Addirt man jetzt zu beiden Seiten der aus (2) sich ergebenden Gleichung $a^2\, dx^2 = s^2\, dy^2$ den Werth $s^2\, dx^2$, so erhält man

$$dx^2\,(a^2 + s^2) = s^2\,(dx^2 + dy^2) = s^2\, ds^2$$

und hieraus wieder
$$dx = \frac{s\,ds}{\sqrt{a^2 + s^2}}.$$

Das bestimmte Integral dieses Werthes ist aber
$$x = -a + \sqrt{a^2 + s^2},$$

daher auch
$$s = \sqrt{2ax + x^2}.$$

Verbindet man letzteren Werth mit (2) so ergiebt sich
$$\text{I. } dy = \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax + x^2}}.$$

Dieses ist aber dieselbe Differenzialfunction, welche jeder der beiden Bernoullis an den vorher angegebenen Stellen der betreffenden Werke entwickelt hat [1]). Jacob B. zeigte später auch, daß für $s = qy$ die Kettenlinie eine gemeine Parabel bildet, indem dann aus (2) folgt: $qy\,dy = a\,dx$, d. i.
$$y^2 = \frac{2a}{q}\,x.$$

---

1) Die Integration der Gleichung I läßt sich leicht ausführen, wenn man $x + \sqrt{2ax + x^2} = z$ setzt, woraus $dy = \frac{a\,dz}{a + z}$ folgt und daher schließlich als bestimmtes Integral erhalten wird:

$$\text{II. } y = a \text{ Lgnt. } \left(\frac{a + x + \sqrt{2ax + x^2}}{a}\right)$$

Um die Kettenlinie hiernach zu zeichnen, muß man $a$ (d. h. den Krümmungshalbmesser der Curve im Scheitel $B$) kennen. Ist aber dieser Werth unbekannt, so läßt er sich durch Annäherung wie folgt berechnen, sobald zwei zusammengehörige Coordinaten $\overline{BE} = m$ und $\overline{AE} = n$ gegeben sind.

Zunächst ist wegen II:

$$(\alpha)\ n = a \text{ Lgnt. } \left(\frac{a + m + \sqrt{2am + m^2}}{a}\right)$$

Ferner werde gesetzt: $(\beta)\ \frac{a + m + \sqrt{2am + m^2}}{a} = w$, so daß aus $(\alpha)$ wird

$(\gamma)\ n = a \text{ Lgnt. } w$. Reducirt man daher aus $(\beta)$

$$a = \frac{2mw}{(w - 1^2)},$$ so folgt endlich aus $(\gamma)$:

$$n = \frac{2mw}{(w-1)^2} \text{ Lgnt. } w$$ und schließlich:

$$(\delta)\ \frac{n}{2m} = \frac{w}{(w-1)^2} \text{ Lgnt. } w.$$

Ist beispielsweise $n = 8^m$, $m = 5^m$, also $\frac{n}{2m} = 0{,}8$, so erhält man zuerst für $w = 3$ und dann $w = 3{,}1$ aus $(\delta)$ Werthe, welche erkennen lassen, daß die erstere Satzung zu groß, die letztere zu klein ist und daher aus der Proportion der Differenzen für $w = 3{,}083$, richtiger folgt: $a = 7{,}105$.