LIVRE V.

SECTION II.

REMARQUES

Sur les équations cubiques. Voyez *les Mémoires de l'Academie de* 1699. *pag.* 142. *Tome I. de ces Memoires.* Voyez aussi *le Tome II. Liv. IX. des Elemens de Mathematique du* P. PRESTET. Voyez aussi *l'Analyse demontrée du* P. REYNEAU, *Tome I. pag.* 198. *sect.* 2. Voy. aussi *l'Arithmetique universelle de M.* NEWTON, *pag.* 272.

DE LA NATURE DES RACINES DES EQUATIONS CUBIQUES DONT LE SECOND TERME EST EVANOUI.

I. DANS $x^3 \times + px \mp q = 0$, dont le troisiéme terme px est positif, il y a une racine réelle avec deux imaginaires. Car si elles étoient toutes trois réelles, l'évanouissement du second terme de cette équation, marquant qu'une d'elles seroit positive égale à la somme des autres négatives, ou une négative égale à la somme des deux autres positives; la somme des trois produits de ces trois racines multipliées l'une par l'autre deux à deux, seroit négative, & conséquemment aussi p qui exprime cette somme de produits.

II. On jugera de même des racines des autres formules de ces sortes d'équations: Par exemple dans $x^3 \times - px \mp q = 0$, qui a p négatif, si $\frac{1}{27} p^3 = \frac{1}{4} qq$, cette équation aura trois racines réelles dont les deux moindres seront égales entre elles, & leur somme égale à la plus grande; car si l'on prend $\pm r$ pour la plus grande de ces trois racines, & conséquemment $\mp \frac{1}{2} r$ pour chacune des deux moindres, la somme p des trois produits de ces trois racines multipliées l'une par l'autre deux à deux, sera $-p = \frac{1}{4} rr - \frac{1}{2} rr - \frac{1}{2} rr = \frac{1}{4} rr - rr = - \frac{3}{4} rr$, ou $p = \frac{3}{4} rr$; ce qui donne $\frac{1}{3} p = \frac{1}{4} rr$, & $\frac{1}{27} p^3 = \frac{1}{64} r^6$. D'un autre côté le produit q de ces trois mêmes racines sera $\mp q = \frac{1}{2} r \times \frac{1}{2} r \times r = \frac{1}{4} r^3$, & $\pm \frac{1}{2} q = \frac{1}{8} r^3$; ce qui donne $\frac{1}{4} qq = \frac{1}{64} r^6$. Donc $\frac{1}{27} p^3 = \frac{1}{4} qq$. *Ce qu'il faloit démontrer.*