = 45^\circ$ betragen; wie oft muss sich eine Schwungkugel in der Minute umgehen, wenn der Regulator seinen Zweck erfüllen soll, und die auf Produzirte Masse zum Ziehen des Schutzbretts 500 ℔. beträgt?

Ist das Gewicht einer Schwungkugel $= K = 8$ ℔; $a =$ der Hebelsarm $CD = 2$ Fuß und der $CE = EF = ED = 1$ Fuß, sind ferner α und β die Winkel DCF und $FCD = 45^\circ$ und $Q = 500$ ℔ so ist der Halbmesser $r = 2.\sin\alpha = 2.\sin 45^\circ = 1{,}414$ und daher die Centrifugalkraft der Kugel $= P = \frac{2r\pi^2 n^2}{g} \cdot K = \frac{2.1{,}414.3{,}141^2.n^2}{17{,}377} \cdot 8$

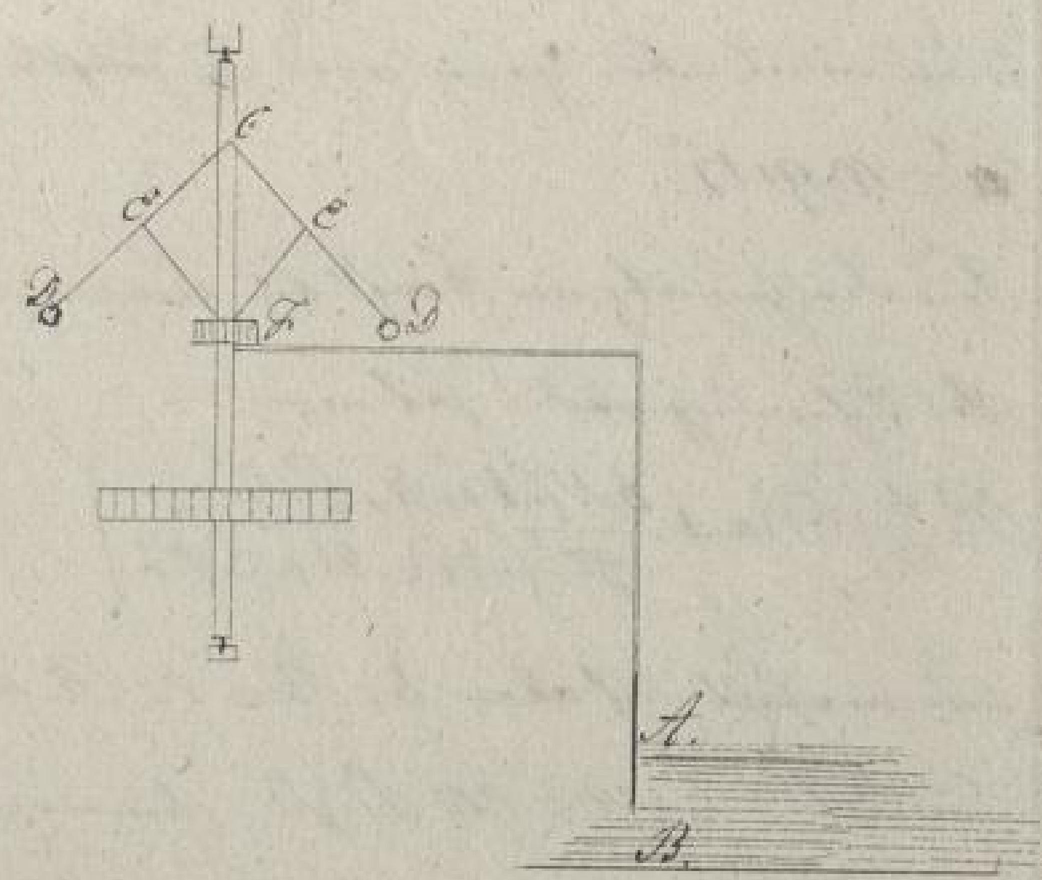
$$= \left(\frac{27{,}898\,n^2}{17{,}37}\right)8 = (1{,}605\,n^2)8 = 12{,}840\,n^2$$

Wir erhalten nun für die Last

$$Q = \frac{2a(P.\cos\alpha - K.\sin\alpha).\cos\beta}{b.(\sin\alpha+\beta)} =$$

Aufgaben

Auflösungen



$$= \frac{2.2(12,84\, n^2 . 0,707 - 8,0707)\, 0,707}{1}$$

$$500 = \frac{(9,079\, n^2 - 5,658)\, 2,828}{1}$$

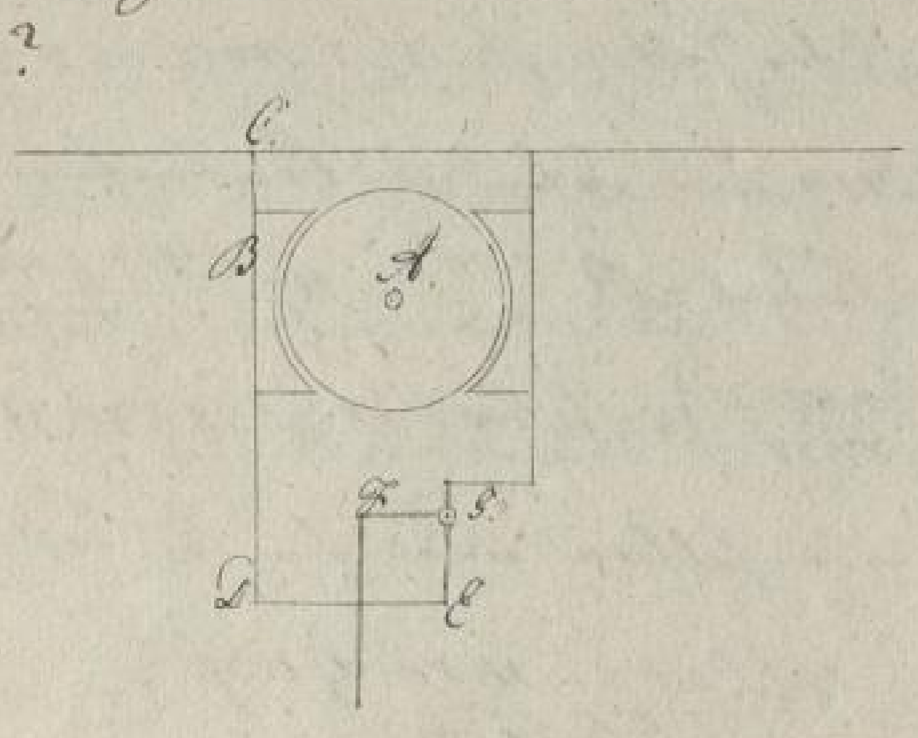
$= 25,675\, n^2 - 15,995$ – und hieraus

$n^2 = \frac{500+15,995}{25,675} = 20,079$ also die Anzahl der Umgänge einer Schwungkugel pro Sec.

$n = \sqrt{20,079} = 4,4.$

12.

Die auf den Umfang eines Bremskranzes A reducirte Kraft beträgt 50 lb. und die Masse 6000 lb. der Halbmesser des Kranzes beträgt 4 Fuß, der Coefficient für die Reibung zwischen dem Bremskranz und den Hebelstücken $= \frac{1}{3}$ und die Maschine soll durch einen Menschen mit 20 lb. Kraft in 2 Secunden nach dem Bremsen zum Stillstand gebracht werden, während die Welle in der Minute 6 Umgänge macht.
Welche Verhältnisse muß man in dieser Absicht den Hebelarmen CB, CD, EF u. ES geben?



Es sei die Kraft zum Bremsen $= P = 20$ lb. der Reibungscoefficient $\frac{1}{3} = \mu$ die Hebelarme $CD = A$, $CB = B$, $ES = b$ u. $FS = a$. so erhält man für die Reibung am Umfange des Kranzes $F = \mu \frac{Aa}{Bb} . P = \frac{1}{3} . 20 . \frac{Aa}{B} = 6,6 . \frac{Aa}{B.b}$ für die Geschwindigkeit am Umfang des Bremsrades $c = \frac{\pi . r . n}{30}$ wenn n die Anzahl der Wellenumgänge und r der Halbmesser des Kranzes ist, so ist dieser $c = \frac{3,141 . 6 . 4}{30}$ $= 2,512.$

Ist ferner $M = 6000$ lb. = Masse auf den Umfang des Rades reducirt, die Kraft $T = 50$ lb. u. die Zeit, in welcher das Rad in Ruhe kommt $= t$. so wird $F - T = \frac{cM}{2gt}$ oder

$$6,66 \frac{A.a}{B.b} - 50 = \frac{2,512 . 6000}{2 . 17 . 377 . 2} = 216,92 \frac{Aa}{B.b} - 50$$

$$= \frac{216,92}{6,66} \Big| \frac{Aa}{B.b} = 32,541 + 50 = 82,541$$

Macht man $A = 50$, $B = 5$, $a = 10$ u. $b = 1,2$.

so wird $\frac{50 . 10}{5 . 12} = \frac{500}{60} = 83,3.$

Aufgaben

Auflösungen

13.

Welches ist die beste Construktion und Einrichtung eines Windrades für:

die Geschwindigkeit des Windes = 25 Fuß

die Anzahl der Umdrehungen pro Min = 30 ..

" " der Flügel = 5.

die größte Breite der Flügel = 10 Fuß

" kleinste " " " = 5 "

" Länge der Flügel = 25 Fuß.

" " " Windruthen = 30 Fuß.

Das Gewicht des armirten Windrads = 10000 lb. der Halbmesser des Halses = 5" und der des Zapfens = 2 Zoll.

Nehmen wir an die Länge eines Flügels sei = l, die Geschwindigkeit der äußersten Sprosse und die Anzahl der Umdrehungen der Maschine = u, so erhalten wir zunächst für

$w = \frac{\pi . u . l}{30} = \frac{3,141 . 30 . 25}{30} = 78,525$ Fuß.

Ist v die Geschwindigkeit der nächsten Sprosse an der Welle, so ist selbige $= \frac{\pi . u . c}{30} = \frac{3,141 . 30 . 5}{30}$ $= 15,7$ Fuß weil $c = 30 - 25 = 5'$ war.

Die Tangente des Stoßwinkels der äußersten Sprosse ist $tg\, \alpha = \frac{3w}{2c} + \sqrt{2 + \left(\frac{3w}{2c}\right)^2} = \sqrt{2 + \left(\frac{3.78,525}{2.25}\right)} + \frac{3.78,52}{2.25}$

$= 9,61 = 84^\circ 3' 30''$, d. für die letztere Sprosse

$tg\, \alpha_1 = \frac{3v}{2c} + \sqrt{2 + \left(\frac{3v}{2c}\right)^2} = \frac{3.15,705}{2.25} + \sqrt{2 + \left(\frac{3.15,7}{2.25}\right)^2}$

$= 2,641 = 69^\circ 15' 20''$

Das mechanische Moment des Windrades ist:

$$Uv = A\Big[C\Big(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha_1} + \frac{(1+\cos^2\alpha)\cos\alpha}{2.\sin^4\alpha} - \frac{(1+\cos^2\alpha_1)\cos\alpha_1}{2.\sin^4\alpha_1} + \frac{3}{2}\log . tg\frac{\alpha}{2} - \frac{3}{2}\log . tg . \tfrac{1}{2}\alpha_1\Big) + D\Big(\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\alpha_1} + \frac{4}{\sin^3\alpha} - \frac{4}{\sin^3\alpha_1} - \frac{8}{5}\Big(\frac{1}{\sin^5\alpha} - \frac{1}{\sin^5\alpha_1}\Big) + \frac{\sin\alpha}{2.\cos^2\alpha} - \frac{\sin\alpha_1}{2.\cos^2\alpha_1} - \frac{B}{2}\Big(\log . tg\big(45^\circ + \frac{\alpha}{2}\big) - \log . tg\big(45^\circ + \frac{\alpha_1}{2}\big)\Big)\Big)\Big].$$

Ist nun c die Geschwindigkeit des Windes = 25', die Länge der Flügel = l = 25', n = 4/3 das Gewicht eines Cubikfußes Luft = γ = 0,0904, die Beschleunigung der Schwere = g = 15,049 Fuß.

so ist $A = \frac{n . c^4 . l . \gamma}{81 g . w} = \frac{4 . 25^5 . 0,0904}{3 . 81 . 15,094 . 78,525} = 12,53$

$C = b - \frac{(B-b)e}{l-e} = 5 - \frac{(10-5)5}{25-5} = 5 - 1,25 = 3,75$ Fuß.

Aufgaben.

Auflösungen.

Die kleinste Breite der Flügel sei $= b = 5$ Zoll die größte $= B = 10$ Zoll, die Entfernung der Flügels von der Wellaxe $= l = 5$ Fuß. Man hat daher: $D = \frac{cb}{3.W} \cdot \frac{B-b}{l-c} = \frac{25.25}{3.78,525}$

$\cdot \frac{10-5}{25-5} = 2,653 \cdot \frac{1}{4} = 0,663$, nun ist

$\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha_1} = \frac{1}{\cos 84^\circ 3' 30''} - \frac{1}{\cos 69^\circ 15' 20''}$

$= \frac{1}{0,103} - \frac{1}{0,354} = 6,838$ also

$\frac{(1+\cos^2\alpha).\cos\alpha}{2.\sin^4\alpha} - \frac{(1+\cos^2\alpha_1)\cos\alpha_1}{2.\sin^4\alpha_1} = 0,053 - 0,260$

$= -0,207 \cdot \frac{3}{2}(\log.tg.\,42^\circ 1' 45'' - \log.tg.\,34^\circ 37' 40'')$

$= 0,311$. Ferner $\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\alpha_1} = -0,1395$

$\frac{4}{\sin^3\alpha} - \frac{4}{\sin^3\alpha_1} = 4,073 - 4,895 = -0,822$

$\frac{8}{5}\left(\frac{1}{\sin^5\alpha} - \frac{1}{\sin^5\alpha_1}\right) = 46,476 - 3,720 = 42,756.$

$\frac{3}{2}\left(\log.tg.(45^\circ + 42^\circ 1' 45'') - \log.tg.(45^\circ + 34^\circ 37' 40'')\right)$

$= 20,71$. Substituirt man diese erhaltenen Werthe in die obige Formel für das mechanische Moment, so erhält man:

$Mo = 12,537\left[3,75(7,015 - 0,207 + 0,311) + 0,66(-0,139 - 0,822 + 0,587 + 42,756 - 20,71)\right]$

$= 12,537 \cdot 41,163 = 516,06$ Fuß℔. Nun sind aber 5 Flügel vorhanden, folglich ist das Moment $5Mo = 5 \cdot 516,06$

$= 2580,3$ Fuß℔.