1

Aufgaben

aus der

Bergmaschinenlehre

aufgelöst
im bergacademischen Lehrjahre

$18\frac{37}{38}$

von

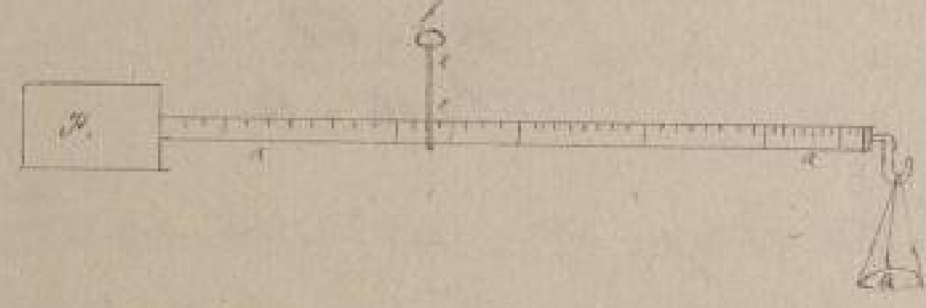
M

Otto Flodrach

Erste Abtheilung

Von den bewegenden Kraeften und Kraft aufnehmenden Maschinen

1ste Aufgabe. Es ist die Theorie der ungleicharmigen Wage mit [?] veränderlicher Drehaxe zu entwickeln.



Auflösung.

Beschreibung der gewöhnlichen Einrichtung der ungleicharmigen Wage mit veränderlicher Drehaxe.

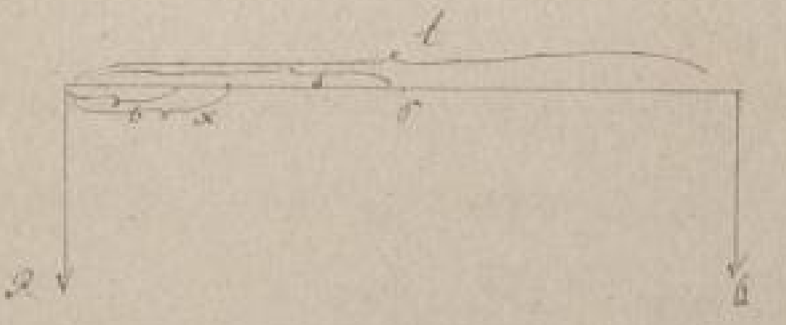
Diese Wage besteht aus einem 1 Zoll starken und 2 Fuß langen runden Stabe aa von festem Holze, an dessen einem Ende ein 6 Zoll langer und 4 Zoll dicker Cylinder P, der mit Blei ausgegossen ist, und an dessen anderem Ende ein in einem eisernen Ringe eingehängter dergleichen Haken d sich befindet. Die ganze Wage wird unterstützt durch einen verschiebbaren Faden oder Draht cc, welchen man mittelst einer Handhabe f in der Hand hält.

An dem Haken d wird die zu wiegende Last Q angehängt. Je nachdem der Unterstützungspunkt näher dem Gewichte P oder der Last Q ist, darnach [?] bestimmt man nach einer auf dem

Arbe gemachten Eintheilung des Gewicht der Last Q.

Die Theorie dieser Eintheilung soll im Folgenden gemacht werden.

Bezeichnet man die Länge der Wage mit l, den Hebelarm des Gewichts P mit x, und die Entfernung des Schwerpunktes s von dem Gewichte P mit s, so hat man



$$xP = (s-x)W + (l-x)Q$$

wo W das Gewicht der Wage bedeutet.

Demnach $x(P+W+Q) = Ws + Ql$

$$x = \frac{Ws+Ql}{P+W+Q}.$$

Ist die Wage ohne angehängte Last Q im Gleichgewichte, so ist für den Hebelarm von P ein constanter Werth beizufügen, also wenn $Q=0$, so ist

$x = b;\qquad b = \frac{Ws}{P+W}.$

Hängt man nun die Last Q an, so wird der Unterstützungspunkt sich um $x-b$ entfernen

$$x-b = \frac{Ws+Ql}{P+W+Q} - \frac{Ws}{P+W} =$$

$$\frac{PWs + PQl + W^2s + WQl - PWs - W^2s - QWs}{P^2 + PW + PQ + PW + W^2 + WQ}$$

$$= \frac{(Pl + Wl - Ws)Q}{(P+W)^2 + (P+W)Q}.$$

Setzt man nun für Q, Q_1 so wird $x = \frac{(Pl + Wl - Ws)Q_1}{(P+W)^2 + (P+W)Q_1} + b$ für Q, Q_2 so wird $x = \frac{(Pl + Wl - Ws)Q_1}{(P+W)^2 + (P+W)Q_1} + b$ u. s. f. Auf diese Weise kann man durch Anhängen der veränderten Last Q die Eintheilung von Gewichtseinheit zu Gewichtseinheit bestimmen.

Maschinen zum aufnehmen animalischer Kraefte

2te Aufgabe.

Welchen Lastarm müßte man einem Kurbel geben, mittelst welcher eine Last von 200 ℔ durch zwei Arbeiter in Bewegung gesetzt werden soll, voraus gesetzt, daß von 200 ℔ Totallast nur 120 ℔ als reine Last anzusehen sind, und angenommen, daß das Gewicht der Maschine 300 ℔ betrage, die Kurbelhöhe 18 Zoll und die Zapfenstärke $\frac{3}{4}$ Zoll messe, und die Richtung der Last einen Winkel von 60° mit dem Horizonte einschließt? Welches wird demnach der Wirkungsgrad der Maschine sein?

Auflösung.

Die hier anzuwendende Formel zur Bestimmung des Lastarms b ist $b = \left(\frac{P - W}{Q}\right)a$, wo P die Kraft, W die reducirte Hinderungslast, Q die reine Last und a den Kraftarm bedeutet.

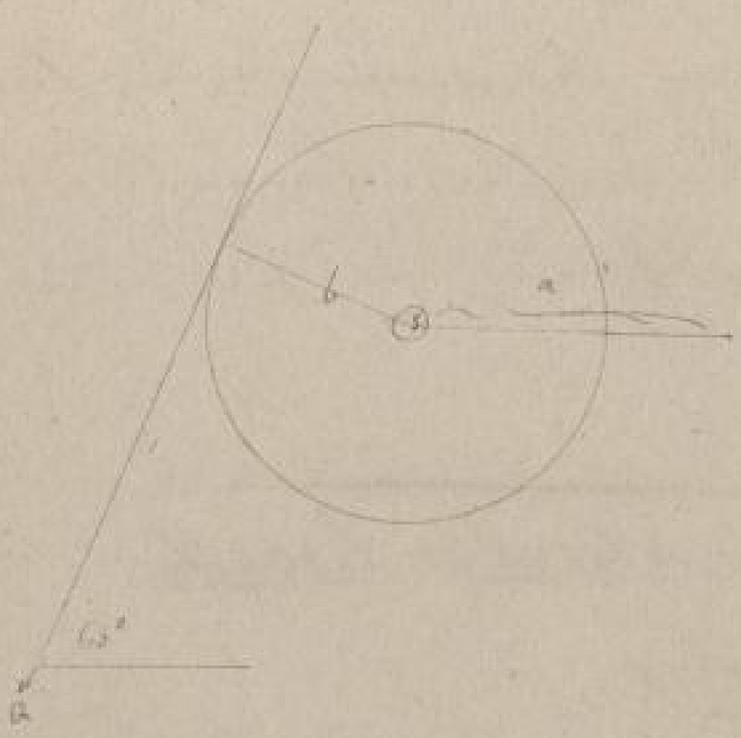
Nimmt man nun an, daß mit mittlerer Geschwindigkeit und Schichtzeit gearbeitet wird, so hat man

$\frac{v}{c} = \frac{z}{t} = 1 - \frac{W}{2nK}$ also

$P = \left(1 + \sqrt{\frac{2W}{nK} + 1}\right)^2 \frac{nK}{4}$. Setzt man diesen Werth in die obige Gleichung $b = \left(\frac{P - W}{Q}\right)a$ ein, so erhält man:

$$b = \left[\frac{\left(1 + \sqrt{\frac{2W}{nK} + 1}\right)^2 \frac{nK}{4} - W}{Q}\right] a.$$

(Es ist aber $W = (200 - 130)\frac{b}{a} + \frac{4.5}{a} D =$



$= 3{,}88\ldots b + \frac{2.5}{10.\ 8.18}\sqrt{200^2 + 300^2 + 2.300.200 \sin 63^\circ}$

$= 3{,}88\ldots b + \frac{486{,}745}{144}.$

$P = \frac{b}{a} Q + \frac{\varphi \varrho}{a} D = 11{,}11\ldots b + 3{,}38.$ Nimmt man nun an $P = nk + W$, so ist

$11{,}11\ldots b + 3{,}38 = 2k + W$

$11{,}11\ldots b = 60 + 3{,}88\ldots b$

$b = 8{,}306$

$P = 11{,}11\ldots \times 8{,}306 + 3{,}38 = 96{,}659.$

$v = \left(1 - \frac{W}{2nk}\right) c = 1{,}909.$

$Z = \left(1 - \frac{W}{2nk}\right) t = 5{,}556.$

D. h. um die vortheilhafteste Leistung zu erhalten, dürfen die Arbeiter blos 5,556 Stunden arbeiten, und zwar mit 1,909 Fuß Geschwindigkeit.

3te Aufgabe.

Der untere ABCD einer 10000 ℔ schweren stehenden Welle hat die Form eines Cylinders, einen Durchmesser AB = CD = 2½ Zoll und eine Länge BC = 10 Zoll, und steckt 1¾ Zoll tief in seiner Pfannengröße und sich der Spitzzapfen ABGHK und bei übrigens gleichen Umständen [illegible] in einem Kugelsegmente endigt, dessen Höhe HK = ½ Zoll, und

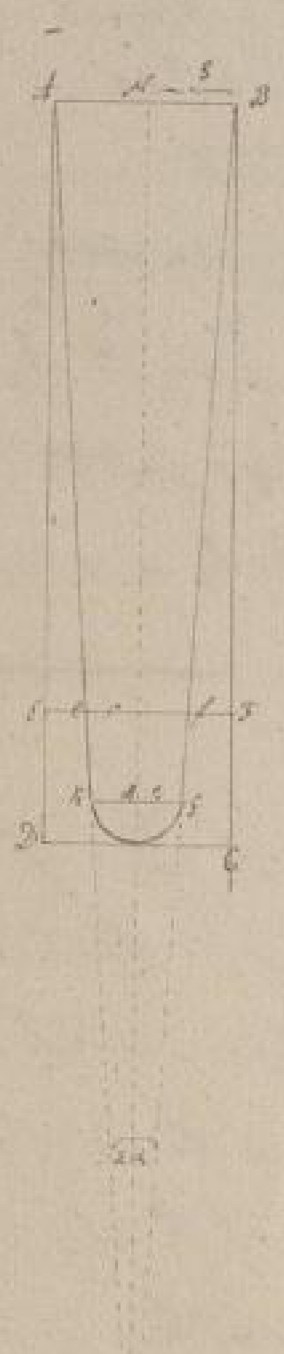
Auflösung.

Der Zapfen ABCD erzeugt an dieser sich das Reibungsmoment

$R = \frac{2}{3} \varphi G r$, wo G das Gewicht der Welle, φ den Reibungscoefficient und r den Halbmesser des Cylinders bedeutet. Nimmt man $\varphi = \frac{1}{5}$ so erhält man $R = \frac{2}{3} . \frac{0{,}2}{5} . \frac{4 . 10000}{12}$ Fußpfund $= 138{,}85$ Fußpfund.

Um das Reibungsmoment R_1 des andern Zapfens zu erfahren, berechnet man das Reibungsmoment des

dessen $KG = 1\frac{1}{4}$ Zoll beträgt.
Wie verhalten sich die Reibungsmomente gegen einander?



Mittels Kegelmantels, dessen Querschnitt = eKfG, und das des Kugelsegmentes, dessen Querschnitt KGH ist. Um dieses zu können, muss man den Convergenz Winkel α des Kegels wissen.

$AH : KM = 2:1$. Also auch $AL : AK = HL : HM = 2:1$.

$HM = BC - AH = 9\frac{1}{2}''$ also $HL = 19''$

$AL = \sqrt{(\frac{5}{4})^2 + 19^2} = 19{,}0409$.

$\sin\alpha = \frac{AH}{AL} = \frac{5}{4 \cdot 19{,}0409}$, $\alpha = 3^\circ 50'$

Wäre das Moment der Reibung vom kegelförmigen Zapfen, dessen Querschnitt efL ist zu bestimmen, so wäre dasselbe $\frac{2}{3}\varphi Q r \sin\alpha$; davon ist aber das Moment der Reibung des Kegels, dessen Querschnitt KGL ist abzuziehen. Dies ist $\frac{2}{3}\varphi r_1 \sin\alpha$. Mithin bleibt das nun noch zu bestimmende Reibungsmoment des Mittels kegelförmigen Zapfens vom Querschnitt efKG.

$R_1 = \frac{2}{3}\varphi r \sin\alpha G - \frac{2}{3}\varphi r_1 \sin\alpha G$.

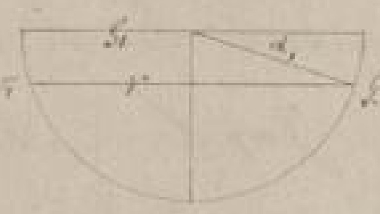
$= \frac{2}{3}\varphi \sin\alpha G(r - r_1)$ Es ist aber $\frac{r}{KM} = \frac{Lg}{LM} = \frac{10\frac{3}{4}}{9\frac{1}{2}}$

also $r = \frac{43{,}5}{38{,}5} = 0{,}70723$.

Mithin wenn r in die Formel substituirt wird

$R_1 = G\frac{2}{3} \cdot 0{,}2 \sin 3^\circ 50' (0{,}08223) = 7{,}197$ 6q.

Ferner ist das Reibungsmoment eines Kugelsegments zu bestimmen. Die Formel dazu ist $R_m = \frac{\varphi\, \delta\, \varrho_1}{4}\left(\frac{1}{4}\sin 4\alpha_1 + \frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)$ wo ϱ_1 den Halbmesser der diesem Segmente zugehörigen Kugel, α_1 den Centriwinkel bezeichnet, den der horizontale Radius mit dem Radius beschreibt, welcher den Mittelpunkt mit dem äußersten Ende des Kugelsegmentes verbindet.



$$(\varrho_1 - \tfrac{1}{2})^2 + r_1^2 = \varrho_1^2$$

$$\varrho_1^2 - \varrho_1 + \tfrac{1}{4} + r_1^2 = \varrho_1^2$$

$$\tfrac{1}{4} + r_1^2 = \varrho_1 = \tfrac{41}{64} = 0,6406.$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{0,625}{0,6406}$$

$$\alpha_1 = 12^0\, 41'$$

Substituirt man diese Werthe, so erhält man $R_m = \frac{0,2 . 10000 . 0,6406}{4}\left(\frac{1}{4}\sin 50^0 44' + \frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ $= 542,4$. Hierzu R_2 addirt giebt für R_1: $R_1 = 549,597$ Zollpfd. $= 45,8$ Fußpfd. Es verhält sich also $R : R_1 = 138,85 : 45,8$ oder wie $3,031 : 1$.

4te **Aufgabe.** Ein durch ein Pferd in Bewegung zu setzendes Laufrad soll einen Durchmesser von 26 Fuß und ein Gewicht von 8000 Pfd erhalten um eine reine Last von 300 Pfd, und eine Nebenlast von 100 Pfd zu überwinden.

Auflösung. Bezeichnet man den Abstand des Angriffspunktes von dem belastenden Thiere von der Axe, welcher ungefähr 12 Fuß angenommen werden kann mit a, das Gewicht des Pferdes mit P, die Last mit Q, den Hebelsarm derselben mit b, das Gewicht der haben, und mit $2\frac{1}{4}$" starken Zapfen versehen sein. Welche Neigung und welche Last kann dieser Maschine gegeben werden, und wie groß wird ihre Leistung sein?

beweglichen Maschine mit G, den Halbmesser des Zapfens mit r, so erhält man für den Hebelarm der Last

$$b = \frac{Kl}{Q} = \frac{150.12}{300} = 6 \text{ Zoll.}$$

Um den Neigungswinkel der Scheibe zu finden, setze man

$$\sin\alpha = \frac{AC + B\sqrt{A^2+B^2-C^2}}{A^2+B^2} \quad \text{wo}$$

$$A = P - \varphi\frac{r}{a}(P+G)$$

$$B = \frac{2}{3}\varphi\frac{r}{a}(P+G)$$

$$C = K + \varphi\frac{r}{a}Q + \frac{b}{a}100. \quad \text{Es ist}$$

$$A = 850 - \frac{0,2.0,09775}{12} = 850 - 13,824 = 836,176$$

$$B = \frac{2}{3}13,824 = 9,216$$

$$C = 150 + 0,001562.300 + \frac{6}{12}.100 = 200,4686$$

Substituirt man diese gefundenen Werthe so wird:

$$\sin\alpha = \frac{836,176.200,4686 + 9,216\sqrt{836,176^2 + 9,216^2 - 200,468^2}}{836,176^2 + 9,216^2}$$

$$= \frac{175139,472}{707682,4} \mp \alpha = 14^0 19'.$$

Der Wirkungsgrad dieser Maschine ist

$$\mu = 1 - \frac{W}{nK}.$$

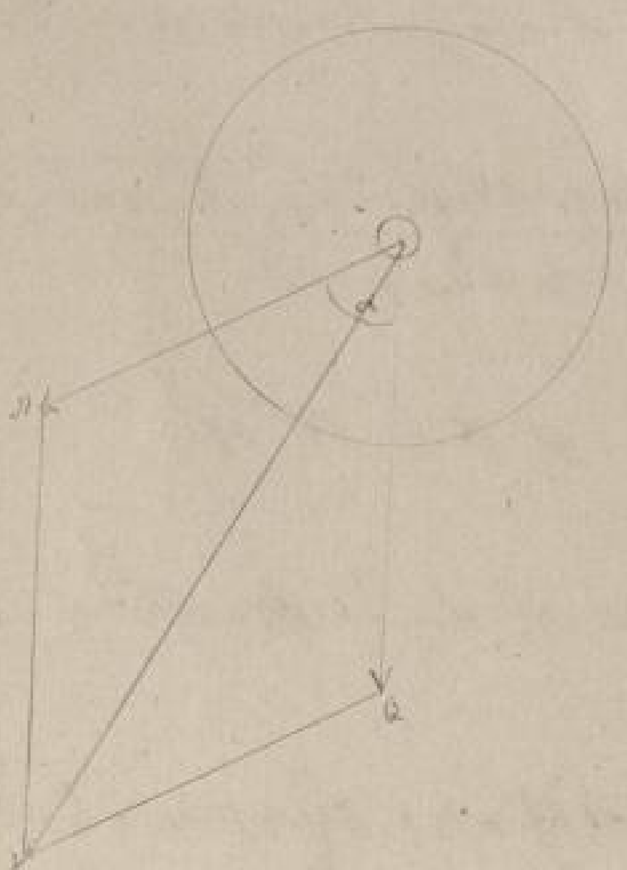
$$W = \varphi\frac{r}{a}\left[(P+G)\sin\alpha + Q\right] + \frac{2}{3}\varphi\frac{r}{a}\left[(P+G)\cos\alpha + \frac{b}{a}100\right]$$

$$= 3,851 + 7,0804 + 50. = 60,961.$$

$$\mu = 1 - \frac{60,961}{150} = 0,5943.$$

5te Aufgabe.

Kann man annehmen, daß die Kraft an der Kurbelwarze oder die am Schwengel einer stehenden Welle die Reibung am Umfange des Zapfens vermehrt? Und wie groß ist die Reibung wenn sie ... stattfindet?



Auflösung.

Durch die an der Kurbelwarze oder am Schwengel einer stehenden Welle wirkende Kraft wird offenbar ein Druck gegen die Zapfenlager erfolgen, also wird auch hierdurch die Reibung am Zapfen vermehrt.

$$\cancel{F = \frac{\varphi\varrho}{r}\sqrt{P^2+Q^2}\left(2\pi - \frac{\pi\,(P^2Q^2)}{8(P^2+Q^2)}\right) = 2\frac{\varphi\pi\varrho}{r}\left(\sqrt{P^2+Q^2}\right)\left(1 - \frac{P^2Q^2}{8P^2+Q^2}\right)^2}$$

$R = \sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$; oder das Moment der Reibung $F = \frac{\varphi\varrho}{r}\left(\sqrt{P^2+Q^2+2\cos\alpha}\right)$.

Um daraus die Reibung selbst kennen zu lernen, muß das Moment auf einen Punkt bezogen werden ... also.

$$F = \frac{\varphi\varrho}{r}\int\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}\,d\alpha.$$

$$= \frac{\varphi\varrho}{r}\sqrt{P^2+Q^2}\int\sqrt{1+\frac{2PQ\cos\alpha}{P^2+Q^2}}\,d\alpha$$

$$= \frac{\varphi\varrho}{r}\sqrt{P^2+Q^2}\int\left(1+\frac{PQ\cos\alpha}{P^2+Q^2}-\frac{1}{8}\frac{P^2Q^2\cos\alpha}{P^2+Q^2}\right)d\alpha$$

$$= \frac{\varphi\varrho}{r}\left[P^2+Q^2\left(\alpha+\frac{PQ\sin\alpha}{P^2+Q^2}+\frac{P^2Q^2}{8(P^2+Q^2)^2}\times\left(\frac{1}{2}\sin\alpha\cos\alpha\right)+\frac{\alpha}{2}\right)\right] + \text{Const.}$$

Setzt man $\alpha = 0$ oder 180° so ist auch $\sin\alpha = 0$. d.h. die Kurbel hat im höchsten und tiefsten Stande von der umdrehenden Kraft keine Vermehrung der Reibung ~~zu ...~~ im Zapfenlager hervorzubringen.

Von der Wasserkraft und den die Kraft des Wassers aufnehmenden Maschinen

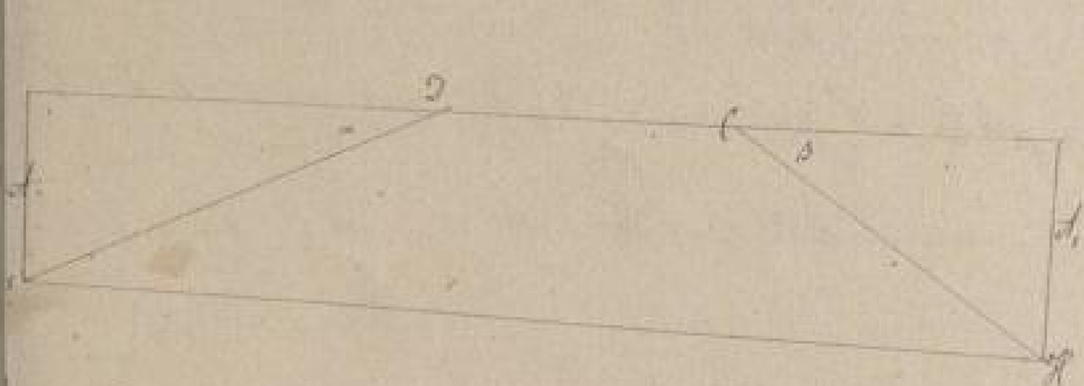
7te Aufgabe. Die cubischen Inhalte von Teichdämmen und Teichen lassen sich in folgende Körper zerlegen, und demnach berechnen. Es seien die Dimensionen eines solchen Körpers folgende:

Dicke AD = BC = 5 Fuß Länge AB = CD = 16'

AF = 20' DE = 25' BG = 17'

CH = 21' ∠A = ∠D = 155°, ∠B = ∠C = 142°

Welches ist der Inhalt dieses Körpers.



Auflösung. Der Inhalt J wird durch folgende Formel ausgedrückt.

$$J = \frac{h}{2}\left[\left(\frac{A+a+A_1+a_1}{2}\right)c \mp \left(\frac{b}{a}+\frac{b_1}{a_1}\right)\left(\frac{A_1a+Aa_1}{6}\right)+\left(\frac{AA_1+aa_1}{3}\right)\right]$$

$h = 5'$, $A = DE \sin\alpha = 25 \sin 25° = 10,565.$

$a = AF \sin\alpha = 20 \sin 25° = 8,452$

$A_1 = CH \sin\beta = 21 \sin 38° = 12,929$

$a_1 = BG \sin\beta = 17 \sin 38° = 10,465$

$c = AB = 16.$

$b = AF \cos\alpha° = 20 \cos 25° = 18,126$

$b_1 = BG \cos\beta° = 17 \cos 38° = 13,396$

Substituirt man diese Werthe, so erhält man

$$J = \frac{5}{2}\left\{\left(\frac{10,565+8,452+12,929+10,465}{2}\right)16 \mp \left(\frac{18,126}{8,452}+\frac{13,396}{10,465}\right) \times\left(\frac{12,929 \cdot 8,452+10,566 \cdot 10,465}{6}\right)+\left(\frac{10,565 \cdot 12,929+8,45 \cdot 10,465}{3}\right)\right\}$$

$$= \frac{5}{2}\left[339,288 - 3,224(35,2+75,01)\right]$$

$$= 1764,06 \text{ Cubikfuß.}$$

6te Aufgabe.

Aus einem Flusse von 230 Fuß Breite 5 Fuß Tiefe und $2\frac{1}{4}$ Fuß Geschwindigkeit soll eine Wassermenge von 65 C.F. Wasser pro Sec. durch einen Kanal von 2500 F. Länge und $1\frac{1}{2}$ F. Gefälle abgeleitet werden. Wenn man nun dem letztern 45° Böschung geben muß, was wird er für eine Höhe und Breite erhalten müssen? Und wenn das erforderliche Wehr 240' Breite erhalten, und durch dasselbe das Wasser noch um 1 Fuß höher aufgestaut werden soll, welche Höhe wird man diesem Wehre geben müssen?

Auflösung.

Nennt man den Böschungswinkel des Canals $\beta = 45°$ und den Inhalt des Querschnitts a, so ist die Tiefe des Kanals

$c = \sqrt{\frac{a \sin\beta}{2 - \cos\beta}}$, die obere Breite B ist $= \frac{2c}{\sin\beta}$, und die untere Breite $b = 2c \operatorname{tg} \frac{1}{2}\beta$. Um nun a zu bestimmen muß man in der Gleichung für die Geschwindigkeit

$v = -0,1172 + \sqrt{9655 \frac{ha}{lu} + 0,013736}$ statt v

$\frac{m}{a}$ und statt u, $\frac{2a}{c} = 2a\sqrt{\frac{2-\cos\beta}{a \sin\beta}}$

$= 2\sqrt{\frac{a(2-\cos\beta)}{\sin\beta}}$ setzen. l ist nämlich die Länge des Kanals und u der Umfang des Querschnitts. Nimmt man ferner

$v = 98\sqrt{\frac{ha}{lu}}$ an, so erhält man

$a = \left(\frac{n m^2 l}{9655 h}\right)^{\frac{2}{5}}$ In unserem Beispiele ist $n = \sqrt{\frac{2 - \cos 45°}{\sin 45°}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\frac{1}{2}}}} = 2,0436$

Substituirt man diese Werthe, so erhält man $a = \left(\frac{2,0436 \cdot 65^2 \cdot 2500}{9655 \cdot 1,5}\right)^{\frac{2}{5}} = 18,5914$ □Fuß.

Die Formel $\left(\frac{m}{a} + 0,1172\right)^2 = 9\frac{655 h \sqrt{a}}{nl} + 0,015136$ giebt

$9\frac{655 h}{nl} \cdot a^{\frac{5}{2}} = m^2 + 0,2344\, ma$

$a^{\frac{5}{2}} = \frac{4125 + 469,339}{4,861}$ und a erhält man somit genauer $= 20,1854$ □F.

Setzt man diesen Werth in die obige

Demnach, so wird

$$c = \sqrt{\frac{a \sin\beta}{2 - \cos\beta}} = \sqrt{\frac{29{,}185 \sqrt{\tfrac{1}{2}}}{2 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}}} = 3{,}3225 \text{ Fuß}$$

die obere Breite $B = \frac{2c}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}} = 9{,}397$ Fuß.

die untere Breite $b = 2 . c \, tg \, \tfrac{1}{2}\beta = 2{,}752$.

Um die Höhe des Wassers zu bestimmen muß man das Wasserquantum kennen, welches der Fluß pro sec liefert. Nimmt man den Querschnitt des Flusses als ein Rechteck an, so erhält man für diesen circa 648 □ Fuß, also das Wasserquantum 1350 C.Fuß pro sec.

$M = 1350$ C.F. $m = 65$. $B = 230$. $b = 240$.
$H = 5$, $h = 1$. Wenn man dem Überfall keine Flügelwände giebt, so ist die Stauhöhe $a = H + h - \left(\frac{3}{2} \frac{(M - m)}{\mu . b}\right)^{\frac{2}{3}} + \frac{M}{aB}(H + h)$

$$a = 6 - \left(\frac{3(1350 - 65)}{2 \cdot 5{,}268 . 240}\right)^{\frac{2}{3}} + \frac{1350}{5{,}268 . 230} =$$

$$6 - 1{,}3246 + 0{,}184 = 4{,}860 \text{ Fuß}.$$

So hoch wird die Wasserhöhe sein müssen.

8te Aufgabe.

Ein oberschlächtiges Wasserrad soll pro m 4 Umdrehungen machen und bei 35 Fuß Gefälle ein Wasserquantum von 350 C.F. pro m aufnehmen.

Auflösung.

Durch das Gefälle = 35' ist die Radhöhe zu bestimmen, wird C die Höhe vom Radscheitel bis zum Gerinneboden = 1 Fuß und das Freihängen = 2 Fuß.

so wird die Radhöhe = 32 Fuß zu nehmen sein. Die Anzahl der Schaufeln nehmen wir $n = 2\frac{1}{4} D$, wo D den Raddurchmesser in Fuß bedeutet, also in unserem Falle $n = 72$. Der Theilungswinkel des Rades wird demnach $\alpha = \frac{360}{72} = 5^\circ$.
Macht man die Kranzbreite $b = 10''$ so ergiebt sich die Radweite $w = \frac{5M}{4nDb}$, wo M das Aufschlagwasser pro Min. u. die Umdrehungszahl pro Min. ist: also
$w = \frac{5 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 3}{4 \cdot 4 \cdot 32 \cdot \frac{10}{12}} = 4,1$ Fuß.

Nimmt man die gewöhnliche Breite der Schaufelungsbreite also an, so hat man zur Bestimmung des Satzungswinkels $tg\,\delta = \frac{6D \sin\alpha}{4b - 3D \sin\alpha} = \frac{6 \cdot 32 \sin 5^\circ}{8\frac{10}{12} - 3{,}32 \sin 5^\circ}$
$\delta = 70^\circ 27'$
Die Geschwindigkeit des Rades im Theilriß ist, da man dieselbe auch $\frac{1}{3}$ der Kranzbreite annehmen muß
$\frac{30{,}559 \cdot 3{,}141\ \pi}{60} = 6{,}62$ Fuß.

Die Aufschlagung geschehe in nach Zollen vom Scheitel weg, so ist ohne wesentliche Genauigkeit die Entfernung des Einfallspunktes im Theilrisse vom Scheitel = 7° zu setzen, da der Theilwinkel

= 5° war. Die Richtung des Wasserstrahles wird demnach, wenn ich die Spannschützenvorrichtung nach Freiberger Methode mache, mit dem Horizont einen Winkel von $70°27' + (90° - 7°) = 153°27'$ machen. Es ist also die Neigung des Strahles gegen den Horizont $\varepsilon = 26°33'$, die Neigung der Spannschütze gegen den Horizont $= (90° - 26°33') = 63°27'$. Wenn man ferner den Abstand des Schützes vom Gerinneboden zu 12", die Dicke des Gerinnebodens zu 2", die halbe saigere Höhe der Schützöffnung zu 1", die Kranzbreite zu 10", die Entfernung zweier Schaufeln im Theilriss zu $1,35\, d = 16"$ annimmt, so ist die Höhe des Ausflusspunktes über dem Eintrittspunkt im Theilriss

$$h_2 = 1 + 2 + 12 + \frac{20}{2} + 16 \sin 7° = 23,5 \text{ Zoll} = 0,4801 \text{ Ellen}.$$

Um die Höhe h_1 zu bestimmen bis ~~dem~~ zu welcher das Wasser im Gerinne aufgestaut werden muss, um die mit dem umgehenden Rade gleiche Geschwindigkeit des Wassers beim Austritt unter der Schütze hervorzubringen, zu bestimmen dient die Formel $h_1 = \left(\frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}\right)^2$, wo

$$A = \frac{\alpha^2(\cos^2\nu + \cos^2\varepsilon)}{2},$$

$\mathfrak{B} = a\,c \cos \nu \cos \varepsilon.$

$\mathfrak{C} = c^2 - 4gh_2 \sin \nu$ Es ist aber

$$\mathfrak{A} = 17{,}12 \left(\frac{\cos 14^\circ + \cos 53^\circ 6'}{2}\right) = 32{,}361$$

$\mathfrak{B} = 42{,}355.$, $\mathfrak{C} = 41{,}762.$

Substituirt man diese gefundenen Werthe, so erhält man

$$h_1 = \left(\frac{42{,}355 - \sqrt{42{,}35^2 - 32{,}361 \cdot 41{,}762}}{32{,}361}\right)^2$$

$= 0{,}4344$ Fuß.

Hieraus folgt die Höhe der Schutzöffnung oder die Dicke des Wasserstrahls

$$d = \frac{m}{7{,}12\, w \sqrt{h}} = \frac{5{,}833}{7{,}12 \cdot 4{,}1 \cdot 0{,}6591.}$$

$= 0{,}3031$ Fuß.

<u>Leistung des Rades.</u>

Zur Berechnung der Leistung ist vor Allem erforderlich die Größe des Wasser haltenden Bogens kennen zu lernen. δ sei der Winkel, der die Tiefe des Einfanges des Aufgießens unter dem Scheitel unter den Halbmesser bestimmt, δ_1 der Winkel, der die Länge des Bogens des Ausgießens in Rücksicht auf eben diesen Halbmesser bestimmt, und ν der Winkel, um welchen der Einfallspunkt vom Scheitel absteht.

$\delta = 70^\circ 27'$ $\nu = 7^\circ$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{d(D - 2b)\pi}{432 \cdot b} = \frac{5\left(32 - \frac{5}{6}\right)\pi}{432 \cdot \frac{5}{6}}$$

$\delta_1 = 52^\circ 55'$. Also ist die mittlere Größe des mittleren Theiles vom Wasserhaltenden Bogen

$h = \frac{D_1}{2}\left[\cos\nu + \sin\left(\frac{\delta+\delta_1}{2}\right)\right]$ wo $D_1 = 32 - 1,2 = 30,8$.

$h = 15,4\left[\cos 17^\circ + \sin 61^\circ 41'\right) = 28,82$ Dec. Z.

Nimmt man noch die Centrifugalkraft mit in Rechnung, vermöge welcher das Ausgießen noch eher erfolgt, so hat man für den Anfangspunkt des Ausgießens statt δ_1 x_1 zu setzen, welches $\sin x_1 = \frac{v^2}{gD_1}\cos\delta_1$ giebt, und für δ, x wo man $\sin x = \frac{v^2}{gD_1}\cos\delta$ erhält.

$\sin x_1 = \frac{6,62}{17,32 \cdot 30,8}\cos 152^\circ 55' = 0,4953$

$x = 2^\circ,20'$

$\sin x = \frac{6.62}{17,32 \cdot 308}$. $\cancel{x} = 1^\circ 30'$

$x = 0,02749$.

Also endlich die eigentliche Höhe des Wasserhaltenden Bogens

$h_1 = \frac{1}{2}D_1\left[\sin\left(\frac{\delta+\delta_1-(x+x_1)}{2}\right) + \cos\nu\right]$

$= 15,4\left[\sin 59^\circ 46' + \cos 17^\circ\right] = 28,582$ Dec. Z.

Endlich ist die Leistung so wie:

$h_1 nQ = Pv = \frac{D_1}{2}\left[\cos\nu + \sin\left(\frac{\delta+\delta_1-(x+x_1)}{2}\right)\right] nQ$

$= 28,582 \cdot 5,833 \cdot 49 = 8169,35$ Pf.

Der Wirkungsgrad des Rades.

$\mu = \frac{h_1}{H} = \frac{28,582}{35} = 0,816$.

9te Aufgabe.

Es ist dieselbe Aufgabe bei einem Kropfrade von 30 Fuß Höhe zu lösen, das jetzt 6 Umdrehungen zu machen hat und 1000 C.F. Wasser bei 8 Fuß Gefälle aufnehmen soll!

Auflösung.

Es sei die Kranzbreite = 10", so daß der Durchmesser des Rades von Theilriß zu Theilriß gemessen 30, $\frac{5}{6}$ Fuß = 29,1666 ist, die Geschwindigkeit des Rades im Theilrisse ist dann:

$$\frac{29,166 \cdot 3,141 \cdot 6}{60} = 9,164 = v.$$

Das Wasser lasse man mit der doppelten Geschwindigkeit auf das Rad fallen, als dieses umgeht

$c = 2v = 18,328$. In diesem Falle ist die Geschwindigkeit des über dem Spundbaum strömenden Wassers $c_1 = \frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}$ wo

$$A = \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{4g} = \frac{1}{7,125^2} - \frac{1}{4 \cdot 17,32} = 0,005264.$$

$$B = \frac{Dv}{4c} = \frac{29,166 \cdot 20}{4 \cdot 18,328} = 0,4092.$$

$$C = \frac{D}{2} + \frac{c^2}{4g} - H = 15 + \frac{18,328^2}{69,28} - 8 = 11,848.$$

Substituirt man diese gefundenen Werthe, so erhält man

$$c_1 = \frac{0,4092 - \sqrt{0,4092^2 - 0,005264 \cdot 11,848}}{0,005264}$$

$$= \frac{0,4092 - 0,324}{0,005264} = 16,22.$$

Ferner die Höhe des Wasserspiegels über dem Spundbaum

$$h_1 = \left(\frac{c_1}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{16,22}{7,125}\right)^2 = 5,186 \text{ Fuß}.$$

Es ist ferner die Höhe des parabolischen

schen Kropfes

$$\alpha_1 = \frac{c^2 - c_1^2}{4g} = \frac{18,328^2 - 16,22^2}{69,28}$$

$$= \frac{72,62}{69,28} = 1,048 \text{ Fuß.}$$

Die Höhe des kreisförmigen Kropfes wenn man einen solchen anwenden wollte $\frac{D}{2}\left(1 - \frac{c_1}{c}\right) = 15\left(1 - \frac{16,22}{18,328}\right) = 1,725$.

Die Länge des parabolischen Kropfes

$$= \frac{c_1}{2g}\sqrt{c^2 - c_1^2} = \frac{16,22}{34,64}\sqrt{72,62}$$

$= 3,99$ Fuß.

Die Weite des Rades $w = \frac{5M}{4u2b} = \frac{5000}{4 \cdot 30\frac{5}{6}}$

$= 8,333$ Fuß. Also die Höhe der Schützenöffnung $e = h_1 - \left(h_1^{\frac{3}{2}} - \frac{3m}{2,7 \cdot 1,125 \cdot 8,33}\right)^{\frac{2}{3}}$

$= 5,1864 - \left(5,1864^{\frac{3}{2}} - \frac{9}{7,125}\right)^{\frac{2}{3}} = 0,125$ Fuß

$= 1,5$ Zoll.

Läßt man die Kropfschieber $\frac{1}{4}$ Zoll vom äußeren Radumfang abstehen, so ist der Querschnitt des Zwischenraumes von Kropf u. Rad $= \frac{1}{8}\left(9 + \frac{20}{12}\right) = 0,222$ □Fuß. wenn man nämlich die Dicke des Radkranzes zu 4 Zoll annimmt.

Das Kraftmoment dieses Rades ist

$$P_v = \left[\left(\frac{m - a_1 c}{2g}\right)(c - v)v + (m - a_1 v)h_1\right]\gamma \;=.$$

$$\mathfrak{R} = \left[\frac{(16{,}66 - 0{,}222 \cdot 18{,}328)(18{,}328 - 9{,}164)\,9{,}164}{2 \cdot 17{,}32} + 8\,(16{,}66 - 0{,}222 \cdot 9{,}164)\right] 8'$$

$= 7232{,}35$ Pf. Daraus folgt

$\mu = \frac{[illegible]}{}$ $= 0{,}8462$ ~~Pf~~.

10te Aufgabe.

Ebenso bei einem unterschlägigen Rade von 25 Fuß Höhe, das dazu bestimmt ist, das Kraftmoment von 1500 C.F. Wasser und 2 Fuß Gefälle aufzunehmen.

Auflösung.

~~Auflösung~~. Das Wasser im Gerinne kann man zu 5" Höhe annehmen. Die Länge der Schaufeln bestimmt sich aus dem Ausdrucke $m = \frac{5}{12} b \alpha \sqrt{h}$

$60 = b \alpha \sqrt{h}$, $b = 5{,}18$. Die Breite der Schaufeln nehmen wir 3 mal so hoch als die Wasserhöhe im Gerinne $= 15'' = 1{,}25$ Fuß. Die Anzahl der Schaufeln ist demnach $N = \frac{\pi d_1}{b}$, wo d_1 den Durchmesser des durch die Schaufelmitte gehenden Theilrisses, und b die Schaufelbreite bezeichnet. $N = \frac{\pi \cdot 23{,}75}{1{,}25} = 60$ circa. Die Anzahl n der eingetauchten Schaufeln bestimmt sich aus dem Ausdrucke $(nc)^2 = 6b$, wo c die Entfernung zweier Schaufeln von einander ist; c setzt gewöhnlich $c = b$, s. $n = 3{,}2$. Die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers $c = \alpha \sqrt{h}$ $= 8{,}19\sqrt{2} = 11{,}583$. Wenn die größte

Leistung zu erreichen macht man

$v = \frac{1}{2}c = 5,76.$

Es folgt daraus das Kraftmoment, welches das Rad giebt, indem man auch den Verlust, welchen die Ausströmung zwischen den Schaufeln erzeugt, berücksichtigt

$$Pv = \left[\frac{(c-v)^2}{2g}\left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 n^2}\right)\left(v - \frac{c+v}{cv}\, lg\right)\right] mP.$$

$$= \left(\frac{5,76^2}{2g}\left(1 - \frac{11,585}{3.(5,76^2)\,10,24}\right)\left(5,762 - \frac{11,585+5,76}{11,585 \cdot 5,76}\right.\right.$$

$$\left.\times 1,25 \cdot 17.32\right) mP.$$

$= .$ ~~2304 FP~~ 651 FP.

Der Wirkungsgrad $\mu = \frac{651}{2304} = 0,2825.$

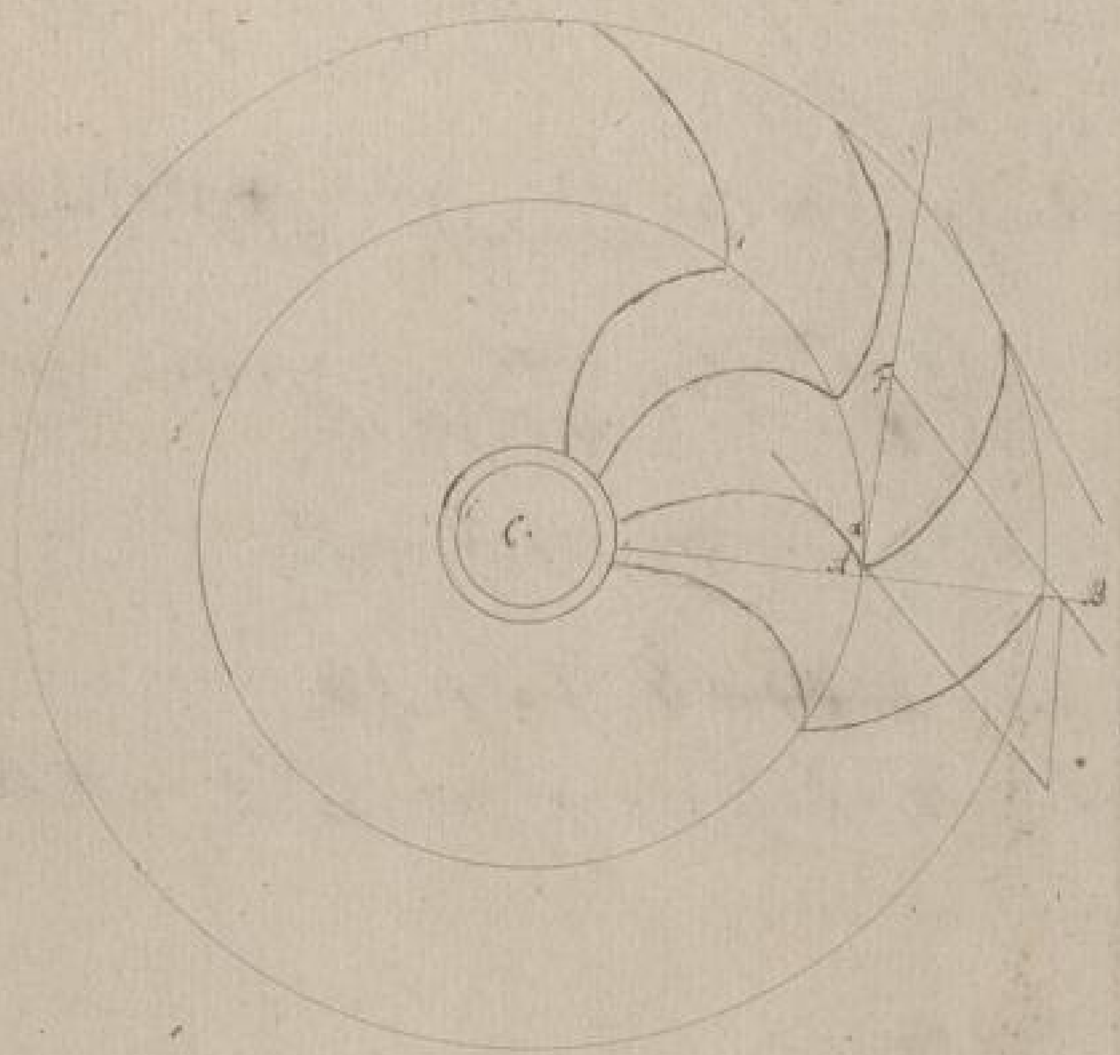
11te Aufgabe. Für ein Gefälle von 50 Fuß und für eine Wassermenge von 5 C.F. pro Sec. soll die Anordnung und Berechnung eines in der Secunde 5 mal umlaufenden Kreiselrades gemacht werden.

Auflösung

Die Geschwindigkeit des bei A ausströmenden Wassers c ist, wenn man den Contractionscoefficienten $\alpha = 7,125$ annimmt.

$c = \alpha\sqrt{h} = 7,125\sqrt{50} = 50,381$ Fuß.

Macht man den Winkel δ, um welchen die Richtung der Schaufelenden von der zugehörigen Tangente des Rades abweicht $= 15^\circ$, v sei die Geschwindigkeit, mit welcher das Rad bei A ausweicht, und das Verhältniß des kleinen Halbmesser $r = AC$ zum größeren Halbmesser $R = CB$, sei gegeben $7:10$, so kann man den Winkel α, den die Richtung des austretenden Wasserstrahles dA mit der Tangente TA macht folgendermaßen berechnen.



Da $R = r\sqrt{\frac{c \sin\alpha}{v \,tg\,\delta}}$ oder $\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{v \,tg\,\delta}{c \sin\alpha}$

$= \left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{1}{2}$ circa.

$\frac{tg\,\delta}{c} = \frac{tg\,15^\circ}{50{,}381} = 0{,}005318$, also

$\frac{1}{2 \cdot 0{,}005318} = \frac{v}{\sin\alpha} = \frac{1}{0{,}010636}$. Es ist aber auch $\cos\alpha = \frac{c}{2v}$ oder $50{,}381 = 2v\cos\alpha$. Aus der letzten Gleichung u. der vorhergehenden findet man $\frac{1}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{0{,}01063 \cdot 50{,}381}$

$2\alpha = 34^\circ 44'$, $\alpha = 17^\circ 22'$

Um aus α den Werth für die Höhe der Schützöffnung zu bestimmen dient die Formel $\cot g\,\alpha = \frac{30 \cdot e \cdot c^2}{u\,m} - \frac{tg\,\delta}{2}$, wo u die Anzahl der Umdrehungen der stehenden Welle pro minute u. m das Wassergerinne pr. sec bedeutet. e die Höhe der Schützöffnung.

$\cot g\,17^\circ 22' = \frac{30 \cdot 50{,}381^2}{300 \cdot 5} \cdot e - \frac{tg\,15^\circ}{2}$

$3{,}1975 + 0{,}1339 = 50{,}764 \cdot e$

$e = 0{,}06562$ F. $= 0{,}7874$ Zoll

Der innere Radhalbmesser

$r = \frac{m}{2\pi\, e\, c \sin\alpha} = \frac{5}{2 \cdot 3{,}1415 \cdot 0{,}6562}$

$r = 0,8064$ F. Fuß $= 9,76$ Zoll

Die Geschwindigkeit, mit welcher der innere Kranz austritt

$$v = \frac{\pi n r}{30} = \frac{\pi \cdot 200 \cdot 0,8064}{30} = 25,334 \text{ F.}$$

Der äußere Halbmesser $R = r\sqrt{\frac{c \sin\alpha}{v \operatorname{tg}\delta}}$

$$= 0,8064\sqrt{\frac{50,381 \cdot \sin\alpha}{25,334 \operatorname{tg}\delta}} = 1,069 \text{ Fuß.}$$

Also die Kranzbreite

$b = R - r = 3,15$ Zoll. Um die Leistung dieses Rades zu finden, hat man

$P_0 = \left[\frac{c^2 - (v_1 \operatorname{tg}\delta)^2}{4g}\right]$ mit wo $v_1 = \frac{R}{r} v$, d.h. die Geschwindigkeit des äußeren Kranzumfangs bezeichnet.

$$P_0 = \left[\frac{50,381^2 - \left(\frac{1,069 \cdot 25,334 \operatorname{tg} 15^\circ}{0,8064}\right)^2}{4 \cdot 17,32}\right] 5 \cdot 49.$$

$$= \left(\frac{2538,6 - 81,086}{4 \cdot 17,32}\right) 5 \cdot 49 = 8690 \text{ Fußpfd.}$$

Das vorhandene Kraftmoment ist $hnaf = 50 \cdot 5 \cdot 49 = 12250$ F.Pfd. also die Leistung $\mu = \frac{8690}{12250} = 0,70944.$

12te Aufgabe.

Eine Wassersäulenmaschine soll bei einem Gefälle von 5000 Fß. und einem Wasserquantum von 3 Cf. entsprechende Kraftmoment aufnehmen. Zwei 2 Fuß weite.

Auflösung.

Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse ist die Kraft einer Wassersäulenmaschine dem Gewichte einer Wassersäule gleich zu setzen, deren Grundfläche der Querschnitt des Treibkolbens.

Treibcylinder, und eine 10" weite u. 600 Fuss lange Einfallröhrentour. Wenn nun auf die Treib-Wasser der Last 70,000 ℔ beträgt, und die Maschine in der Minute 4 einfache Spiele zu machen hat. Welches wird die anzuhängende Last sein, und wie wird man die Anordnung dieser Maschine anordnen müssen?

, und deren Fuss die Tiefe des mittleren Kolbenstandes unter dem Wasserspiegel des Einfallkastens ist. Nennt man den Querschnitt des Cylinders $A = 1\pi F$ $= 3,14159$ F., und den verticalen Abstand des Wasserspiegels von dem mittleren Kolbenstande h, so ist die Kraft des Kolbens $P = Ah\gamma = 3,1416 \cdot 500 \cdot 49 = 76969$ ℔.
Davon ist aber noch ein Theil zur Überwindung der Nebenhindernisse abzuziehen. Nennt man l die Länge der Röhrentour, d die mittlere Weite d. R. und die Geschwindigkeit des in ihr fliessenden Wassers $= v$, so betragen die hydraulischen Hindernisse $0,000388 \frac{lv^2}{d}$. Ist die Länge der ganzen Röhrentour $l_1 = 600$ F., der mittlere Durchmesser $d_1 = 5/6$ F. und der mittlere Querschnitt $a_1 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 \pi = 0,5454$ F., so ist die hydraulische Widerstandshöhe

$$h_1 = 0,000388 \left[\frac{l_1}{d_1}\left(\frac{A}{a_1}\right)^2\right] v^2 = 0,000388 \left(\frac{l_1}{d_1 a_1}\right) m^2$$

$$= 0,000388 \left(\frac{600 \cdot 6}{5 \cdot 0,5454}\right) 9 = 4,606 \text{ Fuss.}$$

Die Wassersäule, welche der mechanischen Widerstandshöhe gleich zu setzen ist, wird durch $h_2 = \frac{l\,m}{a_1 g t}$ ausgedrückt.

$$h_2 = \frac{600 \cdot 3}{0,5454 \cdot 17,32 \cdot 15} = 13,75 \text{ Fuss.}$$

Die Kolbenreibung läßt sich durch eine Wassersäule $h_3 = \frac{\mu h}{D}$ ausdrücken

$h_3 = \cancel{\mu h}\ \frac{0{,}03 \cdot 500}{2} = 7{,}50$ Fuß.

Ist nun die träge Masse der Wassersäulenmaschine $M = 70000$ ℔, die Gesamtlast Q so stellt sich als Bedingungsgleichung für die Wassersäulenmaschine heraus

$P - Q = \frac{s}{gt^2} M$ oder da $m = \frac{As}{t}$ u. $\frac{mt}{A} = s$;

$P - Q = \frac{mt\,M}{Agt^2} = \frac{mM}{Agt}$.

$Q = \left[h - (h_1 + h_2 + h_3)\right] A\gamma - \frac{mM}{Agt}$.

$Q = \left[500 - (4{,}606 + 13{,}75 + 7{,}5)\right] 3{,}141 \cdot 49 - \frac{3 \cdot 70000}{3{,}141 \cdot 17{,}32 \cdot 15}$

$= 73720 - 257{,}3 = 72962{,}7$ ℔.

Die Geschwindigkeit des aufgehenden Kolbens ist $v = \frac{m}{A} = \frac{3}{3{,}1416} = 0{,}9549$ F.

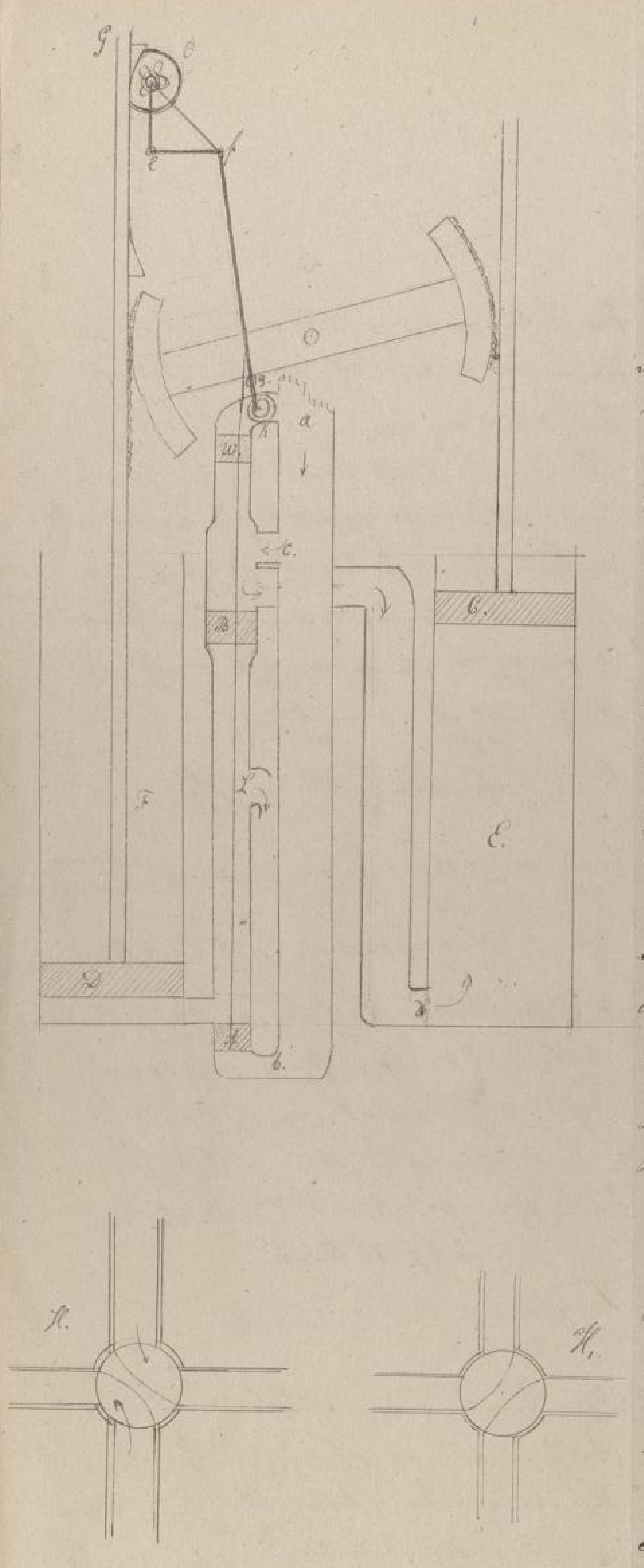
Daher der Hub $s = vt = 14{,}3$.

Das mechanische Moment während des Aufganges $Rv = 72962{,}7 \cdot 0{,}9549$

$= 69576$ ℔ Fuß.

<u>Berechnung der Steuerung.</u>

Die Steuerung geschieht mittelst 3 Kolben von verschiedener Größe, und die beiden Steuerkolben A u. B nebst dem Mittelkolben C in einem Cylinder von 3 verschiedenen Durchmessern



Beiliegende Figur stellt die Maschine dar, wie der Kolben C im höchsten Stande ist. Das Wasser tritt durch die Einfallröhre acd in den Cylinder E und hat den Kolben C in die Höhe getrieben, während der Cylinder F durch den Kolben A abgesperrt ist. An der Kolbenstange Dg sind zwei Zapfen angebracht, welche das Rad O jedesmal beim Auf- und Niedergange zur Seite schieben. Dem Rade ist ein Winkelhebel angebracht, welcher im Punkte e befestigt ist, und die Stange fg beim jedesmaligen Auf- und Niedergange des Kolbens in die Höhe hebt. Der Punkt g ist mit dem Hahne, welcher dem Wendekolben das Wasser zu und abschiebt in Verbindung gesetzt, und zwar so, daß sobald der Punkt g in die Höhe geht, der Hahn um 90° gedreht wird, was mittelst 4 Zähnen und einer Sperrklinke, wie es Figur zeigt geschieht, der Hahn muß natürlich 2 Durchbohrungen haben wie Fig H u. H, zeigt.
Sperrt nun der Hahn bei k das Einfallwasser vom Kolben W ab, so werden die drei Kolben in die Höhe gehen müssen D wird steigen, während C niedergeht. und das Wasser bei L u. K ausfließt

Es ist nun zu bestimmen, in welchem Verhältnisse müssen die Durchmesser dieser 3 Kolben zu einander stehen, damit sie ohne Hülfe eines Gegengewichtes an der verlängerten Mittelkolbenstange beim Auf- u. Zudrehen des Hahnes K von selbst niedergehen oder in die Höhe steigen. Bezeichnet man die Durchmesser der drei Kolben mit A, B, C mit x_1, x_2, x_3 ihre Höhen mit y_1, y_2, y_3 und die mittlere Druckhöhe h, setzt man den Kolben in den Stand und K verschlossen ist, also der obere Druck auf C aufhört, so ist die Pressung gegen die drei Kolben

$$\frac{\pi x_1^2}{4} h\gamma - \frac{\pi x_2^2}{4} h\gamma + \frac{\pi x_3^2}{4} h\gamma$$

$$= (x_1^2 - x_2^2 + x_3^2)\, \pi \frac{h\gamma}{4}.$$

Die Kolbenreibung $\mu x_1 y_1 h - \mu x_2 y_2 h + \mu x_3 y_3 h$, oder wenn man die Kolben gleich hoch macht $\mu y h (x_1 - x_2 + x_3)$.

Damit die Kolben in die Höhe gehen können muß jener Druck der Reibung gleich zu setzen sein.

$$(x_1^2 - x_2^2 + x_3^2) \frac{\pi h\gamma}{4} = (x_1 + x_2 + x_3) \mu y h.$$

$$(x_1^2 - x_2^2 + x_3^2) = (x_1 + x_2 + x_3) \frac{\mu y 4}{\pi \gamma}.$$

Stehen die Kolben oben, und dreht man K, so daß das Wasser auch über C drücken kann, so wird die Pressung in der W aufgehoben werden, und die Pressung $\frac{\pi x_2^2 hV}{4} - \frac{\pi x_1^2 hV}{4} = (x_2^2 - x_1^2)\frac{\pi hV}{4}$ von oben nach unten übrig bleiben. Es ist also wieder $(x_2^2 - x_1^2) = (x_1 + x_2 + x_3)\frac{4\mu q}{\pi V}$. Bezeichnet man $\frac{4\mu q}{\pi V}$ mit n, so hat man zwei Gleichungen folgender Art.

$x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = n(x_1 + x_2 + x_3)$ und

$x_2^2 - x_1^2 = n(x_1 + x_2 + x_3)$ daraus folgt

$x_3 = 2n(x_1 + x_2 + x_3)$

$x_3^2 = 2(x_2^2 - x_1^2)$. Nimmt man den Durchmesser des Windkolbens zu 6 Zoll an, und die Höhe desselben ebenfalls 6 Zoll, so kann man durch Rechnung leicht den Durchmesser der andern beiden Kolben finden. $n = \frac{4 \cdot \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\pi \cdot 49} = 0,07362$

$x_2 = 0,5949 + \frac{1}{19,1648} = 0651$ F. $= 7,813$ Zoll

$x_1 = 0,54675$ F. $= 6,561$ Zoll.

Wind- und Dampf-Kraft aufnehmende Maschinen

13te Aufgabe.

Um ein Lastmoment von 1200 F.U. zu überwinden soll ein Wind- rad angeordnet werden, das 24.

Auflösung

Bezeichnet man mit G das Gewicht des armirten Windrades, mit r den Halbmesser des Zapfens, r_1 den des Zapfens.

Fuß schnellen Wind aufnehmen, und mit 5 oben 12 Fuß breiten Windflügeln besetzen soll. Wenn nun noch das Gewicht der Maschine zu 15000 ℔, der Halbmesser des hintern Zapfens zu $\frac{3}{8}'$ angenommen wird. Wie groß würde man dieses Rad machen müssen, und welche Umdrehungszahl wird man ihm geben können?

Reibungscoefficient $\varphi = \frac{1}{10}$. c die Geschwindigkeit des ankommenden Windes w die des Flügelendes B die obere b die untere Breite eines Flügels ferner sei $\frac{e}{l} = \frac{1}{6}$ oder der Abstand des Flügels von der Axe $\frac{1}{6}$ der Flügellänge, und n die Anzahl der Flügel, so kann man der Erfahrung nach gleich $3 \cdot c = 72$. F annehmen.

$$Pv = k\mathfrak{L}l = \frac{\varphi r G w}{l} - \frac{2}{3}\varphi r_1 \mathfrak{M} N w$$

Hier ist $k = \frac{n\mu c^4 \gamma}{81 g w}$.

$$\mathfrak{L} = \Big\{ C\Big(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta} + \frac{(1+\cos\alpha^2)}{2\sin\alpha^4}\cos\alpha - \frac{(1+\cos\beta^2)\cos\beta}{2\sin\beta^4}$$
$$+ \frac{3}{2}\,\mathrm{Ln}\,\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}\alpha - \frac{3}{2}\,\mathrm{Ln}\,\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}\beta$$
$$+ \mathfrak{D}\Big(\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \frac{4}{3\sin\alpha^3} - \frac{4}{3\sin\beta^3} - \frac{8}{5\sin\alpha^5} + \frac{8}{5\sin\beta^5}$$
$$+ \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} - \frac{3}{2}\,\mathrm{Ln}\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\Big) + \frac{3}{2}\,\mathrm{Ln}\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta}{2}\Big)\Big\}.$$

$$\mathfrak{M} = \frac{n\mu c^3 \gamma}{27 g \cdot w}. \quad \mathfrak{N} =$$

$$\Big\{ C\Big[\frac{1}{\sin\alpha^2\cos\alpha} - \frac{1}{\sin\beta^2\cos\beta} - \frac{2\cos\alpha}{\sin\alpha^2} + \frac{2\cos\beta}{\sin\beta^2}$$
$$+ 2\,\mathrm{Ln}\,\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}\alpha - 2\,\mathrm{Ln}\,\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}\beta\Big] +$$
$$\mathfrak{D}\Big(\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} - \frac{4}{3\sin\alpha^3} + \frac{4}{3\sin\beta^3} + \frac{1}{2}\,\mathrm{Ln}\,\mathrm{tg}\Big(45^0 + \frac{\alpha}{2}\Big)$$
$$- \frac{1}{2}\,\mathrm{Ln}\Big(\mathrm{tg}\,45^0 + \frac{\beta}{2}\Big)\Big\}.$$

α bestimmt man aus der Gleichung

$$\frac{3v}{2c} + \sqrt{2 + \Big(\frac{3v}{2c}\Big)^2} = \mathrm{tg}\,\alpha., \quad \alpha = 83^0, 48'$$
$$= \frac{3 \cdot 72}{24}\sqrt{2 + \frac{81}{4}}$$

Nimmt man ferner $C = 6$ an

so hat man $tg\,\beta = \frac{3.6}{2.24} + \sqrt{1 + \left(\frac{3.6}{2.24}\right)^2}$

$\beta = 66^\circ\, 57'$ Man erhält demnach

$\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta} = 9,2593 - 2,554 = 6,7052$

$\left(\frac{1+\cos\alpha^2}{2\sin\alpha^4}\right)\cos\alpha - \left(\frac{1+\cos\beta^2}{2\sin\beta^4}\right)\cos\beta = 0,0559 - 0,3149 = -0,25$

$\frac{3}{2}\, Lu\, tg\, \frac{1}{2}\alpha - Lu\, tg\, \frac{1}{2}\beta = 0,4572.$

$\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} = 2,0117 - 2,1735 = -0,1618$

$\frac{4}{3\sin\alpha^3} - \frac{4}{\sin\beta^3} = 1,3570 - 1,7113 = -0,3543$

$\frac{8}{5}\left(\frac{1}{\sin\alpha^5} - \frac{1}{\sin\beta^5}\right) = \frac{8}{5}\left(1,01297 - 1,5159\right) = -0,7779$

$\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} = 42,6167 - 3,0012 = 39,6155$

Wird C $b = 6$, $e = 6$ und $l = 36$ vorläufig angenommen, so erhält man.

$C = b - \left(\frac{B-b}{l-e}\right)e = 6 - \frac{6.6}{30} = 4\frac{4}{5} = 4,8.$

$D = \frac{\alpha l}{3w} \cdot \frac{B-b}{l-e} = \frac{4}{5}.$ Demnach erhält man den Werth für L, wenn man obige Werthe substituirt $L = 63,4462.$

$M = \frac{n\mu c^3 f}{27 g w} = \frac{5.3.5.24^3.0,0608}{5.3.27.17,32.72} = 0,20695$

$N = 70,2726.$

$N_1 = \frac{n\mu c^4 f}{81 g w} = \frac{5.5.24^4.0,0608}{3.81.17,32.72} = 2,0721.$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung $Ro = kLl - \frac{Cf\,Gw}{l} - \frac{2}{3} C r_1 M N w.$

oder wenn man diese quadratische Gleichung auflöst

$$l = \frac{Ro + \frac{2}{3} C r_1 M N w \pm \sqrt{4 C r k L G w + \left(Ro + \frac{2}{3} C r_1 M N w\right)^2}}{2kL}.$$

so erhält man $l =$

$$\frac{\dfrac{1200 + 2.3.0{,}20695.70{,}2726.72}{3.10.8} + \sqrt{\dfrac{4.3.2{,}0721.63{,}446.15000.72}{10.8} + \left(\dfrac{1200+2.3.0{,}20645.70{,}2726.72}{3.10.8}\right)^2}}{2.\ 2{,}0721.\ 62{,}4462.}$$

$= 37{,}425$ Fuß. Um die Umdrehungszahl pro min zu finden dient die Formel $w = \frac{\pi n l}{30}$ $n = \frac{72{,}26}{3{,}141.\ 37{,}425} =$

$= 18{,}499$ Umdrehungen.

14te Aufgabe.

Welches Kraftmoment kann man vermittelst einer doppeltwirkenden Dampfmaschine erwarten, die einen 2' weiten Treibcylinder hat, und in der Minute 12 fünffüßige Doppelspiele macht, und dabei Dampf von 120° Wärme braucht, welches wird ferner der nöthige Brennmaterialaufwand sein?

Auflösung.

Da der Dampf bei 120° erhitzt werden soll, so ist die Elastizität des Dampfes gleich der Höhe einer Quecksilbersäule.

$l = \left(\frac{1+0{,}01878}{2{,}878}\right)^{5{,}355} = 1{,}9287$. Das Gewicht eines Cubikzolles Quecksilber ist

$\frac{13{,}598.\ 48{,}621.}{1728.} = 0{,}38261$ ℔. Da hier der Atmosphärendruck von $0{,}76.\ 42{,}3629 = 32{,}196$ Zoll Höhe, auf 1□ Zoll $p = 32{,}196.\ 0{,}38261.$

$= 12{,}3185$ ℔, und der Druck des Dampfes von 120°C. gegen 1□ $= p_1 = ep = \left(\frac{1+0{,}01875t}{2{,}9287.12{,}3185}\right)^n$

$= 23{,}762$ ℔. Der Inhalt der Kolbenfläche $A = \pi r^2 = 1017{,}874$ Zoll. Es ist also der Dampfdruck gegen dieselbe

$23{,}762.1017{,}87 = 24128{,}6$ ℔.

Der Hub des Kolbens b ist 5 Fuß, die Zeit des Spieles $T = 2,5$, also die Geschwindigkeit des Kolbens $v = \frac{b}{T} = \frac{5.2}{5} = 2$ Fuß.

Die Dampfmenge, welche p. sec gebraucht wird $\frac{7,0686.5.2.}{5} = \frac{A.b}{1445} = 14,1372$ C.F.

Das Kraftmoment.

$N = 144 \cdot 14.1372 . 23,704 = 47490$ Fuß℔ $= 84$

Pferdekräfte.

Um den Brennmaterialaufwand zu bestimmen, ist auch das Wassergewicht q zu bestimmen, welches p. sec in Dampf verwandelt ist. Das Wassergewicht m wiege q ℔.

$q = m, 48,621$ C.F. Wasser.

$$q = \frac{m. 0,00081225. e. 48,621.}{1 + 0,00375t} =$$

$$\frac{14,1372. 0,00081225. 1,9187.}{1+0,00375. 120} . 48,62 = 0,74267 ℔.$$

Man rechnet den Wärmeeinheiten, welche ein Pfund Kohlenstoff bei seiner Verbrennung entwickelt

$w = 7050°$, aber 1 ℔ reiner Kohlenstoff verwandelt ~~also~~ $\frac{7050}{635}$ ℔ $= 11$ ℔ Wasser von 0° Temperatur in Dampf. Nimmt C eine mittlere Temperatur des Wassers $= 10°C$ an, ehe es in den Kessel kommt, so ist die Dampfmenge für 1 ℔ Kohlenstoff $d = \frac{w}{635 - t_1} = \frac{7056}{625} =$

Der Kohlenaufwand für $q = 0,74267$ ℔ ist gleich

$$K = \frac{625 \cdot 0,7426 \cdot D}{7050} = 0,06584 \text{ ℔}.$$

Nehmen man an, daß die Maschine mit guter englischer Steinkohle in Betrieb gesetzt werde, so erhält man, wenn man den Kohlenstoff auf gute Steinkohle reduzirt giebt

$$D_0 = 4416(1+0,00375 \cdot 120)\left(1-\frac{15 \cdot 120}{4 \cdot 5000}\right)\left(\frac{5000k}{635-10^0}\right)$$

Nimmt man $D_0 = 47490$ ℔ so erhält man für $K = 0,1001$ ℔ pro Secunde.

Zwischenmaschinen

15te Aufgabe.

Es ist die größte Abweichung des Kolbenrads auf ~~auf~~ an den Cylindergeläufe auf der ~~Maschinen~~ Balancierhälfte zu berechnen.

Auflösung.

Die größte Abweichung des Kolbenrads läßt sich durch die Formel

$A = \frac{(l-a)\sqrt{bm}}{2r-b}$ ausdrücken, hierin ist

$b = r - \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{4}}$, und $a = \sqrt{l^2 - b^2}$.

Es ist $AB = r = 7,437$ Fuß

$BC = l = 2,467$ Fuß.

Hubhöhe $h = 4,9166$ Fuß. Demnach ist

$b = 7,437 - \sqrt{7,437^2 - \frac{4,9166^2}{4}} = 0,418$ Fuß

$a = \sqrt{2,467^2 - 0,418^2} = 2,434$. Wahrscheinlich man diese Werthe, so erhält man

$$A = \frac{(2,4657 + 2,434)\sqrt{0,418 \cdot 7,4375}}{(2,7437 + 0,418)\,144}$$

$= 0,230757$ Linien.

16te Aufgabe. Man soll aus den Dimensionen, und bekannten Gewichten bestehenden Differential Hebzeug die Last Q berechnen, welche ein Arbeiter mit demselben aufziehen kann. Kurbelhöhe $CA = 18$ Zoll $= a$

Mittlere Halbmesser $CB = 5$ Zoll.

" " $MD = ME = 20$

" " $MF = 8 = b$.

" " $Ng = 7 = b_1$

" " $KL = 10 = R$

Halbmesser aller Zapfen $= \frac{5}{4} = r$.

Kettenstärke $d = 1\frac{1}{4}$. Gewicht d. Kette $G = 50$ lb.

Gewicht der Welle M u. N $= G_2 = 500$ lb.

" " $C = G_3 = 90$ lb.

" " $K = G_4 = 40$ lb.

Anzahl der Zähne des Triebrades C $= 10 = n$; N für die Anzahl d. Zähne von M u. N.

Auflösung

Ohne Berücksichtigung aller Nebenhindernisse hat man $P = \left(\frac{b - b_1}{a}\right)\frac{nQ}{N\,2}$. Da $n = 10$ und MD 4 mal größer als BC, so ist $N = 40$. Wir haben aber mehrere Nebenhindernisse zu überwinden

1, die Reibung an der Rolle.

$$W = \frac{R + r d^{\frac{3}{2}} + 0,2Q}{2R + r d^{\frac{3}{2}}} + \frac{R + r d^{\frac{3}{2}}}{2R + r d^{\frac{3}{2}}} \cdot G_4$$

$$W = \frac{10 + 0,3\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} + 0,25}{2 \cdot 10 + 0,3\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}\,Q + \frac{10 + 0,3\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}{2 \cdot 10 + 0,3\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot G$$

$= 0,05746Q + 2,2713$.

2tens die Steifigkeit an der Welle, auf welche sich das Seil aufwickelt.

$$W_1 = \frac{Q}{2}\,\frac{n}{N}\,\frac{b}{a}\,\frac{r d^{\frac{3}{2}}}{b} = \frac{Q \cdot 5 \cdot 8}{2 \cdot 40 \cdot 18 \cdot 7}\,0,41926$$

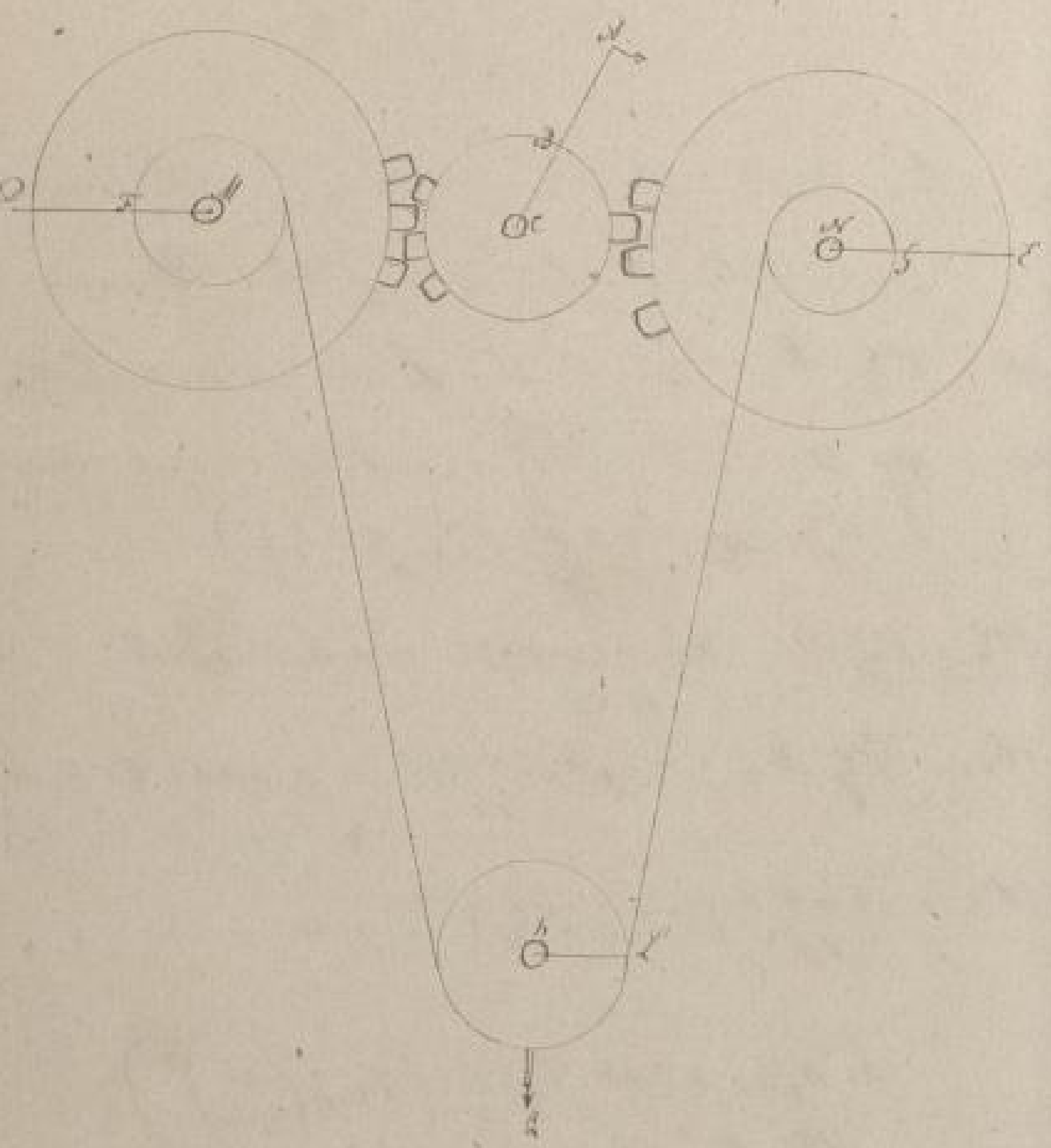
$= Q \cdot 0,00167$.

3tens die Reibung an den Zapfen der Welle M u. N

$$W_2 = \varphi f\left(\frac{Q}{2} + G_2 + \frac{G_3}{2} + \frac{G}{2}\right)\frac{n}{N}\,\frac{b}{a}\left(\frac{\varphi r}{b} + \frac{\varphi r}{b_1}\right)$$

$$= \frac{5 \cdot 0,2}{18 \cdot 8}\left(\frac{Q}{2} + 500 + 20 + 25\right)\frac{1}{4}\,\frac{8}{18}$$

$= 0,00173\,Q + 1,9923$.



4tens die Reibung am Zapfen der Welle C.

$W_3 = \frac{2\rho r}{a} G_3 = \frac{0{,}2 . 5 . 90}{8 . 18} = \frac{90}{144} = 0{,}625$

Die Reibung zwischen den Zähnen

$= \mu\pi \left(\frac{M+N}{M.N}\right) \frac{Q}{2} \left(\frac{b-b_1}{a}\right) \frac{M}{N} =$

$\frac{1}{2} . 3{,}141 \left(\frac{40+10}{40.10}\right) \frac{Q}{2} \left(\frac{8-7}{18}\right) \frac{10}{40} = 0{,}00091.$

Demnach ist

$P = \left(\frac{b-b_1}{a}\right) \frac{Q}{2} \frac{n}{N} + W_0 + W_1 + W_2 + W_3 + W_4$

$P = 0{,}64875\, Q + 4{,}7885.$

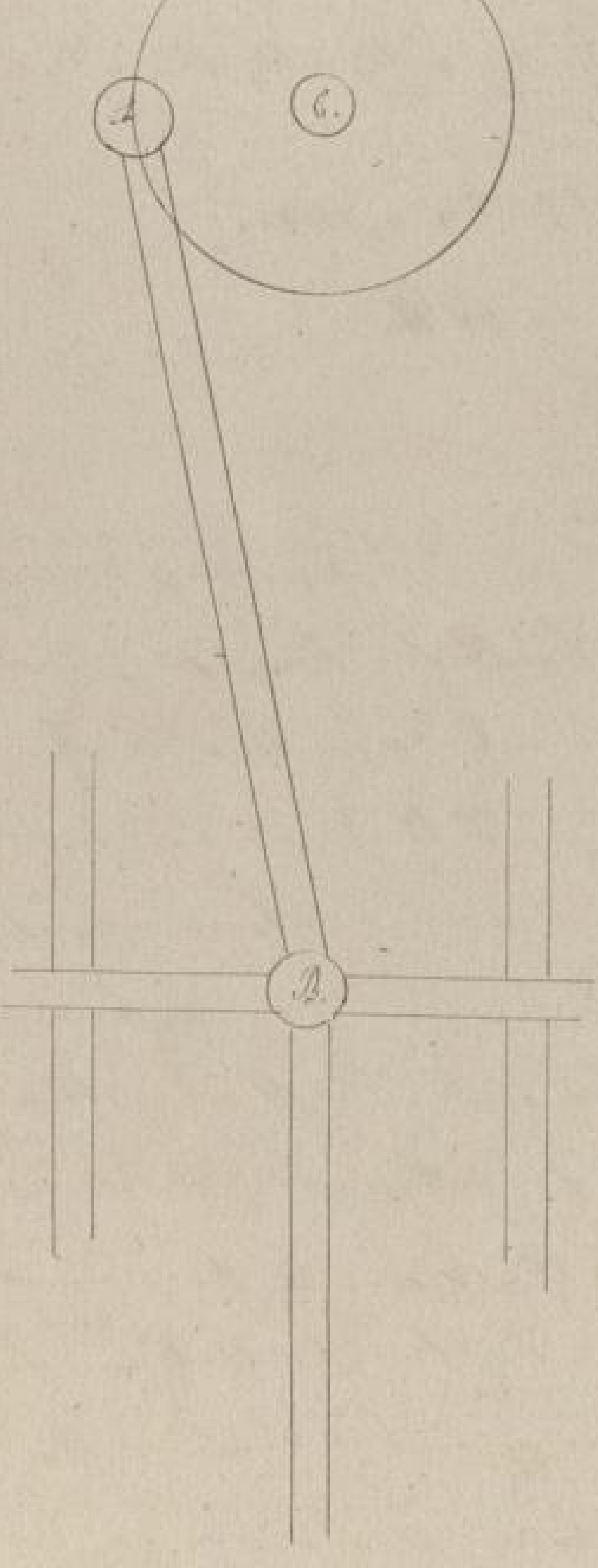
$Q = 366$ ℔.

17te Aufgabe.

Es ist ein Krummzapfen zu berechnen, der durch eine constante Kraft P in Umdrehung gesetzt wird. Es sei die Länge des Kurbelarmes CA = 2¼ Fuß, die Länge der Kurbelstange 12 Fuß, das Gewicht der armirten Welle G = 10000 ℔, die bewegte Masse dieser Welle auf den Warzenkreis reducirt = 30000 ℔, die bewegte Masse des Gestänges, sammt der daran hängenden Last = 5000 ℔. Die Last beim Aufgange 5000 ℔, beim Niedergange 1000 ℔, endlich seien die Halbmesser und Zapfen der Warzen = 2½ Zoll, und es wird verlangt, daß die Welle 6mal in der Minute umläuft.

Auflösung.

Während die Last den Weg 2r macht legt die Kraft den Weg πr zurück, es ist demnach $P\pi r = Q2r$ und $\frac{P}{Q} = \frac{2r}{\pi r} = \frac{2}{\pi}$, $P = \frac{2Q}{\pi}$, wo Q die in der Richtung des Gestänges niederziehende Kraft und P die an der Krummzapfenwarze wirkende drehende Kraft ist. AC = r, AB = l, ρ der Halbmesser des Warzenzapfens, μ = 0,3, φ = 0,2. Q kann man als arithmetisches Mittel, aus dem Gewicht welches beim Aufgange und aus dem Gewichte, welches beim Niedergange wirkt annehmen $Q = \frac{5000+1000}{2} = 3000$. Außer der Last Q hat die Kraft P aber noch



mehre Nebenhindernisse zu überwinden und zwar 1. die Reibung an der Warze $W = \frac{\varphi\varrho}{r} P$, 2tens die Reibung am Zapfen B $W_1 = \frac{\varphi\varrho}{l} P$, und 3tens die Reibung in der Leitung $W_2 = \frac{4\mu G r}{l\pi^2}\left(1+\frac{1}{6}\left(\frac{l}{r}\right)^2\right)$

$$W = \frac{\varphi\varrho}{r} P = \frac{0,2 . 0,20833}{2,25} = 0,018518 P$$

$$W_1 = \frac{\varphi\varrho}{l} P = \frac{0,2 . 0,20833}{12} = 0,0034678 P$$

$$W_2 = \frac{4\mu G r}{l\pi^2}\left(1+\frac{1}{6}\left(\frac{l}{r}\right)^2\right) =$$

$$\frac{4 . 0,3 . 3000 . 2,25}{\cancel{10} . \pi^2 12}\left(1+\frac{1}{6}\left(\frac{12}{2,25}\right)^2\right)$$

$$= \frac{675}{\pi^2} . 5,741 = 392,62.$$

Substituirt man diese Werthe, so erhält man $P = \frac{2G}{\pi} + \frac{\varphi\varrho P}{r} + \frac{\varphi\varrho P}{l} + \frac{4\mu G r}{l\pi^2}\left(1+\frac{1}{6}\left(\frac{l}{r}\right)^2\right)$

$$= \frac{2G}{\pi} + 0,018518 P + 0,0034678 P + 392,62$$

$$= 3575,7 + 0,0188647 P$$

$$P - 0,021955 P = 3575,7$$

$$P = 3656 ℔.$$

Um zu ermitteln ob ein Schwungrad nöthig ist, sehe man zu, ob die Bedingung $M > 0,842 \frac{Gqr}{c^2}$ in Erfüllung geht. $c = \frac{\pi r n}{30} = \frac{\pi . 2,25 . 6.}{30.}$ $= 1,44345$ Fuß.

$$M > 0,842 \frac{3000 . 17,32 . 2,25}{1,4434^2}$$

$M > 47250$. Da dieß aber nicht der Fall ist, so muß ein Schwungrad angewandt werden, dessen Höhe gleich R ist, für dessen Masse folgende Ungleichheit gilt. Nimmt man R = 10 an, so erhält man

$$N > \frac{47250 \cdot 2{,}25^2}{100}, \quad N > 2392 \text{ ℔}.$$

19te Aufgabe.

Es ist eine Schraube ohne Ende zu berechnen, und vollständig zu zeichnen, welche die Kraft P an der Spille um das 350 fache vermehrt.

Auflösung.

Nennt man b den Hebelarm der Last, R den Radhalbmesser, a den Hebelarm der Kraft = 18", nimmt man ferner $\frac{b}{R} = \frac{1}{10}$ an, so $h = 1"$ die Höhe eines Schraubenganges, so erhält man ohne Berücksichtigung aller Nebenhindernisse

$$P = \frac{r b}{a R}\left(\frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - \mu h}\right) Q.$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{1}{350} = \frac{r}{10 \cdot 18}\left(\frac{1 + 2 \cdot 0{,}2\pi r}{2\pi r - 0{,}2 \cdot 1}\right)$$

$$\frac{18}{35} = r\left(\frac{1 + 1{,}2566 r}{6{,}2832 r - 0{,}2}\right)$$

$$\frac{18}{35}(6{,}2832 r - 0{,}2) = r + 1{,}2566 r^2$$

$$r^2 - \frac{6{,}2832 r \cdot 18}{35}$$

$$\frac{r^2 - 2{,}231 r + 1{,}028}{1{,}2566} = 0.$$

$$r = \frac{2{,}231}{1{,}2566 \cdot 2} \pm \sqrt{\frac{1{,}7758^2}{4} - 0{,}08197}$$

$$= 1{,}724.$$

Setzt man ferner die Höhe u. Breite des Schraubengewindes $= \frac{1}{2}$ Zoll so ist der äußere Halbmesser $R_1 = r + \frac{1}{4} = 4{,}974.$
