Aufgaben

aus der

Bergmaschinenlehre.

Gelöst

im bergacadem: Lehrjahre 18$\frac{38}{39}$

von

Maximilian Paufler.

Aufgaben.

1). An einer Kurbel wirkt eine reine Last von 200 ℔ und eine Nebenlast von 70 ℔; das Gewicht der ganzen Maschine wird zu 300 ℔ angenommen, die Kurbelhöhe 18 Zoll und die Zapfenstärke $1\frac{1}{8}$ Zoll gemacht; endlich schließt die Richtung der Last einen Winkel von 50°, 10' mit dem Horizont ein und es soll die bewegende Kraft durch drei Menschen erzeugt werden.

Welchen Hebelarm muß man der Last geben, welches wird die tägliche Leistung und der Wirkungsgrad dieser Maschine sein?

Auflösungen.

Setzt man die Kurbelhöhe $= a$, den Hebelarm der Last $= b$, die Kraft $= P$ und die Last $= Q$, so ist ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse

$$aP = bQ,$$

daher die erforderliche Kraft

$$P = \frac{bQ}{a} = nk,$$

wo k die mittlere Kraft und n die Zahl der Arbeiter bedeutet. Hieraus ergibt sich $b = \frac{ank}{Q}$, und wenn man die für a, n und Q gegebenen Werthe setzt, die mittlere Kraft eines Menschen $= 30$ ℔ annimmt: die Länge des Hebelarmes

$$b = \frac{18.\,3.\,30}{200} = 8{,}2 \text{ Zoll}.$$

Um nun die am Hebelarme erforderliche Kraft zu bestimmen, so kommt zur obigen Last noch die auf den Kraftpunkt reducirte Hindernißlast $= W$ und die durch die Zapfenreibung erzeugte Nebenlast. Ist das Gewicht der Maschine $= G$, und macht die Richtung der Last den Winkel α mit der Richtung der Schwere, so folgt der Zapfendruck

$$= \varphi r \sqrt{(Q+W)^2 + G^2 + 2(Q+W)G\cos\alpha}$$

Demnach wird nun

$$Pa = (Q+W)b + \varphi r \sqrt{(Q+W)^2 + G^2 + 2(Q+W)G\cos\alpha}$$

und durch Einführung der bekannten Werthe

$$Pa = 270 \cdot 8,2 + \frac{3}{10} \cdot \frac{9}{16}\sqrt{270^2 + 300^2 + 2 \cdot 270 \cdot 300 \cdot \cos 50°, 10'}$$

$$= 2187 + 0,16\sqrt{270^2 + 300^2 + 2 \cdot 270 \cdot 300 \cdot \cos 50°, 10'}$$

$$= \frac{2187 \cdot 0,16 + 66,598}{18} = \frac{2253,59}{18} = 125,199$$

Um den Wirkungsgrad zu finden, muß man erst die Geschwindigkeit kennen. Diese ist

$v = \frac{c}{2}\left(3 - 1 - \frac{W}{nK}\right) = \left(1 - \frac{W}{2nK}\right)c$ und die veränderliche Schichtzeit

$$z = \left(1 - \frac{W}{2nK}\right)t$$

Die erstere Gleichung gibt nach Einsetzung der bestimmten Werthe

$v = \frac{11}{4}\left(1 - \frac{42,16}{2 \cdot 90}\right) = 2,10$. Hieraus läßt sich nun auch die Last bestimmen, sie ist $w = \frac{b}{a}v = \frac{8,1}{18} \cdot 2,10 = 0,94$ Fß.

Das mechanische Lastmoment ist $Qw = 200 \cdot 0,94 = 188$. Die Gleichung für z gibt, wenn man die bekannten Werthe einsetzt

$$z = 1 - \left(\frac{42,16}{2 \cdot 3 \cdot 30}\right) 8 = 6,08.$$

Es folgt nun der Wirkungsgrad der Maschine $\mu = \frac{Qwz}{n \cdot K \cdot ct}$

$$= \frac{188 \cdot 6,08}{3 \cdot 30 \cdot 2,758} = \frac{188 \cdot 6,08}{1980,00} = 0,59.$$

und endlich die tägliche Leistung

$Qwz = 188 \cdot 6,08 \cdot 60 \cdot 60 = 4114944,00$ Fß.

2.) Eine durch zwei Pferde in Umdrehung zu setzende stehende Welle soll eine reine Last von 700 ℔ und eine Nebenlast von 200 ℔ überwinden und dabei ein Gewicht von 5000 ℔ erhalten. Wenn nun die mechanische Schwengellänge 25 Fuß, die Stärke des einen Zapfens 3 Zoll und die des andern nur $2\frac{1}{4}$ Zoll messen und der Lastpunkt von diesen beiden Zapfen um 4 und 12 Fuß entfernt sein soll, welchen Hebelarm wird der Lastpunkt erhalten müssen, welches wird die tägliche Leistung dieser Maschine sein und welchen Hebelarm wird man zu verwenden haben.

Die mittlere Kraft eines Pferdes ist = 150 ℔, die Kraft von 2 Pferden also = 300. Ist nun die Kraft P, die Last Q, die mechanische Schwengellänge = a, und der Hebelarm der Last = b, so hat man zunächst ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse wiederum

$$aP = bQ \text{ und}$$

$$b = \frac{aP}{Q+W},$$ wo nämlich W die auf den Lastpunkt reducirten Nebenhindernisse sind. Setzt man die gegebenen Werthe in diese Gleichung ein, so folgt

$$b = \frac{25.300}{700} = \frac{7500}{700} = 10{,}7 \text{ Fuß.}$$

Nimmt man nun noch auf die Momente der Seitenreibung der Zapfen und auf das Moment der Reibung von der Last des unteren Zapfens Rücksicht, so erhält man die Kraftformel der stehenden Welle

$$aP = (Q+W)b + \frac{\varphi(rl_1 + r_1 l)\,Q+W}{L} + \tfrac{2}{3}\varphi G r_1$$

$$= 900.10{,}7 + \frac{\frac{3}{10}\left(\frac{5}{8}\cdot 4 + \frac{3}{2}\cdot 12\right)900}{16} + \tfrac{2}{3}\cdot\tfrac{3}{10}\cdot\tfrac{5}{8}\cdot 5000$$

$$= 9630 + 345{,}93 + 625 = 10600{,}93, \text{ und}$$

$$P = \frac{10600{,}93}{25} = 424{,}03 \text{ ℔.}$$ Nun ist die Leistung $= Qvz$, aber $v = c\left(1 - \frac{W}{2nk}\right)$,

$$W_1 = \frac{b}{a}w + \frac{\varphi(rl_1 + r_1 l)(Q+W)}{Lb} + \frac{2\varphi G r}{3b}$$

$$= \frac{200.10{,}7}{25} + \frac{345{,}3}{10{,}7} + \frac{1500}{10{,}7}$$

3.) Aus einem Flusse von 175 Fuß Breite, 5 Fuß Tiefe und 3 Fuß Geschwindigkeit soll eine Wassermenge von 40 C. F. p. s. durch einen 3000 Fuß langen und 2 Fuß fallenden Canal abgeleitet werden, und das dazu nöthige Wehr von 160 Fuß Länge soll das Wasser $1\frac{1}{2}$ Fuß aufstauen. Wie hoch wird dieses Wehr sein müssen, welches wird die Stauweite sein und was für ein Querprofil wird der Kanal erhalten müssen, insofern seinen Seitenflächen 50° Neigung gegen den Horizont gegeben werden kann?

$= 85,6 + 32,38 + 140,28 = 258,26$, also

$$v = \left(1 - \frac{258,26}{2.2.150}\right) 3\frac{2}{3} = \frac{(600-258,26)11}{600.3} = 2,08$$

die Last $W = \frac{b}{a} v = \frac{10,7}{25} . 2,08 = 0,89$ Fß.

das mechanische Lastmoment

$Qw = 700 . 0,89 = 623$ Fß℔.

die mittlere Arbeitszeit

$$z = \left(\frac{1 - 258,26}{2.2.150}\right).8 = 4,5 \text{ Stunden}$$

$$W = \frac{Qwz}{nkct} = \frac{623.4,5.3}{2.150.11.8} = 0,32$$

die tägliche Leistung:

$Qwz = 623.4,5.60.60 = 10092600$ Fß℔.

Bei einem (dichten) unvollkommenen Ueberfallwehr ist die erforderliche Wehrhöhe

? $a = \frac{2}{3}(h+h_1) + H - \frac{M-m}{\lambda b\sqrt{h+h_1}}$, wo die Druckhöhe $h_1 = \left(\frac{M}{\lambda B(H+h)}\right)^2$ und das Wasserquantum des Stromes $= vB(H+h)$

$= 3.175(5+1,5) = 525.6,5 = 3412,5$;

$$\left(\frac{M}{\lambda_1 B(H+h)}\right)^2 = \left(\frac{3412,5}{5,268(175+1,5)}\right)^2 = \left(\frac{3412,5}{6044,96800}\right)^2$$

$= 0,525$. Hiernach wird

$$a = \frac{2}{3}(1,5+0,325) + 5 - \frac{3412,5 - 40}{5,268.160\sqrt{1,5+0,325}}$$

$$= 6,216 - \frac{3372,5}{1137,9} = 3,216,$$

das Wehr ist also ein unvollkommenes Ueberfallwehr.

Das Querprofil ist

$a = \left(\frac{n.m^2 l}{9655\, h}\right)^{\frac{2}{5}}$, wo ~~k~~ n, m, l bekannt und $n = 2\sqrt{\frac{2-\cos 50°}{\sin 50°}} = 4,32$ ist. Demnach wird $a = \left(\frac{4,32.1600.3000}{9655.2}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{10368000}{9655}\right)^{\frac{2}{3}}$

A

4.) Zum Betriebe einer Wassersäulenmaschine sollen zwei Quellen benutzt werden, wovon die eine p. s. $\frac{5}{8}$ und die andere $\frac{7}{8}$ Kubikfuß Wasser giebt. Durch ein Nivellement hat man gefunden, daß die beiden Quellwasser in den Entfernungen von 350 und 560 Fuß mit einander vereinigt und von da noch 775 Fuß bis zur Maschine fortge-

$= \sqrt[5]{1073,8^2} = 16,306$ □ Fuß.

Es ist ferner die Tiefe des Kanals

$c = \frac{2\sqrt{a}}{n} = \frac{2\sqrt{16,306}}{4,32} = 1,86$ Fuß,

die obere Breite

$B = \frac{2c}{\sin\beta} = \frac{2 \cdot 1{,}86}{\sin 50^\circ} = 4,8673$ Fuß,

die untere Breite

$b = 2c\,tg\,\frac{1}{2}\beta = 2 \cdot 1,86\; tg\, 25^\circ = 1,7346$ Fuß.

die Stauweite

$L = \frac{1,9\,h}{\sin\alpha - \sin\alpha_1}$; es ist aber $\frac{m}{a} = 98\sqrt{\frac{a}{u}\sin\alpha}$

und $\sin\alpha = \frac{m^2}{98^2} \cdot \frac{u}{a^3}$;

$u = b + 2H, \quad u = b + 2H + h$

$a = bH, \quad a = b(H+h)$, folglich

$\sin\alpha = \frac{m^2}{98^2} \cdot \frac{b+2H}{b^3 H^3} = \frac{40^2}{98^2} \cdot \frac{160 + 2.3,21}{160^3 \cdot 3,21^3}$

$= 0,00000020464$

$\sin\alpha_1 = \frac{m^2}{98^2} \cdot \frac{b+2H+h}{b^3(H+h)^3} = \frac{40^2}{98^2} \cdot \frac{160+2.3,21+1,5}{160^3 \cdot 4,71^3}$

$= 0,00000006594$

Endlich die Stauweite

$L = \frac{1,9 \cdot 1,5}{0,00000020464 - 0,00000006594}$

$= \frac{2,85}{0,00000013870} = 20547940$ Fuß.

Die Weiten der Röhren bestimmen sich aus folgenden Gleichungen.

$h_1 - \frac{v_1^2}{4g} = \frac{A l_1 v_1}{d_1} + \frac{B l_1 v_1^2}{d_1}$

$h_2 - \frac{v_2^2}{4g} = \frac{A l_2 v_2}{d_2} + \frac{B l_2 v_2^2}{d_2}$

Nun ist

$m_1 = \frac{\pi d_1^2 v_1}{4}, \quad m_2 = \frac{\pi d_2^2 v_2}{4}$, daher

$v_1 = \frac{4 m_1}{\pi d_1^2}, \quad v_2 = \frac{4 m_2}{\pi d_2^2}$

leitet werden müssten. Wenn nun nach der ersten Länge von 350 Fuß ein Totalgefälle von 7, der zweiten eins von 5 und der dritten ein Gefälle von 10 Fuß zugehört, welches werden die Weiten dieser drei Röhren sein müssen?

Hiernach wird

$$h_1 = 0{,}00002535 \cdot \frac{l_1 v_1}{d_1} + \left(0{,}00038807 \frac{l_1}{d_1} + 0{,}0144\right) v^2$$

$$= 0{,}00002535 \frac{l_1 4 m_1}{\pi d_1^3} + \left(0{,}00038807 \frac{l_1}{d_1} + 0{,}0144\right) \frac{16 m^2}{\pi^2 d_1^4}$$

$$= 0{,}00009594 \cdot \frac{l_1 m_1}{d_1^3} + \left(0{,}01062908 \frac{l_1}{d_1} + 0{,}02334\right) \frac{m^2}{d_1^4}$$

und ordnet man diese Gleichung nach den Potenzen von d_1, so folgt

$$d_1^5 = 0{,}00009594 \cdot l_1 m_1 \frac{d_1^2}{h_1} - 0{,}02334 \frac{m_1 d_1}{h_1} - 0{,}110329 \cdot \frac{l m_1^2}{h_1} = 0$$

$$d_1^5 - 0{,}00009594 \frac{350 \cdot 5}{7 \cdot 8} d_1^2 - 0{,}02334 \frac{25}{64 \cdot 7} d_1 - 0{,}000329 \cdot \frac{350 \cdot 25}{7 \cdot 64} = 0$$

$$d_1^5 - 0{,}00299815 \cdot d_1^2 - 0{,}0013 d_1 - 0{,}012282 = 0$$

Lassen wir die beiden Glieder d_1 und d_1^2 verschwinden, so folgt näherungsweise

$$d_1^5 = 0{,}012282 = 0{,}4148$$ und demnach nun

$$d_1 = \frac{4 \cdot 0{,}4148^5 - 0{,}00299815 \cdot 0{,}4148^2 + 0{,}012282}{5 \cdot 0{,}4148^4 - 2 \cdot 0{,}00299815 \cdot 0{,}4148^2 - 0{,}0013}$$

$$= \frac{0{,}0608752}{0{,}1442328} = 0{,}42207$$ Fuß Weite.

Ferner

$$d_2^5 - 0{,}00009594 \frac{l_2 m_2}{h_2} d_2^2 - 0{,}02334 \frac{m_2^2 d_2}{h_2} - 0{,}000629 \frac{l_2 m_2^2}{h_2} = 0$$

$$d_2^5 - 0{,}00009594 \frac{560 \cdot 7 \cdot d_2^2}{5 \cdot 8} - 0{,}02334 \cdot \frac{49 d_2}{64 \cdot 5} - 0{,}000629 \frac{560 \cdot 49}{5 \cdot 64} = 0$$

$$d_2^5 - 0{,}00940312 d_2^2 - 0{,}00375 d_2 - 0{,}053936 = 0$$

Verfährt man wiederum wie oben, so folgt

$$d_2^5 = 0{,}053936 \cdot d_2 = \sqrt{0{,}053936} = 0{,}55676$$

und durch Substitution dieses Näherungswerthes

$$d_2 = \frac{4 \cdot 0{,}55676^5 - 0{,}00940212 \cdot 0{,}55676^2 + 0{,}053936}{5 \cdot 0{,}55676^4 - 2 \cdot 0{,}0094012 \cdot 0{,}55676 - 0{,}00357} = 0$$

$$= \frac{0{,}2601416}{0{,}464601} = 0{,}55992$$ Fuß Weite.

Die Weite der Röhren nach ihrer Vereinigung ergibt sich nun

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \sqrt{0,42207^2 + 0,55992^2}$$
$$= \sqrt{0,178143 + 0,313400}$$
$$= \sqrt{0,491543}$$
$$= 0,701 \text{ Fuß.}$$

Gesehen, den 1ten Febr. 37.
Zeh.

5.) Für ein Gefälle von 40 Fuß und für ein Wasserquantum von 3 C. F. p. s. ist die Anordnung und Berechnung eines Wasserrades zu machen, das p. M. 3 Umdrehungen macht.

Aus dem bekannten Gefälle läßt sich die Radhöhe D' sogleich finden, indem man von demselben die Höhe vom Radschützel bis Gerinneboden und die des Radkreises vom Boden des Abzugsgrabens, das sogenannte Freihängen abzieht. Setzen wir für den gegenwärtigen Fall die ersteren = 9 Zoll und die letzteren = 3 Zoll, so folgt

$$D' = 39 \text{ Fuß}$$

Für die Schaufelungen geben die Erfahrungen als zweckmäßig die Zahl $n = 2\frac{1}{2} D' = 2\frac{1}{2} \cdot 39 = 97$. Um jedoch jeder Radhälfte eine gleiche Anzahl zu geben, setzen wir $n = 96$.
Ferner erhält man den Theilwinkel, d. h. den Centriwinkel oder Bogen zwischen zwei benachbarten Schaufeln

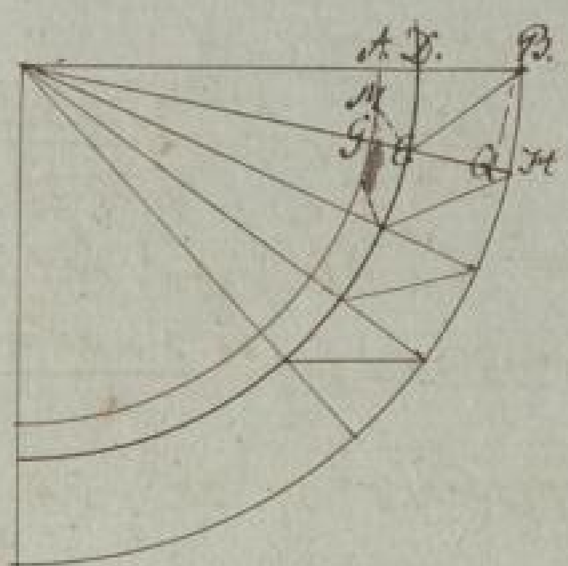
$$\alpha = \frac{360°}{n} = \frac{360}{96} = 3°, 45'.$$

Die Radweite ist nach einer praktischen Regel so groß zu machen, daß der Füllungsraum des Rades 3 bis 4 mal so groß werde, als der Raum, den das einfallende Wasser einnimmt. Setzen wir nun die Kranzbreite = b, die Radweite = w, das Aufschlagwasserquantum p.m. = M, und die zu gebende Umdrehungszahl des Rades p.m. = u, so haben wir den dem Wasser p.m. dargebotenen Raum = $\pi . D . bw . u$; ist nun $4M = \pi D bw . u$, so folgt die gesuchte Radweite

$$w = \frac{4M}{\pi D b u}$$, oder genau genug $= \frac{5M}{4 D b u}$

Setzen wir in diese Formel die bereits bekannten Werthe ein, so erhalten wir

$$w = \frac{5 . 180}{4 . 3 . 39 . \frac{5}{6}} = 2 \text{ Fuß } 3{,}6 \text{ Zoll}$$



Setzen wir ferner den Centriwinkel zwischen den Enden einer Riegelschaufel = β, so haben wir für den Deckungswinkel BEH, d.h. für den Winkel, den die Stoßschaufel mit dem verlängerten Halbmesser macht = δ, allgemein

$$\tan \delta = \frac{BQ}{EQ} = \frac{BQ}{EH - QH} = \frac{\frac{1}{2} D \sin \beta}{\frac{2}{3} b - \frac{1}{2} D (1 - \cos \beta)},$$

oder, da $1 - \cos \beta = 2 (\sin \frac{1}{2} \beta)^2$, $\sin \frac{1}{2} \beta$ aber wegen der Kleinheit von β auch $= \frac{1}{2} \sin \beta$ gesetzt werden kann,

$$\tan \delta = \frac{6 D \sin \beta}{8 b - 3 D \sin \beta^2}$$

Bei unserem Freiberger Schaufelungsumstehende ist aber β = dem Theilwinkel α,

daher $\tan \delta = \frac{6 D' \sin \alpha}{8b - 3 D' \sin \alpha^2}$.

Setzt man die bekannten Werthe ein,

so folgt $\tan \delta = \frac{6 \cdot 40 \sin 3^\circ,45'}{8 \cdot \frac{5}{6} - 3 \cdot 39 \sin 3^\circ,45'^2}$

$= \frac{15,3043}{6,1662}$, daher

$\delta = 68^\circ,3'$

Das mechanische Moment des Rades:

$$Pv = mh\gamma = \frac{D_1}{2}\left[\cos \nu + \sin\left(\frac{\delta + \delta_1 - (x - x_1)}{2}\right)\right] m\gamma$$

Der Durchmesser des Theilrisses ist

$D_1 = 39 - 0,833 = 38,133$

$\nu = 5^\circ 37' 30''$, $m = 3$, $\gamma = 49$; $\delta = 68^\circ 3'$;

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\alpha (D' - 2b)\pi}{432 \cdot b} = \frac{3^\circ,45' (39 - 2 \cdot \frac{5}{6})\pi}{432 \cdot \frac{5}{6}}$$

$$= \frac{3,75 \cdot 37,333 \pi}{360}$$

$\delta_1 = 50^\circ 41' 57''$. Ferner:

$$\sin x = \frac{v^2}{g D_1} \cos \delta = \frac{35,9519}{17,32 \cdot 38,133} \cos 68^\circ 3'$$

$x = 1^\circ 10'$.

$$\sin x_1 = \frac{v^2}{g D_1} \cos \delta_1 = \frac{35,9519}{17,32 \cdot 38,133} \cos 50^\circ 41' 57''$$

$x_1 = 1^\circ, 56'$. So folgt also:

$$Pv = \frac{38,133}{2}\left(\cos 5^\circ 37' 30'' + \sin\left[\frac{68^\circ 3' + 50^\circ 41' 57'' - (1^\circ 10' + 1^\circ 56')}{2}\right]\right) 3 \cdot 49$$

$= 2802,775 (\cos 5^\circ 37' 30'' + \sin 57^\circ 49' 28'')$

$= 2802,775 (0,99518 + 0,84634)$

$= 2802,775 \cdot 1,84152 = 5161,161$ Fußpfd.

daher der Wirkungsgrad dieses Rades

$$\mu = \frac{Pv}{H m \gamma} = \frac{5161,161}{(40 + 0,5463) 3 \cdot 49}$$

$$= \frac{5161,161}{5960,3061} = 0,86.$$

6.) Es ist die obige Aufgabe für ein Kropfrad von 25 Fuß Höhe zu lösen, das p. M. 5 Umdrehungen machen und bei 10 Fuß Gefälle 800 C.Fuß Wasser aufnehmen soll.

Für die Geschwindigkeit dieses Rades im Theilrisse haben wir

$$v = \frac{2w\pi\left(\frac{D}{2} - \frac{1}{2}b\right)}{60} = \frac{2.5.3{,}141\left(\frac{25}{2} - \frac{1}{2}\right)}{60}$$

$$= \frac{3{,}141.12}{6} = 3{,}141.2 = 6{,}282 \text{ Fuß.}$$

Das Rad geht ferner in der Regel halb so schnell nur als das Wasser einfällt, d. h. es ist $c = 2v$, also

$$c = 2.6{,}282 = 12{,}564 \text{ Fuß.}$$

Die Geschwindigkeit des über dem Fachbaume anzustauenden Wassers

$$c_1 = \frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}, \text{ wo}$$

$$A = \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{4g},\quad B = \frac{D}{4c},\quad C = \frac{D}{2} + \frac{c^2}{4g} - H$$

oder für unsern Fall

$$A = \frac{1}{7{,}125^2} - \frac{1}{4.17{,}32} = 0{,}019698 - 0{,}014434$$

$$= 0{,}005264,$$

$$B = \frac{25}{4.12{,}564} = \frac{25}{50{,}256} = 0{,}497$$

$$C = \frac{25}{2} + \frac{12{,}564^2}{4.17{,}32} - 10 = 4{,}77.$$

Es wird also

$$c_1 = \frac{0{,}497 - \sqrt{0{,}497^2 - 0{,}005264 \cdot 4{,}77}}{0{,}005264}$$

$$= \frac{0{,}497 - \sqrt{0{,}247009 - 0{,}02510928}}{0{,}005264}$$

$$= \frac{0{,}497 - 0{,}4710}{0{,}005264} = \frac{0{,}026}{0{,}005264} = 4{,}93 \text{ Fß.}$$

Ferner die Höhe des Wasserspiegels über dem Fachbaume:

$$h_1 = \frac{c_1^2}{\alpha} = \left(\frac{4{,}93}{7{,}125}\right)^2 = 0{,}4.$$

die Höhe des parabolischen Kropfes

$$a = \frac{c^2 - c_1^2}{4g} = \frac{12,564^2 - 4,93^2}{4 \cdot 17,32}$$

$$= \frac{157,854 - 24,3049}{69,28} = \frac{133,5491}{69,28}$$

$= 1,92$ Fuß, und die Höhe des eigentlichen oder kreisförmigen Kropfes

$$h = \left(1 - \frac{c_1}{c}\right)\frac{D'}{2} = \left(1 - \frac{4,93}{12,564}\right)\frac{25}{2}$$

$$= (1 - 0,392)\,12,5 = 0,608 \cdot 12,5 = 7,6 \text{ Fuß}.$$

Dann folgt noch die Länge des parabolischen Kropfes

$$b = c_1\sqrt{\frac{a}{g}} = 4,93\sqrt{\frac{1,92}{17,32}} = 1,6414 \text{ Fuß},$$

die Länge des kreisförmigen Kropfes

$$b_1 = \frac{D'}{2}\sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c}\right)^2} = 12,5\sqrt{1 - 0,392^2} = 12,5\sqrt{0,8463}$$

$= 12,5 \cdot 0,919 = 11,487$ Fuß

endlich die erforderliche Höhe der Schützöffnung:

$$e = h_1 - \left(h_1\sqrt{h_1} - \frac{3m}{2\alpha w}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 3,411 - \left(3,411\sqrt{3,411} - \frac{3 \cdot 13,33}{2 \cdot 7 \cdot 125 \cdot 5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 3,411 - (6,27624 - 0,56)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 3,411 - 5,716^{\frac{2}{3}} = 3,411 - 3,1968 = 0,214 \text{ Fuß}.$$

Das Kraftmoment des Kropfrades ist

$$Pv = \left[\frac{(m - ac)(c - v)v}{2g} + (m - av)h\right]\gamma$$

wo $a = 0,291$ Quadratfuß = dem Zwischenraum zwischen der obersten Schaufel und dem Kropf; also

$$Pv = \left[\frac{(13,33 - 0,291 \cdot 12,564)(12,564 - 6,282)\,6,282}{2 \cdot 17,32} + (13,33 - 0,291 \cdot 6,282)\,7,6\right]49,$$

$$= (11,02 + 87,415)\,49 = 98,435 \cdot 49$$

$= 4823,315$ Fußpfund.

7.) Ebenso bei einem unterschlächtigen Rade von 25 Fuß Höhe, das die mechanische Wirkung von 1200 Cubikfuß Wasser und 3 Fuß Gefälle aufnehmen soll.

Hier ist $D = 25$ Fuß, $h = 3$ Fuß, $M = 1200$ C.Fuß p. m und $m = \frac{1200}{60}$ $= 20$ C.Fuß p. s.

Setzt man die Entfernung zwischen zwei Schaufeln $= e$, so hat man die Gleichung $(ne)^2 = 4bD$, woraus

$$e = \frac{2\sqrt{bD}}{n}$$

Da nun die Kranzbreite $b = 4$ Zoll $= \frac{1}{3}$ Fuß, so folgt

$$e = \frac{2\sqrt{\frac{25}{3}}}{8} = \frac{\sqrt{8,333}}{4} = 0,72168 \text{ Fuß.}$$

Macht man $e = b$, so ist die Anzahl der Radschaufeln

$$N = \frac{\pi D}{b} = \frac{3,141.25}{0,72168} = 108.$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser gegen das Rad stößt, ist

$$c = \alpha\sqrt{h} = 7,125\sqrt{3} = 7,125 \cdot 1,73 = 12,326 \text{ Fuß.}$$

Die Weite des Rades:

$$w = \frac{m}{c.b} = \frac{20}{12,328 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{20}{4,108} = 4,868 \text{ Fuß.}$$

Nehmen wir noch auf den Kraftverlust durch die Aufstauung des Wassers zwischen den Schaufeln Rücksicht, so hat man die Geschwindigkeit

$$v = \frac{c}{2}\left(1 + \frac{5bg}{c^2}\right) = 6,163\left(1 + \frac{5.17,32}{3.12,326^2}\right)$$
$$= 6,163\left(1 + \frac{28,865}{151,93}\right) = 7,327 \text{ Fuß.}$$

Das mechanische Moment ist

$$Pv = \left(v - \frac{(c+v)bg}{cv}\right)\left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 p^2}\right)\frac{(c-v)}{2g} m\gamma$$
$$= \left(7,327 - \frac{(12,326+7,327)\frac{1}{3}17,32}{12,326.7,327}\right)\left(1 - \frac{12,326}{3(12,326-7,327)^2 8^2}\right) \times$$
$$\times \left(\frac{12,326-7,327}{2.17,32}\right) 20.49$$

8.) Es soll die Anordnung und Berechnung eines Kreiselrades gemacht werden, das p. s. 4 mal umlaufen und p. s. 5 C. Fuß Aufschlagwasser bei 20 Fuß Gefälle benutzen soll.

a.) wenn das Wasser von innen nach außen geht,

b.) wenn es von oben nach unten vom Rade herabfließt.

$= 6,0707 \cdot 0,99743 \cdot 141,42 = 856,312$ Pfd.

Endlich ergibt sich der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{856,312}{3 \cdot 20 \cdot 49} = 0,29126.$$

ad a.) Man hat zunächst:

$$c = 0,95 \cdot 2\sqrt{17,32 \cdot 20} = 35,36$$

= Geschwindigkeit des eintretenden Wassers.

Ferner

$$\cot g\, \alpha = \frac{30\, e c^2}{u m} - \tfrac{1}{2}\, tg\, \delta$$

$$= 6,2516 - 0,13413 = 6,11747$$

und $\alpha = 9^\circ\, 16'$.

Der innere Radhalbmesser ist

$$r = \frac{m}{2\pi e c \sin\alpha}$$

$$= \frac{5}{2 \cdot 3,141 \cdot 0,2 \cdot 35,36 \sin 9^\circ 16'},$$

wo e = Höhe der Schützöffnung = 0,2

$$r = 0,69891 \text{ Fuß}.$$

Die Geschwindigkeit des inneren Umfangs

$$v = \frac{\pi \cdot 240 \cdot 0,69891}{30} = 17,562 \text{ Fuß}.$$

und der Radius des äußeren Umfangs

$$R = r\sqrt{\frac{c \sin\alpha}{v\, tg\, \delta}}$$

$$= 0,69891\sqrt{\frac{35,36 \sin 9^\circ 16'}{17,562\, tg\, 15^\circ}} = 0,76882.$$

also die Kranzbreite $b = R - r$

$$= 0,76882 - 0,69891 = 0,06991 \text{ Fuß}.$$

Endlich folgt die Leistung oder das mechanische Moment dieses Rades

$$Pv = \frac{35,36^2 - \left(\frac{0,76882 \cdot 17,562 \cdot tg\, 15^\circ}{0,69891}\right)}{4 \cdot 17,32} \cdot 5 \cdot 49.$$

$$Pv = \frac{1223,505 . 245,245}{69,28} = 4326,7 \text{ Fußpfund.}$$

Das vorhandene Kraftmoment ist $hm\gamma = 20 . 5 . 49 = 4900$, daher der Wirkungsgrad $\mu = \frac{4326,7}{4900} = 0,98.$

ad b.) Für die Geschwindigkeit, mit der das Wasser vertikal herabgeht, ist, wenn man die Radhöhe = 2 Fuß in Abzug bringt

$c = 2\sqrt{gh} = 7,125 . 4,24 = 30,21.$

Der Neigungswinkel α des obern Schaufelendes gegen den Horizont: $tg\,\alpha = \frac{c}{v} = \frac{30,21}{4} = 7,5525$, $\alpha = 82^\circ 27'$.

Die relative Geschwindigkeit, mit der das Wasser an den Schaufeln herabläuft: $u = \sqrt{c^2+v^2} = 30,47$ Fuß, also die absolute Geschwindigkeit $= \sqrt{c^2+v^2} - v = 30,47 - 4 = 26,47$ Fuß. der hiermit herbeigeführte Kraftverlust $= \frac{(\sqrt{c^2-v^2}-v)^2}{4g} . m\gamma$

$= \frac{26,47^2}{4 . 17,32} . 5 . 49 = 2477,8$ und

das wirklich gewonnene Kraftmoment

$Pv = \frac{(\sqrt{c^2+v^2}-4)v}{2g} . m\gamma$

$= \frac{886,1741}{4 . 17,32} . 5 . 49 = 3133,82$ Fußpfd.

welcher Werth für $v = \infty$ das vollständige Kraftmoment

$Pv = \frac{c^2}{4g} . m\gamma = hm\gamma = 20 . 5 . 49 = 4900$

und den Wirkungsgrad

$\mu = \frac{3133,82}{4900} = 0,64$ gibt.

9.) Es soll die Anordnung und Berechnung von folgender 2 stiefligen Wassersäulenmaschine gemacht werden.

Gefälle = 200 Fuß.

Wasserquantum p. s. = 0,6 Cbfuß.

Durchmesser von jedem Treibcylinder = $1\frac{3}{4}$ Fuß.

Länge der Einfallröhrentour = 260 Fuß.

Träge Masse der Last = 60000 U.

Hub = 7 Fuß.

Nimmt man

H = das Gefälle = 200 Fuß

l = die Länge der Einfallröhrentour = 260 Fuß.

A = der Querschnitt der Treibcylinder = 2,404 □ Fuß

a = " " der Einfallröhren = 0,601 □ Fuß.

v = die Geschwindigkeit des Wassers in den Einfallröhren $= \frac{A}{a}\cdot\frac{s}{t} = 0{,}998$ Fuß.

r = der Halbmesser der Krümmung = 4 Fuß.

s = Hub = 7 Fuß.

$2g = 4.17{,}32 = 69{,}28.$

f = der Krümmungsbogen $= \frac{\pi r}{2} = 6{,}282$ Fuß.

t = die Zeit eines Spieles $= \frac{As}{m} = 28{,}046$ Sec.

m = das Wasserquantum = 0,6 Cbfuß.

$\mu = \frac{4n}{\pi y} = 0{,}05.$

D = Durchmesser des Treibcylinders = $1\frac{3}{4}$ Fuß.

d = " " der Röhrentour $= 1{,}75\cdot 0{,}5 = 0{,}875$

so ist der Druck des Kolbens:

$$P = A\gamma\left[H - 0{,}00143\frac{lD^4v^2}{d^4} - (0{,}0039+0{,}0186\,r)\frac{f}{r^2}\cdot\frac{A^2}{a^2}\cdot\frac{v}{4g} - \left(\frac{A}{a}-1\right)^2\frac{A^2v^2}{a^2 2g} - \frac{2s}{gt^2}\cdot\frac{Al}{a} - \frac{\mu H}{D}\right]A\gamma.$$

aus welcher Gleichung sich nun die verschiedenen Widerstände berechnen lassen.

Es ist demnach zunächst die hydraulische Widerstandshöhe oder die Widerstandshöhe durch die Klebrigkeit des Wassers

$$h_1 = 0{,}00143\frac{lD^4v^2}{d^4} = 0{,}00143\left(\frac{260\cdot 1{,}75^4\cdot 0{,}998^2}{0{,}875^4}\right)$$

$$= 5{,}925 \text{ Fuß.}$$

Der Widerstand in der Krümmung:

$$h_2 = (0{,}0039 + 0{,}0186 \cdot r)\frac{l}{r^2} \cdot \frac{A^2}{a^2} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$= (0{,}0039 + 0{,}0186 \cdot 4)\frac{6{,}282}{4^2} \cdot \frac{2{,}404^2}{0{,}601^2} \cdot \frac{0{,}998^2}{69{,}28}$$

$$= 0{,}0783 \cdot \frac{6{,}282}{16} \cdot \frac{2{,}404^2}{0{,}601^2} \cdot \frac{0{,}998^2}{69{,}28} = 0{,}0070552 \text{ Fuß.}$$

bei 4 Krümmungen ist also

$$h_2 = 0{,}0282208 \text{ Fuß.}$$

Ferner ist der Verlust bei Erweiterung oder Verengerung der Röhren

$$h_3 = \left(\frac{A}{a} - 1\right)^2 \frac{A^2}{a^2} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$= \left(\frac{2{,}404}{0{,}601} - 1\right)^2 \left(\frac{2{,}404}{0{,}601}\right)^2 \cdot \frac{0{,}998^2}{69{,}28}$$

$$= 9 \cdot 16 \cdot \frac{0{,}998^2}{69{,}28} = 2{,}0712 \text{ Fuß,}$$ und bei dreimaliger Veränderung der Weite:

$$h_3 = 6{,}2136 \text{ Fuß.}$$

Die Kraft, um die Wassersäule in Bewegung zu setzen, oder der Widerstand durch die Trägheit:

$$h_4 = \frac{2s}{gt^2} \cdot \frac{Al}{a} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 2{,}404 \cdot 260}{2 \cdot 17{,}32 \cdot 28{,}046^2 \cdot 0{,}601}$$

$$= \frac{14660}{34{,}64 \cdot 28{,}046^2} = 0{,}5303 \text{ Fuß.}$$

Der Widerstand, welchen die Kolbenreibung herbeiführt:

$$h_5 = \mu \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{D}} = 0{,}05 \cdot \frac{200}{1{,}75} = \frac{10}{1{,}75} = 5{,}7 \text{ Fuß.}$$

Setzt man diese gefundenen Werthe in die obige Formel ein, so folgt

$$P = (200 - 5{,}925 - 0{,}0282208 - 6{,}2136 - 0{,}5303 - 5{,}7)\, 2{,}404 \cdot 49$$

$$= (200 - 18{,}3971)\, 2{,}404 \cdot 49 = 181{,}6029 \cdot 117{,}796.$$

$= 21392$ ℔ $=$ Kraft des Kolbens beim Aufgange.

Ist ferner die Geschwindigkeit

des in die Höhe gehenden Kolbens

$$v = \frac{m}{A} = \frac{0,6}{2,404} = 0,249 \text{ Fuß},$$

und das Kraftmoment beim Aufgange des Treibekolbens

$$Pv = 21392 \cdot 0,249 = 5326,608 \text{ Fuß℔.}$$

Ist die träge Masse der Wassersäulenmaschine auf die Treibekolbenstange reducirt $= M$, und die gesammte Last $= Q$, so hat man als Bedingungsgleichung für die Maschine

$$P - Q = \frac{m^2}{gA^2 s} M \text{ und demnach}$$

$$Q = 21392 - \frac{0,6^2}{17,32 \cdot 2,404^2 \cdot 7} \cdot 60000 = 21392 - 30,8$$

$$= 21361,2 \text{ ℔.}$$

Da wir eine zweistiefelige Wassersäulenmaschine haben, so ist noch das aufzuwendende Kraftmoment beim Niedergange des Kolbens zu ermitteln.

Es sei der Verticalabstand zwischen dem mittlern Kolbenstande und der darüber oder darunter befindlichen Öffnung des Aufsteigerohres $= h = 10$ Fuß. die Länge dieses Rohres $= l = 12$ Fuß, die Weite desselben $= d = 0,875$, der Querschnitt $= a = 0,601$. Dann hat man

$$Pv = \left(h + 0,00388 \frac{l}{da^2} m^2 + \frac{l}{a} \frac{m}{gt} + \mu \frac{h}{D}\right) m\gamma$$

$$= \left(10 + 0,00388 \frac{12 \cdot 0,36}{0,875 \cdot 0,601^2} + \frac{12 \cdot 0,6}{0,601 \cdot 17,32 \cdot 28.046}\right.$$

$$\left. + 0,05 \frac{200}{1,75}\right) 0,6 \cdot 49$$

$$= (10 + 0,053034 + 0,024672 + 5,7) 0,6 \cdot 49$$

$$Pv = 463,86436 \text{ Fuß℔.}$$

<u>Berechnung der Steuerung.</u> Die Kraft zur Bewegung des Steuerhahns oder der Steuerkolben läßt sich durch den Ausdruck

$F = \mu d b h$ angeben, wo

d den mittleren Durchmesser des Hahnes, b die Höhe oder Dicke des Kolben, h die Druckhöhe $= H$ ist, und μ einen Reibungscoefficienten bezeichnet. Ist nun $d = \frac{1}{4}$ Fuß oder 3 Zoll, $b = 2\frac{1}{2}$ Zoll oder $\frac{5}{24}$ Fuß, $H = 200$ Fuß und $\mu = \frac{17}{3}$ Pfund, so folgt

$F = \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{24} \cdot 200 = 59{,}02$ ℔.

Da nun aber die Kraft nicht an einem Schlüssel d_1 angreift, dessen Länge $= 10$ Zoll $= \frac{5}{6}$ Fuß sei, so folgt die Kraft am Ende des Schlüssels:

$F = 59{,}02 \cdot \frac{d}{d_1} = 17{,}706$ ℔.

Ist nun ferner der Durchmesser eines Wendekolbens $= x_3 = 6$ Zoll und seine Höhe $= y_3 = 6$ Zoll, so folgt

$$n = \frac{4 \cdot \mu y}{\pi y^2} = \frac{4 \cdot \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\pi \cdot 49} = 0{,}07362$$ und

hiernach lassen sich die übrigen berechnen. Es ist die Summe

$$x_2 + x_1 = s = \frac{x_3^2}{2n} - x_3 = \frac{1}{8 \cdot 0{,}07362} - \frac{1}{2}$$

$= 1{,}1978$ Fuß $= 14{,}374$ Zoll

wonach der Durchmesser

$$x_2 = \frac{2s^2 + x_3^2}{4s} = \frac{2 \cdot 1{,}1978^2}{4 \cdot 1{,}1978} + \frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 1{,}1978}$$

$$= \frac{1{,}1978}{2} + \frac{1}{16 \cdot 1{,}1978} = 0{,}5989 + \frac{1}{19{,}1648}$$

$= 0{,}6511$ Fuß $= 7{,}813$ Zoll, und

$x_1 = 14,374 - 7,813 = 6,561$ Zoll.

Der Wirkungsgrad dieser Wassersäulenmaschine ist

$$\mu = \frac{Pv}{Hmy} = \frac{5326,608}{200 \cdot 0,6 \cdot 49} = \frac{5326,608}{5880}$$

$$= 0,905.$$

10.) Ein Windrad soll 4, oben 15 Fuß breite und 25 Fuß lange Flügel erhalten und bei 16 Umdrehungen p.m. ein Lastmoment von 1500 Fuß℔ überwinden. Welche Geschwindigkeit muß der Wind haben, um diese Forderung Genüge zu leisten?

Es sei u die Anzahl der Umdrehungen des Rades in der Minute und l die Länge des Flügels, also die Geschwindigkeit des Flügelendes $w = \frac{\pi u l}{30}$ und den gegebenen Werthen zu folge $= \frac{3,141 \cdot 16 \cdot 25}{30} = 41,88$ Fuß; dann ist, wenn n die Anzahl der Flügel $= 4$ bedeutet, die Formel für den vollständigen Maß:

$$Pv = nA_1\left[C\left(\frac{3}{c} - \frac{\sqrt{3}}{w}\right) + \frac{D_1}{2}\left(\frac{9}{c^2} - \frac{\sqrt{6}}{w}\right)\right] - \frac{\varphi r G w}{l}$$

$$- \frac{2\varphi r_1}{l} A_1\left[C\left(\frac{w}{c} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) + \frac{D_1}{2}\left(\frac{3w}{c^2} - \frac{\sqrt{2}}{w\sqrt{3}}\right)\right]$$

$$A_1 = wA = \frac{\mu c^4 l \gamma}{81 g} = \frac{5 \cdot c^4 \cdot 25 \cdot 0,0608}{3 \cdot 81 \cdot 17,32} = 0,0018c^4$$

$$C = b - \frac{(B-b)}{l-e} \cdot e = 5 - \frac{(15-3)25}{\left(25 - \frac{25}{6}\right)6} = 5 - 2 = 3.$$

$$D_1 = \frac{cl(B-b)}{3(l-e)} = \frac{25 \cdot 10 \cdot c}{\frac{2 \cdot 25}{2}} = 4c$$

$$\varphi = \frac{1}{10}; \; Fw = \frac{\varphi r G w}{l} = \frac{10000 \cdot 41,88}{10 \cdot 2 \cdot 25} = 837,6.$$

$r = \frac{1}{2}$ Fuß = Halbmesser des Halses;

$$F_1 w = \frac{2\varphi r}{l} = \frac{2}{25 \cdot 10 \cdot 4} = 0,002$$

$G = 10000$ ℔ = Gewicht des armirten Windrades;

$r_1 = \frac{1}{4}$ Fuß = Halbmesser des Zapfens.

$$A_1 = \frac{\mu c^3 l \gamma}{27 g} = \frac{5 \cdot c^3 \cdot 25 \cdot 0,0608}{3 \cdot 27 \cdot 17,32} = 0,0054c^3$$

Es wird demnach:

$$1500 = 4 \cdot 0{,}0018c^4\left[3\left(\frac{3}{c} - \frac{\sqrt{3}}{41{,}88}\right) + 2c\left(\frac{9}{c^2} - \frac{\sqrt{6}}{41{,}88^2}\right)\right]$$
$$- 837{,}6 - 0{,}002 \cdot 0{,}0054c^3\left[3\left(\frac{41{,}88}{c^2} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right)\right.$$
$$\left. + 2c\left(\frac{3 \cdot 41{,}88}{c^2} - \frac{\sqrt{2}}{41{,}88\sqrt{3}}\right)\right]$$

$$1500 = \begin{cases} 0{,}0648c^3 - 0{,}0009c^4 + 0{,}1296c^3 - 0{,}00002c^5 \\ -837{,}6 - 0{,}00135c + 0{,}000027c^3 \\ -0{,}0027c^2 + 0{,}0000004c^4 \end{cases}$$

$$1500 = \begin{cases} -0{,}00002c^5 - 0{,}0009c^4 + 0{,}1944c^3 \\ -0{,}0027c^2 - 0{,}00135c - 837{,}6 \end{cases}$$

$$2337{,}6 = -0{,}00002c^5 - 0{,}0009c^4 + 0{,}1944c^3$$
$$- 0{,}0027c^2 - 0{,}00135c$$

Hieraus läßt sich nun c durch Näherung bestimmen. Es ist

$$c^3 = \frac{2337{,}6}{0{,}1944},\ c = \sqrt[3]{\frac{2337{,}6}{0{,}1944}} = \sqrt[3]{12024{,}6}$$
$$= 22{,}91 \text{ fuß.}$$

Setzt man diesen Werth in die Näherungsgleichung ein, so folgt:

$$c = \frac{-0{,}00002 \cdot 4 \cdot 22{,}91^5 - 0{,}0009 \cdot 3 \cdot 22{,}91^4 + 0{,}1944 \cdot 2 \cdot 22{,}91^3 - 0{,}0027 \cdot 22{,}91^2 + 2337{,}6}{-5 \cdot 22{,}91^4 \cdot 0{,}00002 - 4 \cdot 0{,}0009 \cdot 22{,}91^3 + 3 \cdot 0{,}1944 \cdot 22{,}91^2 - 0{,}0027 \cdot 2 \cdot 22{,}91 - 0{,}00135 \cdot 22{,}91}$$

$$c = \frac{4675{,}1 + 2337{,}6 - (504{,}9 + 743{,}8 + 1{,}41)}{306{,}1 - (27{,}54 + 43{,}28 + 0{,}1237 + 0{,}03092}$$

also die erforderliche Geschwindigkeit des Windes:

$$c = \frac{5752{,}6}{235{,}13} = 24{,}9 \text{ fuß.}$$

11.) Welche mechanische Wirkung ist von folgender doppeltwirkenden Dampfmaschine zu erwarten, und welcher Brennmaterialaufwand wird dieselbe erfordern?

Durchmesser des Dampfcylinders $= 2\frac{1}{2}$ fuß.
Hub = 6 fuß,
Spiele p. m. = 15.
Temperatur des Dampfes = 110°.

Die zweckmäßigste Benutzung des Dampfes erfordert, daß sich der Hub von dem Spiele zum Totalhube wie die Nutzlast zum gesammten Dampfdrucke vor der Expansion verhalte. Nehmen wir nun die Nutzlast

$W = 0,4$ der ganzen Kraft an, so muß also $\frac{B}{b} = \frac{P}{W}$ sein, oder $\frac{B}{b} = \frac{5}{2}$, d. h. man muß die Expansion bis zu $\frac{5}{2}$ treiben, und es ist $b = \frac{2}{5}\cdot B = \frac{2}{5}\cdot 6 = 2,4$ Fuß und die reine Last

$$Q = \frac{b}{B}\, ln\left(\frac{B}{b}\right) P = 0,4\, ln\left(\frac{5}{2}\right) = 0,4\cdot 0,91606\, P$$
$$= 0,366424\, P.$$

Bezeichnet man ferner A die Kolbenfläche, e die Elasticität des Dampfes und p den Dampfdruck auf eine Flächeneinheit, so bestimmt sich die Gesammtkraft durch den Ausdruck:

$P = Aep$. aber $A = \frac{30^2\pi}{4} = 706,725$ □Zoll.

$p = 12,3185$ ℔ (auf 1 □Zoll) und

$ep = \left(\frac{1+0,01878\, t}{2,878}\right)^{5,355}\cdot p$ ℔. Die Temperatur des Dampfes ist $t = 110$, also

$$ep = \left(\frac{1+0,01878\cdot 110}{2,878}\right)^{5,355}\cdot 12,3185$$
$$= 1,065^{5,355}\cdot 12,3185 = 17,259.$$

Man erhält ferner:

$P = 706,725\cdot 17,259 = 12197,3$ ℔, und die reine Last $Q = 0,4\cdot 12197,3 = 4878,92$ ℔ für das reine Lastmoment während eines Spieles folgt

$QB = 4878,92\cdot 6 = 29273,42$ Fußpfund.

Die Geschwindigkeit des Kolbens ist $v = \frac{b}{c} = \frac{2,4}{4} = 0,6$, also das mechanische Moment pro Spiel:

$Pv = Aep\frac{b}{c} = 12197,3\cdot 0,6 = 7318,38$ Fußpfund.

Das p. m. erforderliche Dampfquantum ist $m = Ab.n = \frac{25\pi}{4}\cdot 2,4\cdot 15 = 444,17$ Kubikfuß
$= 176,68$ K.F.,

daher das Feuerungsquantum p. m.

$$m_1 = \frac{0{,}00081225 \cdot e \cdot m}{1 + 0{,}00375\, t} = \frac{0{,}00081225 \cdot 1{,}401 \cdot m}{1{,}4125}$$

$$= 0{,}179204 \text{ K. Fuß} = 8{,}7808 \text{ ℔.}$$

Endlich ergibt sich der erforderliche Steinkohlenaufwand, wenn wir die Temperatur der freien Luft, 10° und die Temperatur der abziehenden Luft t_2 110° setzen:

$$K = \frac{(635 - t_1)\, q}{\left(1 - \frac{(t_2 - t_1)\, l}{4w}\right) w} = \frac{(635 - 10)\, 8{,}7808}{\left(1 - \frac{(110 - 10)\, 18}{4 \cdot 5000}\right) 5000}$$

$$= \frac{625 \cdot 8{,}7808}{\left(1 - \frac{100 \cdot 18}{4 \cdot 5000}\right) 5000} = 1{,}1968 \text{ Pfund.}$$

12. Es ist die Anordnung und Berechnung eines Parallelogramms zu machen, welches für einen Balancier von 4 met. Länge und $1\frac{1}{2}$ met. Hub bestimmt ist.

Setzt man $CD = R$ und $DA = a$, so ist die halbe Länge des Balanciers $= R + a = 2$ Meter; ferner der Hub $h = 1\frac{1}{2}$ Met. und die Länge des Hängeeisens $b = \frac{3}{4}$ Met. die Länge des Parallelogramms $= a = \frac{1}{2}$ Met. Es ist dann

$$R = 2 - \tfrac{1}{2} = 1\tfrac{1}{2} \text{ Met.}$$

und man erhält für den halben Umdrehungswinkel α

$$\sin \alpha = \frac{h}{2(R+a)} = \frac{3}{4\left(1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)} = 0{,}375 \text{ also}$$

$$\alpha = 22^\circ\ 1'\ 29'' \text{ und}$$

$$2\alpha = 44^\circ\ 2'\ 58''$$

Daraus folgt $\sin \alpha^2 = 0{,}140625$

$\cos \alpha^2 = 0{,}859375$ und

$\cos \alpha = 0{,}927.$

Die Größe des Gegenlenkers ist

$$r = \frac{R^2}{a} - \frac{R-a}{R+a} \cdot \frac{h_1^2}{16a}$$
$$= \frac{9}{4 \cdot \frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{4 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{279}{64} = 4{,}359 \text{ Meter.}$$

Ferner die Abscisse eines Durchschnittes

$$x = \frac{R(R+a)\cos\frac{1}{2}\alpha^2}{a} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 2(1+0{,}927)}{2 \cdot \frac{1}{2}}$$
$$= 5{,}78 \text{ Met.}$$

und die Coordinate dieses Punktes

$$y = \sqrt{b^2 - \left[(R+a)\sin\frac{1}{2}\alpha^2\right]^2}$$
$$= \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{4}{4}(1-0{,}927)^2} = 0{,}746 \text{ Met.}$$

Die halbe Bogenhöhe ergibt sich durch Näherung

$$e = \left(1 + \frac{h^2}{8(R+a)^2}\right)\frac{h^2}{16(R+a)}$$
$$= \left(1 + \frac{9}{64 \cdot 4}\right)\frac{9}{64 \cdot 2} = 0{,}104 \text{ Meter.}$$

Zur Correction wegen der Seitenbewegung hat man, wenn man

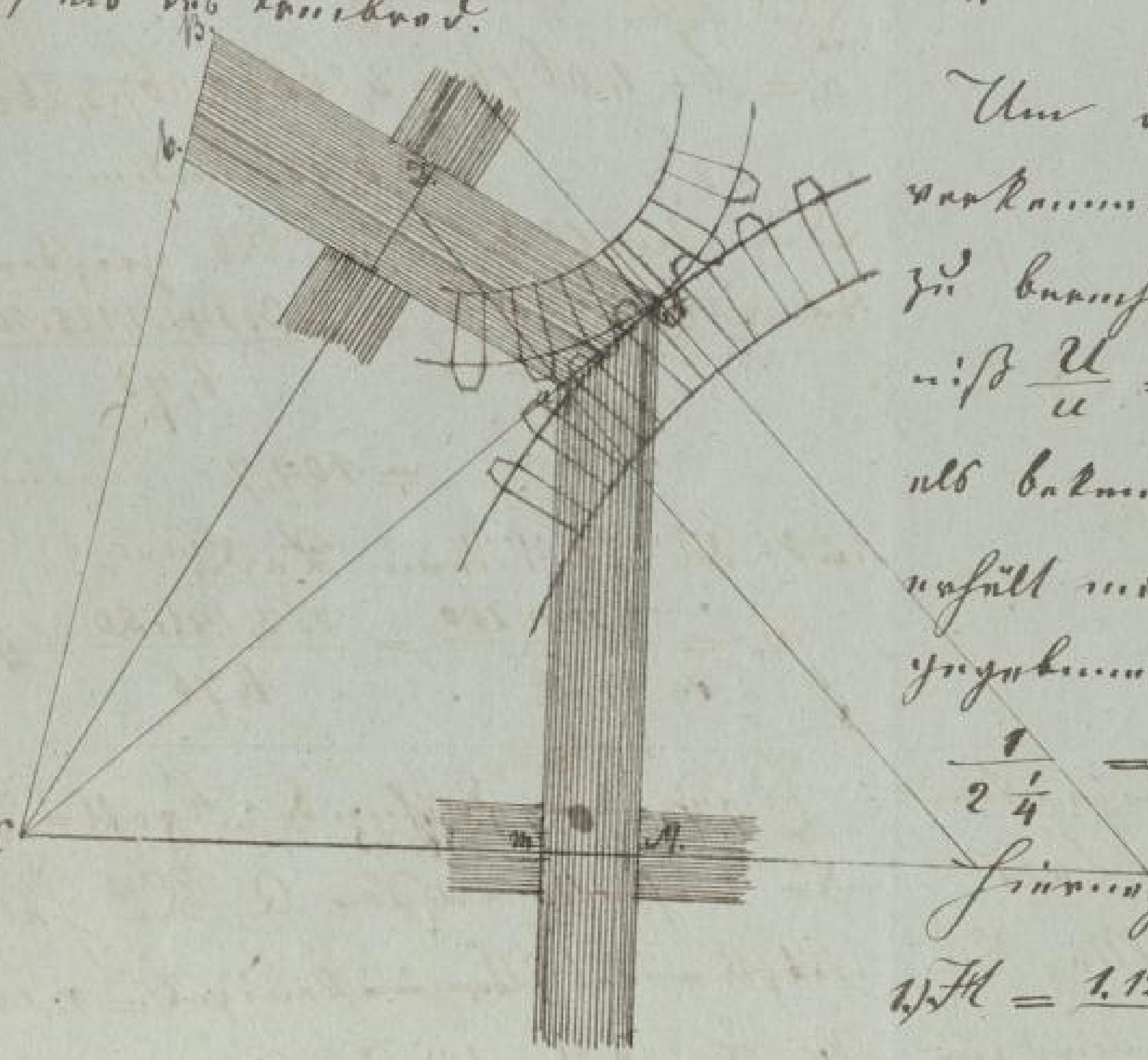
$c = \sqrt{b^2 - e^2}$ nimmt, folgende Gleichung.

$$f = \frac{(b-c)\sqrt{(2R-e)c}}{R-e}$$
$$= \frac{0{,}75 - 0{,}742\sqrt{(2 \cdot 1{,}5 - 0{,}104)0{,}104}}{1{,}5 - 0{,}104} = 0{,}003 \text{ Met.}$$

Substituirt man diesen Werth, so folgt der Fehler

$$f_1 = \left(\frac{R+a}{R}\right)f - \left(\frac{R-a}{R}\right)\frac{e}{2}$$
$$= \frac{2}{1{,}5} \cdot 0{,}003 - \frac{1}{1{,}5} \cdot \frac{0{,}104}{2}$$
$$= 0{,}004 - 0{,}036 = -0{,}032 \text{ Meter.}$$

13.) Man soll die Anordnung, Construction und Berechnung eines conischen Räderwerkes ~~vornehmen~~, dessen Axen ~~einen~~ Winkel von 65° mit einander einschließen, in dem Falle, wenn das statische Moment 1200 Kil. met. beträgt und das Getriebe $2\frac{1}{4}$ mal so viel Umdrehungen macht, als das Treibrad.



Es sei AMma das eine Rad, welches sich um die Axe CM = H dreht, und ABba das andere, welches sich um h dreht; ferner der, von beiden Axen eingeschlossene Winkel = α, so ist zunächst für die Axen

$$H = \frac{R\cos\alpha + r}{\sin\alpha} \quad \text{und}$$

$$h = \frac{r\cos\alpha + R}{\sin\alpha}$$

Um die in diesen Gleichungen vorkommenden Werthe von R und r zu berechnen, hat man das Verhältniß $\frac{U}{u} = \frac{R}{r}$. Nimmt man r als bekannt und = 0,5 Met. an, so erhält man durch Anwendung der gegebenen Werthe für U und u

$$\frac{1}{2\frac{1}{4}} = \frac{0{,}5}{R}, \text{ also } R = 0{,}5 . 2{,}25 = 1{,}125.$$

Hieraus folgt also

$$1.)\ H = \frac{1.125.\ \cos 65° + 0{,}5}{\sin 65°}$$

$$= \frac{0{,}97544}{\sin 65°} = 1{,}0762 \text{ Meter.}$$

$$2.)\ h = \frac{0{,}5\cos 65° + 1{,}125}{\sin 65°} = 1{,}4744 \text{ Met.}$$

~~ferner~~ folgt der Halbmesser

$$3.)\ CA = \rho = \frac{\sqrt{R^2 + r^2 + 2Rr\cos\alpha}}{\sin\alpha}$$

$$= 1{,}557 \text{ Meter.}$$

4.) $R_1 = \frac{R\varrho}{\mathfrak{M}} = \frac{R\sqrt{R^2+r^2+2Rr\cos\alpha}}{R\cos\alpha + r}$

$= R\sqrt{1+\left(\frac{R\sin\alpha}{R\cos\alpha+r}\right)^2} = 1{,}626$ Meter.

und

5.) $r_1 = \frac{\mathfrak{DM}\cdot CA}{CE} = \frac{r\varrho}{h} = \frac{r\sqrt{R^2+r^2+2Rr\cos\alpha}}{r\cos\alpha+R}$

$= r\sqrt{1+\left(\frac{r\sin\alpha}{R+r\cos\alpha}\right)^2} = 0{,}528$ Meter.

Endlich ist noch die Dicke eines Zahnes $b = 0{,}1\sqrt{\frac{1200}{1{,}125}} = 0{,}1\cdot 32{,}66 = 3{,}266$ Centim. daher die Theilung

$a = b + 1{,}067 b = 3{,}266 + 1{,}067\cdot 3{,}266$
$= 6{,}75$ Centim.

Die Anzahl der Zähne des größeren Rades $n = \frac{2\pi R}{a} = \frac{2\cdot 3{,}141\cdot 1{,}125\cdot 100}{6{,}75}$

$= 104{,}7$

und des kleineren Rades

$n_1 = \frac{2\pi r\cdot 100}{a} = \frac{2\cdot 3{,}141\cdot 50}{6{,}75} = 46.$

14.) An einem Krummzapfen von 2 Fuß Höhe hängt die Last Q von 3000 ℔ mit einer Masse von 4000 ℔. Welche Kraft wird zur Umdrehung desselben nöthig sein, damit er p.m. 6 Umdrehungen mache, und wie groß wird die nöthige reducirende Masse sein müssen, damit die Veränderung in der Geschwindigkeit nur $\frac{1}{10}$ betrage?

Es sei die drehende Kraft = P, die ziehende Last = Q, der Halbmesser des Warzenkreises = r, die Masse = M, die Geschwindigkeit der Warze $c = \frac{2\pi r 6}{60} = \frac{2\pi 6}{30} = \frac{2\pi}{5}$

$= \frac{2\cdot 3{,}141}{5} = 1{,}256$ Fuß.

Bei der halben Umdrehung ist

$P = \frac{2Q}{\pi} = \frac{2\cdot 3000}{3{,}141} = 1910{,}21$ ℔.

Für den Winkel bei der größten

Geschwindigkeit hat man $\sin\varphi = \frac{2}{\pi}$, oder genauer

$$\sin\varphi = \frac{2}{\pi} - \frac{Mc^2 \sin 2\varphi}{4gQr}$$

$$= \frac{2}{3.141} - \frac{4000 \cdot 1{,}25^2 \sin 2 \cdot 39^\circ 32'}{4 \cdot 17{,}32 \cdot 3000 \cdot 2}$$

$$= 0{,}63674 - 0{,}014762 = 0{,}621978$$

$$\varphi = 38^\circ\ 27',$$

und für das Minimum der Geschwindigkeit ist $\varphi_1 = 180 - 38^\circ 37'$

$$\varphi_1 = 141^\circ\ 33'$$

Setzen wir die größte Geschwindigkeit $v = \sqrt{c^2 + 0{,}842 \frac{gQr}{M}} = c + \frac{0{,}842}{2} \cdot \frac{gQr}{M}$ und die kleinste Geschwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{c^2 - 0{,}842 \frac{gQr}{M}} = c - \frac{0{,}842}{2} \cdot \frac{gQr}{M}$$

so folgt

$$v - v_1 = 0{,}842 \frac{gQr}{M}$$ und daraus

$$\frac{0{,}842\, gQr}{\frac{\pi r u}{30} \cdot M} = \frac{1}{10},$$ folglich

$$\frac{0{,}842 \cdot 17{,}32 \cdot 3000 \cdot 2}{1{,}256 \cdot M} = \frac{1}{10}$$ und

$$M = \frac{0{,}842 \cdot 17{,}32 \cdot 3000 \cdot 10}{1{,}256} = 696437 \text{ Pfund}$$

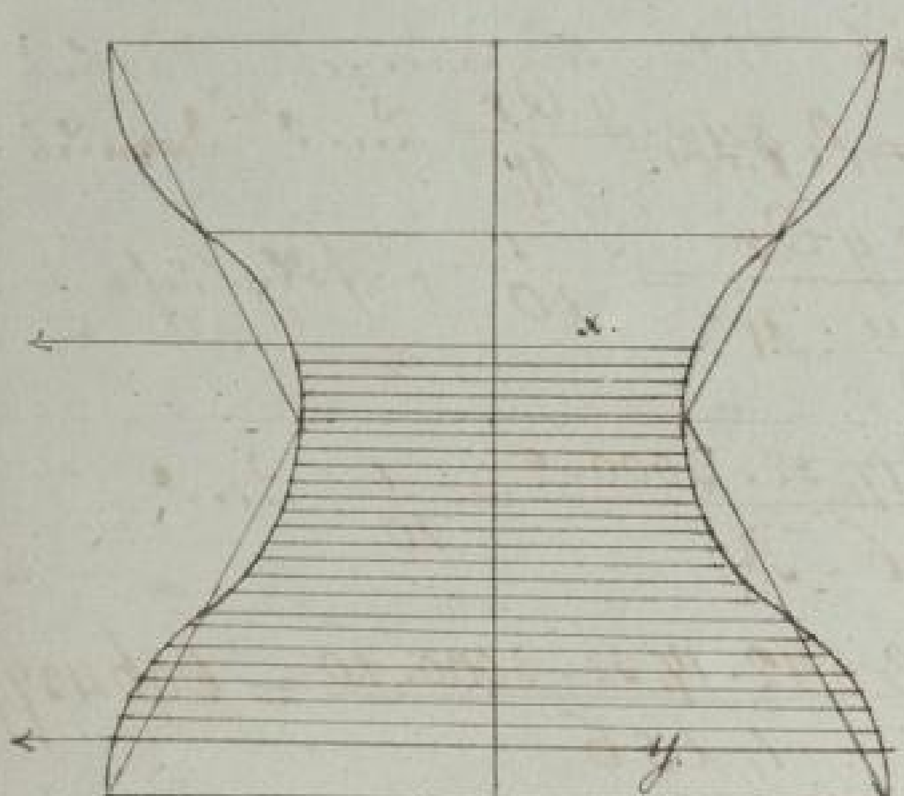
Ist der Radhalbmesser 10 Fuß, so ist die auf den Radumfang reducirte Masse des Rades $= \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$, also

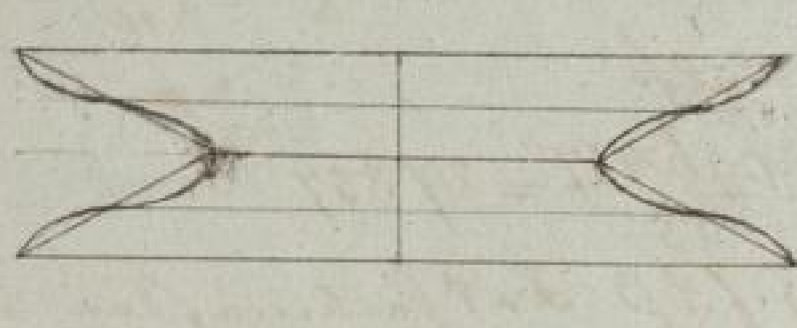
$$M_1 = \frac{696437}{25} = 27857 \text{ tb.}$$

bei 20 Fuß Radhalbmesser ist

$$M_1 = \frac{696437}{100} = 6964{,}37 \text{ Pfund.}$$

3.) Es ist die Anordnung für einen Spiralkorb zu machen, in dem Falle, wenn:
die Kraft für die gefüllte Tonne = 1500 lb.
" " " " leere " = 400 lb.
Das Gewicht von 1 Fuß Seil = 1 "
die Schachttiefe = 1000 Fuß
beträgt, und das gegebene statische Moment = 7000 Fußlb. ist.





Es sei die Last der vollen Tonne = K, und die der leeren = K_1, das Gewicht eines Fußes Seil = q, die Schachttiefe = L und das statische Moment = Pa; ferner wirke das Seil der gefüllten Tonne an dem Hebelarme = x, und das der leeren an y, so ist

$$x+y = c = \frac{2Pa}{K-K_1} = \frac{2 \cdot 7000}{1500-400}$$

$$c = \frac{14000}{1100} = 12{,}75 \text{ Fuß}$$

daher der mittlere Halbmesser = 6,36 Fuß. Setzt man den, von dem Gewichte des Seiles herrührenden Theil der Last $= Lq = 1000$ lb, so ergibt sich für den kleinsten Halbmesser

$$r = \frac{(K+K_1)c}{2(K+K_1+Lq)}$$

$$= \frac{1900 \cdot 6{,}36}{2900} = 4{,}1669 \text{ Fuß.}$$

und für den größten Halbmesser

$$r_1 = c - r = 12{,}75 - 4{,}16 = 8{,}55 \text{ Fuß.}$$

Um den Hebelarm für verschiedene Umdrehungswinkel zu bestimmen, hat man die Gleichung

$$x = \frac{c}{2}\left\{1 - \frac{L - c\varphi}{\sqrt{\left(\frac{K+K_1+Lq}{q}\right)^2 + (2L - c\varphi)\varphi}}\right\}$$

für $\frac{1}{4}$ der Umdrehung ist der entsprechende Hebelarm

$$x_1 = 6{,}36\left\{1 - \frac{1000 - 9{,}985}{\sqrt{8410000 + 19860{,}3497}}\right\}$$

$$= 6{,}36(1 - 0{,}306) = 4{,}41384 \text{ Fuß.}$$

Für $\frac{3}{4}$ der Umdrehung folgt ebenso

$$\alpha_2 = 8,3073 \text{ Fuß}.$$

Die erforderliche Anzahl der Windungen eines Treibseiles ist

$$n = \frac{L}{\pi c} = \frac{1000}{12,72 \cdot 3.141} = 25,028.$$

Bei Hanfseilen ist die Höhe einer Windung meist 4 Zoll oder $\frac{1}{3}$ Fuß, es kommt daher auf die Höhe eines Treibseiles $= \frac{25,025}{3} = 8,341$ Fuß, und die Höhe des ganzen Korbes ist demnach $= 16,682$ Fuß.

Bei Drahtseilen dagegen ist die Höhe einer Windung etwa nur 1 Zoll oder $\frac{1}{12}$ Fuß, also die Höhe eines Treibseiles $= \frac{25,025}{12} = 2,087$ Fuß, und die Höhe des ganzen Korbes $= 4,174$ Fuß.