

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{p a}{\lambda} \cdot \frac{(a - \varphi)}{\Sigma m r^2}.$$

Setzt man hier den, für jeden Körper von bestimmter Gestalt als constant anzunehmenden Werth $\frac{p a}{\lambda \cdot \Sigma m r^2} = K^2$, so ergibt sich

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = K^2 (a - \varphi)$$

und hieraus

$$dt = \frac{d\varphi}{K \sqrt{2 a \varphi - \varphi^2}}.$$

Das bestimmte Integral dieser Gleichung ist aber

$$K t = \text{arc. cos.} \left(= \frac{a - \varphi}{a} \right),$$

so daß man für die Zeit $\frac{\mathfrak{T}}{2}$ eines halben Schwunges (wegen $a = \varphi$ für diesen Fall) erhält:

$$\frac{\mathfrak{T}}{2} = \frac{\pi}{2 K}, \text{ daher}$$

$$\mathfrak{T} = \frac{\pi}{K} = \pi \sqrt{\frac{\lambda \Sigma m r^2}{p a}}.$$

Da jedoch für einen Cylinder vom Radius = a und von ρ Gewicht das (polare) Trägheitsmoment $\Sigma m r^2 = \frac{1}{2} \frac{\rho}{g} a^2$ ist, so folgt, wenn man außerdem noch $\frac{\lambda}{p a} = \frac{1}{n}$ setzt:

$$\text{I. } \mathfrak{T} = \pi \sqrt{\frac{\rho a^2}{2 n g}}.$$

Bezeichnet man ferner mit l die Länge des einfachen Kreispendels, welches mit dem cylindrischen Drahte oder Faden gleiche Schwingungen macht, so hat man nach S. 60 und S. 93: $\mathfrak{T} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, so daß man in Verbindung mit I erhält:

$$\text{II. } l = \frac{\rho a^2}{2 n} \text{ oder}$$

$$\text{III. } n = \frac{\rho a^2}{2 l}$$

wie Coulomb in seiner 'Théorie des machines simples', pag. 216 und 217 unter Nr. V, VI und VII findet.

Für das statische Moment $P.R$ der Torsions-Kraft (réaction de la force de torsion) ermittelt Coulomb noch für einen cylindrischen Metalldraht von D Durchmesser und L Länge den Werth (a. a. O., pag. 231 unter XIV):

$$\text{IV. } P R = \mu \cdot a \frac{D^4}{L},$$

wenn α den Torsionswinkel und μ einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet¹⁾.

1) Eine vollständige mathematische Ableitung dieser Gleichung gab zuerst Navier (auszugsweise in dessen 'Resumé des Leçons', T. I. In der deutschen Uebersetzung, S. 92 und 93 etc.), wonach auch der Verfasser seine Ableitung bildete (dritte Auflage der 'Geostatik' desselben, S. 339 und 340) und wo die Endgleichung die Gestalt hat: $M_t = P.R = G \cdot a \frac{\pi d^4}{64 \cdot l}$, also wenn man $\frac{\pi}{64} \cdot G = \mu$ setzt: $P.R = \mu a \frac{d^4}{l}$, wie angegeben.