Aufgaben

aus der

Bergmaschinenlehre.

Aufgelöst

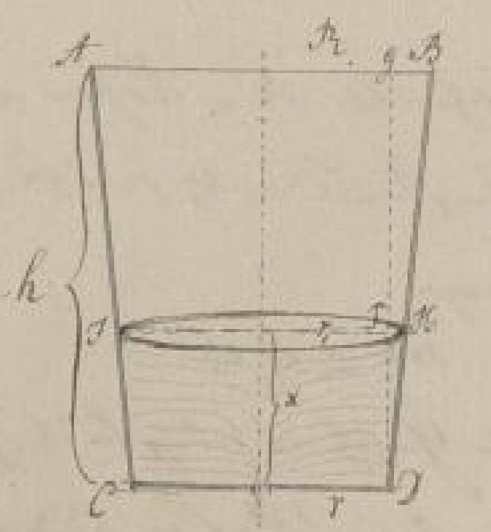
von

Hugo Volkmar Oppe.

Akadem. Lehrjahr $\frac{1845}{1846}$.

Aufgaben aus der Hydraulik.

1) In welcher Zeit leert sich das konische Gefäß ABCD, wenn dessen obere Weite 4 Fuß, die untere Weite 3 Fuß und Höhe 5 Fuß beträgt, die Ausflußmündung aber einen Durchmesser von $2\frac{1}{2}$ Zoll hat?



Ist der Querschnitt für eine beliebige Höhe x des Wasserstandes = y, sei ferner der Querschnitt der Ausflußöffnung = a, und μ der Ausflußcoeffizient, so ist die Zeit in welcher sich das Gefäß leert

$$t = -\frac{1}{\mu a \sqrt{2g}} \int \frac{y\,dx}{\sqrt{x}}.$$

Um das Integral lösen zu können, müssen wir den Querschnitt y durch eine Funktion von x ausdrücken. Das Gefäß hat die Form eines abgestumpften Kegels. Ist R der Halbmesser seiner Basis AB, r_1 den Halbmesser des beliebigen Querschnittes $JH = y$ von der Höhe x, und r den der Fläche CD, so haben wir

$$y = \pi . r_1^2,$$

$$r_1 = r + FH,$$

$$\frac{FH}{GB} = \frac{HD}{BD} = \frac{x}{h}, \text{ und}$$

$$FH = \frac{x}{h} GB = \frac{x}{h}(R - r),$$

folglich

$$y = \pi\left(r_1 + \frac{x}{h}(R - r)\right)^2, \text{ und}$$

$$t = -\frac{1}{\mu a \sqrt{2g}} \int \frac{\pi\left(r + \frac{x}{h}(R-r)\right)^2 dx}{\sqrt{x}}$$

$$= -\frac{\pi}{\mu a \sqrt{2g}} \int \left(r^2 + \frac{2xr}{h}(R-r) + \frac{x^2}{h^2}(R-r)^2\right) x^{-\frac{1}{2}}\, dx.$$

Dieses Integral ist zu nehmen zwischen den Grenzen $x = h = 5$, und $x = 0$; also

$$t = -\frac{\pi}{\mu a \sqrt{2g}} \int_5^0 \left(2r^2 x^{\frac{1}{2}} + \frac{4r}{3h}\cdot(h-r)\,x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5h^2}(h-r)^2\, x^{\frac{5}{2}}\right)$$

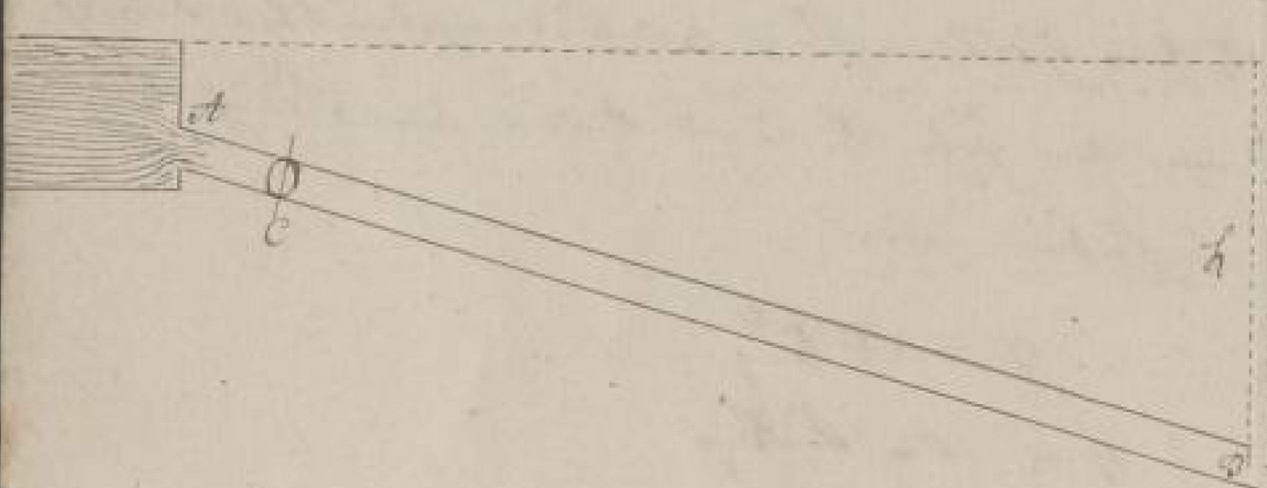
$$= \frac{\pi}{\mu a \sqrt{2g}}\left(2r^2 + \frac{4}{3}\frac{r}{h}(h-r).5 + \frac{2}{5}\cdot\frac{25}{h^2}(h-r)^2\right)\sqrt{5}$$

$$= \frac{2\pi\sqrt{5}}{\mu a \sqrt{2g}}\left(\frac{9}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{20}\right) = \frac{2\pi\sqrt{5}}{0{,}61.\pi.\frac{25}{48^2}\sqrt{2g}}\cdot\frac{56}{20}$$

$$= \frac{48^2\sqrt{5}}{6{,}1.25.\sqrt{2g}}\cdot 56 = \frac{144506{,}88}{634{,}4}$$

$$= 227{,}78'' = 3'\,47{,}78''.$$

2.) Wie viel Wasser liefert die Röhrentour AB von 500 Fuß Länge und 3 Zoll Weite, bei einer Druckhöhe von $h = 2\frac{1}{2}$ Fuß, vorausgesetzt daß die regulierende Drehklappe 25° geöffnet sei?



Ist der Querschnitt der Röhre = a, und die Geschwindigkeit des Wassers = v, so ist die ausfließende Wassermenge

$$m = a v.$$

Es ist also die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit welcher das Wasser ausfließt. Diese wird vermindert durch die Contraction beim Eintritt des Wassers in die Röhren, zweitens durch den Widerstand der Drehklappe und durch den Widerstand der Reibung. Nennt man den Coefficienten für die Contraction beim Eintritte = ζ, den Coefficienten für den Widerstand der Drehklappe bei 25° Öffnung derselben = ζ_1, und den für die Reibung = ζ_2; so ist, wenn l die Länge der Röhrentour und d die Weite derselben bezeichnet, die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+\zeta+\zeta_1+\zeta_2\frac{l}{d}}}.$$

Es ist nun erfahrungsmäßig

$$\zeta = 0{,}505,$$
$$\zeta_1 = 2{,}462 \text{ und}$$
$$\zeta_2 = 0{,}025; \text{ demnach:}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+0{,}505+2{,}462+0{,}025.\frac{l}{d}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.34{,}68.\ 2{,}5.}{1+0{,}505+2{,}462+0{,}025.\frac{500}{\frac{1}{4}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{173{,}4}{3{,}967+50}}$$

$= 1{,}79$ Fuß per Sec.

Folglich das Wasserquantum

$$m = av = \frac{\pi . d^2}{4} . 1{,}79$$

$$= \frac{3{,}141.\ \frac{1}{16}.\ 1{,}79}{4}$$

$= 0{,}08771$. Kubikfuß per Sec.

3, Welches Gefälle verlangt ein Aufschlagegraben von 3500 Fuß Länge, welcher eine Wassermasse von 10 Kubikfuß per Sec. mit einer mittleren Geschwindigkeit von $1\frac{1}{4}$ Fuß fortführen, und ein trapezoidales Querprofil mit 2füßiger Böschung erhalten soll?

Nennen wir das gesuchte Gefälle $= h$, den Umfang des Querschnittes $= u$, dessen Inhalt $= a$, die Länge des Grabens $= l$, und die Geschwindigkeit $= v$; so ist

$$h = A.\frac{ulv}{a} + B.\frac{ulv^2}{a},$$

wo A u. B gewisse Erfahrungszahlen sind, nämlich $A = 0{,}000024265$ und

$B = 0{,}00036557$; so wie

$l = 3500$ Fuß, und

$a = \frac{m}{v} = \frac{10}{1\frac{1}{4}} = 8$ □ Fuß

Es ist also noch der Umfang u zu suchen. Ist der Böschungswinkel $= \alpha$, und die Tiefe des Grabens $= x$, so ist

$$u = 2x\left(\frac{2-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right).$$

Da wir ½ füßige Böschung haben, so ist

$$tg\,\alpha = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2, \text{ und}$$

$$\alpha = 63^\circ 26'\, 5{,}8''.$$ Ferner ist

$$x = \sqrt{\frac{a \sin\alpha}{2-\cos\alpha}}; \text{ folglich}$$

$$\mu = 2\sqrt{\frac{a\sin\alpha}{2-\cos\alpha}} \cdot \left(\frac{2-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

$$\mu^2 = 4 \cdot \frac{a\sin\alpha}{2-\cos\alpha} \cdot \left(\frac{2-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$$

$$= \frac{4 \cdot 8 \cdot (2-\cos 63^\circ 26' 5{,}8'')}{\sin 63^\circ 26' 5{,}8''}$$

$$= \frac{32(2-0{,}447)}{0{,}894}$$

$$= 55{,}98; \text{ und}$$

$$\mu = \sqrt{55{,}98} = 7{,}45 \text{ Fuß}.$$ Demnach

$$h = 0{,}000024265 \cdot \frac{luv}{a} + 0{,}00036557 \cdot \frac{luv^2}{a}$$

$$\frac{lu}{a} = \frac{3500 \cdot 7{,}45}{8} = 3259{,}375$$

$$v = 1/4 \text{ Fuß rhnl.} = \frac{5}{14}{}^m.$$

Nun wird

$$h = \left(0{,}000024265 \cdot \frac{5}{14} + 0{,}00036557\left(\frac{5}{14}\right)^2\right) \cdot 3259{,}375$$

$$= 0{,}000154468 \cdot 3259{,}376 \cdot \frac{5}{14}$$

$$= 0{,}18023^m.$$

4, Wenn das Wasser in einem Fluß von 50 Fuß Breite, 4 Fuß Tiefe u. 2 Fuß mittlerer Geschw. des Wassers 5 Fuß höher gestaut werden soll, von welcher Höhe ist das Wehr aufzuführen? Wie hoch wird sich das Wasser noch 2000 Fuß oberhalb des Wehres noch aufstauen?

Nennt man die Höhe des Wehres x, die Stauhöhe $= 5 = h$, die Tiefe des Unterwassers $= 4 = h_2$, und die Höhe des künftigen Wasserspiegels über der Wehrkappe $= h_1$, so ist

$$x = h - h_1 + h_2$$

Ist die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers

$= v_1$, und die hierzu gehörige Geschwindig-
keitshöhe $\frac{v_1^2}{2g} = k$, ferner die Breite des
Flusses $= b$, und die Wassermenge $= m$,
so hat man

$$h_1 = -k + \left(\frac{3}{2\mu b\sqrt{2g}} + k^{3/2}\right)^{2/3}, \text{ wo}$$

μ eine Erfahrungszahl $= 0{,}8$,

$m = a.v_1$, u. $b = 50$,

$$k = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{\left(\frac{4.2}{9}\right)^2}{2g} = \frac{\frac{16}{81}.4}{2g} = 0{,}0114.$$

Demnach

$$h = -0{,}0114 + \left(\frac{3.50.2.\frac{4}{9}.4}{2.\,0{,}8.\,50.\sqrt{69{,}36}} + 0{,}0114^{3/2}\right)^{2/3}.$$

$$= -0{,}0114 + (0{,}8 + 0{,}001217)^{2/3}$$

$$= -0{,}0114 + 0{,}801217^{2/3}$$

$$= -0{,}0114 + 0{,}86265$$

$$= 0{,}85125. \text{ Folglich}$$

$$x = 5 - 0{,}58125$$

$$= 8{,}14875'$$

Gehen wir nun über zur Berechnung der Stauhöhe Δc für die Stauweite l ($= 2000$ Fuß. Ist hier der Neigungswinkel des Flußbettes $= \alpha$, so haben wir

$$\frac{\Delta c}{l} = \frac{\mu(Av_2 + Bv_2^2) - a\sin\alpha}{a - 2b.\frac{v^2}{2g}}, \text{ wo}$$

A u. B wieder dieselbe Bedeutung haben wie in der vorigen Aufgabe, aber

$$v_2 = \frac{v_1 + v}{2} = \frac{2.\frac{4}{9} + 2}{2} = \frac{13}{9}. \text{ Ferner}$$

$$tg\,\alpha = \frac{h}{l}, \text{ und}$$

$$h = A \cdot \frac{luv}{a} + B \cdot \frac{luv^2}{a}; \text{ demnach}$$

$$tg\alpha = \frac{h}{l} = \frac{1}{l}\left(A\frac{ulv}{a} + B\frac{ulv^2}{a}\right)$$

$$= \frac{u}{a}(Av + Bv^2)$$

$u = 50 + 8' = 58$ Fuß $= 16{,}57^m$

$a = 50 \cdot 4 = 57{,}14^m$, sowie

$v = 2$ Fuß $= \frac{4}{7}$ m. Folglich

$$tg\alpha = 0{,}29 \cdot \frac{4}{7}(0{,}0000242 65 + 0{,}00036557 \cdot \frac{4}{7})$$

$$= 0{,}27 \cdot \frac{4}{7} \cdot 0{,}00023316 2$$

$$= 0{,}000734 12712, \text{ und}$$

$$\alpha = 0^\circ\, 0'\, 15{,}9''$$

Jetzt ist dies in die erste Formel eingesetzt so erhält ist

$$\frac{\Delta c}{l} = \frac{u(Av_2 + Bv_2^2) - a\sin\alpha}{a - 2b\frac{v_2^2}{2g}}$$

$$= -\frac{16{,}57(0{,}0000242 65 \cdot \frac{13}{9} + 0{,}00036557(\frac{13}{9})^2 + 57{,}14 \sin(0^\circ 0' 15{,}9''))}{57{,}14 - 14{,}286 \cdot \frac{0{,}413^2}{9{,}81}}$$

$$= -\frac{-0{,}0029955}{56{,}89161}$$

$$= 0{,}000053^m, \text{ und}$$

$$\Delta c = 0{,}000053^m \cdot l = 0{,}003^m$$

$$= 0{,}105 \text{ Fuß}.$$

Aufgaben aus der Aërodynamik

5., Welche Windmenge giebt ein Gebläse, bei welchem das Manometer am Regu-

Die gesuchte Windmenge

$$m = a \cdot v.$$

77

lator auf 3 Zoll steht, während der Barometerstand 27 Zoll, und der Thermometerstand 10° ist; die Länge der Windleitung 50 Fuß, die Weite 5 Zoll, u. der Durchmesser der konischen Mündung 2½ Zoll beträgt?

der Ausflußcoefficient = μ,
die Temperatur = t,
der Barometerstand = b,
die Länge der Leitung = l,
deren Weite = d, und
die Weite der Mündung = d_1, so ist

$$v = \frac{1258\mu\sqrt{(1+0{,}00367 . t . \ln\left(\frac{b+h}{b}\right)}}{\sqrt{1+\zeta_1+0{,}024 . \frac{l d_1^4}{d^5}}}$$

Obige Bezeichnungen haben nun folgende Werthe: $\mu = 0{,}85$;

$$t = 0{,}826$$
$$b = 27.$$
$$h = 3.$$
$$\zeta_1 = 0{,}826$$
$$l = 50',$$
$$d_1 = 2{,}5'', \text{ u.}$$
$$d = 5''$$

Also

$$v = \frac{1258 . 0{,}85\sqrt{(1+0{,}00367 . 10)\ln\left(\frac{27+3}{27}\right)}}{\sqrt{1+0{,}826+0{,}024 . \frac{50 . 12}{5^5} . 2{,}5^4}}$$

$$= \frac{1258 . 0{,}85 . \sqrt{1{,}0367 . 0{,}10536}}{\sqrt{1{,}826+0{,}024 . 12 . 0}}$$

$$= 249{,}574 \text{ Zoll.}$$

Folglich der

$$a = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3{,}141}{4} . 2{,}5^2$$

$$= 4{,}9 \text{ □Zoll, die Windmenge}$$

$$m = a . v = 249{,}574 . 4{,}9$$
$$= 1263{,}04 \text{ Kubikzoll}$$
$$= 0{,}731 \text{ Kubikfuß}$$

Aufgaben aus der Bergmaschinenlehre.

1.) Man soll die Anordnung und Berechnung eines oberschlächtigen Wasserrades bewerkstelligen, welches dazu bestimmt ist, bei einem Gefälle von 35 Fuß ein Wasserquantum von 500 Kubikfuß pro Minute aufzunehmen, u. dabei $4\frac{1}{2}$ Umdrehungen zu machen.

Zunächst ist hier der Durchmesser des Rades zu berechnen. Wir wollen annehmen daß Rad gehe $\frac{2}{3}$ mal so schnell, als die Geschwindigkeit des Wassers ist, so erhalten wir, wenn

D die Höhe des Rades,

u die Umdrehungszahl pro Minute,

h das Gefälle und

μ eine Erfahrungszahl $= 0,74$ ist

$$\frac{\pi . D u}{60} = \frac{2}{3} . \mu . \sqrt{2g(h-D)}$$

$$\frac{3,141 . D . 4\frac{1}{2}}{60} = \frac{2}{3} . 0,74 . \sqrt{2 . 34,67 (35-D)}$$

$$D = 31,85',$$

wofür wir füglich

$$D = 32 \text{ Fuß}$$

annehmen können.

Es sei nun

die Kranzbreite $= b = 1$ Fuß;

die Wassermenge p. S. $= m = \frac{500}{60} = 8\frac{1}{3}$ C.F.;

die Weite des Rades $= l$, und

die Füllung der Zellen $= \frac{1}{3}$; so wird

$$m = \frac{1}{3} \frac{\pi D u}{60} . b . l, \text{ und}$$

$$l = \frac{180 . m}{\pi . D . u . b} = \frac{180 . 500}{3141 . 32 . 4\frac{1}{2} . 1 . 60}$$

$$= 3,3 \text{ Fuß} = 3 \text{ Fuß } 4 \text{ Zoll}.$$

Es dürfte nun am vortheilhaftesten erscheinen, die Schaufeln rund zu machen, und den Theilkreis in die Mitte der Kranzbreite zu legen, weil wir unter diesen Verhältnissen den größten Raum in den Zellen haben und doch den Eintritt des Wassers nicht zu erschweren. Also werden wir gußeiserne Schaufeln von einem Zoll Stärke annehmen; die Anzahl der Schaufeln bestimmen wir auf 84.

Es ist nun der Durchmesser des Theilkreises $= D_1 = 31$ Fuß, und der Umfang des Theilkreises $= \pi . 31 = 97,371$. Folglich ist der zwischen je 2 Schaufeln im Theilkreise befindliche Bogen z, den wir hier als gerade Linie ansehen können,

$$z = \frac{97,371}{84} = 1,16 \text{ Fuß}.$$

Die Strahldicke $= d$ ist auf folgende Weise zu bestimmen. Wir haben, erst wir, um kein Wasser verspritzen zu lassen, auf jeder Seite 2'' starke Stoßlatten anzunehmen, also die Schützenbreite b, um 4 Zoll kleiner anzunehmen, als die Radweite, und das noch über dem Rad befindliche Gefälle $= h$, setzen

$$b . d . \mu . v = \frac{500}{60}$$

$$d = \frac{500}{60 . 3 . 0,74 \sqrt{2gh}} = \frac{500}{60 . 3 . 0,74 \sqrt{2g . 3}}$$

$$= 0,279 = 0,28 \text{ Fuß}.$$

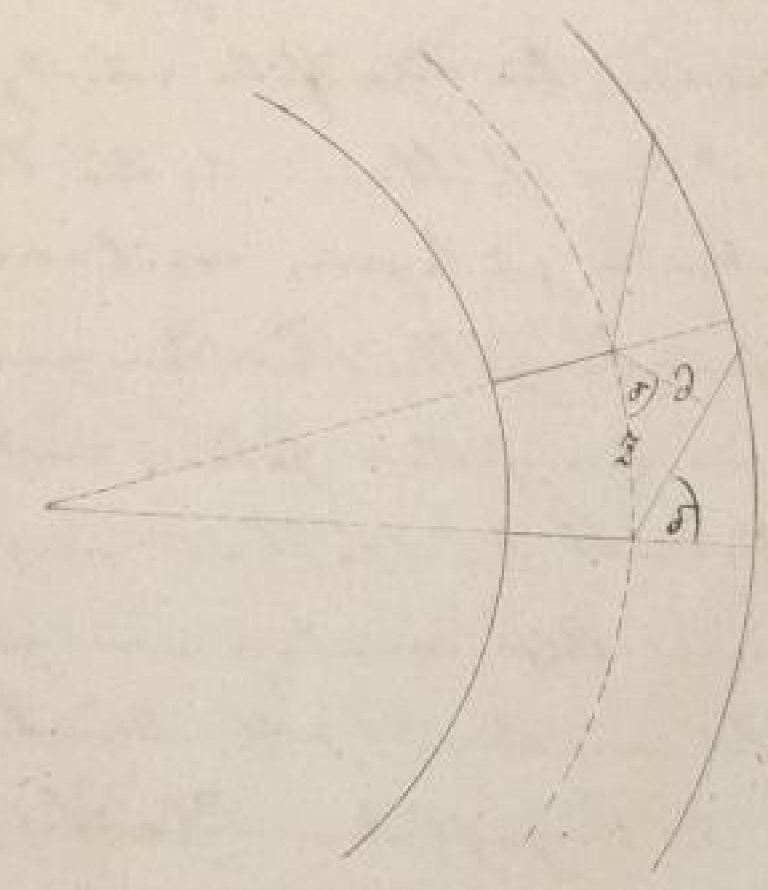
Nun

können wir den Deckungswinkel δ berechnen. Es ist nämlich allgemein

$$\sin(90-\delta) = \frac{d}{z}$$

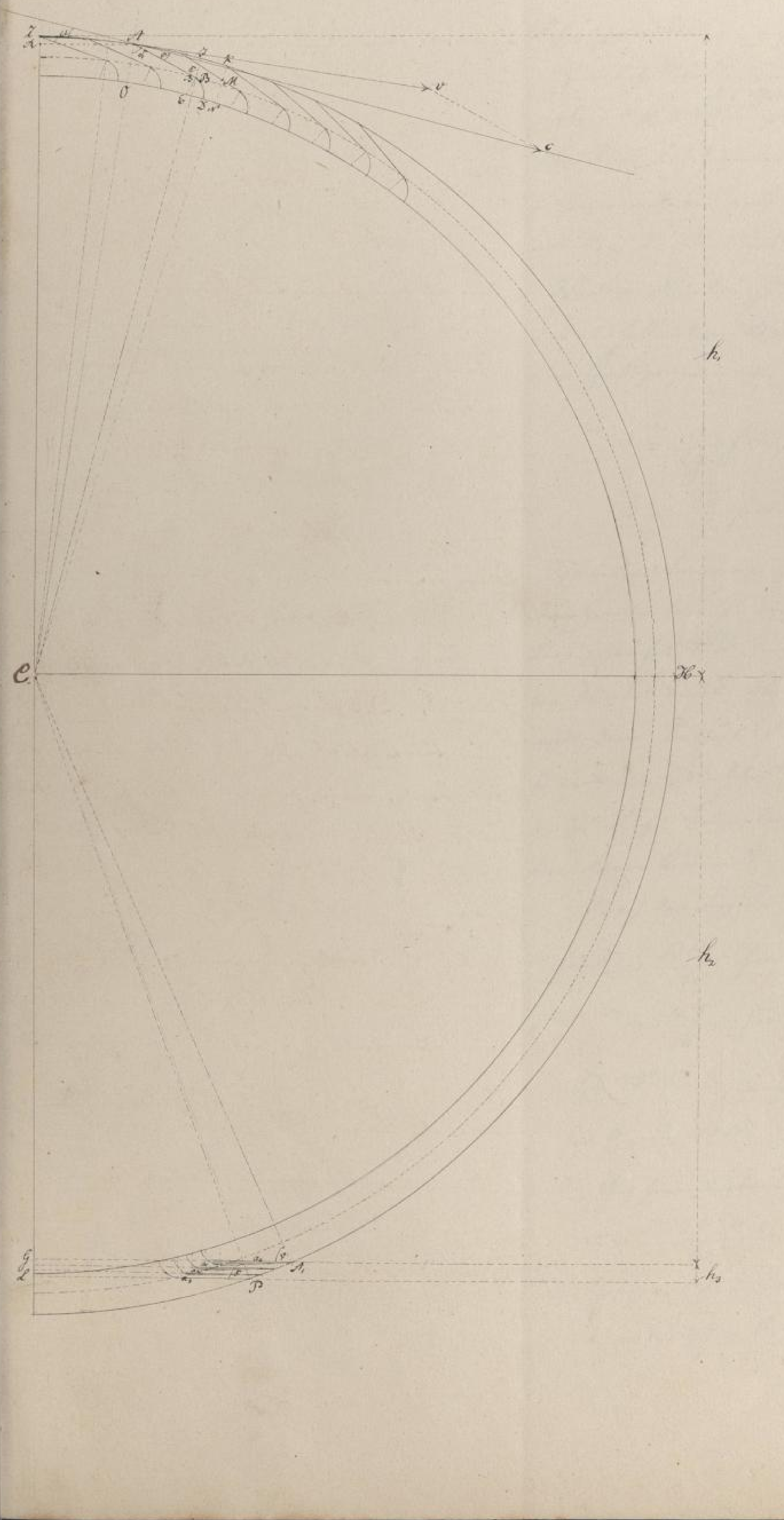
$$\cos\delta = \frac{d}{z} = \frac{0{,}28}{1{,}16} = 0{,}24138$$

$$\delta = 76^\circ 3' = 76^\circ.$$



Den Deckungswinkel können wir auch construiren d.h. die Lage der Stoßschaufel dadurch bestimmen, daß wir mit der Strahldicke aus allen Theilpunkten des Theilkreises Kreisbogen beschreiben und an diese Kreisbogen von den entsprechenden Theilpunkten Tangenten ziehen. Diese Tangenten geben die Lage der Stoßschaufeln an, und bei dieser Construction wird der Eintritt des Wassers ungehindert. Die Riegelschaufel muß sich nun tangential an die Stoßschaufel anschließen; wir fällen deshalb vom Endpunkte der Stoßschaufel ein Perpendikel, bis dieses die innere Radperipherie schneidet, nehmen dieses Perpendikel in den Zirkel, und beschreiben damit von dem letztern Durchschnittspunkt aus einen Kreisbogen von dem Endpunkte der Stoßschaufel bis an die innere Radperipherie, so giebt dieser die Lage der Riegelschaufel an.

Die Einrichtung des Rades selbst ist nun im Wesentlichen bestimmt und wir gehen deshalb jetzt zur Berechnung der



Z
A
v
c
O
B
M
C.
H
h1
h2
h3
G
L
P

Schütze über.

Zunächst bestimmen wir die Coordinaten a u. b des Scheitels der von dem einfallenden Wasser beschriebenen Parabel, und nehmen dabei an, daß das Wasser in der dritten Zelle einfalle.

Ist der Winkel ZAD, den die Richtung des einfallenden Wasserstrahles mit der Horizontalen macht, $= \mu$, so haben wir

$$a = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin \mu^2 \text{ und}$$

$$b = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin 2\mu.$$

Ist nun ferner der Winkel, den die Tangente der Parabel in A mit der Radschaufel AB einschließt $= \varphi$; ferner der Winkel BAC, den die Radschaufel AB mit dem Radius CA durch A macht, $= \delta_1$; so wie der Winkel $ACZ = \beta$, so werden wir obige Formeln auf folgende Weise berechnen können.

Nach der Figur ist

$$\sin \delta_1 = \frac{BC}{AC} \cdot \sin \delta$$

$$= \frac{15{,}5}{16} \cdot \sin 76^\circ$$

$\delta_1 = 70^\circ\, 3'$. Dann ist

$$\sin \varphi = \frac{v}{c} \cdot \cos \delta_1 =$$

Die Geschwindigkeit v des Rades ist

$$v = \frac{\pi \cdot 32 \cdot 4\tfrac{1}{2}}{60} = 7{,}54, \text{ u.}$$

die Geschw. c des Wassers

$$c = \mu \sqrt{2g \cdot 3} = 10{,}58 \text{ Fuß}.$$

Demnach

$$\sin\varphi = \frac{7,54}{10,58}\cdot\cos(70^\circ)$$

$$= 14^\circ 4'.$$

$$\beta = \frac{366'}{42} = 8^\circ 34'.$$

Nun ist

$$\mu = 90^\circ + \beta - (\varphi + \delta_1)$$

$$= 90^\circ + 8^\circ 34' - (14^\circ 4' + 76^\circ 31')$$

$$= 14^\circ 27'.$$

Demnach

$$a = \frac{c^2}{2g}\cdot\sin\mu^2$$

$$= \frac{10,58}{2.68,67}\cdot\sin^2(14^\circ 27').$$

$$= 0,1105, \text{ und}$$

$$b = \frac{c^2}{2g}\sin 2\mu = \frac{10,580}{2.68,67}\cdot\sin(28^\circ 54')$$

$$= 0,8109.$$

Da demnach der Scheitel der Parabel so nahe an das Rad kommt, so können wir das Wasser nicht frei einfallen lassen, sondern wir müssen es in einem Schußgerinne bis an die [illegible] Zelle führen. Das Gerinne neigt man um den Winkel $\mu = 14^\circ 27'$ gegen den Horizont; es schließt sich oben an an das Aufschlaggerinne, in welchem das Schutzbrett, welches hier vertical sein kann, sich befindet. Ist die Dicke des Strahles bedarf $= 0,7'$, so wird der Schutzzug

$$z = \frac{m}{360.0,74.\sqrt{2gh}} = \frac{m}{180.0,74.8,28\sqrt{3-97}}$$

$$= 0,31'.$$

Da das Rad nur 4½ Umdrehungen p. M. macht, also nur eine mäßige Umdrehungsgeschwindigkeit hat, so können wir die Wirkung der Centrifugalkraft auf das Wasser vernachlässigen, und den Wasserspiegel in den Zellen horizontal setzen. —

Nun gehen wir zur Bestimmung des Wirkungsgrades über. Hier müssen wir einerseits berechnen die Arbeit, die das ~~Wasser auf~~ Rad vom Wasser aufnimmt und andererseits die Arbeit, welche das Rad ausüben wird.

Nennen wir die Höhe vom Einfall des Wassers bis zum horizontalen Halbmesser $= h_1$; die Höhe von diesem Halbmesser bis an die Stelle, wo der Ausfluß des Wassers beginnt, $= h_2$, und die Höhe von diesem Punkte an bis an den, wo alles Wasser ausgeflossen ist $= h_3$. Da auf die Höhe h_3 nicht alles Wasser wirkt, sondern stets nur ein Theil desselben, so schreiben wir, anstatt h_3 : μh_3.

Dann ist wie bekannt die Arbeit, welche das Rad vom Wasser aufnimmt

$$Pv = \left(\frac{(c\cos\varphi - v)v}{g} + h_1 + h_2 + \mu h_3\right) mg.$$

Es ist nun

$$\frac{(c\cos\varphi - v)v}{g} = \frac{(10{,}58 \cdot \cos 14^{0}4' - 7{,}54)\,7{,}54}{34{,}335}$$

$$= 0{,}5908.$$

Ferner ist

$h_1 = CR = R . \cos \beta = 16 . \cos 8^\circ 34$

$= 15,822$

$h_2 = R . \sin v$. Es ist nun der Winkel v zu bestimmen, bei welchem das Wasser anfängt, auszufließen.

bezeichnet T den Bogen $AKNO$,

" D die Fläche $ABDNK$, und

" W den Inhalt des Wasserprofils,

so ist

$$tg\, v = \frac{2(T - D - W)}{b^2}$$

Da $T = \frac{8^\circ 34}{360} . \pi (16^2 - 15^2)$

$= 2,3$ □Fuß

der Flächenraum D besteht aus dem Dreieck ABJ, dem Viereck $JBMK$ und dem Dreieck BMN, ist also

$$= \frac{b^2 tg\, \sigma}{8} + JK . \frac{b}{2} + BM . \frac{OM}{6}.$$

$= 0,49$ □Fuß $+ 0,07$ □F., u. also

$D = 0,760$ □Fuß.

Ist q_0 die Wassermenge in jeder Schaufel und l die Radweite, so ist

$$W = \frac{q_0}{l}.$$

Nun ist $q_0 = \frac{60 m}{n . u} = 1,33$ Kbkfuß,

folglich $W = \frac{1,33}{3,33} = 0,4$ □Fuß. Demnach

$$tg\, v = \frac{2. (2,3 - 0,760 - 0,40)}{1.}$$

$= 66^\circ 19'$

Demnach

$$h_2 = R \sin \varphi = 16 . \sin 66^\circ 19'$$
$$= 14,652 \text{ Fuß.}$$

$$h_3 = R(\sin \delta - \sin \varphi)$$
$$= 16 . (\sin 76^\circ - \sin 66^\circ 19')$$
$$= 0,872 \text{ Fuß.}$$

Da jedoch auf die Höhe h_3 nicht das ganze Wasser wirkt, sondern nur ein aliquoter Theil, so nehmen wir verschiedene Stellen der Schaufeln in der Höhe h_3, berechnen in diesen die verschiedenen Wasserprofile, u. ermitteln aus diesen durch die Simpson'sche Regel den mittlern Querschnitt des Wasserprofils. Theilen wir die Höhe h_3 in 3 gleiche Theile, ziehen horizontal herüber bis an die äußerste Peripherie, u. zeichnen die Schaufeln ein; messen wir nun in jedem Wasserprofil a_0, a_1 u. a_2, u. die Höhe derselben von Theilungsstrich aus, so können wir jedes derselben berechnen, indem jedes aus einem rechtw. Dreieck, u. aus einem andern Stücke besteht, das wir als ein Parabelstück ansehen können, u. dessen Inhalt $= \frac{2}{3}$ des durch die Coordinaten bestimmten Rechtecks ist. Auf diese Weise erhalten wir

$a_0 = 0,355$ □ Fuß;

$a_1 = 0,177$ □ " , u.

$a_2 = 0,113$ " ; endlich ist

$a_3 = 0,000.$

Demnach ist der mittlere Querschnitt

$$a = \frac{a_0 + a_3 + 4a_1 + 2a_2}{9}$$
$$= \frac{0,355 + 4 . 0,177 + 2 . 0,113}{9}$$

$= 0{,}143.$

Folglich ist

$$\mu = \frac{a}{a_0} = \frac{0{,}143}{0{,}355} = 0{,}4, \text{ also}$$

$$\mu h_3 = 0{,}4 \cdot 0{,}872 = 0{,}3488 \text{ Fuß}.$$

Endlich ist

$$\gamma = 46{,}64 \text{ Pfund; also}$$

$$P v = (0{,}5908 + 15{,}822 + 14{,}652 + 0{,}35) \cdot \frac{25}{3} \cdot 46{,}64.$$

$$= 12208{,}9 \text{ Fußpfund}$$

$$= \frac{12208{,}9}{550} = 22{,}2 \text{ Pferdekraft}.$$

Die disponible Leistung ist

$$= m H \gamma = 8\tfrac{1}{3} \cdot 35 \cdot 46{,}64.$$

$$= 13603 \text{ Fußpfund}$$

$$= 24{,}73 \text{ Pferdekraft}.$$

Demnach wäre <u>der Wirkungsgrad ohne Rücksicht auf die Reibung</u>

$$\varepsilon = \frac{22{,}2}{24{,}73}\ 0{,}89.$$

Um nun den <u>effectiven Wirkungsgrad</u> zu bestimmen, müssen wir die Reibung, also das Gewicht des ganzen Rades berechnen.

<u>Gewicht der Schaufeln</u>. Das Gewicht einer Schaufel von 3/8" Stärke, die eine Breite von 3½ Fuß, — da die Länge des Rades = 3' 4' ist — und, nach der Figur 2,67 Fuß Länge hat, ist

$$= \frac{3}{8 \cdot 12} \cdot 3\tfrac{1}{2} \cdot 2{,}7 \cdot 46{,}64 \cdot 7{,}2.$$

$$= 85 \text{ ℔}.$$

An jede Schaufel kommen aber nun noch Zwingen, die auch in Betracht gezogen werden müssen, so daß wir das ganze Gewicht einer Schaufel auf 90 ℔. annehmen können.

Demnach wird das Gewicht aller Schaufeln sein

$G_1 = 84 \cdot 90 = 7560$ ℔.

<u>Gewicht der Radkränze.</u> Die Stärke der Radkränze nehmen wir zu 6" an; der mittlere Halbmesser des Radkranzes $= 15{,}5'$; demnach ist das Volumen eines Kranzes

$= 2 \cdot \pi \cdot 15{,}5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 48{,}69$ Kubikfuß

Das spez. Gewicht des getränkten (mit Wasser) Radeichenholzes $= 0{,}85$; es wiegt also ein Kubikfuß Holz

$= 46{,}64 \cdot 0{,}85 = 39{,}64$ ℔, und ein

Kranz $= 48{,}69 \cdot 39{,}64 = 19.30{,}2$ ℔,

<u>und</u> daher das Gewicht beider Kränze

$G_2 = 3876{,}4$ ℔.

<u>Gewicht der Hauptarme.</u> Ferner sind die Hauptarme 10" an der Welle, am Kranze $= 9\frac{1}{2}$" stark anzunehmen, also im Mittel $9\frac{3}{4}$"; demnach ihr Gewicht

$$G_3 = 8 \left(\frac{39}{4 \cdot 12}\right)^2 \cdot 32 \cdot 39{,}64$$

$$= 6695{,}2 \text{ ℔}.$$

<u>Gewicht der Helfarme.</u> Die Helfarme seien an der Welle $9\frac{1}{2}$", am Kranze 8", also im Mittel $8\frac{3}{4}$" stark; hiernach wiegt ein

$$\text{Helfarm} = 8\left(\frac{35}{4 \cdot 12}\right)^2 32 \cdot 39{,}64$$

$$= 318{,}15 \text{ ℔};$$

demnach wiegen alle 16 Helfarme zusammen

$G_4 = 5090{,}4$ ℔.

<u>Ein Viertelstück</u> wiegt 79,286; also 8 Viertelstücke

$G_5 = 634{,}4$ ℔.

Ferner ist ein <u>Bodenbrett</u> $= 4{,}33'$ lang;

3,4' breit u. 1" stark; es wiegt also ein laufender Fuß = 14,3 ℔, u. der ganze Boden

$$G_6 = 84 \cdot 14,3 = 1201,2 ℔.$$

Ferner haben wir das Gewicht von 20 Stück Hängeeisen à 30 ℔

$$G_7 = 20 \cdot 30 = 600 ℔.$$

Ferner wiegen 32 Stück Kranzschrauben à 5 ℔

$$G_8 = 5 \cdot 32 = 160 ℔.$$

Zur Verbindung der Hilfsarme u. Hauptarme sind 16 Stck Armschrauben à 5 ℔ nöthig, also ihr Gewicht

$$G_9 = 80 ℔.$$

48 Stück Schrauben in den Viertelstücken à 6 ℔ (incl. Viertelstückzwingen) wiegen $G_{10} = 288$ ℔.

8 Stück Schrauben zur Verbindung der Hauptarme à 5 ℔ haben das Gewicht

$$G_{11} = 40 ℔.$$

Nun ist noch das Gewicht des im Rade befindlichen Wassers zu berechnen. Dieses müssen wir in 2 Theile theilen, der erste Theil ist in den ganz gefüllten Schaufeln und der 2te in den zum Theil leeren. Ist nun die p. Sec. zufließende Wassermenge = m, so ist die in einer gewissen Zeit t zufließende Wassermenge

$$W = m \cdot t.$$

Setzen wir den Bogen ABA_1, in welchem die Füllung sich erhaltendes Wasser in den Schaufeln befindet = s, so ist die Zeit in welcher sich das Rad um den Winkel $ACJ = (90-\beta)+\nu$

dauert $= t = \frac{s}{v}$; also die Wassermenge in den vollen Schaufeln

$$M_1 = \frac{ms}{v}$$

Der andere Theil des Wassers befindet sich im Bogen $A_1P = s_1$, u. wir setzen hier anstatt m: $\frac{a}{a_0} \cdot \frac{m s_1}{v} \cdot = M_2$

Es ist demnach das im Rade befindliche Wasser $= M = M_1 + M_2$.

Der Bogen

$$ACZ = \frac{R(81^\circ 26' + 66^\circ 19')}{180} \cdot \pi \text{, u.}$$

$$M_1 = \frac{16\frac{(147^\circ 45')}{180} \cdot 3{,}141}{v} \cdot m$$

$$= \frac{16 \cdot 0{,}821 \cdot 3{,}141}{7{,}54} \cdot \frac{25}{3}$$

$= 45{,}6$ Kubikfuß.

Der Bogen

$$A_1P = \frac{R(\delta_1 - \gamma)\pi}{180} = \frac{16 \cdot (70^\circ 3' - 66^\circ 19')3{,}141}{180}.$$

$$M_2 = \frac{16 \cdot \frac{(3^\circ 44')}{180} \cdot 3{,}141}{7{,}54} \cdot \frac{25}{3} \cdot 0{,}4.$$

$= 0{,}460$ Kubikfuß.

Demnach

$$M = M_1 + M_2 = 45{,}6 + 0{,}46$$

$= 46{,}06$ Kubikfuß.

Folglich das Gewicht des Wassers

$$G_{12} = 46{,}64 \cdot 46{,}06 = 2148{,}2 ℔.$$

Es wird nun das Gewicht des Rades

$$G_1 + G_2 + \dots + G_{12} = 28373{,}8 ℔.$$

Hierfür giebt uns nun die Formel

$$h = \sqrt{\frac{g \cdot c^2}{170}}$$

die ~~Wellenstärke~~ u. es wird diese

$h = 3' \, 8,''5.$

Hieraus berechnet sich das Gewicht der Welle zu

$G_3 = 6506$ ℔.

Bei dieser Welle sind noch 4 runde u. 2 quadratische Ringe festgekeilt, deren Gewicht

$G_4 = 1163$ ℔.

Addiren wir diese Gewichte noch zu G hinzu, so wird das Gewicht des ganzen Rades

$= 36042,8$ ℔.

Nennt man die Hälfte dieses Gewichtes $= Q$, die Länge des ~~Well~~ Zapfens $= l = 12''$, so wird die Stärke eines Zapfens

$$d = \frac{1}{7}\sqrt{18021,4}$$

$$= \frac{1}{7} \cdot 60,03 = 8,57'';$$

wir nehmen aber der Sicherheit wegen 9''.

Setzen wir endlich das Gewicht eines Bläuelzapfens = 4 Ctr., so haben wir als die Zapfenreibung

$$36042,8 + 2 \cdot 400 = 36,842,8 \text{ ℔}.$$

Ist nun der Reibungscoefficient $= f = 0,1$, d der Zapfendurchmesser u. D der Raddurchmesser, so ist die Arbeit der Reibung

$$= f \cdot \frac{d}{D} \cdot Gv = 0,1 \cdot \frac{9}{32 \cdot 12} \cdot 36842,8 \cdot 7,54$$

$$= 651,06 \text{ Fußpfund}$$

$= 1,2$ Pferdekraft.

Es ist daher, mit Berücksichtigung der Reibung die Leistung des Rades

$P v = 22,2 - 1,2$

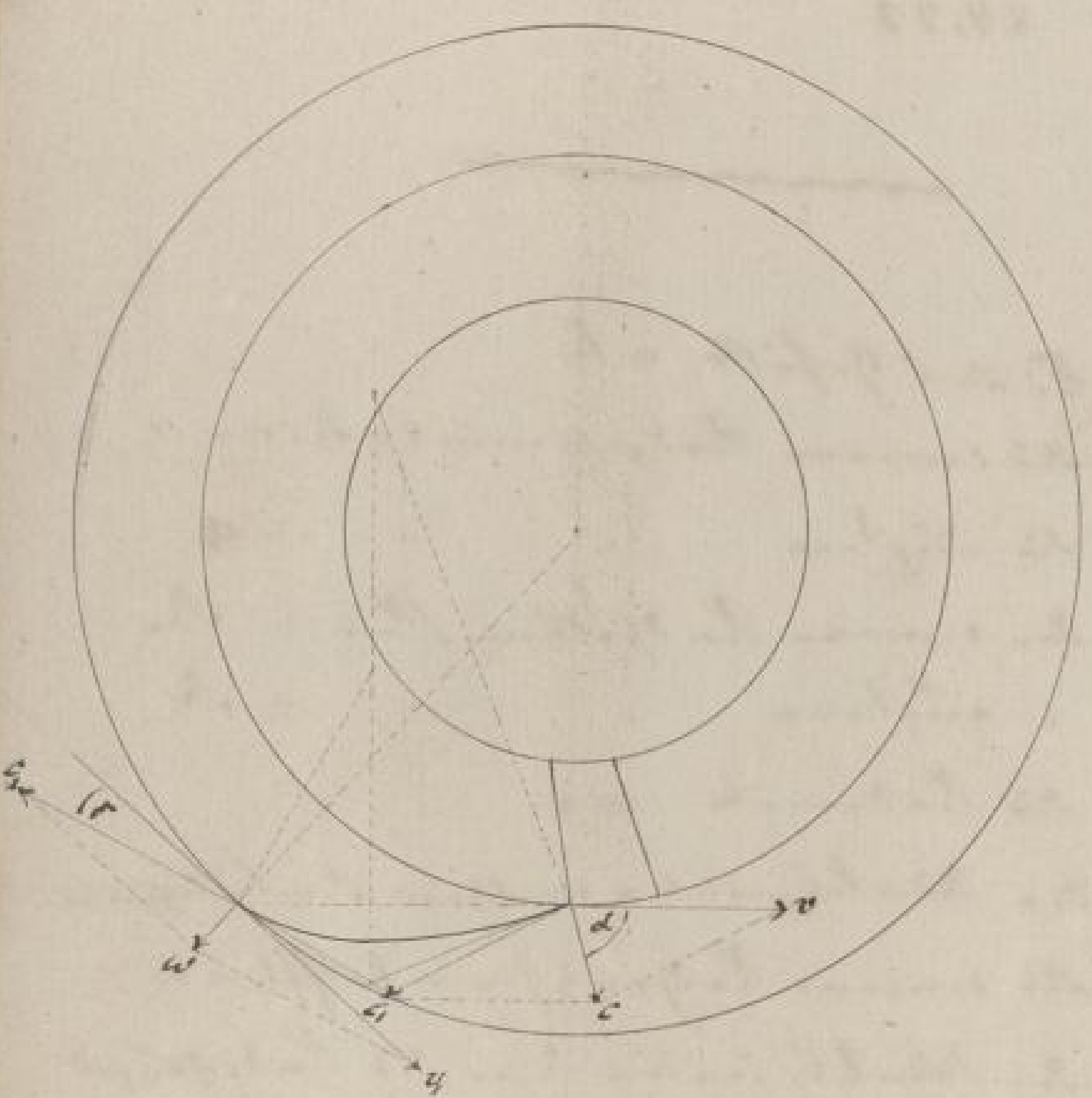
$= 21$ Pferdekräften.

und der effective Wirkungsgrad

$= \frac{21}{24,73} = 0,85.$

7, Es ist für ein Gefälle von 5 Fuß und ein Wasserquantum von 800 K.F. per Minute eine Turbine anzuordnen und zu berechnen die per Min. 100 Mal umläuft.

Sei das Gefälle $= h$,
die innere Radgeschwindigkeit $= v$,
die äußere " " $= v_1$,
der innere Raddurchmesser $= R$.
" äußern " " $= R_1$
die Radweite $= e$.
der Winkel, unter welchem die Leitschaufel die innere Radperipherie trifft $= \alpha$,
der Winkel, unter dem die Radschaufel die innere Peripherie $= \beta$, und
der Winkel, unter welchem die Radschaufel die äußere Radperipherie trifft $= \delta$;
c die absolute Geschwindigkeit des in das Rad eintretenden Wassers $= c$,
die relative Geschw. des in das Rad eintretenden Wassers $= c_1$;
die relative ~~und~~ Geschw. des aus dem Rade tretenden Wassers $= c_2$, u.
die absolute Geschw. desselben $= w$.



Es ist

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{68{,}67 \,.\, 5}$$

$$= 18{,}53.$$

Ist n die Umdrehungszahl per Min., so wird $R = \frac{30 \,.\, 18{,}53}{\pi \,.\, n} = \frac{30 \,.\, 1853}{3{,}141 \,.\, 100}$

$$= 1{,}8 \text{ Fuß}.$$

$$R_1 = \frac{4}{3} R = \frac{4}{3} \,.\, 1{,}8 = 2{,}4 \text{ Fuß}.$$

Demnach die äußere Radgeschwindigkeit

$$v_1 = \frac{R_1}{R} \,.\, v = \frac{2{,}4}{18} \,.\, 18{,}53 = 24{,}7 \text{ Fuß}.$$

Den Winkel δ nehmen wir $= 12°$ an.

Die relat. Geschw. des Wassers

$$c_2 = v_1 = 24{,}7 \text{ Fuß}.$$

Demnach

$$e = \frac{m}{2\pi R_1 \,.\, \sin\delta \,.\, c_2} = \frac{\frac{800}{60}}{2 \,.\, 3{,}141 \,.\, 2{,}4 \,.\, 24{,}7 \,.\, \sin 12°}$$

$$0{,}17.$$

Damit ferner beim Eintritt in das Rad kein Wasser verloren geht, so machen wir

$$\sin\beta = \left(\frac{R_1}{R}\right)^2 . \sin\delta$$

$$= \frac{16}{9} \,.\, 0{,}2079 = 21$$

$$\beta = 21° 40'.$$

$$\cot\alpha = \left(\frac{R}{R_1}\right)^2 \frac{1}{\sin\delta} - \cot\beta$$

$$= 79° 19'.$$

Nun wird

$$c_1 = \frac{R_1}{R} \,.\, \frac{\sin\delta}{\sin\beta} \,.\, c_2$$

$$= \frac{4}{3} \,.\, \frac{\sin 12°}{\sin 21° 40'} \,.\, 24{,}7.$$

$$= 18,54.$$

$$c = \frac{c_1 \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{18,54 . \sin 21^\circ 30'}{\sin 79^\circ 30'}$$

$$= 6,96.$$

$$w = v_1 \delta = 24,7 . \frac{12}{180} . \pi.$$

$$= 5,170.$$

Nehmen wir nun 24 Schaufeln an. Die Leitschaufeln können gerad sein; die Radschaufeln aber werden aus 2 Kreisbögen zusammengesetzt, so daß sie die innere Radperipherie unter dem Winkel $\beta = 24^\circ 40'$, und die äußere Radperipherie unter dem Winkel $\delta = 12^\circ$ treffen.

Es ist nun die Leistung der Turbine

$$P.v = \left[\left(1 - \left(\frac{R_1 \delta}{R}\right)^2\right) h - \left(\zeta . \frac{l(b+e)}{2be} + \zeta_1 \frac{\alpha}{\pi}\right) \frac{\left(\frac{c_1 - c_2}{2}\right)^2}{2g}\right] Mg,$$

in welcher Formel b den normalen Abstand zweier Radschaufeln, u. α den Bogen bedeutet, den eine Schaufel einnimmt. Es ist nun die Länge einer Schaufel $= 1,7$, $b = 0,4$, $e = 0,17$, also

$$\frac{l(b+e)}{2be} = \frac{1,7(0,4+0,17)}{2 . 0,4 . 0,17}$$

$$= 7,125.$$

Ferner ist

$$c = \frac{c_1 + c_2}{2} = \frac{18,54 + 24,7}{2}$$

$$= 21,62,$$

für welche Geschwindigkeit wir

$\zeta = 0,0187$ setzen. Demnach wird

$$z \cdot \frac{l(b+c)}{2bc} = 7{,}12 \cdot 0{,}0167$$
$$= 0{,}133.$$

Endlich ist $\alpha^0 = \frac{1{,}7}{3{,}141} \cdot 180 = 97^0 = 180^0 - 97^0 = 73^0$.

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\alpha^0}{180} = \frac{73}{180}.$$

Nun ist das Verhältniß des halben Abstandes zweier Schaufeln zum Krümmungshalbmesser eines Schaufelkanals $= 0{,}05$; u. wir nehmen da

$z_1 = 0{,}119$, also

$$z_1 \cdot \frac{\alpha}{\pi} = 0{,}119 \cdot \frac{73}{180} = 0{,}047.$$

Ferner

$$\left(\frac{R_1}{R_2}\delta\right)^2 = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{\pi}{15}\right) = 0{,}078.$$

Daher

$$Pv = \left[(1 - 0{,}078)5 - (0{,}133 + 0{,}047) \cdot \frac{21{,}620^2}{2g}\right] mg$$
$$= 3{,}386 \cdot \frac{800}{60} \cdot 46{,}64$$
$$= 2105{,}6 \text{ Fußpfund.}$$
$$= 3{,}83 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die disponible Leistung hingegen ist

$$= hmg = \frac{5 \cdot 800}{60} \cdot 46{,}64$$
$$= 3109{,}3 \text{ Fußpfund}$$
$$= 5{,}65 \text{ Pferdekräfte.}$$

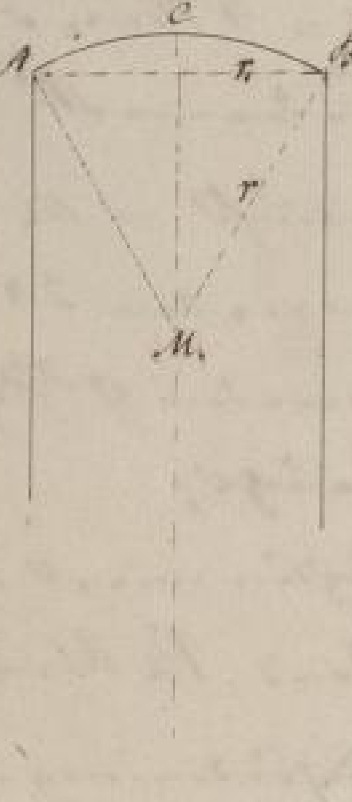
Hieraus folgt der Wirkungsgrad ohne Rücksicht auf die Reibung

$$\varepsilon = \frac{3{,}83}{5{,}65} = 0{,}68.$$

Bestimmen wir nun den effectiven Wirkungsgrad, u. suchen zu diesem Behufe die Arbeit der Reibung, also zunächst das Gewicht der Turbine. Nehmen wir an, die Radkränze seien aus ½ Zoll starken und die Schaufeln aus ¼" starken Blechen gefertigt, ferner 1" breit, so wird das Volumen beider Radkränze = 0,616 Kubikfuß, das des Tellers = 0,8 K. Fuß, u. das der Schaufeln = 0,346 K. Fuß. Die Welle nehmen wir 2 Zoll stark an, deren Länge 3½ Ellen = 7 Fuß, so ist das Volumen derselben = 0,153 K. Fuß, und das Gewicht der Turbine

$$G = (0,616 + 0,8 + 0,346 + 0,153)\, 7,6 .\, 46,64$$
$$= 678,8 ℔,$$

oder ungefähr = 700 ℔. Sitzt nun noch ein konisches Getriebe auf der Turbinenwelle, das 40 ℔ wiegt, so ist das Totalgewicht = 740 ℔. Den Zapfen nehmen wir 1½ Zoll stark und oben abgerundet an, so daß sich der Zapfenhalbmesser r_1 zum Kugelhalbmesser r verhält = 1 : 2, also der Centriwinkel = 60°. Es ist nun das Moment der Reibung



$$= \frac{2}{3} f \left(1 + 0,30 \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right) G . r_1 \, ;$$
$$= f . \frac{2}{3} \left(1 + 0,3 . \frac{1}{4}\right) G r_1$$
$$= 0,044 . f G,$$

u. daher die Arbeit der Reibung, wenn $f = 0,1$ ist,

$$= \frac{f . G . 0,044 . \pi . u}{30}$$
$$= \frac{0,1 . 740 . 0,044 . 3,141 . 100}{30}$$
$$= 34,0 \text{ Fußpfund.}$$

Daher die effective Leistung der Turbine

$= 2105,6 - 34,0 = 2071,6$ Fußpfund

$= 3,76$ Pferdekräfte.

Hieraus folgt endlich der effective Wirkungsgrad der Turbine

$= \frac{3,76}{5,65} = 0,67.$

8.) Effect der Dampfgöpel auf Vereinigt Feld Fdgr. zu berechnen.

Durch die Beobachtung erhalten wir folgende Data.

Wenn von der 4ten Gezeugstrecke getrieben wird, so beträgt die Zeit zur Herausförderung einer Tonne 6 Min 16½ Sec. Die Zeit zum Füllen = 4 Min. 34½ Sec = 370,5";

Gewicht der Fördermasse = 10 Ctr. 50 ℔;

seigere Förderteufe = 111,142 Ltr.;

in 6 Stunden werden 28 Tonnen getrieben;

in 16 Stunden werden 9 Scheffel Steinkohlen verbraucht;

1 Scheffel Steinkohlen wiegt 177 ℔.

Manometerstand 1½ Atmosphären.

Die zur Herausförderung einer Tonne nöthige Arbeit $= 1050 \cdot 111,142 \cdot 7$

$= 816893,7$ Fußpfund;

also wird per Sec. eine Arbeit verrichtet

$= \frac{816893,7}{370,5} = 2204,84$ Fußpfund

$= 4$ Pferdekräfte.

In 16 Stunden werden 9 Scheffel Steinkohlen verbrannt, also in 1 Stunde

$$= 0{,}5625 \text{ Scheffel}$$

mit einem Gewichte

$$= 0{,}5625 \cdot 177 = 99{,}56 \text{ ℔}$$

$$= 49{,}78 \text{ kil.}$$

Nun giebt aber 1 kil. Brennmaterial, wenn das Verhältniß der äußeren Pressung zur Pressung des Dampfes $= \frac{p_1}{p}$, eine Arbeit

$$= 100000\left(1 - \frac{p_1}{p}\right)$$

$$= 100000\left(1 - \frac{2}{5}\right)$$

$$= 60000 \text{ kil.m.}$$

Demnach ist die Arbeit, die man durch 49,78 kil. erhält, per Stunde

$$= 60000 \cdot 49{,}78$$

$= 2986875$ kil.met, d. i. die ganze Arbeit per Secunde

$$= \frac{2986875}{3600} = 829{,}7 \text{ kil.m.}$$

$$= \frac{829{,}7}{75} = 11 \text{ Pferdekräfte}$$

Folglich ist der Wirkungsgrad

$$= \frac{4}{11} = 0{,}36.$$