

$$2. \Sigma MW^2 = \Sigma MV^2 + \Sigma MU^2,$$

offenbar die algebraische Uebersetzung des bezeichneten Theorems, welches zu beweisen war und jetzt das Princip Carnot's genannt wird.

Statt 2. läßt sich auch schreiben:

$$3. \Sigma MU^2 = \Sigma MW^2 - \Sigma MV^2 \text{ 1).}$$

Hiernach entspricht also die Summe der durch den Stoß unelastischer Körper verlorenen lebendigen Kräfte denjenigen lebendigen Kräften, welche sich aus den verlorenen Geschwindigkeiten berechnen lassen²⁾.

U in der Zeit dt durchlaufene Raum $Udt \cos. \alpha$ ist. (Vorausgesetzt, daß W die Geschwindigkeit vor dem Stoße, V die Geschwindigkeit nach dem Stoße und U die Geschwindigkeit ist, welche durch den Stoß verloren ging).

Sodann erhält man aber, zufolge des Principes der virtuellen Geschwindigkeiten (S. 197 etc.), für das ganze System die Gleichung:

$$\Sigma m V U dt. \cos. \alpha = 0,$$

Wenn man demnach alle Glieder der Gleichung 1. mit dt multiplicirt denkt, das letzte Glied als = Null wegläßt, so erhält man den Ausdruck 2.

1) Für den centralen, geraden Stoß (kugelförmige Körper von gleicher Dichte vorausgesetzt) läßt sich das Carnot'sche Princip sehr leicht mittelst der bereits S. 106 (Note 1) gewonnenen Sätze beweisen.

Aus II der betreffenden Formeln ergibt sich zunächst:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_1 u - m_2 u.$$

Multiplicirt man hier links und rechts mit u , so erhält man ferner:

$$a) 0 = m_1 v_1 u + m_2 v_2 u - m_1 u^2 - m_2 u^2.$$

Nach S. 107 findet aber beim Stoße elastischer Körper stets ein Verlust an lebendiger Kraft statt, für dessen Größe = W man auch schreiben kann:

$$b) W = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2.$$

Zieht man aber von b die Gleichung a ab, so ergibt sich schließlich:

$$c) W = \frac{1}{2} m_1 (v_1 - u)^2 + \frac{1}{2} m_2 (u - v_2)^2.$$

Aus letzterer Gleichung folgt aber, „daß die durch Einwirkung eines Stoßes zwischen zwei unelastischen Körpern verlorene lebendige Kraft derjenigen lebendigen Kraft gleich ist, welche zu der respective von jeden der Körper verlorenen (oder gewonnenen) Geschwindigkeit gehört“. Strengere Beweise des Carnot'schen Principes lieferten Lagrange, sowohl in seiner ‚Analytischen Mechanik‘ (I, Sect. IV, Art. 36) als auch in seiner ‚Functionen-Theorie‘. 3. Abtheilung, Capt. VII, Art. 44; ferner auch Coriolis in der 2. Auflage seiner ‚Mechanik‘ (deutsch von Schnuse, S. 115).

2) In letzterem Sinne genommen (oder der Gleichung a in der Note 1 entsprechend) hat bereits vor Carnot, nämlich wie schon Seite 236 gezeigt wurde,