Uebungsaufgaben
aus der
Bergmaschinenlehre

Aufgelöst $18\frac{33}{34}$

von

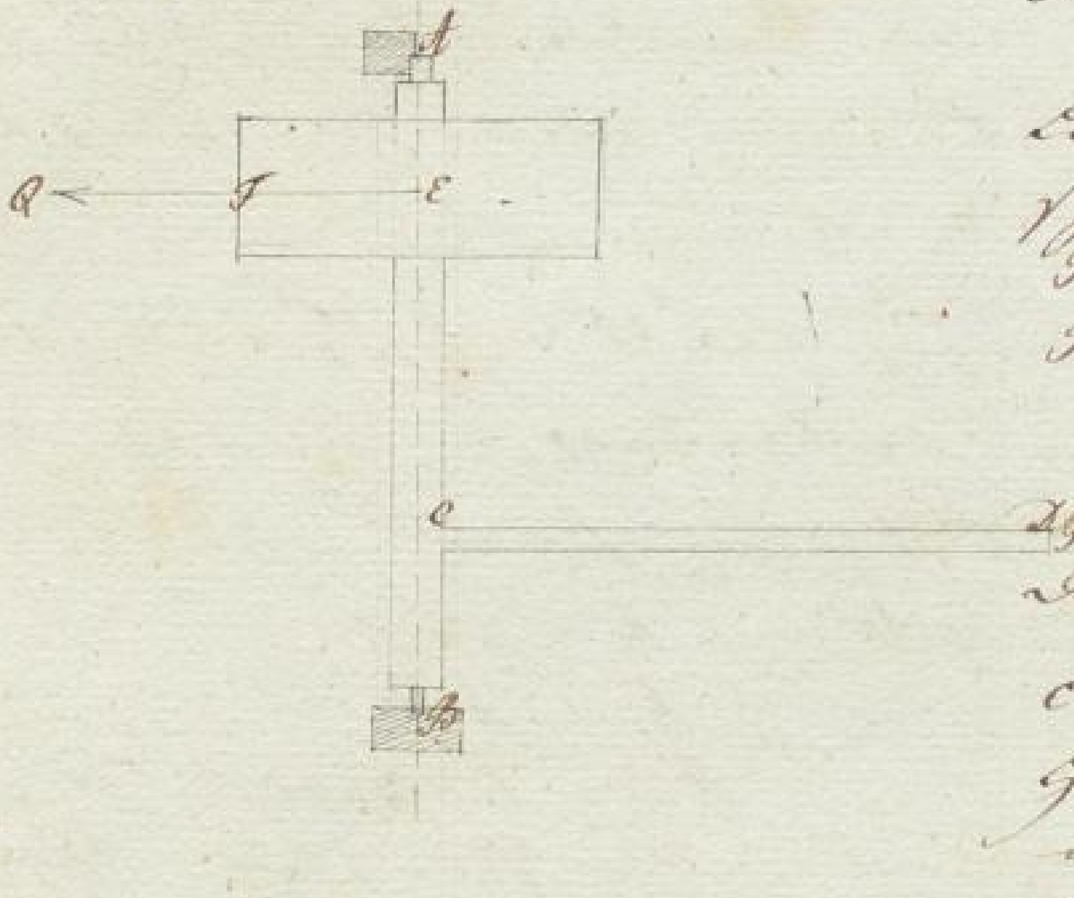
G. A. Netto

Zu [illegible] erhalten

Weisbach

Aufgaben

1) Eine Last Q von 1000 ℔, soll mittelst einer stehenden Welle AB durch 2 Pferde in Bewegung gesetzt werden. Die Länge des Schwengels CD = 30 Fuß, die Entfernung des Korbmittels E von den beiden Zapfen B und A gleich 20 und 5 Fuß, die Stärke des Zapfens A = 5 Zoll, des Zapfens B = 2 Zoll, und das Gewicht der ganzen Maschine = 5000 ℔. Welchen Durchmesser EF muß man dem Korbe, auf dem sich das Seil aufwickelt, geben, damit die größte Leistung hervorgebracht werde, wie schnell können dann die Pferde umgehen, welches ist die Geschwindigkeit der Last und das mechanische Moment?



Auflösungen

1) Es sey: $Q = 1000$ ℔
$G = 5000$ ℔
$CD = a = 30$ Fuß
$EB = L = 20$ "
$AE = l = 5$ "
$R = 5'' = 0{,}42$ "
$r = 2'' = 0{,}17$ "
$EF = b$ Hiernach ist:

1) Die Seitenreibung des obern Zapfens: $F = \varphi R \cdot \frac{Q.L}{L+l} = \cancel{0{,}3.0{,}42}$

$F = 0{,}3.0{,}42 \cdot \frac{1000.20}{20+5} = 100{,}8$ ℔

2) Die Seitenreibung des untern Zapfens

$F' = \varphi r \cdot \frac{Q.l}{L+l} = 0{,}3.0{,}17 \cdot \frac{1000.5}{20+5}$

$= 0{,}051 \cdot 200 = 10{,}2$ ℔

3) Die Reibung auf der Grundfläche

$F'' = \frac{2}{3}\varphi . r . G = \frac{2}{3} . 0{,}3 . 0{,}17 . 5000$

$= 0{,}034 . 5000 = 170$ ℔

Demnach wäre die, zur Bewegung der Last nöthige Kraft:

$Pa = Qb + F + F' + F'' = 1000b + 100{,}8 + 10{,}2 + 170$
$= 1000b + 281$

Leistet nun ein Pferd bei $v = 5$ F. Geschwindigkeit 120 ℔ Kraft, so ist $P = 240$ ℔, folglich:

$Pa = 240.30 = 7200 = 1000b + 281$

$1000b = 7200 - 281 = 6919$, also:

$b = \frac{6919}{1000} = 6{,}919$ Fuß

Die Geschwindigkeit der Last ist daher:

$c = \frac{b}{a} v = \frac{6{,}919}{30} . 5 = 1{,}153$ Fuß

Hiernach das mechanische Moment der Maschine:

$Qc = 1000 . 1{,}153 = 1153$ ℔.

Aufgaben

2) Man soll die Dimensionen des zweckmäßigsten Querprofils von einem Graben angeben, der auf die Länge von AB = 1200 F. 3 F. (AC) Gefälle hat und in der Minute 600 C.F. Wasser abführt.

Auflösungen

2) Wenn $AB = l = 1200$ F. = die Länge
$AC = h = 3$ F. = das Gefälle
$m = \frac{600}{60} = 10$ C.F. = das Wasserquantum pro Secunde,
a = der Querschnitt und
u = der Umfang des Canals
$A = 0{,}0093$ = der Reibungscoefficient des Wassers in Canälen

Aufgaben

3) Wie weit muß man eine Röhrenleitung machen, welche bei 30 F. Gefälle und 5400 F. Länge in der Minute 80 C.F. Wasser giebt, vorausgesetzt, daß sich die Einflußöffnung 8 F. unter dem Wasserspiegel CD eines Teichs befindet.

Auflösungen

So erhält man:

$$a^3 - \frac{ma^2}{\sqrt{gh}} - \frac{\lambda ulm^2}{4gh} = 0$$

Führt man in diese Formel den Werth für den Durchschnitt des halben Sechsecks

$a = \frac{u^2\sqrt{3}}{12}$ ein, so wird:

$$\frac{u^6\sqrt{27}}{12^3} - \frac{m}{\sqrt{gh}} \cdot \frac{u^4\sqrt{9}}{12^2} - \frac{\lambda ulm^2}{4gh} = 0$$

Setzt man die Zahlenwerthe ein, so:

$$\frac{u^6\sqrt{27}}{1728} - \frac{10}{21{,}9} \cdot \frac{u^4 3}{144} - \frac{0{,}0093.1200.100}{4.3.17{,}4} = 0$$

$$\frac{u^6}{332} - \frac{u^4}{105} - 5{,}3u = 0 \text{ oder:}$$

$$\frac{u^6}{332} = \frac{u^4}{105} + 5{,}3u$$

Wäre nun $u = 5$, so müßte:

$\frac{15625}{332} = \frac{1026{,}7}{105} + 5.5{,}3$ oder $47 = 36{,}28$ seyn.

Nimmt man aber $u = 4$, so giebt dies

$\frac{4096}{332} = \frac{256}{105} + 4.5{,}3$ oder $12{,}34 = 23{,}64$

Man wird der Gleichheit am nächsten kommen, wenn man $u = 4{,}6$ setzt, da alsdann:

$\frac{u^6}{332} = 28{,}55$ und $\frac{u^4}{105} + 5{,}3 = 28{,}04$

Für die Länge von DG = GF = FE erhält man daher $\frac{4{,}6}{3} = 1{,}533$ Zoll.

3) Wenn $h = 30$ F.

$h' = 8$ F.

$AB = l = 4500$ F.

$m = \frac{80}{60} = 1{,}33$ = das erforderliche Wasserquantum pro Sec:

$\lambda = 0{,}0116$ = der Reibungscoefficient des Wassers in Röhren

$\mu^2 = 0{,}38 + 0{,}62 = 1$, so erhält man den Durchmesser = d aus:

$$\left(\frac{\pi d^2\sqrt{gh}}{2m} - 1\right)^2 - \left(\frac{\pi d^2\sqrt{gh'}}{2m} - 1\right)^2 + 1\left(\frac{\pi d^2\sqrt{gh'}}{2m}\right)^2 - \lambda\frac{l}{d} = 0.$$

Aufgaben

Auflösungen

Drückt man die Zahlen werthe ein,

so $\left(\frac{3,141\sqrt{17,4.30 d^2}}{2,66}-1\right)^2-\left(\frac{3,141\sqrt{17,4.8 d^2}}{2,66}-1\right)^2$

$+1.\left(\frac{3,141\sqrt{17,4.8 d^2}}{2,66}\right)^2-\frac{90116.4500}{d}=0$

$(26,9 d^2-1)^2-(13,9 d^2-1)^2+(13,9 d^2)^2-\frac{52,4}{d}=0$

folglich nähernd:

$723,6 d^4=\frac{52,4}{d}$ oder $723,6 d^5=52,4$

Setzt man nun $d=0,5$, so:

$723,6 d^5=22,6$

Nimmt man aber $d=0,6$ so:

$723,6 d^5=56,14$ da dieses dem eigentlichen Werth von 52,2 ziemlich nahe kommt, wird man $d=0,6$ Fuß $=7,2$ Zoll machen.

4) Ein 30 F. hohes oberschlächtiges Wasserrad soll in der Min. 3 Mal umgehen und in eben dieser Zeit 200 C.F. Aufschlagewasser erhalten, die Kranzbreite soll 10 Zoll betragen, das Gerinne soll 6 Zoll enger gemacht werden, als das Rad, der Gerinneboden mag sich 5 Zoll über dem Scheitel des Rades befinden, und das Wasser in der 3ten Zelle des Rades einfallen. Man soll die übrige Einrichtung des Rades und der Gerinnsstütze (nach Freiberger Methode angeben, das mechanische Moment des Rades berechnen und die Last ausmitteln, welche an dem Hebelarm von 2 F. wirkt u. durch das Rad in Bewegung gesetzt werden kann.

4) Wenn $d=30$ F. = die Höhe

$b=10''=\frac{5}{6}$ F. = die Kranzhöhe

$u=3$ = die Zahl der Umgänge pr. M.

$M=200$ C.F. = die Wassermenge pr. M.,

so erhält man hiernach, nach Freiberger Methode construirtes Rad folgendes:

die Zahl der Schaufeln:

$n=\frac{13}{6}D=\frac{13}{6}.30=65$

Der Theilriß liegt in $\frac{1}{3}$ der Kranzhöhe und die Schaufelung ist so eingerichtet, daß daß die Riegelschaufeln in den Radien liegen, die Stoßschaufeln aber allemal vom Theilriße nach dem Umfange des Kranzes zwei neben einander liegende Radien verbindet.

Der Theilungswinkel des Rades ist:

$\alpha=\frac{360}{n}=\frac{360}{65}=5^{0}32'$

die Weite des Rades beträgt:

$w=\frac{4M}{ub(D-\frac{1}{3}b)\pi}=\frac{4.200}{3.\frac{5}{6}(30-\frac{5}{18})3,141}=3,5$ Fuß

Aufgaben

Auflösungen

Die Weite des Gerinnes ist demnach:

$3,5' - 0,5' = 3$ Fuß

Den Deckungswinkel erhält man nach

$$tg\beta = \frac{D\sin\alpha}{D\cos\alpha - (D - \frac{4}{3}b)} = \frac{30.0,096}{30.0,995 - (30 - \frac{4}{3}.\frac{5}{6})} = 3$$

$$\beta = 71^0\,31'$$

Die Höhe des Wasser haltenden Bogens

$$h = \frac{D}{2}\left[\cos(m\alpha) + \sin\tfrac{7}{9}\beta\right] = 15\left[\cos(3.5^0\,32')\right.$$

$$\left. + \sin\tfrac{7}{9}.71^0\,31'\right] = 15(0,958 + 0,825) = 26,75$$

wobei $m = 3$ die Zahl der Schaufeln oder Schaufeln ausdrückt, wo das Wasser einfällt.

Der Theil des Wasser haltenden Bogens welcher über dem horizontalen Halbmesser des Rades liegt, ist daher:

$\frac{D}{2}\cos(m\alpha) = 15.\cos(3.5^0\,32') = 14,375$, daß die darüber liegende Höhe bis auf Gerinne:

$h' = 15 - 14,375 + \frac{5}{12} = 1,042$ F.

Hiernach bestimmt sich die Geschwindigkeit des Wassers beim Ausfließen nach:

$c = 2\sqrt{g(h + h' + \mu^2)}$ wo $\mu = \sqrt{0,38}$ der Contractionscoefficient des Wasserstrahls,

daher $c = 2\sqrt{17,4(26,75 + 1,042 + 0,38}$

$= 2.21,9 = 43,8$ F.

Die Umfangsgeschwindigkeit des Rades

$v = \frac{D\pi u}{60} = \frac{30.3,141.3}{60} = 4,714$ F.

Folglich das mechanische Moment:

$$Pv = \frac{(c-v)^2}{4g} m\gamma = \frac{(43,8 - 4,714)^2}{4.17,4} 3.333.50$$

$= 23,3.333.50 = 3819$ ℔.

Die Kraft desselben daher:

$$P = \frac{3819}{4,714} = 810,17\text{ ℔}$$

und die Kraft am Hebelarm von 2 F.

$$P' = \frac{\frac{D}{2}}{2}.P = \frac{15}{2}.810,17 = 6076,275\text{ ℔}$$

Aufgaben

5. Wie groß ist das mechanische Moment folgender gewöhnlichen einfach wirkenden Wassersäulenmaschine? Wasserstand im Einfallkasten = 3 F. mittlere Druckhöhe = 500 F., Länge der Einfallröhre, Kniestücke u. s. w. = 400 F. Länge der Aufgußröhre = 15 F. Durchmesser der Einfallröhre = 10 Z., der des Treibecylinders = 2 Fuß, Querschnitt der Kniestücke und Aufgußröhre = Querschnitt der Einfallröhre, Hub = 5 F., Tiefe der Aufgußöffnung unter dem mittleren Kolbenstand = 4 F. und Wassergebrauch pro Min. = 40 F.

Auflösungen

Nehmen $m = 40$ c.F. = Wassergebrauch pr. M.

$H' = 3$ F.

$H''' = 500$ F.

$L + L' = 400$ F.

$b = 5$ F.

$D''' = 2$ F.

$A''' = \frac{D'''^2 \pi}{4} = 3{,}141$ = Kolbenquerschnitt

$D' = D'' = 10$ Z. $= \frac{5}{6}$ F. = Weite und:

$A' = A'' = \frac{D'^2 \pi}{4} = 0{,}58$ □F. = Querschnitt der Einfallröhre

$\mu = 0{,}44$ = der Contractionscoefficient

$c = 2\sqrt{g H'''} = 2\sqrt{17{,}4 . 500} = 186$ F.

$c' = 2\sqrt{g H'} = 2\sqrt{17{,}4 . 3} = 14{,}448$ F.

$v = \frac{m}{A''' 60} = \frac{40}{3{,}141 . 60} = 0{,}21$ = die Geschwindigkeit des Kolbens, da bei gewöhnlichen Maschinen stets ein Kolben steigt und also für den Stillstand des Kolbens keine Zeit in Anschlag gebracht zu werden braucht

$v' = \frac{A'''}{A'} v = \frac{244}{3625} . 0{,}21 = 1{,}209$ = die Geschwindigkeit des Wassers in der Einfallröhre

$t = \frac{b}{v} = \frac{5}{0{,}21} = 24$ Secund. = die Zeit eines Spiels.

So ergiebt sich die dynamische Druckhöhe:

$$h = \frac{\mu^2}{4g} H' + \frac{(c - v')^2}{4g} - \frac{(c' - v')^2}{4g}$$

$$= \frac{0{,}44^2}{4 . 17{,}4} 3 + \frac{(186 - 1{,}209)^2}{4 . 17{,}4} - \frac{(14{,}44 - 1{,}209)^2}{4 . 17{,}4}$$

$$= \frac{85{,}83 . 3 + 34077 - 175{,}34}{69{,}6} = 488{,}27 \text{ F.}$$

Die hydraulische Widerstandshöhe wegen Reibung des Wassers in Röhren:

$h' = \lambda \frac{L' + L''}{D'} \left(\frac{A'''}{A'}\right)^2 \frac{v^2}{4g}$, wobei $\lambda = 0{,}0116$

Aufgaben	Auflösungen

$= 0{,}0116 \frac{700}{5/6} \left(\frac{3{,}141}{0{,}59}\right)^2 \frac{0{,}21}{4.17{,}4} = \frac{0{,}0116.840.29{,}16.0{,}0044}{69{,}6}$

$= 0{,}179$

Die Reibung des Treibekolbens

$h''' = \lambda' \frac{H'''}{D'''} = 0{,}06 \frac{500}{2} = 0{,}06.250 = 15$ F.

Die Höhe für die Kraft des sinkenden Kolbens, welche ziemlich der Tiefe der Radstubenöffnung gleich zu setzen, ist: $\mathfrak{H} = 7$ Fuß.

Hieraus ergiebt sich das mechanische Moment:

$Pv = [h - (h, + h''' - \mathfrak{H})] r^2 \pi v \gamma$

$= [488{,}7 - (0{,}179 + 15 - 7)]\, 3{,}141.0{,}21.50$

$= 480.3{,}141.0{,}21.50 = 15834$ ℔

6) Welches ist die beste Construction und Leistung eines Windrades, für:

die Geschwindigkeit des Windes $= 25$ F.

die Anzahl der Umdrehungen p. m $= 30$

die Anzahl der Flügel . . $n = 5$

die größte Breite der Flügel $B = 10$ F.

die kleinste " " " $b = 5$ F.

die Länge der Flügel $L - l = 25$ F.

die Länge der Windwelle $l = 30$ F.

das Gewicht des armirten Windrads $G = 1000$ ℔

der Halbmesser des Wellhalses $r' = 5$ Z.

der Wellzapfen Halbmesser $r' = 2$ Z.

6) Die größte Leistung haben die Windräder mit windschiefen Flügeln, deren Stoßwinkel folgendermaßen bestimmt wird:

1) Für die äußerste Sprosse nach:

$tg\,\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{2 + \left(\frac{3v}{2c}\right)^2}$ wobei:

$c = 25$ F. = die Geschwindigkeit des Windes und

$v = \frac{2r\pi u}{60} = \frac{2.30.3{,}141.30}{60} = 94{,}23 =$ die Geschwindigkeit des Rades am Umfange, oder der äußersten Sprosse. daher:

$tg\,\alpha = \frac{3.94{,}23}{2.25} + \sqrt{2 + \left(\frac{3.94{,}23}{2.25}\right)^2} = 5{,}654 + \sqrt{2 + 5{,}654^2}$

$= 5{,}654 + \sqrt{34} = 11{,}484$ daher

$\alpha = 85^\circ 1' 22''$

2) Für die innerste Sprosse, wo

$v = \frac{2l\pi u}{60} = \frac{2.5.3{,}141.30}{60} = 15{,}7$

$tg\,\alpha' = \frac{3.15{,}7}{2.25} + \sqrt{2 + \left(\frac{3.15{,}7}{2.25}\right)^2} = 0{,}94 + 1{,}7 = 2{,}64$

$\alpha' = 69^\circ 15'$

Aufgaben

Auflösungen

Hieraus bestimmt sich das mechanische Moment näherungsweise nach:

$M = A\left[C\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha'}\right) + D\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha^2} - \frac{\sin\alpha'}{\cos\alpha'^2}\right)\right]$ wobei

$A = \frac{\mu c^4 l \gamma}{81 . g v^2}$, wo: $\mu = \frac{4}{3}$ und:

$\gamma = 0,0649$ ℔ = das Gewicht von 1 Cb. Luft.

$A = \frac{\frac{4}{3} 25^4 30 . 0,0649}{81 . 17,4 . 9^4} = \frac{1014062}{132477} = 7,655$

$C = b - \frac{(B-b)c}{l-c} = 5 - \frac{(10-5)5}{30-5} = 5 - 1 = 4$

$D = \frac{c}{3v} \cdot \frac{B-b}{l-c} = \frac{25 . 30}{3 . 9^4} \cdot \frac{10-5}{30-5} = \frac{50}{94} = 0,532$

$\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha'} = \frac{1}{\cos 85^\circ 1'} - \frac{1}{\cos 69^\circ 15'}$

$= \frac{1}{0,08686} - \frac{1}{0,3543} = 11,5 - 2,82 = 8,68$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha^2} - \frac{\sin\alpha'}{\cos\alpha'^2} = 132,024 - 74,499 = 57,52$

Durch Einführung dieser Werthe:

$M = 7,655(4 . 8,68 + 0,532 . 57,52)$

$= 7,655(34,72 + 30,62) = 500,178$ ℔

Daher für das ganze Rad von 5 Flügeln:

$M = 5 . 500,178 = 2500,89$

Hiervon ist aber nachfolgendes abzuziehen:

1) die Reibung an der hintern Zapfenfläche

$F = \frac{\frac{2}{3} \varphi \varrho' P''}{l}$, wobei aber

$P'' = H\left[C\left(\frac{1}{\sin\alpha^2 \cos\alpha} - \frac{1}{\sin\alpha'^2 \cos\alpha'}\right) + D\left(\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\alpha'}{2\cos\alpha'^2}\right)\right]$

Aber: $H = \frac{n \mu c^3 l \gamma}{27 g v^2} = \frac{5 . \frac{4}{3} 25^3 60 . 0,0649}{27 . 17,4 . 9^4}$

$= \frac{203125}{40977} = 4,957$

$\frac{1}{\sin\alpha^2 . \cos\alpha} - \frac{1}{\sin\alpha'^2 \cos\alpha'} = \frac{1}{0,0862} - \frac{1}{0,3098}$

$= 11,6 - 3,23 = 8,37$

$\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\alpha'}{2\cos\alpha'^2} = \frac{0,99622}{2 . 0,007546} - \frac{0,93513}{2 . 0,1255}$

$= 66 - 3,72 = 62,28$

Durch Einführung dieser Werthe:

Aufgaben

7.) Eine einfach wirkende Wattsche Dampfmaschine wird durch Dämpfe von 100° R Erhitzung in Bewegung gesetzt, der Hub = 5 F., der Kolbendurchmesser = 2 F. die Anzahl der Spiele in der Minute = 10.
Wenn die Maschine mit Expansion so wirkt, daß das Dampfrohr bei 3/5 des Kolbenhubes abgeschlossen wird, wie hat man die übrige Einrichtung der Maschine zu treffen, und welches ist ihr mechanisches Moment.

Auflösungen

$P' = 4,96(4.8,37 + 0,532.62,26)$

$= 4,96(33,48 + 32,12) = 325,376$

Daher das Moment der Reibung:

$F = \frac{2/3 . 0,1 . \frac{1}{6} . 325 . 94}{30} = 101$ F℔

Das Moment der Reibung am Wellzapfen:

$F' = \varphi \frac{\rho}{l} G v = 0,1 . \frac{5/12}{30} 1000 . 94 = 130,55$

Hiernach bleibt für das mechanische Moment des Rades

$Uv - (F + F') = 2500,89 - (101 + 130,55) = 2269$ F℔

7) Das mechanische Moment einer Wattschen Maschine, die mit Expansion wirkt, bestimmt sich nach:

$Pv = \frac{AB}{t} . \frac{bp}{B}\left(1 + L\frac{B}{b}\right)$ wo

$A = \frac{D^2\pi}{4} = \frac{2^2 . 3,141}{4} = 3,141 \square F$ = der Querschnitt des Treibekolbens

$B = 5$ F. $b = 3/5\, B = 3$ F.

$t = \frac{60}{2.10} = 3$ Secunden = Zeit beim Aufgange des Kolbens beim ~~einem~~ Spiele.

$p = 0,3847 . 144\, E$ = der Druck des Dampfs auf einen Quadratfuß, und

$\log E = 2,89 + \log(213 + t) - \frac{847,3}{140 + t}$

$= 2,89 + 2,4955443 - 3,53 = 1,8576443$

$E = 72,052$ = Expansivkraft der Dämpfe v. 100° R

Daher $p = 0,3847 . 72,052 . 144 = 4017,6$ ℔.

Durch Einsetzung dieser Werthe, wobei $L = \log nat = 2,3025 \log.$ vulg. erhält man:

$Pv = \frac{3,141 . 5 . 3 . 4017}{3 . 5}\left(1 + 2,3025 \log \frac{5}{3}\right)$

$= 12617 . 1,5104 = 19151$ F℔.

Aufgaben

Auflösungen

Da aber der Effect der Maschine wegen unvollkommner Condensation, Abkühlung der Dämpfe, ehe sie in den Cylinder kommen u. s. w. auf ½ herabgezogen wird, ist nur:

$\frac{Pv}{2} = \frac{1}{2} \cdot 19151 = 9575$ F℔ $= 14-15$ Pferdekräfte in Rechnung zu bringen, wobei

$v = \frac{u \cdot B}{60} = 4{,}666$ F.

Das nöthige Dampfquantum pro Min. hat man

$m = ubA = 10 \cdot 3 \cdot 3{,}141 = 94{,}23$ CF. zu geben

daher das Quantum des Einspritzwassers $M = m\delta$, wobei

$\delta = \frac{0{,}000028606E}{1+0{,}00468T} = 0{,}0014$ die Dichtigkeit des Dampfs zu der des Wassers, daher

$M = 0{,}0014 \cdot 94{,}23 = 0{,}132$ CF pro Min.

Die Menge des Condensationswassers bestimmt sich nach:

$W = \frac{(520-T)}{T-t} M$ CF. wobei

$T = 40^\circ =$ die Temperatur im Condensator

$t = 10^\circ =$ " " " des Einspritzwassers

Daher:

$W = \frac{(520-40)0{,}132}{40-10} = 2{,}112$ CF.

8) Ein Schachtgestänge soll aus 10, 30 F. langen Stangen von Fichtenholz zusammengesetzt werden, die Schlösser sollen 5 F. Länge und ebensoviel Breite und Höhe, als das Gestänge erhalten und das Eisenwerk eines Schlosses soll im Mittel 40 ℔ wiegen. Die angehängte Last soll am Ende des Gestänges

8) Der Querschnitt der untersten Stange bestimmt sich ziemlich richtig nach $a = \frac{Q}{K}$ wenn

$Q = 4000$ ℔ die angehängte Last und

$K = 288$ ℔ = die absolute Festigkeit des Fichtenholzes auf 1 Quadratzoll.

Daher $a = \frac{4000}{288} = 14$ □Zoll $= 0{,}1$ □F.

Der Querschnitt der obersten Stange:

Aufgaben

4000 ℔ ausmachen und bei jeder Stange 1000 ℔ zunehmen. Wenn nun das Fallen des Gestänges = 70° und die absolute Festigkeit des Fichtenholzes $= \frac{14400}{50}$ ℔ beträgt, wie stark müssen die Stämme seyn, aus denen man die einzelnen Stangen zuzimmern hat, und welche Querschnitte müssen diese erhalten?

Auflösungen

$A = \frac{Q + Q'n + 40n + a(l+l')g}{144K}\left(1 + \frac{(l+l')}{K}g\right)^{n-1}$

$Q = 4000$ ℔

$Q' = 1000$ ℔

$n = 10$ = die Zahl der Stangen

$l = 30$ F. = die Länge " " "

$l' = 5$ F. = " " der Schlösser

$g = 25$ ℔ = das Gewicht von 1 C.F. Fichtenholz

Demnach:

$A = \frac{4000 + 1000.10 + 40.10 + 0,1(30+5)25}{41472}$
$\times\left(1 + \frac{(30+5)25}{41472}\right)^{10-1}$

$= \frac{14400 + 78,5}{41472}(1 + 0,0211)^{9} = 0,4215$ □ F.

$= 60,7$ □ Zoll.

Da aber das Gestänge bloß 70° Tonnlage hat, so ist bloß die Stärke
$60,7 \sin\alpha = 60,7 . 0,9397 = 56,8$ □ Zl. nöthig

Wenn nun die Höhe der Stange $= h$ und ihre Breite $= b$, so macht man:
$h : b = \sqrt{2} : 1$ daher $h = b\sqrt{2}$ oder:
$hb = b^2\sqrt{2} = 56,8$ daher $b = \sqrt{\frac{56,8}{\sqrt{2}}} = 6,337$ Zl.
und $h = 6,337\sqrt{2} = 6,337 . 1,414 = 8,96$ Zl.

Die Stärke des Holzes für die oberste Stange daher:
$R = \sqrt{h^2 + b^2} = \sqrt{8,96^2 + 6,337^2} = 11$ Zl.

Die Höhe und Breite der untersten Stange ergiebt sich ebenso: $b' = \sqrt{\frac{14}{\sqrt{2}}} = 3,138$
und $h' = b'\sqrt{2} = 4,437$

Daher die Stärke des Holzes zu der untersten Stange:

$R = \sqrt{h'^2 + b'^2} = \sqrt{4,437^2 + 3,138^2} = 5,434$ Zl.

Aufgaben

Auflösungen

Der Querschnitt einer jeden einzelnen Stange muß daher um

$\frac{56,8-14}{9} = 4,755$ □Zoll größer seyn als der der nächst unteren, und ebenso müssen die Stärken der Hölzer für jede Stange um

$\frac{11-5,434}{9} = 0,618$ Zoll nach oben zunehmen.

91) Ein Räderwerk soll aus einem 4 F. hohen Sternrade mit 30 Zähnen, und einem Getriebe mit 13 Zähnen oder Triebstöcken bestehen. Wie hat man die Anordnung zu machen,

1) bei Triebstöcken und epicycloidischen Zähnen des Sternrades

2) bei Zähnen nach der Kreisevolvente, und wie groß ist die Reibung in beiden Fällen?

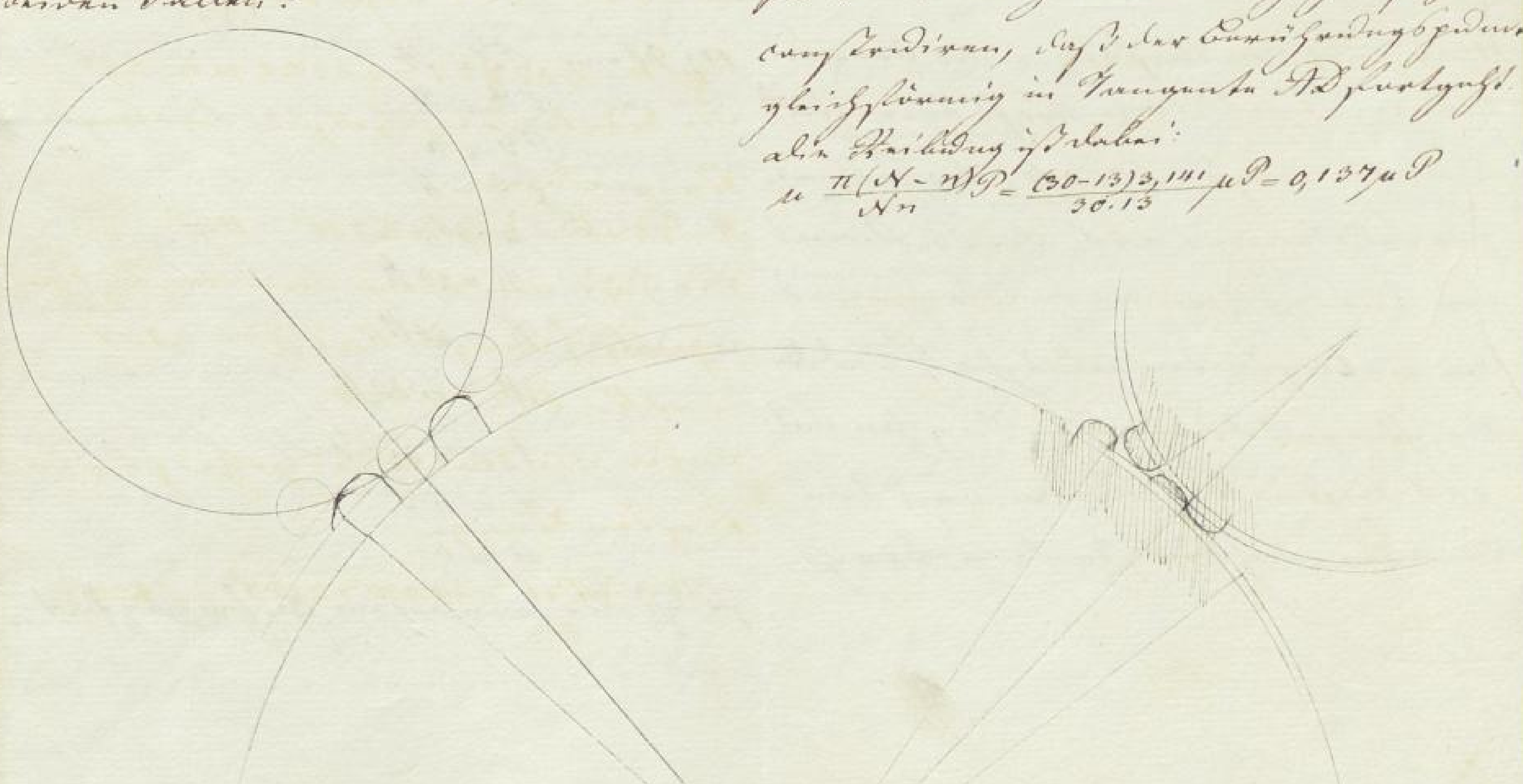
91) In beiden Fällen hat man den Theilkreis des Getriebes $x = \frac{13.4}{30} = 1,75$ F. zu machen. Der Theilwinkel des Sternrades ist dabei $\alpha = \frac{360^\circ}{30} = 12^\circ$ und der des Getriebes $\alpha' = \frac{360^\circ}{13} = 27^\circ 41' 32''$

Die Triebstöcke werden cylindrisch hergestellt u. die Zähne auf beiden Seiten epicycloidisch. Hierbei ist die Reibung:

$F = \mu \frac{\pi(2N+3n)}{4Nn}P = \frac{3,141(2.30+3.13)}{4.30.13}\mu P = 0,19\mu P$

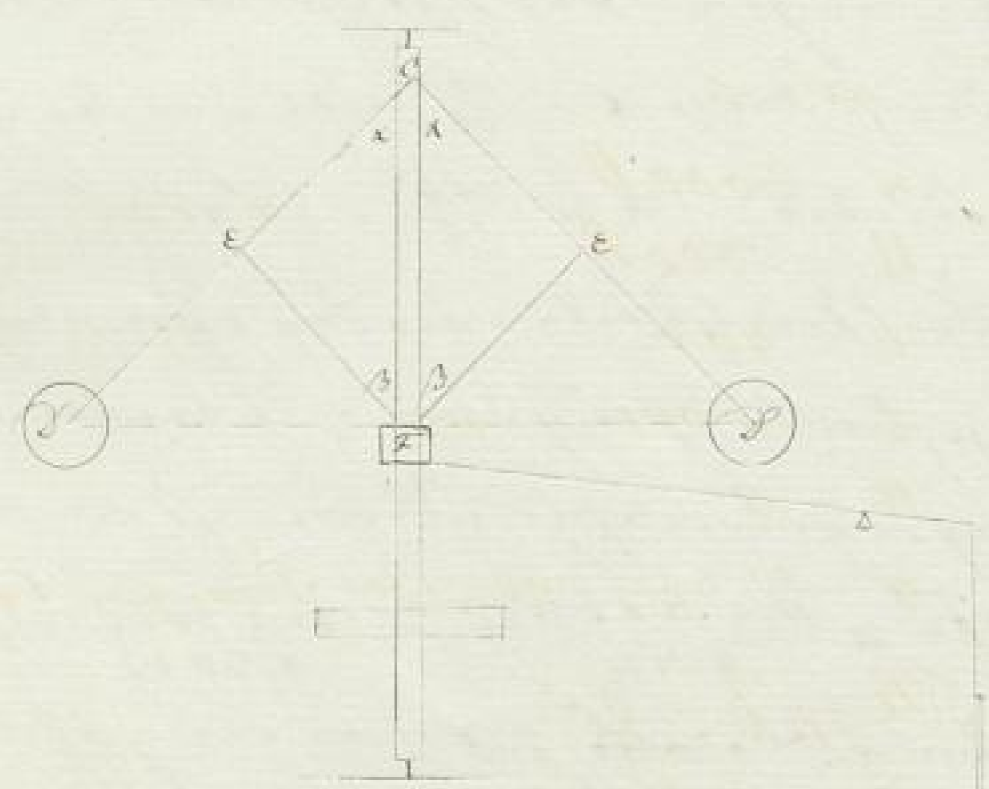
Im 2ten Falle hat man die Zähne so zu construiren, daß der Berührungspunkt gleichförmig in Tangente AD fortgeht. Die Reibung ist dabei:

$\mu \frac{\pi(N-n)}{Nn}P = \frac{(30-13)3,141}{30.13}\mu P = 0,137\mu P$



Aufgaben

10) Ein Regulator mit Schwungkugeln soll durch das Stellen eines Schutzbrettes AB eine Maschine immerwährend in gleichförmigem Gange erhalten, wenn auch die Last veränderlich ist; eine Schwungkugel soll 8 ℔ wiegen, CD = 2 F., EC = EF = 1 F. betragen: wie oft muß eine Schwungkugel in der Secunde umgehen, wenn der Regulator seinen Zweck erreichen soll, und die, auf F reducirte Kraft zum Ziehen des Schutzbretts 500 ℔ beträgt?



11) Die auf den Umfang eines Bremskranzes A reducirte Kraft beträgt 50 ℔ und die Masse 6000 ℔, der Halbmesser des Kranzes = 4 F., der Coefficient der Reibung zwischen dem Kranze und den Bremsklötzen beträgt $= \frac{1}{3}$ und die Maschine soll durch einen Menschen mit 20 ℔ Kraft in 2 Secunden nach dem Bremsen zum Stillstande gebracht [werden].

Auflösungen

10) Die Kraft, welche eine solche Maschine auszuüben vermag, bestimmt sich nach:

$$K = \frac{2\frac{a}{b}\left(\sin\alpha - \frac{c^2\cos\alpha}{2gr}\right) G\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

Hieraus die Geschwindigkeit nach:

$$\sin\alpha - \frac{c^2\cos\alpha}{2gr} = \frac{\sin(\alpha+\beta)K}{2\frac{a}{b}G\cos\beta}$$ daher:

$$c = \sqrt{\left(-\frac{K\sin(\alpha+\beta)}{2\frac{a}{b}G\cos\beta} + \sin\alpha\right)\frac{2gr}{\cos\alpha}}$$

Da nun $K = 500$ ℔ gegeben,
$G = 8$ ℔
$CD = a = 2$ F.
$\alpha = \beta = 45^\circ$, denn da $CE = EF$, so die gegenüber liegenden Winkel gleich, also $2\alpha = 2\beta = 90$ und $\alpha = \beta = 45^\circ$

Die halbe Entfernung zwischen beiden Schwungkugeln ist:

$$r = \frac{D}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+a^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2} = 1{,}415.$$ daher:

$$c = \sqrt{\left(-\frac{500.1}{2\frac{2}{1}8.0{,}707} + 0{,}707\right)\frac{2.17{,}4.1{,}415}{0{,}707}}$$

$$= \sqrt{(-22{,}124+0{,}707)69{,}6} = 38{,}35 \text{ Fuß}$$

daher die Zahl der Umgänge pr. Sec.

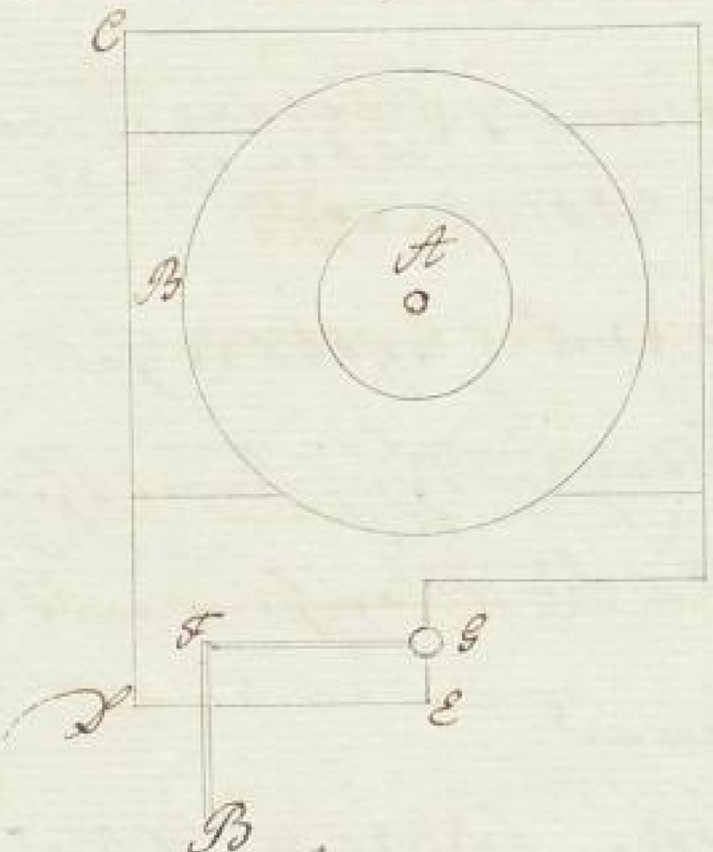
$$u = \frac{c}{2r\pi} = \frac{38{,}35}{2.3{,}141.1{,}415} = 4{,}314$$

11) Wenn $CD = A$
$CB = B$
$FG = a$
$EG = b$
$\mu = \frac{1}{3}$
$P = 20$ ℔
$K = 50$ ℔
$M = 6000$ ℔
$t = 2$ Secunden
$r = 4$ F.
$n = 6$

so ist die vorhandene Geschwindigkeit

Aufgaben

bewegt werden, während die Welle pro Min. 6 Umgänge macht. Welche Verhältnisse muss man in dieser Absicht den Hebelsarmen CB, CD, GF und EG geben?



12) Welches ist die zweckmäßigste Breite und Dicke eines 12 F. hohen Schwungrades von Gusseisen, wenn der Querschnitt des Ringes ein Quadrat und der von jedem der 8 Arme die Hälfte davon ist, wenn ferner der Zapfenhalbmesser = 2 Zoll, der Reibungscoefficient = $\frac{1}{10}$, die immerwährend in Bewegung befindliche und auf den Halbmesser von 2 F. reducirte Masse = 5000 ℔, und die aller 5 Sec. aus der Ruhe in Bewegung zu setzende und auf ihn reducirte Masse = 3000 ℔, und ihr Weg in dieser Zeit = 70 F. beträgt? Wie groß ist zweitens der Zuwachs an Kraft, den die, aus der Ruhe in Bewegung zu setzende Masse nöthig hat, bei An- und Abwesenheit des Schwungrades?

Auflösungen

des Rades

$$c = \frac{\pi r n}{30} = 2gt\frac{\left(u\frac{Aa}{Bb} - K\right)}{M}$$

Hieraus bestimmt sich das Verhältniss der Hebelsarme:

$$\frac{Aa}{Bb} = \frac{\left(\frac{\pi n r M}{30 \cdot 2gt} + K\right)}{uK}$$

$$= \frac{\frac{2.514.6000}{2.17,4.2} + 50}{\frac{1}{3}.20}$$

$$= \frac{\frac{15084}{69,6} + 50}{\frac{1}{3}.20} = 32,51$$

12) Nimmt man

$N = 3000$ ℔

$M = 5000$ ℔

$b = 70$ F.

$t = 5$ Secunden

$n = 8$

$g = 50.7,2 = 360 =$ das Gew. von 1 C.F. Gusseisen

$R = \frac{12}{2} = 6$ F.

$r = 2$ F.

$\rho = 2$ Zoll $= \frac{1}{6}$ F. und

$m = \frac{1}{2}$ der Coefficient für den Querschnitt der Arme, so erhält man den gesuchten Querschnitt:

$$a = \frac{-(N+2M) + \sqrt{\frac{6R^2 H N^2}{Fgt^2}}}{2HR^3} \text{ wobei:}$$

$$H = \left(2\pi + \frac{mn}{3}\right)\frac{g}{R^2} = \left(2.3,141 + \frac{\frac{1}{2}8}{3}\right)\frac{360}{2^2}$$

$$= 685,35 \text{ und}$$

$$F = \varphi\frac{\rho}{r}(2\pi + m.n)g$$

Aufgaben

Auflösungen

$F = 0{,}7 \cdot \frac{6}{2}(2 \cdot 3{,}141 + \frac{1}{2} \cdot 8)\,360 = 30{,}846$

Daher:

$$a = \frac{-(3000+10000) + \sqrt{\frac{70 \cdot 6^2 \cdot 685{,}35 \cdot 3000^2}{30{,}846 \cdot 17{,}4 \cdot 3^2}}}{2 \cdot 685{,}35 \cdot \cancel{21}6^3}$$

$= 0{,}147 \,\square\, F. = 21{,}168 \,\square$ Zoll.

Hieraus ergiebt sich die nöthige Kraft für die Maschine mit dem Schwungrad:

$$P = \frac{6}{B}\left(Q + FRa + \frac{6N(N+M+HR^3a)}{gt^2(N+2M+HR^3a)}\right)$$

$$P = \frac{6}{B}\left[Q + 30{,}846 \cdot 0{,}147 + \frac{70 \cdot 3000(3000+5000+685{,}35 \cdot 216 \cdot 0{,}147)}{17{,}4 \cdot 9(3000+2 \cdot 5000+2 \cdot 685{,}35 \cdot 216 \cdot 0{,}147)}\right]$$

$$P = \frac{6}{B}\left[Q + 4{,}426 + \frac{6259470000}{8888400}\right]$$

$$= \frac{6}{B}(Q + 708{,}656)\text{ tt}$$

Für die Maschine ohne Schwungrad

$$P' = \frac{6}{B}\left(Q + \frac{6N(M+N)}{gt^2(2M+N)}\right)$$

$$= \frac{6}{B}\left(Q + \frac{70 \cdot 3000(5000+3000)}{17{,}4 \cdot 9(10000+3000)}\right)$$

$$= \frac{6}{B}(Q + 835{,}18)\text{ tt.}$$

Aufgaben

13) Ein Balancier hat 12 F. Länge und 4 F. Hub und soll ein bewegliches Parallelogramm von 3 Fuß Länge und 2 Fuß Höhe erhalten. Man soll die Lage und Länge der Gegenlenker durch Rechnung finden und die größte Abweichung zur Seite bestimmen.

Auflösungen

Wenn $R = \frac{12}{2} = 6$, der Halbmesser

$h = \frac{4}{2} = 2$ = der halbe Hub

$\left.\begin{array}{l} b = 3 = \text{die Länge} \\ a = 2 = \text{die Breite} \end{array}\right\}$ des Parallelogr.

so ist $\sin\alpha = \frac{h}{R} = \frac{1}{3}$ und $\sin\alpha^2 = \frac{1}{9}$

daher $\alpha = 19°\,28'\,9''$

$\sin\frac{1}{2}\alpha = \sin 9°\,44'\,5'' = 0,16918$

$\sin\frac{1}{2}\alpha^2 = 0,028$ und $\sin\frac{1}{2}\alpha^4 = 0,000817$

hiernach die Länge der Gegenlenker

$$r = \frac{(6-3)^2\frac{1}{9} + 4.3^2.0,000817}{4.3.0,028} = 3,064$$

Die Größe der Abweichung bestimmt sich nach

$x = b(1-\cos\gamma) - b(1-\cos\gamma')$ wo

$\gamma = \frac{\alpha}{2} = 9°\,44'\,5''$ und

$\gamma' = \beta + \varepsilon - \delta$, welche Winkel sich folgendermaßen bestimmen:

$$e = \frac{R(1-\cos\alpha)}{2} = \frac{6(1-0,9428)}{2} = 0,1715 \text{ woraus}$$

$$d = \sqrt{a^2-e^2} = \sqrt{2^2-0,1715^2} = \sqrt{3,9706} = 1,992$$

Diese Werthe geben:

$$\operatorname{ctg}\beta = \frac{R+r-(b+e)}{d} = \frac{6+3,064-(3+0,171)}{1,992} = 2,9085$$

und daher $\beta = 18°\,27'\,32''$

Ferner ist:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{(R-b)\sin(\beta+\gamma)}{r-(R-b)\cos(\beta+\gamma)}$$

da nun $\beta+\gamma = 18°\,27'\,32'' + 9°\,44'\,5'' = 28°\,11'\,37''$

also $\sin(\beta+\gamma) = 0,4763$

$\cos(\beta+\gamma) = 0,88025$ und:

Aufgaben

Auflösungen

$f = \sqrt{d^2 + (R + r - (b + c))^2} = \sqrt{1,992^2 + [6 + 3,064 - (3 + 0,1715)]^2}$

$= \sqrt{3,964 + 34,727} = 6,22$ F.

$tg\, \varepsilon = \frac{(6-3)\,0,4763}{6,22 - (6-3)\,0,88025} = 0,4092$ und

$\varepsilon = 22^\circ 32' 38''$

ferner ist:

$\cos \delta = \frac{g^2 + r^2 - a^2}{2gr}$, wo

$g = \sqrt{(R-b)^2 + f^2 - 2(R-b) f \cos(\beta + \gamma)}$

wo $g = \sqrt{9 + 6,22^2 - 2.3.6,22.0,88025}$

$= \sqrt{47,69 - 33,11} = \sqrt{14,58} = 3,821$

Daher $\cos \delta = \sqrt{\frac{3,821^2 + 3,064^2 - 2^2}{2.3,821.3,064}} = 0,854$

$\delta = 31^\circ 18' 22''$ Demnach

$\gamma' = \beta + \varepsilon - \delta = 18^\circ 24' 32 + 22^\circ 32' 38'' - 31^\circ 18' 22''$

$= 9^\circ 40' 58''$

also für die Abweichung jeder Seite:

$x = 3(1 - 0,9856) - 3(1 - 0,98575)$

$= 0,0432 - 0,04275 = 0,00045$ Fuß

$= 0,06624$ Zoll