Aufgaben

aus der

Bergmaschinenlehre

aufgelöst

im

bergademischen Lehrjahre $\frac{1846}{1847}$.

von

Th. Richter.

1, Aufgabe.

Welche Weite hat man einer 5340' langen Röhrenleitung zu geben, welche bei 8' Gefälle täglich 7000 Cub' Wasser fortführt.

Bei gegebener Wassermenge, Druckhöhe und Länge der Röhren, hat man zur Bestimmung der nöthigen Weite der letzteren die Formel:

$$d = 0,4817 \sqrt[5]{(1,505 . d + \zeta_1 l)\frac{Q^2}{h}}$$

Dieselbe kann jedoch nur als Näherungsformel dienen, da sie die Unbekannte d und den von $v = \frac{4Q}{\pi d^2}$ abhängigen Coefficienten ζ_1 enthält.

Setzt man nach den in der Aufgabe enthaltenen Werthen, wo sich für Q = Wassermenge pro Sec. der Werth 0,081 herausstellt,

$$d = 0,4817 \sqrt[5]{(1,505 . d + 0,02 . 5340)\frac{0,081^2}{8}}$$

und wenn wir für ζ_1 vorläufig 0,02 setzen,

d. i. $d = 0,4817 \sqrt[5]{1,505 . d + 106,8 . 0,00081}$

oder annähernd:

$$d = 0,4817 \sqrt[5]{106,8 . 0,00081}$$
$$= 0,4817 \sqrt[5]{0,086508}$$
$$= 0,295248.$$

Also wird nun genauer:

$$d = 0,4817 \sqrt[5]{(1,505 . 0,295 + 0,02 . 5340) 0,00081}.$$
$$= 0,4817 \sqrt[5]{(0,444 + 106,8) 0,00081}.$$
$$= 0,4817 \sqrt[5]{107,244 . 0,00081}$$

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{0{,}08686764}$$
$$= 0{,}4817 . 0{,}61344$$
$$= 0{,}29549' = 3{,}5458''.$$

Ist nun der Durchschnitt $F = \frac{\pi d^2}{4}$ d.i.

$$F = 0{,}7854 . 0{,}29549^2$$
$$= 0{,}06857 \,\square'$$

also die Geschwindigkeit $v = \frac{Q}{F} = \frac{0{,}081}{0{,}06857}$

$$= 1{,}18'$$

Diesem Werthe entsprechend wird der Widerstandscoefficient $\zeta_1 = 0{,}0304$, man erhält dann endlich

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(0{,}444 + 162{,}336)\, 0{,}00081}.$$
$$= 0{,}4817 \sqrt[5]{162{,}78 . 0{,}00081}.$$
$$= 0{,}4817 \sqrt[5]{0{,}1318}$$
$$= 0{,}3211879 = 3{,}854''.$$

II. Aufgabe.

Um auf einer Strecke von 4985' Länge, eine Wassermenge von 800 Cub' pr. Min. bei 3' Gefälle fortzuleiten, will man einen Canal mit trapezoidalem Querschnitt anwenden, welche Dimensionen sind demselben zu geben, wenn man die Böschung 1/2 anwendet.

Zur Bestimmung des Querprofils haben wir bei gegebenem Wasserquantum und Gefälle, zuerst annähernd:

$$F = 0{,}0271 \left(\frac{m\, l\, Q^2}{h}\right)^{2/5}$$

d.i., wenn wir $m = 2{,}632$ setzen und die in der Aufgabe enthaltenen Werthe substituiren:

$$F = 0{,}0271 \left[\frac{2{,}632 . 4985 . (13{,}33)^2}{3}\right]^{2/5}$$

$$= 0,0271\,(2331370,766)^{2/5}$$

$$= 0,0271 \cdot 352,40 = 9,55\ \square'$$

Hieraus finden wir nun die Geschwindigkeit

$$c = \frac{13,33}{9,55} = 1,39.$$

Es lässt sich aber genauer:

$$F = \left(\zeta \cdot \frac{m\,l\,Q^2}{2gh}\right)^{2/5}$$

setzen, und wir können, in Folge der für c erhaltenen Werthe, diesem entsprechend ζ aus einer der Tabellen bestimmen, es ist dann nämlich

$$\zeta = 0,00760.$$

Suchen wir ferner einen genaueren Werth für m, so sieht man, daß, wenn nach der Tabelle der relativen Böschung 0,577 der $\angle$ 60° entspricht, für die Böschung von 0,5 sich der $\angle$ 63° herausstellen und der diesem $\angle$ zukommende Werth von $m = 2,650$ sein würde. Die Fläche wird alsdann

$$F = \left[0,00760 \cdot \frac{2,650 \cdot 4985\,(13,33)^2}{2 \cdot 31,25 \cdot 3}\right]^{2/5}$$

$$= \left(0,00760 \cdot \frac{2347329,12}{187,50}\right)^{2/5}$$

$$= 95,14^{2/5} = 6,185\ \square'$$

und die Tiefe a wird $= 0,760\sqrt{6,185}$
$= 1,884'$

die untere Breite $= 0,877\sqrt{6,185}$
$= 2,175'$

die obere Breite $= 2 \cdot 2,175 = 4,35'$.

III. Aufgabe.

Es ist für den denselben Canal einen Wasserstandsscala anzufertigen, welche die Wassermenge innerhalb der Grenzen 600 – 1000 Cub' richtig angiebt.

Wir bedienen uns hierzu der Formel:

$$\frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a)\left(\frac{3b}{2F} - \frac{1}{p\cdot\sin\theta}\right)$$

wo p = Umfang des Wasserprofils

$$= 2{,}175 + 2 \cdot 1{,}884\sqrt{1 + 0{,}25}$$
$$= 2{,}175 + 3{,}768\sqrt{1{,}25}$$
$$= 2{,}175 + 4{,}220 = 6{,}395.$$

Es wird daher

$$\frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a)\left[\frac{3 \cdot 4{,}35}{2 \cdot 6{,}85} - \frac{1}{6{,}395 \cdot 0{,}89101}\right]$$
$$= (a_1 - a)\left(\frac{13{,}05}{13{,}70} - 0{,}1755\right)$$
$$= (a_1 - a)(0{,}952 - 0{,}1755)$$
$$= (a_1 - a)\ 0{,}7765. \text{ d. i.}$$
$$(a_1 - a) = \frac{Q_1 - Q}{0{,}7765 \cdot Q}$$

Da, dem mittleren Wasserstande entsprechend Wasserquantum Q ist, nun hier nach der Aufgabe 800 Cub', sollte die Scala eine Zunahme von jedesmal 20 Cub' angeben, so würde zuerst:

$$a_1 - a = \frac{820 - 800}{0{,}7765 \cdot 800} = \frac{20}{621{,}2} = 0{,}0322' = 4{,}637'''$$

wenn Q_1 ferner $= 840$, so wird

$$a_1 - a = \frac{840 - 800}{0{,}7765 \cdot 800} = \frac{40}{621{,}2} = 0{,}0643' = 9{,}259'''$$

Ist $Q_1 = 860$ so ist

$$a_1 - a = \frac{60}{621,2} = 0,0965' = 13,896'''$$

Ist Q_1 ferner $= 880$, so ist

$$a_1 - a = \frac{80}{621,2} = 0,1287' = 18,533'''$$

Q_1 sei $= 1000$, dann wird:

$$a_1 - a = \frac{200}{621,2} = 0,322' = 46,368''' = 3,864''.$$

Für die Abnahme von je 20 Cub' würde, wenn $Q_1 = 780$

$$a_1 - a = \frac{780 - 800}{621,2} = \frac{-20}{621,2} = -0,0322' = -4,637'''$$

für $Q_1 = 760$

$$a_1 - a = \frac{760 - 800}{621,2} = \frac{-40}{621,2} = -0,0643' = -9,2592'''$$

Endlich wenn $Q_1 = 600$.

$$a_1 - a = \frac{600 - 800}{621,2} = \frac{-200}{621,2} = -0,322' = -46,368''' = -3,864''.$$

Es stellt sich hiernach die Länge der Skala zu 7,728'' heraus, ihre Intervallen würden aber 4,637''' betragen.

Zeigt die Figur.

[illegible] Decbr. 1856 gez. [illegible]

IV. Aufgabe.

Man soll die Stärke einer 25 Fuß hohen Futtermauer angeben, welche den Druck eines 35 Fuß hohen Haldensturzes aufzuhalten hat.

Nach der Formel von Poncelet ist die Stärke der Mauer:

$$b = 0{,}865\,(h + h_1)\,tg\left(45^0 - \frac{\rho}{2}\right)\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_1}}$$

worin $h + h_1$ nach der Aufgabe $= 35'$, ferner γ = Dichtigkeit des Haldensturzes $= 1{,}3 . 66 = 85{,}8$ ℔, γ_1 = Dichtigkeit der Mauer $= 2{,}4 . 66 = 158{,}4$ ℔, ρ = Reibungswinkel $= 50^0$ ist.

Es wird daher:

$$b = 0{,}865 . 35'\, tg\,(45^0 - 25^0)\sqrt{\frac{13}{24}}$$

$$= 30{,}275'\, tg\, 20^0 \sqrt{\frac{13}{24}} = 11{,}012 . 0{,}736 \text{ u.}$$

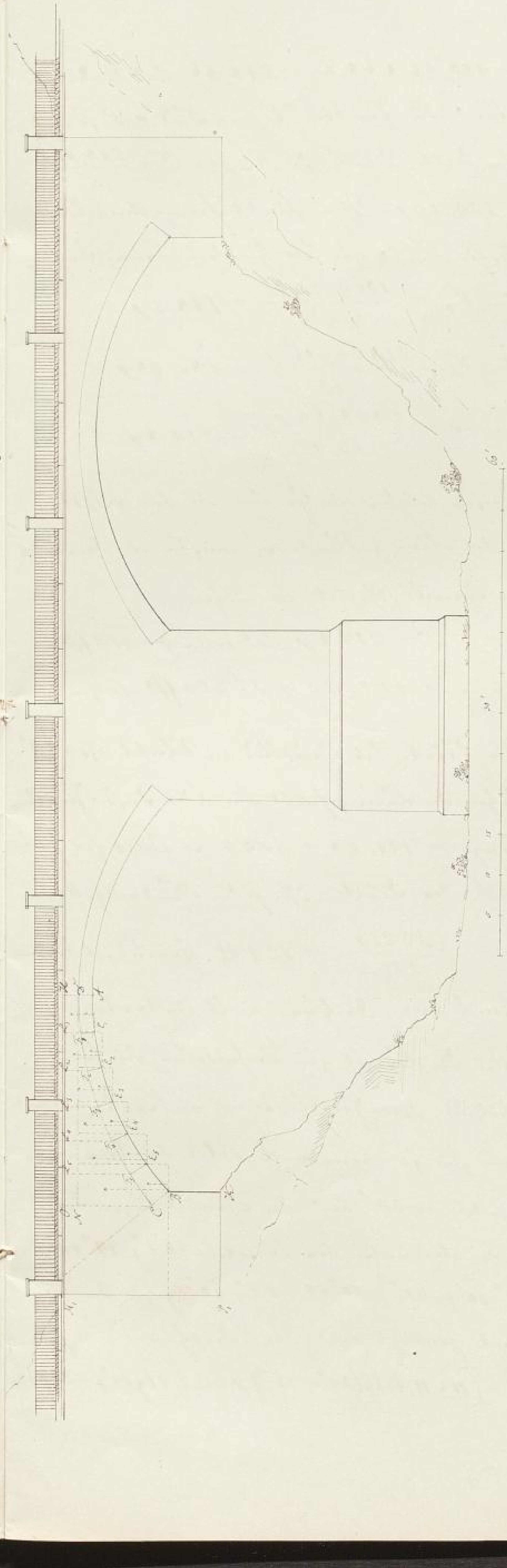
$$b = 8{,}11'.$$

V. Aufgabe.

Es sollen für eine Thalüberbrückung von 120' Länge, 20' Breite und 50 Fuß Höhe drei Projekte, nämlich eine steinerne, eine hölzerne und eine Kettenbrücke bearbeitet werden.

1, Entwurf zu der steinernen Brücke.

Wie aus der Zeichnung zu ersehen, sind für die Ueberbrückung dieses Thales 2 gleich große Bögen, mit einem in der Mitte des Thales aufgestellten Pfeiler bestimmt. Der Beweis für die Richtigkeit der angewendeten Maßverhältnisse ist nun auf diese Weise zu führen, daß wir zuerst die Stabilität des Gewölbes oder Bogens, hierauf aber die Stabilitätsverhältnisse der Wider-



bogen untersuchen. Die Stabilität der Gewölbe anlangend, so haben wir uns nöthig die eine Hälfte eines der Bogen zu untersuchen, da beide Bogen von gleicher Größe sind, und geschieht diese Untersuchung nach der bekannten Weise folgendermaßen:

Inhalt des Gewölbstücks $AF_1 = 11^{\square'}$, Inhalt des darüber liegenden Stücks FH $11{,}4^{\square'}$, Hebelarm des ersten in Hinsicht auf $E_1 = 2{,}5'$, des zweiten $= 2{,}4$, daher Moment beider $= 11 \cdot 2{,}5 + 11{,}4 \cdot 2{,}4 = 54{,}86$; Abstand des Punktes E_1 von DN oder Hebelarm der Horizontalkraft in $D_1 = 2{,}4$, es folgt daher der erste Werth dieser Kraft: $\frac{54{,}86\,\gamma}{2{,}4} = 22{,}8\,\gamma$ Pfd.

Inhalt des zweiten Gewölbstücks $E_1F_2 = 11{,}6^{\square'}$, des darüber liegenden Mauerstücks $F_2L_1 = 14{,}5^{\square'}$ Summe der Momente beider in Hinsicht auf $E_2 = 59{,}7$ hierzu das Moment von $AL_1 = 54{,}86 + 22{,}4 \cdot 5{,}5' = 178{,}06$. daher Moment von $AL_2 = 178{,}06 + 59{,}7 = 237{,}76$; Abstand des Punktes E_2 von $DN = 3{,}3$, daher der zweite Werth der Horizontalkraft in $D^2 = \frac{237{,}76\,\gamma}{3{,}3} = 72{,}05\,\gamma$. Pfd. Es ist nun ferner der Inhalt des dritten Gewölbstücks $E_2F_3 = 12{,}5^{\square'}$, der des darüber liegenden Mauerstücks $= 21{,}6^{\square'}$ Summe der Momente beider $= 68{,}2$, hierzu Moment von $AL_2 = 237{,}76 + 242{,}5' = 480{,}26$, also Moment von AL_3

$= 480,26 + 68,2 = 548,46$, und da der Abstand des Punktes E_3 von $DN = 5'$ so wird der dritte Werth der Kraft in $D = \frac{548,46\gamma}{5}$ $= 109,69\gamma$. Man findet ferner einen Werth dieser Kraft zur Verhinderung einer Drehung

um $E_4 = \frac{1069,25\gamma}{7,2} = 148,5\gamma$

um $E_5 = \frac{1829,86\gamma}{10} = 182,98\gamma$

um $B = \frac{2878,64\gamma}{13,4} = 214,8\gamma$.

Diesen letzten Werth nun, als den größten unter allen gefundenen, müssen wir dem Druck im Gewölbscheitel =, daher:

$P = 214,8\gamma$, und wenn $\gamma = 150$ Pfd.

$P = 214,8 . 150 = 32220$ Pfd. setzen.

Die Stärke des Gewölbes im Scheitel ist $= 1,8'$ daher der Durchschnitt für jeden Fuß Gewölbelänge $= 144 . 1,8 = 259,2$, es stellt sich hiernach der Druck auf jeden Quadratzoll auf

$\frac{32220}{259,2} = 124$ ℔ Gewicht, es kann hiernach eine Drehung nicht eintreten.

Was die Kraft zur Verhinderung des Herabgleitens der Gewölbsteine anlangt, so erhält man für sie, wenn nach Petit der Reibungswinkel $= 30°$ und die Gewölbfugen E_1F_1, E_2F_2 etc. unter den Winkeln: $84°$; $77°40'$; $71°30'$; $65°$; $58°50'$ $52°30'$ gegen den Horizont geneigt sind, die Werthe:

$P_1 = (11 + 11,4)\, tg(84° - 30°)\gamma = 22,4\, tg\, 54°\gamma = 30,83\gamma$

$$P_2 = (22{,}4 + 26{,}1)\,tg(77^\circ 40' - 30^\circ)\gamma = 48{,}5\, tg\, 47^\circ 40'\gamma$$
$$= 53{,}23\gamma \text{ tt}$$

$$P_3 = (48{,}5 + 34{,}1)\,tg(71^\circ 30' - 30^\circ)\gamma = 82{,}6\, tg\, 41^\circ 30'\gamma$$
$$= 73{,}07\gamma \text{ tt}.$$

$$P_4 = (82{,}6 + 44{,}13)\,tg(65^\circ - 30^\circ)\gamma = 126{,}73\, tg\, 35^\circ\gamma$$
$$= 88{,}73\gamma \text{ tt}$$

$$P_5 = (126{,}73 + 55{,}26)\,tg(58^\circ 50' - 30^\circ)\gamma = 181{,}99\; tg\, 28^\circ 50'\gamma$$
$$= 100{,}18\gamma \text{ tt}.$$

$$P_6 = (181{,}99 + 71{,}72)\,tg(52^\circ 30' - 30^\circ)\gamma = 253{,}71\, tg\, 22^\circ 30'\gamma = 105{,}09\gamma \text{ tt}.$$

Dieser letztere Werth für den größten Horizontaldruck zur Verhinderung des Gleitens, wird überstroffen von jenem oben erhaltenen Werthe des Horizontaldruckes durch Bestreben zum Umdrehen um eine obere Fuge $= 214{,}8\gamma$ u. kann folglich ein Herabgleiten der Gewölbsteine nicht stattfinden.

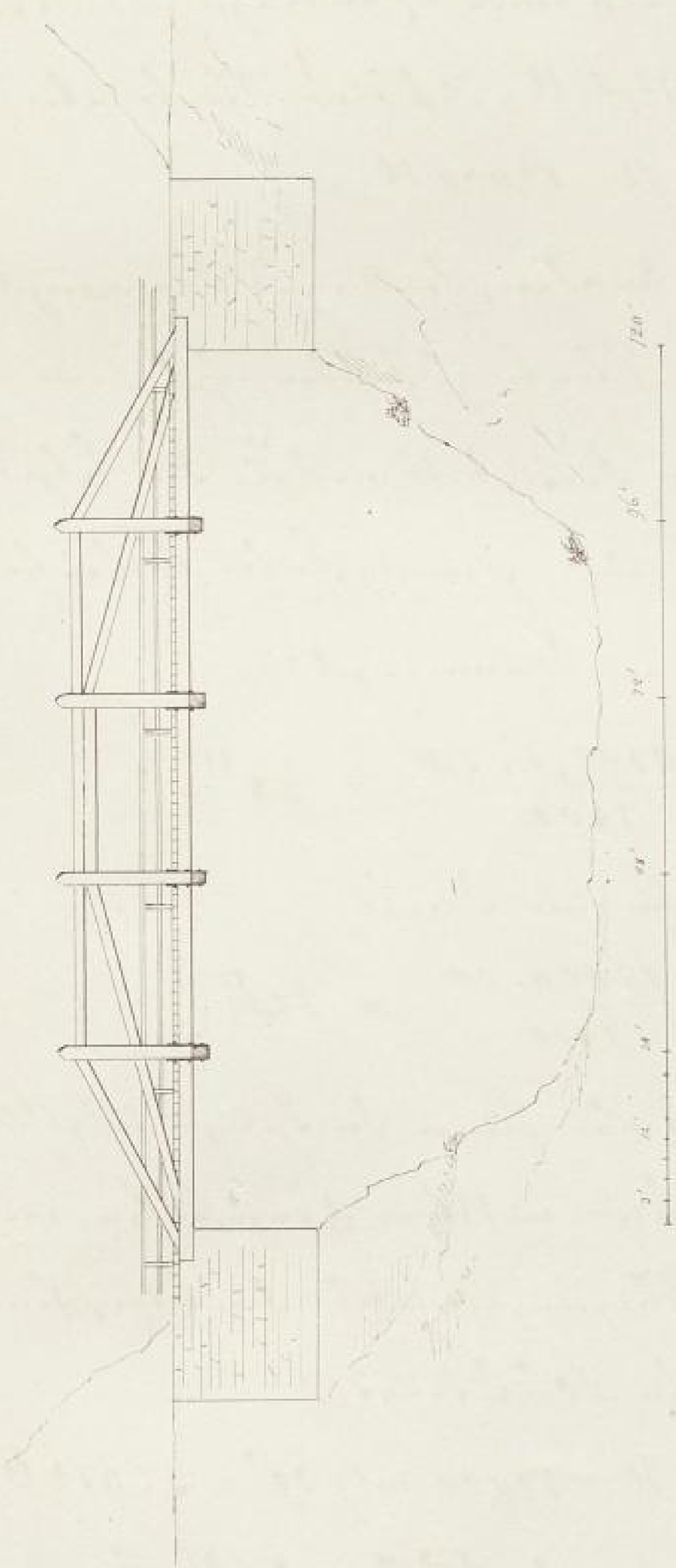
Die Stabilität des Widerlagers KLO anlangend, so haben wir das Moment der Kraft P im Scheitel zum Umstürzen um $L = 214{,}8\gamma \cdot LM = 214{,}8 \cdot 21{,}6 \cdot \gamma$
$= 4639{,}68\gamma$ ff².

Das Moment des belasteten Gewölbes ABOK aber ist $= 2878{,}64\gamma + 253{,}71 \cdot KL \cdot \gamma = (2878{,}64 + 253{,}71 \cdot 8{,}5')\gamma = 5035{,}17\gamma$, ferner das des Pfeilers $= 683{,}16\gamma$, also ist das Moment, welches dem Umstürzen um L entgegensteht $= (5035,17 + 683,16)\gamma$ $= 5718,33$ demnach ein Umstürzen nicht möglich. Damit man aber hinreichende Sicherheit für die Dauer habe, so müssen nach Audoy statt P, $1,9\,P$ einsetzen und dann wird das Moment zum Umstürzen $= 4639,68 \cdot 1,9 = 8815,392$, das Widerlager wäre hiernach zu schwach, und man müßte ihm statt 8,5' Dicke etwa 15' Dicke geben. Für 15' erhält man das Stabilitätsmoment =

$$2878,64\gamma + 253,71 \cdot 15 + 2305,1\gamma$$
$$= 8989,39\gamma.$$

also hinreichend.

Die in der Mitte des Thales befindlichen Pfeiler würde gewiß eine Stärke von 30' bekommen müssen. Bei der Untersuchung der Stabilität des zweiten Bogens und seines Widerlagers gelangt man natürlich wieder zu den oben erhaltenen Werthen, die Brücke würde also, was ihre Construction anlangt, den Forderungen der Stabilität vollständig Genüge leisten.



2) Entwurf zu einem Hängewerk.

Wie aus der Zeichnung zu ersehen, erfolgt die Ueberbrückung durch ein zusammengesetztes Hängewerk mit 4 Hängesäulen, auf die ganze Länge der Brücke würden demnach 5 Balken kommen, die mit den Hängesäulen und Unterzügen auf die gewöhnliche Art zu verbinden wären.

Nehmen wir an, daß jeder Laufendefuß dieser Brücke sammt Belastung 50 ℔ wieg, so stellt sich das Gewicht der Brücke zu

120000 ℔ heraus

und es kommt demnach jeder Hängesäule eine Belastung von $\frac{120000}{5} = 24000$ ℔ zu.

Diese Kraft Q nun zerlegt sich in 2 andere, in eine Horizontalkraft im Spannriegel und in eine geneigte in der Richtung der Streben. Der Neigungswinkel der äußern Streben beträgt: 30°, der der innern aber 20°.

Es ist nun der Horizontalschub in d. Spannriegel in Bezug auf die äußern Streben $= H = \frac{1}{2} Q \operatorname{cotg} \delta$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot 24000 \operatorname{cotg} 30^\circ = 12000 \operatorname{cotg} 30^\circ$$
$$= 20785 \text{ ℔}$$

Der Schub in einer Strebe aber $S = \frac{Q}{2 \sin \delta}$

d. i. $S = \frac{12000}{\sin 30^\circ} = 24000$ ℔.

Es vertheilen sich nun diese Spannungen auf 2 Riegel und 2 Streben, auf beiden Seiten der Brücke, es kommt hiernach also auf einen Spannriegel die Kraft 10392,5 ℔, auf eine Strebe aber, die Kraft: 12000 ℔.

Um den Durchschnitt eines Spannriegels und einer Strebe zu finden, haben wir bei einem Festigkeitsmodul des Holzes von 7400 und zwanzigfacher Sicherheit:

für einen Spannriegel:

$$\frac{10392{,}5 \cdot 20}{7400} = 28 \,\square'$$

und für eine Strebe:

$$\frac{12000 \cdot 20}{7400} = 32{,}5 \,\square'$$

Es ist nun ferner der Horizontalschub in den beiden mittlern Hängesäulen, wenn der Neigungswinkel der betreffenden Streben 20° beträgt:

$$H = 12000 \operatorname{cotg} 20^\circ = 32970 \text{ ℔}$$

Hingegen der Schub in den Streben:

$$S = \frac{12000}{\sin 20^\circ} = 35086 \text{ ℔}.$$

d. i. wir aber auf einen Spannriegel: 16485 ℔ und auf eine Strebe: 17543 ℔.

Man erhält nun den Durchschnitt eines Spann einzeln auf die oben angegebene Weise $= 44,5\,\square''$, den einer Strebe: $47,4\,\square''$.

Den Durchschnitt der Hängesäulen erhalten wir nach der Formel: $F = \frac{P}{K} = \frac{24000}{7400}$ $= 3,24$ und bei 10facher Sicherheit

$$= 32,5\,\square''$$

Zur Berechnung der Stärken der Widerlager kommen wir auf die Formel:

$$c = -\frac{G}{h_1\gamma} + \sqrt{\frac{1{,}9P(a+h) - Gb}{\frac{1}{2}h_1\gamma} + \left(\frac{G}{h_1\gamma}\right)^2}$$

wo $G = 60000$, $h_1 = 20$, $\gamma = 150$, P einen nach den Neigungen der Streben und der bestehenden Schuben zu construirende Mittelkraft hier circ. 59000; a = Höhe d. Brücke $= 18$; $h = h_1$ ist, bedingungsweise wird dann

$$c = -20 + \sqrt{\frac{112100 \cdot 38 - 1800000}{1500} + 20^2}$$

$$= -20 + \sqrt{1639 + 400} = -20 + 45$$

$= 25$ Fß, wobei schon die nöthige Sicherheit berücksichtigt.

3.) Entwurf zu einer Kettenbrücke.

Geben wir dieser Brücke auf ihrer ganzen Breite 39 Hängeeisen, so haben wir 39-1 Theile = 38. und die Entfernung

zwischen 2 Hängeeisen $= \frac{120}{38} = 3{,}158'$.
Für die Länge dieser Eisen haben wir nun von der Mitte ausgegangen:

$0;\ \frac{12}{19^2} = 0{,}033';\ \frac{4.12}{19^2} = 0{,}132';$

$\frac{9.12}{19^2} = 0{,}297';\ \frac{16.12}{19^2} = 0{,}528';$

$\frac{25.12}{19^2} = 0{,}825'$ etc. wenn die Bogenhöhe $= 12'$. Addirt man zu jedem der erhaltenen Werthe noch $2''$ so erhält man:

$2'';\ 2{,}39'';\ 3{,}58'';\ 5{,}56'';\ 8{,}34'';\ 11{,}9''$ etc.

Die Maximalbelastung der halben Brückenbahn stellt sich, wenn wir nach Navier die größte zufällige Belastung für 1 □' auf 42 ℔ annehmen zu $60.42.20 = 50400$ ℔ heraus. Nehmen wir nun das Gewicht der vollkommen [illegible] halben leeren Brückenbahn eben so hoch an, so erhält man die Last $G = 100800$ ℔. und die Durchschnitte sämmtlicher Hängstangen der einen Brückenhälfte:

$$F_1 = \frac{100800}{2190} = 46 \,□''$$

Da nun die ganze Brückenbahn $2.39 = 78$ Hängeeisen hat, so folgt der Durchschnitt eines Hängeeisens $= \frac{46.2}{39.2} = 1{,}2 \,□''$ d.i. der Durchmesser $= 1{,}1''$.

Es ist nun noch der Standort der Parabel die mittlere Länge eines Hängeeisens = 1/3 der Länge des längsten also = $1/3 \,.\, 12' = 4'$ und ebenfalls 2" dazu addirt = 50", und es ergiebt sich nun das Volumen sämmtlicher Hängeeisen zu: $78 \,.\, 50 \,.\, 1{,}2 = 4680$ Cub" und das Gewicht, wenn 1 Cub" Schmiedeeisen = 0,29 ℔ = $4680 \,.\, 0{,}29 = 1357{,}2$ ℔

Addiren wir die Hälfte des letzterhaltenen Werthes mit der früher erhaltenen Last der halben Brückenbahn so erhalten wir:

$$G_1 = 100800 + 678{,}6 = 101478{,}6 \text{ ℔}.$$

und es folgt nun der Durchschnitt der Spannketten nach der Formel:

$$F = \frac{G_1}{K \sin\alpha - b\left[1 + 2/3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]\gamma}$$

wo $K = 17500$; $b = 60 \,.\, 12 = 720$; $\frac{a}{b} = \frac{12}{60} = 0{,}2$, $\gamma = 0{,}29$ und $\sin\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + 4a^2}}$

$$= \frac{24}{\sqrt{60^2 + 24^2}} = 0{,}3715 \text{ ist.}$$

$$\text{also } F = \frac{101478{,}6}{17500 \,.\, 0{,}3715 - 720 \,.\, 0{,}29\left(1 + 2/3 \,.\, 0{,}2^2\right)}$$

$$= \frac{101478{,}6}{986{,}91} = 16{,}27 \,\square''$$

d. i. bei 4 Spannketten für jede ein Durchschnitt von 4,07 □".

Bei den Spannketten tritt nun aber eine Verlängerung ein durch die angehängte Last, und es entsteht somit auch eine größere Bogenhöhe.

Dieselben Veränderungen werden aber auch durch Temperaturwechsel hervorgebracht, es müssen daher beide auch berücksichtigt werden.

Es ist die gesuchte Durchbiegung (d. Bogens) bei der belasteten Spannketten:

$$\Delta = 3/8 \frac{G}{FE} \cdot \frac{b^3}{a^2}$$

wo E = Elasticitätsmodul des Schmiedeeisens $= 29000000$; G aber

$$= 101478,6 + Fb\left[1 + 2/3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]\gamma$$

$$= 101478,6 + 16,27 . 720 \left[1 + 2/3 \cdot 0,4\right] 0,9$$

$$= 101478,6 + 4300,8 = 105779,4 \text{ ℔}.$$

also $$\Delta = 3/8 \cdot \frac{105779,4}{16,27 . 29000000} \cdot \frac{720^3}{120^2}$$

$$= \frac{105779,4}{47183000} \cdot 972 = 2,17''$$

Nehmen wir einen Temperaturwechsel von 20^0 an, so ist die dadurch bewirkte Veränderung $= 0,00000915 . 20 . \frac{720^2}{120}$

$$= 0,00000915 . 86400.$$

$$= 0,8''.$$

Von Wichtigkeit ist auch die Bestimmung der Reibungsgröße der Rollen, über welche die Ketten an den Pfeilern weggehen. Die Verticalkraft einer belasteten Brücke war: $V = 105779,4$ ℔, die der unbelasteten:

$$V_1 = V - 50400 = 55379,4 \text{ ℔}.$$

Ist ferner das Verhältniß des Rollenhalbmessers a zu dem der Zapfen = 1/4, der Reibungscoefficient ebenfalls = 1/4 so stellt sich die Zapfenreibung zu:

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} (105779,4 + 55379,4)$

$= 1/16 \cdot 161158,8 = 10072,4$ ℔ heraus, ein Betrag der viel kleiner als die Differenz der Spannungen ist, es tritt also eine Bewegung der Kette und Umdrehen der Rolle ein so lange, als die Differenz gerade nur 10072,4 ℔ beträgt.

Für die Pfeilerbreite haben wir, wenn die Höhe 12' beträgt, die Dicke 4', die Dichtigkeit aber = 130 ℔ angenommen wird:

$$b^2 + \frac{161158,8}{12.4.130} b = \frac{2.10072,4.\cos 30^0}{4.130}$$

d. i. $b^2 + 25,8 b = 33,55$ daher:

$$b = \frac{33,55 - b^2}{25,8} = 1,25'$$

wofür wir sicherer 5' nehmen können.

Die Länge der Widerlagsmauer stellt sich wenn $h = 12'$ und $d = 12'$ angenommen:

$$l = \frac{2.S.\sin\alpha}{h.d\gamma} = \frac{2V}{hd\gamma}$$ heraus, d. i.

$$l = \frac{2.105779,4}{12.12.130} = 11,3'$$ wofür

wohl 22' angenommen werden könnte.

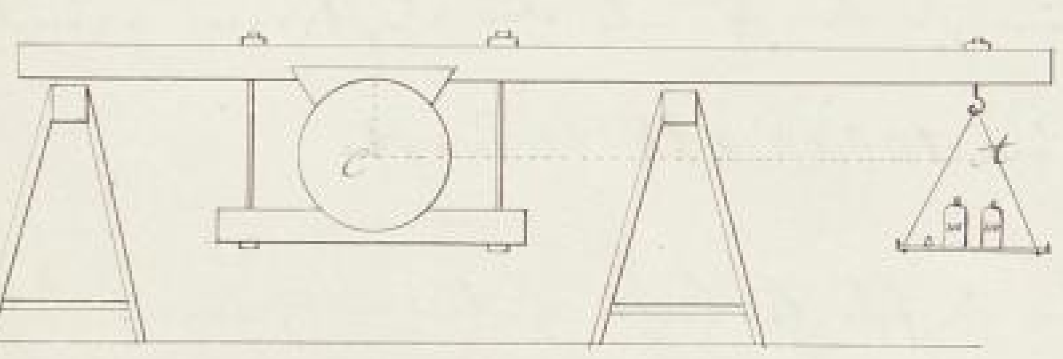
VI. Aufgabe.

Um die Leistung eines Wasserrades zu ermitteln, hat man Bremsversuche an demselben angestellt, und dadurch folgendes gefunden:

Umdrehungszahl der Welle p. min. $5\frac{1}{2}$

Gewicht G in der Wagschale = 410 Pfd.

Hebelarm CA = 8,5' Fß.



Wir erhalten die gesuchte Leistung dieses Wasserrades p. min. nach der Formel:

$$L = \frac{\pi\, u\, a}{30}\, G$$

wo u = Umdrehungszahl p. min. = $5\frac{1}{2}$.

$a = 8{,}5'$

$G = 410$.

Es wird daher:

$$L = \frac{3{,}14159 \cdot 5{,}5' \cdot 8{,}5'}{30} \cdot 410.$$

$$= \frac{146{,}869}{30} \cdot 410 = 2006{,}95' \text{ Fßlb.}$$

$$= 3{,}93 \text{ Pferdekr.}$$

Gesehen im April 1847. [illegible]

VII. Aufgabe.

Man hat bei einem Bache von 32' Breite und $2\frac{1}{4}$' mittlerer Tiefe ein Wasserquantum von 354' Cub. gefunden, und gedenkt dessen Spiegel durch ein Ueberfallwehr um $3\frac{1}{4}$' zu erhöhen, welche Wehrhöhe ist dazu nöthig, und welchen Rückstau wird dieser Einbau 2000' oberhalb des Wehres hervorbringen?

Da die Rückstauung hier über 2' beträgt, so genügt zur Berechnung der gesuchten Höhe des Wehres die Formel:

$$x = a + h_1 - \left(\frac{3Q}{2\mu b\sqrt{2g}}\right)^{2/3}$$

Es ist nun hier $a = 2{,}25$; $h_1 = 3{,}25$; $Q = 354$; $b = 32$; $\mu = 0{,}80$ und $\sqrt{2g} = 7{,}906$, daher wird

$$x = 2{,}25' + 3{,}25' - \left(\frac{3 \cdot 354}{2 \cdot 0{,}80 \cdot 32 \cdot 7{,}906}\right)^{2/3}$$

$$= 5{,}5' - \left(\frac{531}{202{,}3936}\right)^{2/3} = 5{,}5' - \sqrt[3]{6{,}88} \text{ d. i.}$$

$$x = 3{,}6'$$

Es ist nun zur Bestimmung der Normalen die Geschwindigkeit des Wassers ohne Aufstauung

$$c = \frac{354}{32 \cdot 2{,}25} = \frac{354}{72} = 4{,}91'$$

also hiernach der Widerstandscoefficient $\zeta = 0{,}00745$ und die Neigung des Grundbettes $\sin\alpha = 0{,}00745 \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$, setzen wir nun

$p = 36{,}5'$; $F = 32 \cdot 2{,}25 = 72$; $c = 4{,}91$ u. $\frac{1}{2g} = 0{,}016$, so wird:

$$\sin\alpha = 0{,}00745 \cdot \frac{36{,}5}{72} \cdot 0{,}016 \cdot (4{,}91)^2$$

$$= 0{,}00145.$$

Berechnen wir nun die Abnahme der Stauhöhe zuerst für eine Weite von 800' über dem Wehre, so wird dieselbe:

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(\sin\alpha - \zeta \cdot \frac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}\right)}{1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}} \, l, \text{ d. i.}$$

wenn $l = 800$; $p_0 = 42$; $a_0 = 5{,}5'$; $a_0 b_0 = 5{,}5 \cdot 32 = 176$; $v_0 = \frac{354}{176} = 2{,}01$ u. $\zeta = 0{,}00752$;

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{0{,}00145 - 0{,}00752 \, \frac{42}{176} \cdot 0{,}016 \cdot 4{,}04}{1 - \frac{2}{5{,}5} \cdot 0{,}016 \cdot 4{,}04}\right) 800$$

$$= 1{,}095'$$

Für eine weitere Weite von 800' wird die Abnahme der Stauhöhe:

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{0{,}00145 - 0{,}00751 \, \frac{40{,}5}{141{,}12} \cdot 0{,}016 \cdot 6{,}25}{1 - \frac{2}{4{,}41} \cdot 0{,}016 \cdot 6{,}25}\right) 800$$

wenn $l = 800$; $p_0 = 40,5$; $a_0 = 5,5 - 1,09 = 4,41$;

$a_0 b_0 = 141,12$; $v_0 = \frac{354}{141,12} = 2,5$; $\zeta = 0,00751$

ist, dieß giebt:

$$a_0 - a_1 = 1,03'$$

Setzen wir endlich für l den noch übrig bleibenden Theil der Entfernung von 2500', d.i. 900' in die vorstehende Formel, ferner $p = 40$;

$a_0 = 4,41 - 1,03 = 3,38$; $a_0 b_0 = 108,16$

$v_0 = \frac{354}{108,16} = 3,27$; $\zeta = 0,00750$, so wird:

$$a_0 - a_1 = \frac{0,000983 \cdot 900}{0,8992} = 0,97.$$

Es ist daher $800 + 800 + 900 = 2500'$ oberhalb des Abflusses des Wasserrades:

$$3,38 - 0,97 = 2,41$$

die Stauhöhe aber $= 0,16'$.

VIII Aufgabe.

Für ein Gefälle von 25' und für ein Wasserquantum von $9\frac{1}{2}$ Cub.Fuß pr. S. ist die Berechnung und Zeichnung eines oberschlägigen Wasserrades zu vollziehen.

Berechnen wir zuerst den Halbmesser unseres Rades, so finden wir ~~wir~~ denselben durch die Formel:

$$a = \frac{\sqrt{0,000772\,(\kappa u)^2 h + (1 + \cos\Theta)^2} - (1 + \cos\Theta)}{0,000386\,(\kappa u)^2}.$$

Nehmen wir nun in dieser Formel κ, die das Verhältniß der Geschwindigkeit c des eintretenden Wassers zur Radgeschwindigbei $v = 2$ an; die Umdrehungszahl u aber des Rades $= 5$ und den Winkel Θ um welchen die Eintrittsstelle des Wassers vom Scheitel des Rades abweicht $= 12^0$, ist endlich noch der in der Aufgabe enthaltene Werth $h = 25$, so wird:

$$a = \frac{\sqrt{0{,}000772 \cdot 100 \cdot 25 + (1 + \cos 12^0)^2} - (1 + \cos 12^0)}{0{,}000386 \cdot 100}$$

$$= \frac{2{,}417 - 1{,}978}{0{,}0386} = 11{,}37 \text{ Fuß.}$$

Es wird nun die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $= v = \frac{\pi u a}{30} = 0{,}1047 \cdot u a$

$$= 0{,}1047 \cdot 5 \cdot 11{,}37 = 5{,}952'$$

und demnach die Eintrittsgeschwindigkeit $c = 11{,}9'$, das Gefälle aber zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit $= h_1 = 1{,}1 \frac{c^2}{2g}$

$$= 1{,}1 \cdot 0{,}016 \cdot 11{,}9^2 = 2{,}492'.$$

Machen wir die Kranzbreite oder Radtiefe $12''$ und nehmen wir den Füllungscoefficienten $\varepsilon = 4$ an, so erhalten wir die Weite unseres Rades $= e = 38{,}2 \frac{Q}{u a d}$

$$= 38{,}2 \frac{9{,}5}{5 \cdot 11{,}37 \cdot 1} = 6{,}38 \text{ Fuß.}$$

Ist nun die Entfernung zweier Schaufeln von einander $= 7\left(1 + \frac{12}{10}\right)'' = 15{,}4''$ so erhalten wir die Zahl der Schaufeln unseres Rades $n = \frac{2\pi \cdot 11{,}37 \cdot 12}{15{,}4} = 56.$

und den Theilwinkel $\beta = \frac{360}{56} = 6^\circ 25'$.

Lassen wir die Radschaufeln $5/4$ des Theilwinkels einnehmen, so ist der Centriwinkel welchen die Radschaufel zwischen sich faßt $\beta_1 = 5/4\,\beta = 5/4\; 6^\circ 25' = 8^\circ 1' 15''$ und wir finden hieraus den Richtungswinkel δ, indem wir setzen:

$$tg\,\delta = \frac{a \sin \beta_1}{\frac{b}{2} - a(1 - \cos \beta_1)}$$

$$= \frac{11,37 . \sin 8^\circ 1' 15''}{0,5 - 11,37(1 - \cos 8^\circ 1' 15'')}$$

$$= \frac{1,5859}{0,38767} = 4,091 \text{ d.i. } \delta = 76^\circ 16'$$

Damit nun das Wasser ungehindert in die Zelle eintreten muß die Anfangsrichtung der Radschaufel um einen Winkel ψ abweichen, den wir durch die Formel:

$$\sin \psi = \frac{v \sin \varphi}{c} \text{ finden.}$$

Es ist aber der $\angle\, \varphi = 90^\circ - (\delta - \beta_1)$

$$= 90^\circ - (76^\circ 16' - 8^\circ 1' 15'') = 21^\circ 45'$$

daher $\sin \psi = \frac{5,952 \sin 21^\circ 45'}{11,9}$ d.i.

$$\psi = 10^\circ 41'$$

Wenden wir zur Einführung des Wassers noch ein Schutzgerinne an, so haben wir den Winkel, unter welchem der Boden gegen geneigt zu neigen ist:

$$\nu_1 = \varphi - \psi + \Theta,$$

$= 21°45' - 10°41' + 12° = 23°4'$

Ferner die relative Geschwindigkeit des Wassers beim Eintreten in die Zelle

$$c_1 = \frac{c \sin(\varphi - \psi)}{\sin \varphi}$$

$$= \frac{11{,}9 \cdot \sin 11°4'}{\sin 21°45'} = 6{,}16'.$$

Wir können nun zur Berechnung der Leistung unseres Rades schreiten. Das Wasser wirkt bekanntlich theils durch Stoß, theils durch Druck. Die Wirkung durch den Stoß anlangend, so finden wir die mechanische Arbeit nach der Formel $L_1 = \frac{(c_1 \cos\mu - v_1)v_1}{g} Q\gamma$

wo $\mu = 11°4'$; $v_1 = 5{,}7$ = Geschw. des Rades im Theilkreise. Es ist daher:

$$L_1 = 2{,}112\,(11{,}9 \cos 11°4' - 5{,}7)\, 5{,}7 \cdot 9{,}5.$$
$$= 679{,}5 \text{ Fußpfd.}$$

Die Druckwirkung anlangend, so haben wir das Wasserquantum in einer Zelle:

$$V = \frac{60 \cdot Q}{n\,u} = \frac{60 \cdot 9{,}5}{56 \cdot 5} = 2' \text{ Cub.}$$

und den Durchschnitt des Wasserprisma's in einer Zelle:

$$F_0 = \frac{60\,Q}{n\,u\,c} = \frac{60 \cdot 9{,}5}{56 \cdot 5 \cdot 6{,}38} = 45{,}14\,\square''$$

Es ist nun in beistehender Figur der Inhalt des Segments $ABC = 54\,\square''$ und der des Dreiecks $ACD = 120{,}2\,\square''$. Mithin

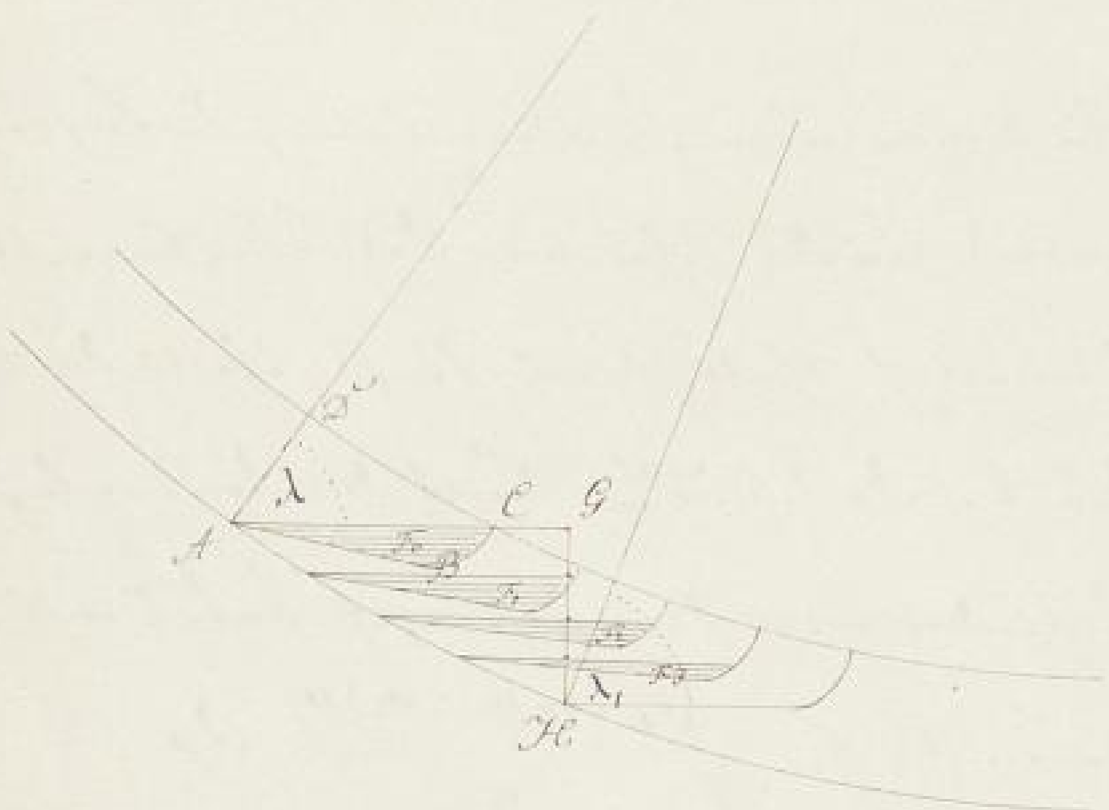
Diesen Werth können wir nach der Formel

$$tg\,\lambda = \frac{S + D' - F_0}{1/2\, d^2}$$

wo S = Inhalt des Segments u. D' = Inhalt des erweiterten Dreiecks, den $\angle\,\lambda$ finden, unter welchem der Ausguß entsteht. Es ist

$$tg\,\lambda = \frac{54{,}5 + 120{,}2 - 45{,}14}{1/2 \cdot 144} = 1{,}7994..$$

d. i. $\lambda = 60^\circ\, 56'$.



Bezeichnen wir ferner den $\angle$ unter welchem das äußere Schaufelende mit dem Halbmesser des Rades zusammenkommt mit $\lambda_1 = 72^\circ$ so erhalten wir die Höhe des Theilbogens entsprechenden Bogen $GH = a(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)$

$$= 11{,}37(\sin 72^\circ - \sin 60^\circ 56')$$

$$= 11{,}37(0{,}951 - 0{,}857) = 1{,}21'.$$

Nehmen wir nun innerhalb dieser Höhe 3 Schaufelstellungen an, so ergibt sich der Durchschnitt des Wasserstandes jeder Zelle wie folgt:

$F_1 = 36{,}5\ \square''$

$F_2 = 24{,}3\ \square''$

$F_3 = 13{,}2\ \square''$

$F_4 = 0.$

Bestimmen wir nun den mittleren Werth F dieser Durchschnitte mit Hülfe der Simpson'schen Regel, so erhalten wir nach dem das Verhältniß der mittleren Wasserfüllung einer Zelle im Ausgußbogen zur Wasserfüllung einer Zelle vor Anfang des Ausgusses $k = \frac{F}{F_0}$

$$= \frac{45,14 + 4(36,5 + 13,2) + 2 \cdot 24,3}{12 \cdot 45,14}$$

$$= \frac{292,54}{541,68} = 0,54.$$

Es wird endlich die Druckwirkung:

$$L_2 = \left[\alpha(\cos\Theta + \sin\lambda) + k(\alpha(\sin\lambda_1 - \sin\lambda))\right]Q\gamma$$

$$= 11,37\left[(\cos 12^\circ + \sin 60^\circ 56') + 0,54(11,37(\sin 72^\circ - \sin 60^\circ 56))\right] 9,5 \cdot 66.$$

$$= (11,37 \cdot 1,835 + 0,54 \cdot 1,0675)\, 9,5 \cdot 66.$$

$$= 21,46 \cdot 627 = 13455' \text{ Fß℔}.$$

Wir bekommen daher mit der oben gefundenen Nutzleistung die ganze mechanische Arbeit unseres Rades =

$$L = 679,5 + 13455 = 14134,5' \text{ Fß℔}$$

$$= 27,7 \text{ Pferdekraft}.$$

Es wird jedoch ein Theil dieser Leistung auf die Arbeit der Zapfenreibung verwendet, und ist aber das Verhältniss derselben zur übrigen Radleistung:

$$= 0,0684\, f \sqrt{\frac{L}{\varepsilon^2 u}}.$$

und wenn $f = 0,11$; $\varepsilon = 1/4$,

$$= 0,0684 \cdot 0,11 \sqrt{\frac{27,7 \cdot 64}{5}} = 0,1416;$$

also $= 0,1416 \cdot 27,7 = 3,9$ Pferdekraft werden von der gefundenen Totalleistung auf die Arbeit der Zapfenreibung verwendet, so dass nur die eigentl. Leistung sich:

$27,7 - 3,9 = 23,8$ Pferdekraft ergeben.

Es ist demnach der Wirkungsgrad =

$$\eta = \frac{23,8 \,.\, 510}{9,5 \,.\, 25 \,.\, 66} = \frac{12138}{15675,0} = 0,77.$$

Das Gewicht unseres Rades ferner ist:

$$G = 3000 \frac{L}{\varepsilon u} = \frac{3000 \,.\, 4 \,.\, 27,7}{5}$$
$$= 66480 \text{ ℔}.$$

Die Zapfenstärke ist $= d_1 = 0,048 \sqrt{\frac{G}{2}}$

$$= 0,048 \sqrt{33240} = 9''$$

Es ist dann für eine Länge jeder Seite der vierkantigen Welle von 36″ die Stärke der Welle hinreichend gross.

Geben wir dem Rade 2 Armsysteme, jedes zu 8 Armen, so ist die Dicke eines Armes:

$$h = 13,6 \sqrt[3]{\frac{L}{nu}}$$

wo n = Zahl der Arme eines Armsystems.

Es ist daher $h = 13,6 \sqrt[3]{\frac{27,7}{8 \,.\, 5}} = 12''$

Endlich die Breite eines Armes:

$$b = \tfrac{5}{7} h = \tfrac{5}{7} \,.\, 12 = 9''.$$

Aufgabe IX.

Für ein Gefälle von 7 Fuß und eine Wassermenge von 20 Cub′ ist die Berechnung und Zeichnung einer Achsialturbine zu machen

Berechnen wir zuerst den äußeren Halbmesser des Zuflußgefäßes oder den inneren Radhalbmesser, so ist dieser:

$$r_1 = 0,326\sqrt{Q} = 0,326\sqrt{20} = 1,457 \text{ d. i. } 1,5'.$$

Es folgt nun der äußere Radhalbmesser, wenn wir das Verhältniß $v = \frac{r}{r_1}$ dieser Halbmesser zu einander, 1,35 nehmen, $r = v r_1$, $= 1,35 \cdot 1,5 = 2,025$ d. i. 2,03. Hiernach ergibt sich die Kranzbreite bis zur Mitte der Mündung gemessen $= 2,03 - 1,5 = 0,53$.

Die vortheilhafteste Geschwindigkeit ohne Berücksichtigung der Nebenhindernisse ist nun:

$$v_1 = \sqrt{gh(1 - tg\,\alpha \cot\beta)}.$$

Nehmen wir aber α, d. i. den Winkel, welchen die Richtung des aus dem Reservoir tretenden Wassers mit dem innern Radumfang einschließt $= 30°$, ferner β, d. i. den Winkel, welchen der in die Radzellen eintretende Wasserstrahl mit dem innern Radumfang einschließt $= 110°$ an, so wird

$$v_1 = \sqrt{7 \cdot 31,25(1 - tg\,30° \cot 110°)}$$

$$= \sqrt{218,75 \cdot 1,21013} = \sqrt{264,7159}$$

$$= 16,27 \text{ Fuß}.$$

Mit Berücksichtigung der Nebenhindernisse erhalten wir, wenn $\zeta = 0,18$ u. $\kappa = 0,06$ ist,

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} + 0,18\left(\frac{\sin\beta}{\sin\beta-\alpha}\right)^2 + 0,06\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 31,25 \cdot 7}{\frac{2\sin 110°\cos 30°}{\sin 80°} + 0,18\left(\frac{\sin 110°}{\sin 80°}\right)^2 + 0,06 \cdot 1,4^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{437{,}5}{1{,}6527 + 0{,}164 + 0{,}1176}} = \sqrt{\frac{437{,}5}{1{,}9343}}$$

$$= 15{,}03 \text{ Fuß},$$

es wird also die äußere Radgeschwindigkeit

$$v = c_2 = \nu v_1 = 1{,}35 \cdot 15{,}03 = 20{,}29 \text{ Fuß}.$$

Die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers c nun ist

$$\frac{v_1 \sin\beta}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{15{,}03 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 80^\circ} = 14{,}342'.$$

Die Umdrehungszahl pro Min ist $u = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1}$

$$= \frac{9{,}55 \cdot 15{,}03}{1{,}5} = 95{,}69.$$

Es ergeben sich nun die Inhalte der Radmündungen des Leitschaufelapparates $F = \frac{Q}{c}$ $= \frac{20}{14{,}342} = 1{,}39'^{\square}$ und F_2 = den Inhalten aller Ausflussöffnungen am äußern Radumfange $= \frac{Q}{c_2} = \frac{Q}{v} = \frac{20}{20{,}29} = 0{,}985'$.

Die Anzahl der Leitschaufeln unserer Turbine anlangend, so stellt sich dieselbe bei 2 Linien Schaufelstärke $= 0{,}014'$ und bei dem Weitenverhältniss der Radmündungen, $\psi = \frac{e}{d_1}$, wo e = Rad oder Mündungshöhe, d_1 aber = den kürzesten Abstand zwischen je 2 Leitschaufeln bei der Einmündung in das Rad ist, $\psi = \frac{3}{1}$, folgendermaßen heraus; es ist ihre Anzahl

$$n_1 = \frac{\psi_1 (2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1)^2}{F} = \frac{3(4{,}712 - 0{,}014 n_1)^2}{1{,}39}$$

$$= 40,$$

es wird dann die nothwendige Rad oder Mündungs-

Höhe $c = \frac{F}{2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1} = \frac{1,39}{4,712 - 0,56}$

$= \frac{1,39}{4,152} = 0,3347$ Fuß.

Für die Anzahl der Radschaufeln erhalten wir, wenn wir hier das Verhältniß $\psi = \frac{5}{1}$ setzen,

$n = \frac{\psi F_2}{c^2} = \frac{5 \cdot 0,985}{0,3347^2} = \frac{4,925}{0,112}$

$= 43,9$, wofür wir 42 nehmen wollen.

Es ergiebt sich nun der erforderliche Radzuschnitt

$\sin\delta = \frac{F_2 (c + \psi s)}{2\pi r c^2} = \frac{0,985 (0,3347 + 0,014.}{2\pi \cdot 2,03 \cdot 0,112}$

$= \frac{0,985 \cdot 0,4047}{1,4285} = 0,27903$ d. i.

$\delta = 16^\circ 12'$ und d, die Weite der Ausmündung des Rades $= \frac{F_2}{n c} = \frac{0,985}{42 \cdot 0,3347}$

$= 0,0706$ Fuß.

Lassen wir unsere Turbine nicht unter Wasser gehen, so ist ein gewisses Freihängen nothwendig, welches wir bei unserer halben Radhöhe von 0,67, auf 0,5' annehmen können. Hätte man dieses Gefälle nicht übrig, so müßte die Turbine für $6\frac{1}{2}'$ Gefälle berechnet werden.

Zur Bestimmung des Wasserverlustes haben wir ferner die Höhe x des Nebendruckes unter der Schütze zu finden. Wir haben

$x = h - (1 + \zeta) \frac{c^2}{2g} = 7 - (1,18 \cdot 0,016 \cdot 14,342)$

$= 7 - 3,883 = 3,117$ Fuß, und die entsprechende Geschwindigkeit $= 7,906 \sqrt{3,117} = 13,914'$.

Hat nun der Spalt zwischen Rad und Schütze eine Weite von 1/2 Linie, so beträgt sein Inhalt

$$2.\pi.\,1,5\,\frac{1}{288} = 0,0327\ \square'$$ und es ist dann die durch diesen Spalt entweichende Wassermenge

$Q_1 = 13,914 \cdot 0,0327 = 0,455$ 'Cub. Um diesen Verlust zu verringern müßte entweder dieser Spalt so klein als möglich oder die Höhe x durch eine größere Radumfangsgeschwindigkeit oder Anwendung eines kleinen Winkels β vermindert werden, wodurch sich jedoch auch die Krümmung der Radschaufeln und also auch der Widerstand in den Radkanälen ändern würde.

Die Construction der Radschaufeln anlangend, so bestehen dieselben aus 2, tangential aneinander anschließenden Kreisbögen, deren Halbmesser wir jetzt suchen wollen. Der Theilwinkel unseres Rades ist:

$$\frac{360^\circ}{42} = 8^\circ\,34',$$ es nimmt nun aber die Radschaufelstärke den Bogen $\frac{s}{r \sin\delta}$

$$= \frac{0,014}{2,03.\ \sin 16^\circ 12'} = 0,02472$$ d. i. den Winkel $1^\circ 25'$, es ist daher $\varphi = 7^\circ 9'$ der Krümmungswinkel des einen Schaufelstückes, der entsprechende Halbmesser aber ist:

$$a = \frac{r \cos(\delta - \frac{1}{2}\varphi)}{\cos \frac{1}{2}\varphi} - \tfrac{1}{2}d$$

$$= \frac{2,03 \cos 12^\circ 38'}{\cos 3^\circ 24'} - 0,0353 = 1,9494 \text{ Fß.}$$

Der Halbmesser des zweiten Bogens der Radschaufel ist nun:

$$a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - rd \cos\delta + \frac{1}{4}d^2}{2(r \cos\delta + r_1 \cos\beta) - d}$$

$$= \frac{2{,}03^2 - 1{,}5^2 - 2{,}03 . 0{,}0706 \cos 16^\circ 12' + \frac{1}{4}(0{,}0706)}{2(2{,}03 \cos 16^\circ 12' + 1{,}5 \cos 110^\circ) - 0{,}0706}$$

$$= \frac{1{,}7345}{2{,}87716 - 0{,}0706} = \frac{1{,}7345}{2{,}801} = 0{,}619'$$

Der entsprechende Krümmungshalbmesser aber

$\varphi_1 = 180^\circ - \beta - \delta + \sigma - \tau$, wo $tg\,\sigma = \frac{a_1 \sin\beta}{r_1 + a_1 \cos\beta}$

und $tg\,\tau = \frac{a_1 \sin\delta}{r - a_1 \cos\delta}$ ist.

Es ist nun $tg\,\sigma = \frac{0{,}619 . \sin 70}{2{,}03 - 0{,}619 \cos 16^\circ 12'}$

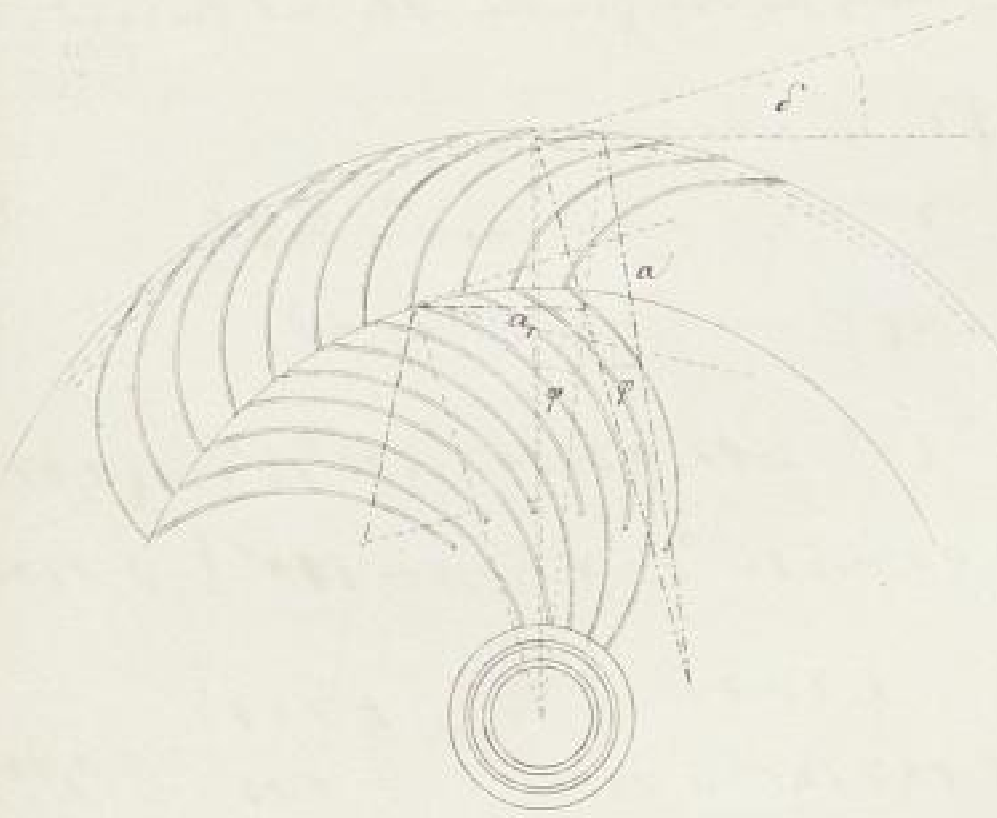
$$= \frac{0{,}1726}{1{,}43576} = 0{,}1202 \text{ d.h. } \tau = 6^\circ 55'$$

und es wird demnach:

$\varphi_1 = 180^\circ - 110^\circ - 16^\circ 12' + 26^\circ 48' - 6^\circ 55'$, d.i.

$\varphi_1 = 70^\circ + 3^\circ 41' = 73^\circ 41'$.

Ermitteln wir nun, nachdem wir die, zur Construction unserer Turbine nöthigen Werthe erhalten, die effective Leistung derselben. Es ist die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $w = 2c_2 \sin \frac{1}{2}\delta = 2 . 20{,}29 \sin 8^\circ 6'$ $= 5{,}715'$, daher der entsprechende Gefällverlust $= \frac{w^2}{2g} = 0{,}016 . 5{,}715^2 = 0{,}522'$; es ist ferner der Gefällverlust, der durch die Hindernisse im Leitschaufelcanale herbeigeführt wird:



$$= 0,18 \frac{c^2}{2g} = 0,18 . 0,016 . 14,342^2$$
$$= 0,592'.$$

Durch den hydraulischen Widerstand entstehenden Gefällverlust, erhalten wir aus vorstehender Construktion beistehende Figur nach denen erhaltenen Werthen. Jeder der Radkanäle besteht aus 2 Theilen, der eine hat eine Weite von 0,08', Länge von 0,18', einen Halbmesser von 1,9494' und einen Centriwinkel von 7°9', der andere aber ist 0,15' weit, 0,76' lang, hat einen Halbmesser von 0,619' und einen Centriwinkel von 73°41'. Es ergibt sich nun der Widerstandscoefficient für den kleinen Stück:

$$\zeta_1 = 0,124 + 1,304 \left(\frac{0,08}{2 . 1,9494}\right)^{7/2} = 0,124,$$

der für das größere Stück

$$\zeta_1 = 0,124 + 1,304 \left(\frac{0,15}{1,238}\right)^{7/2} = 0,126.$$

Es ist ferner das Winkelverhältniß für das erste Stück $\frac{\varphi}{\pi} = \frac{7,15}{180} = 0,039$, für das zweite Stück $\frac{73,68}{180} = 0,409$. Es ergibt sich ferner das Durchschnittsverhältniß für das erste Stück

$$\frac{F_2}{n d e} = \frac{0,985}{42 . 0,08 . 0,3347} = 0,876,$$ für das

zweite Stück $= \frac{0,985}{42 . 0,15' . 0,3347} = 0,467.$

Es ist nun daher der Coefficient des ganzen Krümmungswiderstandes:

$$\kappa_1 = 0,124 . 0,039 . 0,876^2 + 0,126 . 0,409 . 0,467^2$$

$= 0{,}003711 + 0{,}011239 = 0{,}0149.$

Es ist nun der Reibungscoefficient für das erste Röhrenstück:

$$\zeta_2 = 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{n d e}{Q}}$$

$$= 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{42 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}3347}{20}}$$

$$= 0{,}0144 + 0{,}004007 = 0{,}0184.$$

und für das zweite $= 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{42 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}3347}{20}}$

$= 0{,}0144 + 0{,}00548 = 0{,}01988.$

Ferner haben wir das Verhältniß $\left(\frac{d+e}{2de}\right)$ für das erste Stück $= \frac{0{,}4147 \cdot 0{,}18}{2 \cdot 0{,}3347 \cdot 0{,}08} = 1{,}393.$

und für das zweite $\frac{0{,}4847 \cdot 0{,}76}{2 \cdot 0{,}3347 \cdot 0{,}15} = 3{,}668.$

Es folgt nun der Reibungscoefficient für den ganzen Kanal

$k_2 = 0{,}0184 \cdot 1{,}393 \cdot 0{,}876^2 + 0{,}0198 \cdot 3{,}668 \cdot 0{,}461^2$

$= 0{,}02476 + 0{,}01583 = 0{,}04059.$

Es ist daher nun der Coefficient für sämmtliche Hindernisse in einem Radkanale:

$$k = k_1 + k_2 = 0{,}0149 + 0{,}04059$$
$$= 0{,}0555$$

und der diesem entsprechende Gefällverlust

$$= k \frac{v^2}{2g} = 0{,}555 \cdot 0{,}016 \cdot 20{,}29^2 = 0{,}365'$$

Es betragen nun diese 3 Gefällverluste oder Druckhöhenverluste $= 0{,}522 + 0{,}592 + 0{,}365 = 1{,}479'$ und es bleibt daher nun die ganze disponible Leistung $Qh\gamma = 20 \cdot 7 \cdot 66 = 9240$ Fußpfund und die Nutzleistung: $Pv = 20(7 - 1{,}499) \cdot 66 = 7287$ Fußpfund.

übrig. Es ist nun noch die Zapfenreibung zu berücksichtigen. Nehmen wir das Gewicht des ganzen Wasserrades zu 2000 Pfd an, und ist der Zapfenhalbmesser $1\frac{1}{2}''$ der Reibungscoefficient aber $= 0{,}075$, so beträgt die, von der Zapfenreibung consumirte Arbeit $\frac{r_2}{r_1} f G v_1 = \frac{1}{8 \cdot 1{,}5} \cdot 0{,}075 \cdot$
$2000 \cdot 15{,}03$

$$= \frac{1}{12} \cdot 0{,}075 \cdot 2000 \cdot 15{,}03 = 1878 \text{ Fußpfd.}$$

also die effective Leistung $L = 7287 - 187{,}9$

$= 7099{,}2$ Fußpfd d. i. 13,9 Pferdekräfte.

Berücksichtigen wir nun noch ½ Proc. Gefällverlust wegen der Kropfstellung, so ist der Wirkungsgrad unseres Rades:

$$\eta = \frac{L}{Qh\gamma} = \frac{7099{,}2}{20 \cdot 7{,}5 \cdot 66} = 0{,}717.$$

Berechnen wir nun noch einige Hauptdimensionen unseres Rades. Die Stärke der stehenden Welle ist

$$= d = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll} = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{14{,}29}{95{,}69}} =$$

$3{,}25''$ also $3{,}5''$.

Die Stärke des Radarmes ist:

$$= 0{,}148\, r \sqrt{h} + 0{,}33 \text{ Zoll}$$

$$= 0{,}148 \cdot 1{,}5 \sqrt{7} + 0{,}33 = 0{,}92'' \text{ d. i. } 1''.$$

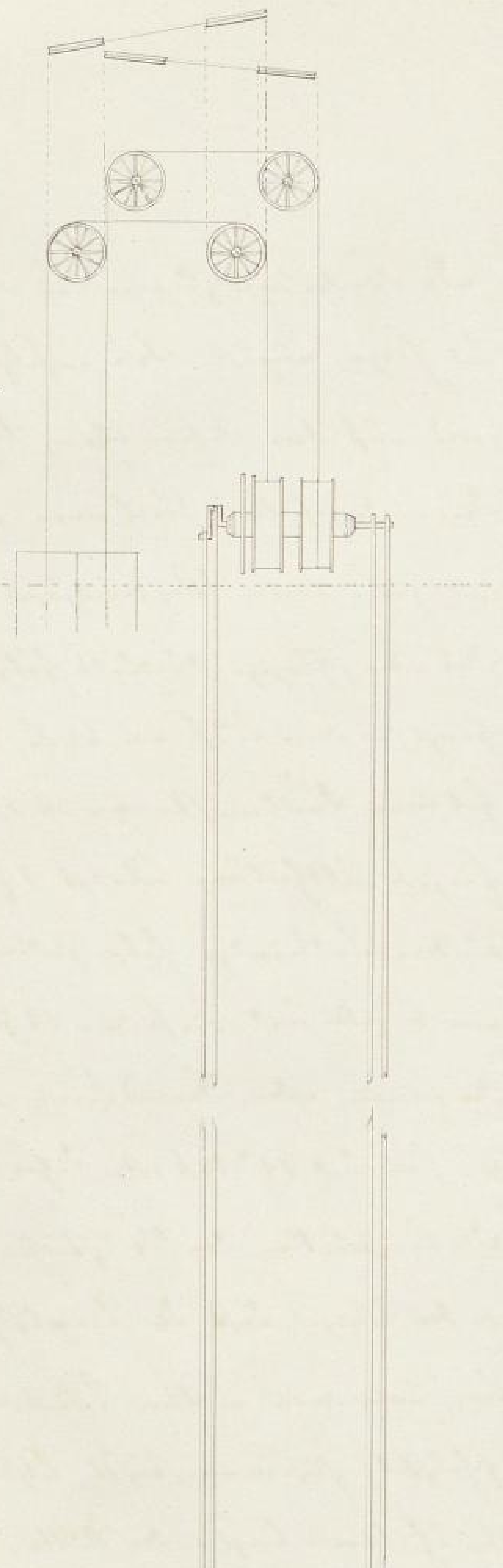
Die Dicke des Radkranzes endlich $= \frac{31\, L}{u\, r_1^{2}} + 0{,}33''$

$$= \frac{31 \cdot 14{,}29}{95{,}69 \cdot 3^2} + 0{,}33'' = 0{,}84''.$$

Aufgabe X.

Kurze Beschreibung und Berechnung des Treibegöpels der Grube Segen Gottes und Herzog August bei den drei Kreuzen.

Die Förderung zu Tage bei Segen Gottes und Herzog August Schacht, erfolgt in dem Theil welches auf dem Schacht Georg Wilhelm abgesunken Dreibündenschacht durch einen Wassergöpel, und zwar einen Wasserradgöpel mit Vorgelege des oberschlägigen, durchaus hölzernen Kehrrad; hängt in einer Radstube von 64 Ellen unter Tage. Dasselbe hat einen Durchmesser von 32 Fuß, seine Weite für jede Abtheilung beträgt 1 Elle. Die beiden äußeren Radkränze haben jeder eine Breite von 6 Zoll und Dicke von 12 Zoll, während der innere oder Beschaufelkranz eine Breite von 9" hat und 14" dick ist, daher 2 Zoll vorsteht. Die Construction der 5/4" starken Schaufeln ist in der Weise, daß die Riegelschaufel, 6 Zoll lang, unter einem rechten Winkel mit der Stoßschaufel zusammenstößt, letztere ist 18" lang, der Theilriß liegt in der Mitte. Der Raum zwischen 2 Schaufeln beträgt 17 1/2". Das Rad hat nach der gewöhnlichen Construction 8 Arme und 8 Helfarme. Die Dicke der Armen beträgt an der Welle 10 Zoll ihre Breite aber 11 Zoll, die Dicke der Helfarme unten 8" ihre Breite aber 9". Die Welle ist 1° 5" stark und 6 Ellen lang, der Zapfen hat



einen Durchmesser von 16". Der Blaukasten ist 1 Elle 8 Zoll lang und 3 Zoll stark, der Durchmesser der Walze beträgt 7 Zoll.

Die Aufschlagwasser für dieses Rad kommen den Kunstschacht von Seifert Glück auf den tiefen Berg Stollen, werden aber hier durch ein Werkstände 8 Ellen hoch bis zum Obertheil des Rades gestaut. Die Zuführung des Wassers zum Rade erfolgt durch ein 18" breites und 16" hohes Gerinne mit Rennschütze. Das Aufschlagsquantum per Min. kann durchschnittlich zu 125 Cub' oder per Sec. zu 2 Cub angenommen werden.

Die Räder befinden sich über Tage, von ihrem Wellenmittel bis zu dem des Wasserstandes ist eine saigere Teufe von 65 Lachter. Jede der 4 Kunststangen besteht aus 19 einzelnen Stangen mit 38 Laschen. Die Länge der einzelnen Laschen beträgt 4 Ellen. Jedes der beiden Räder hat einen Durchmesser von 50", die Weite des Radfache beträgt 17", die Welle hat einen Durchmesser von 1', ist 6 Ellen lang, der Zapfen aber hat einen Durchmesser von 6". Auf der Welle befindet sich noch ein Zahnrad, dessen Zweck erwähnt werden soll. Die Verhältnisse der Kegel gebräuchlichen Krummzapfen sind dieselben wie beim Wasserrade.

Das eiserne Treibeseil hat einen Durchmesser von 3/4" und ist aus 4 Litzen, deren jede 16 Fäden hat, geflochten; ein Lachter dieses Seiles wiegt 5 ℔. Jedes Seil geht von dem Korbe weg nach einer senkrecht über dem Schachte liegenden Seilscheibe und von dieser nach einer zweiten, die unmittelbar über dem Treibschacht hängt, wie dies auch aus dem beigezeichneten Umriß des Gestells zu ersehen ist. Jede dieser 4 Seilscheiben hat einen Durchmesser von 4 Ellen, einen Wellendurchmesser von 1/2 Elle und einen Zapfendurchmesser von 2 1/2". Die Länge der Welle beträgt 18".

Wie schon erwähnt, ist der Drei Brüder Schacht vom Tage nieder saiger bis 1/2 erste Gezeugstrecke, d.i. bis zu einer Teufe von 87,7 Lr., indem der Moritzstollen bei 71,7 Lr. einkommt; von dieser Gezeugstrecke an ist der Schacht bei einem Fallen von 80° nach Mitternacht, auf dem Gange bis zur halb zweiten Gezeugstrecke niedergebracht, dann 6 Lr bei einem Fallen von 65° und endlich bis zur vierten Gezeugstrecke unter einem Fallen von 79° 45'. Das tiefste Füllort befindet sich zur Zeit auf der halb vierten

Gezeugstrecke, bis zu welcher Punkt auch die
Tonnenleitung im Schachte niedergeht. Wech-
sel der Tonnen befinden sich für jedes Seil
5 im Schacht, die untersten sind 5 Lr über der
zweiten Gezeugstrecke im Liegenden, die nächst-
folgenden 6 Ellen über der 1/2 2 Gezeugstrecke
im Hangenden, das dritte und vierte Paar 4
Ellen unter der ersten Gezeugstrecke, das fünfte
Paar endlich 3 Ellen unter dem Füllort
auf der Mittelstollensohle. 3 Lachter über
dem Stollen befindet sich ein Scheibenpaar.
Die Länge jeder der erwähnten Tonnen beträgt
1 Elle 10 Zoll und ist gleich der Länge jeder
Abtheilung des Schachtes zwischen den Einstrich-
bäumen, die wiederum 6" von einander abstehen.
Jede Tonne hat 16 Zoll im Durchmesser,
ihre Zapfen sind 1 1/2" stark, die erwähnten
Scheiben haben 22" im Durchmesser und 2"
starke Zapfen.
Das Gewicht einer leeren Tonne beträgt 5 Ctr.,
mit Fördermasse aber 15 Ctr. Das Quantum
welches in einer Schicht am tiefsten des Schachtes,
also von der halb vierten Gezeugstrecke zu
Tage gefördert werden kann, beträgt 30 Tonnen,
vom Mittelstollen dagegen 50 Tonnen.

die Berechnung des Schachts anlangend, so möge dieselbe hier bis zur 1/2 ersten Gezeugstrecke stattfinden. Außer der relativen Last Masse, wo M = Gewicht der Förderungsmasse = 1000 ℔, $\sin\alpha$ aber $= \sin 90° = 1$ ist, haben wir nun hier noch folgende Widerstände, die mit W_1, W_2, etc etc bezeichnet werden sollen, zu berücksichtigen, nämlich die Seilbiegung an der Seilscheibe $= W_1$, die Zapfenreibung an dieser Scheibe $= W_2$, die Seilbiegung am Korbe $= W_3$, die Zapfenreibung an demselben $= W_4$, die Reibung an den Wagen $= W_5$, und endlich die Reibung an der Wasserwelle $= W_6$.

Es ist also $M = 1000$ ℔, ferner wird:

$$W_1 = 2K + \frac{v}{a_2}(M + 2G + G_1)\sin\alpha.$$

Es ist nun $K = 0{,}975$, $v = 0{,}2234$, ferner a_2 = Halbmesser der Seilscheibe, G = Gewicht eines Korbes und G_1 = Gewicht des Seils

daher:

$$W_1 = 2 . 0{,}975 + \frac{0{,}2234}{\frac{4}{3}}(10 + 2 . 5 + 4{,}09)$$

$$= 2{,}117 . 24{,}09 = 51.$$

$$W_2 = f\frac{r_2}{a_2}\Big[(M + 2G + G_1)\sin\alpha\big(0{,}96(\sin\alpha + \sin\beta)$$

$$+ 0{,}40(\cos\alpha - \cos\beta)\big) + 1{,}92\, G_2\Big]$$

Es ist hier $f = 0{,}07$, r_2 = Halbmesser des Zapfens der Seilscheiben, G_2 aber, da jedes Seil über 2 Scheiben geführt ist = dem Gewicht dieser beiden Scheiben, so wird demnach:

$$W_2 = 0,0018 \left[2409 \cdot 0,96 \cdot 2 + 1,92 \cdot 900 \right]$$
$$= 11,45 .$$

$$W_3 = k + \frac{v}{b} \left(M + G + \tfrac{1}{2} G_1 \right) \sin \alpha .$$

b bezeichnet hier den Halbmesser des Korbes.

Es wird nun:

$$W_3 = 0,975 + \frac{0,2234}{\frac{3}{2}} \left(10 + 5 + \tfrac{1}{2} \cdot 4,09 \right)$$

$$= 1,124 \cdot 17,04 = 18,2 .$$

$$W_4 = f \frac{v\, r_3}{b} \Big[0,96 \big(G_3 + 4 G_4 + Z - (M + 2G + G_1) \sin \alpha \sin \beta \big) + 0,40 (M + 2G + G_1) \sin \alpha \cos \beta \Big]$$

Es bezeichnet nun hier r_3 = den Halbmesser der Zapfen an der Korbwelle, b_1 den durch die Seilumschläge vermehrten Halbmesser des Korbes, G_3 das Gewicht des Korbes = 25 Ctr., zu welchem aber hier das Gewicht des mitwirkenden Zahnrades = 10 Ctr. zu addiren ist, G_4 das Gewicht einer Korbstange, Z aber die Zugkraft in den Korbstangen.

Den vermehrten Halbmesser des Korbes erhalten wir vermittelst der Formel:

$$b = \frac{D}{4}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{L \delta^2}{\pi\, l\, D^2}}\right)$$

wo D = dem Durchmesser des Korbes, L = der Länge des Seiles, l aber gleich der Weite des Seilfachs ist.

Es ist nun $b = \frac{8,33}{4}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{1232 \cdot \frac{1}{16}^2}{3,1415 \cdot 1,4 \cdot 8,33^2}}\right)$ d.i.

$$b = 2,08\left(1 + \sqrt{1,016}\right) = 4,37' = 52,5''.$$

Die Zugkraft an den Wangen aber ist:

$$= Z = \frac{\pi b}{2 a_3}\left(M \sin\alpha + W_1 + W_2 + W_3\right)$$

wo a_3 = Halbmesser des Wangenkreises = 12''.

Es wird nun:

$$Z = 6,87\,(1000 + 51 + 11,45 + 18,2)$$

$$= 6,87 \cdot 1080,65$$

$$= 7424 \text{ tt}.$$

Daher können wir nun berechnen:

$$W_4 = 0,07\,\frac{3}{52,5}\Big[0,96 \cdot (3500 + 15400 + 7424$$

$$- (1000 + 1000 + 409) \sin(\alpha - \beta)\Big]$$

$$= \frac{0,21}{52,5} \cdot 0,96 \cdot 23655 = 0,004 \cdot 22708.8$$

$$= 91 \text{ tt}.$$

$$W_5 = 2 f \frac{r_4}{b}\left(Z + 2 G_4\right).$$

Es bezeichnet hier r_4 den Wangenzapfenhalbmesser, also

$$W_5 = 2 \cdot 0,07 \cdot \frac{3,5}{52,5}\left(7424 + 7570\right)$$

$$= 0,01 \cdot 14994 = 150.$$

$$W_6 = f \frac{r_5}{b}(G_5 - Z)$$

Es bezeichnet hier r_5 den Halbmesser des Zapfens am Wasserrad, G_5 aber das Gewicht des Rades, daher wird

$$W_6 = 0,07 \cdot \frac{5}{52,5}(40000 - 7424)$$

$$= 0,0066 f \cdot 32576 = 215.$$

Wir haben nun die aufgewendete Arbeit

$$[M + \Sigma(W)]v_1 = \mu Q h \gamma \quad \text{wo}$$

$$\mu = \left[\frac{M + \Sigma(W)}{Q h \gamma}\right] v_1, \quad v_1 \text{ aber} = \frac{s}{t}$$

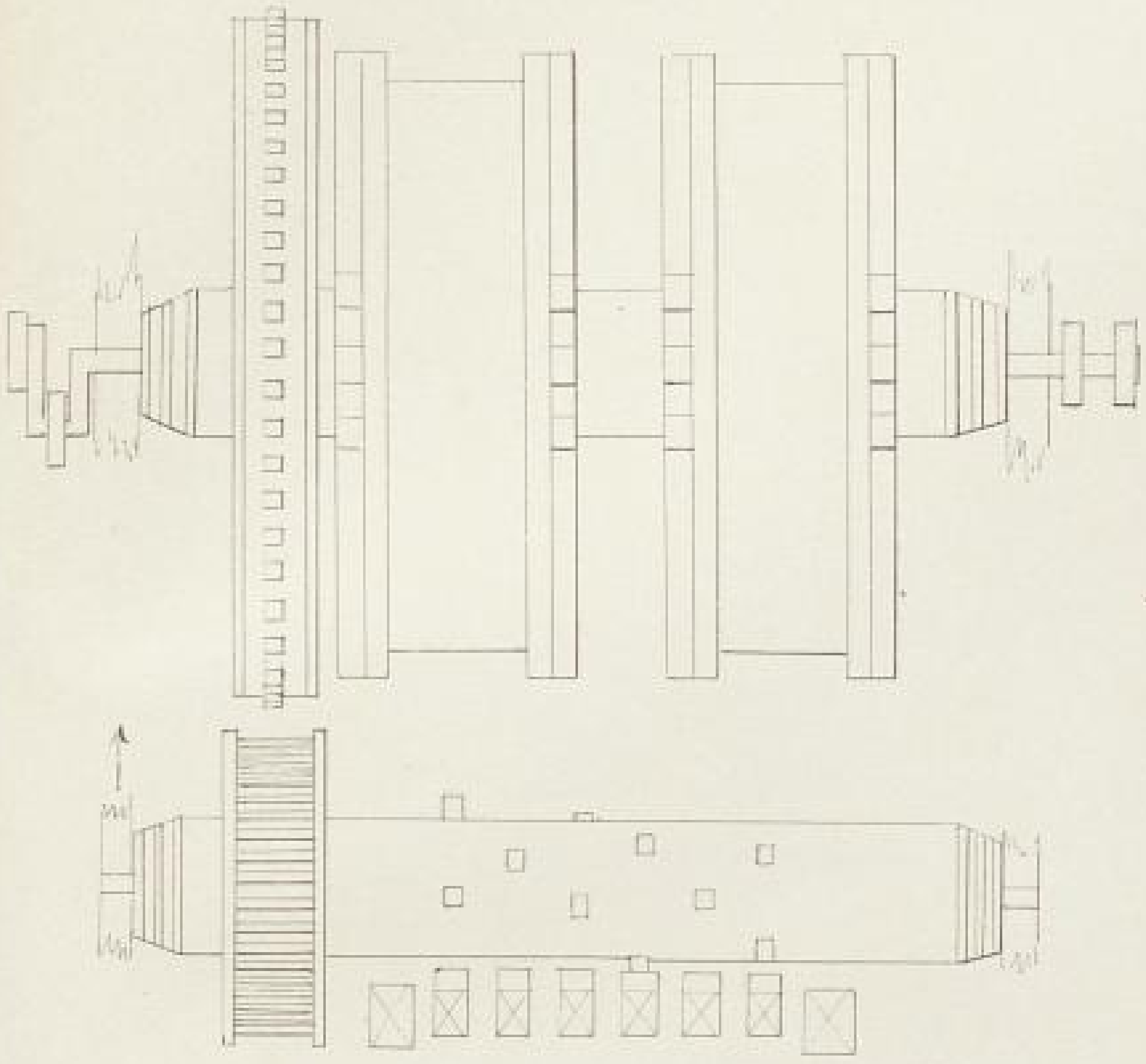
$$= \frac{571,9}{216} = 2,6'$$ pr Sec die Geschwindigkeit der Trommel, daher der Wirkungsgrad des Rades $\mu = \frac{(1000 + 536,65)\,2,6}{2,5 \cdot 34 \cdot 66} = 0,70$

zu niedriger Wirkungsgrad.

Endlich der Wirkungsgrad unseres Göpels:

$$\mu_1 = \frac{M v_1}{Q h \gamma} = \frac{1000 \cdot 2,6}{2,5 \cdot 34 \cdot 66} = 0,47.$$

Das erwähnte Zahnrad auf der Kurbelwelle dient zum Betrieb des [illegible], solange als nicht getrieben wird, das Getriebe sammt der Seilwelle wird dann



mittelst eines Hebels dem Zahnrad genähert.
Die Anordnung des Ganzen ist aus beifolgender
Figur zu ersehen.

Gesehen im Jul. 1847.
J. W.