2

Aufgaben

aus der

Berg-Maschinenlehre

im bergacademischen Lehrcours

$18\frac{37}{38}$.

gelöst von

Ch. Gtlfr. Roscher

1. Aufgabe.
Es ist die Theorie der ungleicharmigen Waage mit veränderlicher Drehachse zu entwickeln.

Auflösung.
Befindet sich der Schwerpunkt der Waage in S, und drückt sie mit dem Gewicht G, wenn die Länge des Hebelarms = a die anzuhängende Waare = Q, und das anzuhängende Gewicht = P, und der Drehpunkt in H angenommen wird, so ist, wenn BH = x

$$xP = (a-x)Q + (c-x)G$$

$$x(P+Q+G) = aQ + cG$$

$$x = \frac{aQ+cG}{P+Q+G}$$

Der Drehpunkt für Q = 0 : x = b giebt

$$b = \frac{cG}{P+G},$$

als der Punkt, wo die Scale anfängt. Das größte Gewicht Q_m, wird im Gleichgewicht erhalten, wenn der Hebelarm x, die Länge x_m annimmt, und erhält ihn durch

$$x_m = \frac{aQ_m + cG}{P+Q_m+G}$$

mithin die Länge der Scale

$$S_m = x_m - b$$

$$= \frac{aQ_m + cG}{P+Q_m+G} - \frac{cG}{P+G}$$

$$= \frac{(P+G)(aQ_m+cG) - cG(P+Q_m+G)}{(P+Q_m+G)(P+G)}$$

$$= \frac{aQ_m(P+G) - cGQ_m}{(P+Q_m+G)(P+G)}$$

$$= \frac{[(a-c)G + aP]Q_m}{(P+G)(P+G+Q_m)}$$

folglich

$$\frac{1}{\partial_m} = \frac{(P+G)^2}{[(a-c)G+aP]Q_m} + \frac{P+G}{(a-c)G+aP}$$

mithin wenn $x - b = \partial$

$$\frac{1}{\partial} = \frac{(P+G)^2}{[(a-c)G+aP]Q} + \frac{P+G}{(a-c)G+aP}$$

ergiebt

$$\frac{1}{\partial_m} - \frac{1}{\partial} = \frac{(P+G)^2}{(a-c)G+aP}\left(\frac{1}{Q_m} - \frac{1}{Q}\right)$$

wo

$$P = \frac{cG}{b} - G$$

$$= G\left(\frac{c}{b} - 1\right)$$

Um nach dieser Formel die Art und Weise der Eintheilung zu ersehen, so diene folgendes Beispiel:

Es sei $a = \frac{5}{4}$; $b = \frac{1}{4}$; $c = \frac{5}{8}$; $G = 1$,

folglich

$$P = G\left(\frac{c}{b} - 1\right) = \frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 1} - 1 = \frac{3}{2}$$

$$= 1{,}5$$

$$\frac{1}{\partial_m} - \frac{1}{\partial_1} = \frac{\left(\frac{3}{2}+1\right)^2}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{4}\cdot\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{Q_m} - \frac{1}{Q}\right)$$

$$= \frac{25 \cdot 8}{4 \cdot 20}\left(\frac{1}{Q_m} - \frac{1}{Q}\right)$$

$$= \frac{5}{2}\left(\frac{1}{Q_m} - \frac{1}{Q}\right)$$

Für $Q_m = 10$; $Q = 9$; und $\partial = 1$

folgt

$$\frac{1}{\partial_m} = \frac{5}{2}\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{9}\right) + 1 = \frac{175}{180}; \partial_m = 1{,}028$$

für $Q_m = 10$; $Q = 8$; folgt

$$\frac{1}{\partial_m} = \frac{5}{2}\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{8}\right) + 1 = \frac{15}{16}; \partial_m = 1{,}066$$

für $Q_m = 10$; $Q = 7$; folgt

$$\frac{1}{\partial_m} = \frac{5}{2}\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{7}\right) + 1 = \frac{25}{28}; \partial_m = 1{,}107$$

4

2. Aufgabe.

Welchen Hebelarm muss man einer Kurbel geben, mittelst welcher eine Last von 200 ℔ durch 2 Arbeiter in Bewegung gesetzt werden soll, vorausgesetzt, dass von der 200 ℔ Totallast nur 130 ℔ als reine Last anzusehen sei, und angenommen, dass das Gewicht der Maschine 300 ℔ betrage, die Kurbelhöhe 18", die Zapfenstärke 3/4" und $\varphi = 0,3$ sei, und die Richtung der Last einen Winkel von 63° mit der Richtung der Schwere einschließe? Welches ist dann noch der Wirkungsgrad der Maschine.

Auflösung.

Die Nebenlast W findet man durch

$$W = \frac{b.70}{a} + \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{Q^2 + G^2 + 2QG\cos\alpha},$$

wenn b den zu suchenden Hebelarm, a die Kurbelhöhe, ρ den Zapfenhalbmesser, Q die Totallast, G das Gewicht der Maschine und α den gegebenen Neigungswinkel bezeichnet. Die in der Aufgabe gegebenen Werthe eingesetzt, geben

$$W = \frac{b.70}{18} + \frac{0.3.5}{8.18}\sqrt{200^2 + 300^2 + 2.300.200.\cos 63}$$

$$= \frac{b.35}{9} + \frac{0.3.5}{8.18}.416,2$$

$$= \frac{35b}{9} + 4,335,$$

wo die reine Last auf den Kraftarm reducirt $= \frac{b}{a}Q_1 = \frac{b.130}{18}$,

mithin die erforderliche Kraft

$$P = \frac{b}{a}Q + \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{Q^2 + G^2 + 2QG\cos\alpha}$$

Es ist auch

$$P = nK + W, \text{ folglich}$$

$$\frac{b}{a}Q_1 + W = nK + W, \text{ d. heißt}$$

$$b = \frac{a.nK}{Q_1} = \frac{18.60}{130} = 8,3071 \text{ Zoll.}$$

Ist die Geschwindigkeit der Arbeiter

$$v = \left(1 - \frac{W}{2nK}\right)c$$

$$= \left(1 - \frac{36,64}{120}\right)\frac{11}{4} = 1,9103 \text{ Fuß},$$

reducirt auf die Kraft gilt

$$w = \frac{b.v}{a}$$

$$= \frac{8,3071 . 1,9103}{18}$$

$$= \frac{11,4618}{12} \text{ Fuß},$$

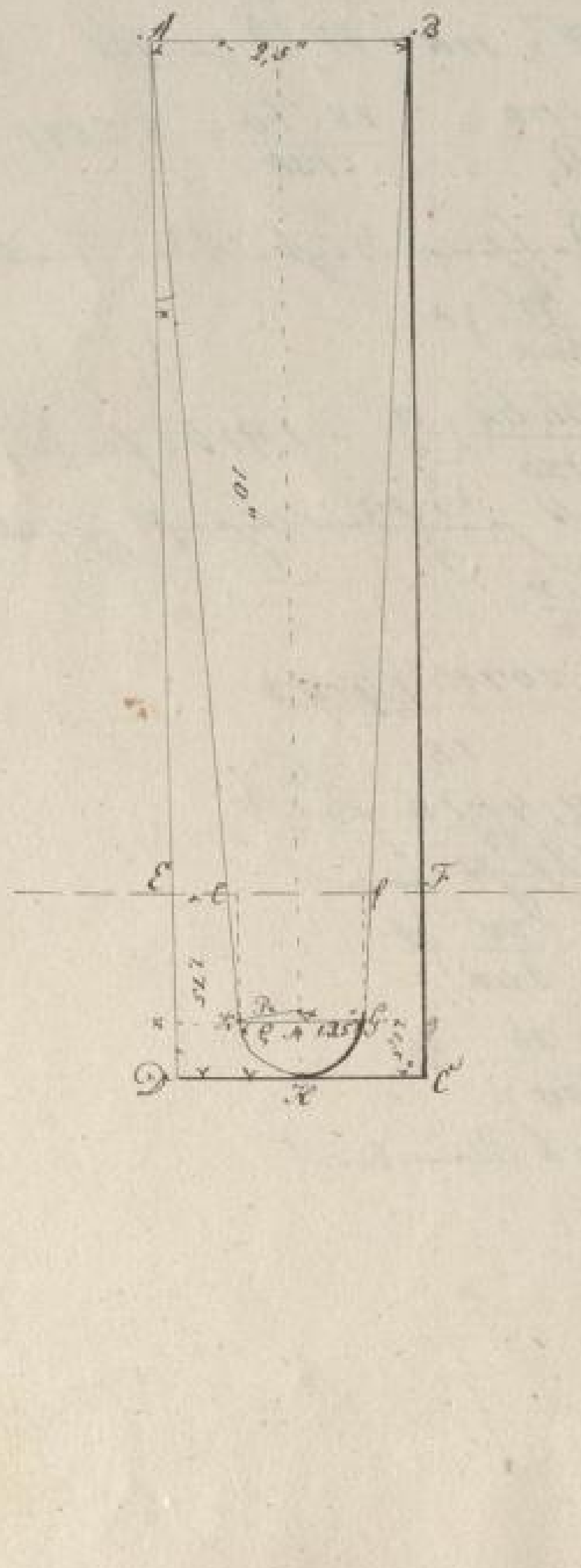
in der Schicht von

$$Z = \left(1 - \frac{W}{2nK}\right)t$$

$$= \frac{83,36}{120}.8$$

$$= 5,556 \text{ Stunden.}$$

3. Aufgabe.
Der untere Zapfen einer stehenden Welle von 1000 lb hat die Form eines Cylinders ABCD einen Durchmesser AB = CD = 2½" und eine Länge BC von 10" und steckt 1¾" tief in seiner Pfanne, während sich der conische Spitzzapfen ABGHK unter übrigens gleichen Verhältnissen in einem Kugelsegmente endigt, dessen Höhe HK = 0,5" und dessen Breite KG = 1,25", wie verhalten sich die Reibungsmomente beider?



giebt die Leistung pro Schicht

$$Arz = 130 \cdot \frac{11,4618 \cdot 5,556 \cdot 60 \cdot 60}{13}$$

$$= 2222842,24 \text{ Fußpfund}$$

folglich der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{2222842,24}{4752000} = 0,467$$

Auflösung.
Das Reibungsmoment des cylindrischen Zapfens ist, wenn P den Druck, ρ den Halbmesser angiebt

$$= \frac{2\varphi\rho \cdot P}{3}$$

$$= \frac{2 \cdot 5 \cdot 1000}{3 \cdot 4}\varphi$$

$$= \frac{1666,66..}{2}\varphi = 833,333..\,\varphi$$

Das Reibungsmoment des Spitzzapfens besteht aus 2 Theilen, der eine aus Mantel, der andere aus Kugelsegmente.

$$\text{Es ist } \tan\alpha = \frac{EK}{AE}$$

$$= \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 19} = \frac{5}{76}$$

$$= 3^\circ\, 45'\, 30''$$

folglich

$$ef = \frac{5}{4} + 2\,(EK\, tg\,\alpha)$$

$$= \frac{5}{4} + \frac{2 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 76}$$

$$= \frac{215}{152} = 1,415$$

Die Pressungen sind den Projectionen proportional, mithin der Druck auf ef zu dem auf KG wie die Flächen beider Durchmesser, mithin der Druck auf das Kugelsegment = x

$$ef : KG = 1000 : x$$

$$\left(\frac{215}{152}\right)^2 : \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 1000 : x$$

$$x = \frac{25 \cdot 1000 \cdot 152^2}{16 \cdot 215^2}$$

$$= \frac{1445000}{1849}$$

$$= 781{,}5$$

mithin der Druck auf die conischen Seitenflächen

$$= 1000 - 781{,}5 = 218{,}5.$$

Dieser giebt, als ein Schwerpunct sich niederziehend drückend, wenn $\frac{ef}{2} = r$ u. $\frac{KH}{2} = \varrho$ das Reibungsmoment von

$$N = \frac{2\varphi(r^3 - \varrho^3)\,218{,}5}{3(r^2 - \varrho^2)\sin\alpha}$$

$$= \frac{437\varphi}{3\sin\alpha}\left(\frac{0{,}707^3 - 0{,}625^3}{0{,}707^2 - 0{,}625^2}\right)$$

$$= \frac{437\varphi}{3\sin\alpha} \cdot 1{,}0029$$

$$= 164{,}05\,\varphi.$$

Der Druck 781,5 ℔ auf das Kugelsegment bringt folgendes Reibungsmoment hervor:

$$M = \frac{\varphi R^3}{r^2}\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \sin\alpha\cos\alpha)\right)G$$

wo

R, den Halbmesser der Kugel

$$= \frac{\frac{\left(\frac{KG}{2}\right)^2 + HM}{HM}}{2} = \frac{41''}{64}.$$

und α den Eintauchungswinkel der Halbkugel, ist, der sich ergiebt durch

$$\cos\alpha = \frac{40}{41},$$

$$\sin\alpha = \frac{9}{41},$$

$$\alpha = \frac{28{,}269}{82}, \text{ folglich}$$

$$M = \frac{\left(\frac{41}{64}\right)^3\varphi}{\frac{25}{64}}\left(1{,}57 - \left(\frac{28{,}269}{82} + \frac{360}{41^2}\right)\right)781{,}5$$

$$= \frac{41^3 \cdot 16\varphi}{64^3 \cdot 25}\left(1 - \left(0{,}344 + \frac{360}{1681}\right)\right) 781{,}5$$

$$= \frac{41 \cdot 1321}{64^2 \cdot 1000} \cdot 781{,}5\varphi$$

$$= \frac{54161}{409600} \cdot 781{,}5\varphi$$

$$= 103{,}33\varphi.$$

folglich der Gesammtdruck auf den vorderen Zapfen

$$N + R = 103{,}33\varphi + 164{,}05\varphi$$

$$= 267{,}38\varphi$$

mithin das Verhältniß beider Reibungsmomente wie

$$267{,}38 : \frac{1666{,}66\varphi}{2}.$$

$$1 : \frac{6{,}25}{2} = 1 : 3{,}12$$

4. Aufgabe.

Eine durch ein Pferd in Bewegung zu setzende Tretscheibe, soll einen Durchmesser von 26 Fuß, ein Gewicht von 8000 ℔ erhalten, eine reine Last von 300 ℔ und eine Nebenlast von 100 ℔ zu überwinden haben und mit einem 2¼" starken Zapfen versehen sein, wenn $\varphi = 0{,}2$ zu setzen ist, welchen Lastarm und welche Neigung wird man dieser Maschine zu geben haben, und wie groß wird ihre Leistung sein?

Auflösung.

Ist der Halbmesser der Scheibe $= a$, der Neigungswinkel gegen die Scheibe $= \alpha$, das Gewicht des Pferdes $= P$, die Last $= Q$, der Hebelarm der Maschine $= b$, das Gewicht der beweglichen Maschine $= G$, der Halbmesser des Zapfens $= r$, so ist die entspringende Tangentialkraft $= P \sin\alpha$ und die auf den Kraftpunkt reducirte Last $= \frac{b}{a} Q$, und die daher reducirte Seitenreibung $= \frac{\varphi\rho}{a}((P+G)\sin\alpha + Q)$ und die reducirte Hindernißlast

$$W = \frac{\varphi\rho}{a}((P+G)\sin\alpha + Q) + \frac{2\varphi\rho r\cos\alpha}{3a}(P+G) + \frac{b \cdot 100}{a}$$

und die nöthige Tangentialkraft

$$P\sin\alpha = \frac{b}{a} + W; \text{ ferner}$$

$$P\sin\alpha = K + W, \text{ mithin}$$

$$K + W = \frac{b}{a} Q + W.$$

das heißt

$$b = \frac{ak}{Q} = \frac{26 \cdot 150}{2 \cdot 300}$$

$$= \frac{13}{2} = 6,5 \text{ Fuß}$$

mithin der Neigungswinkel

$$\sin\alpha = \frac{AC + B\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A^2 + B^2}$$

wenn

$$A = P + \frac{4g}{a}(P + G)$$

$$= \frac{350945}{832}$$

$$B = \frac{24g}{3a}(P + G)$$

$$= \frac{885}{416}$$

$$C = k + \frac{4g}{a}Q + \frac{b}{a} \cdot 100$$

$$= \frac{41645}{416}$$

eingesetzt giebt

$$\sin\alpha = 14^\circ\, 1'\, 5''$$

Da die Geschwindigkeit der Kraft

$$v = \frac{c}{2}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2W}{cc}}\right)$$

$$= \frac{11}{6}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2(P\sin\alpha - K)}{K}}\right)$$

$$= \frac{11}{6} \cdot 1,69$$

$$\doteq 3,09 \text{ Fuß},$$

so folgt die der Last

$$w = \frac{b}{a} \cdot v$$

$$= \frac{3,09}{2}$$

$$= 1,54 \text{ Fuß},$$

die Arbeitszeit

$$Z = \frac{4}{2}(1,69$$

$$= 6,76$$

daher das Moment

$Arz = 300 \cdot 1{,}54 \cdot 6{,}76$

$= 2284{,}8$

und der Wirkungsgrad

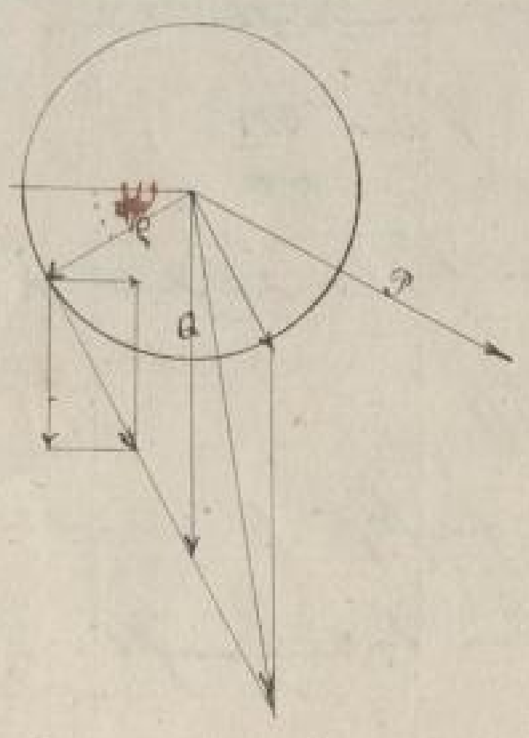
$$\mathfrak{e} = \frac{2284{,}8}{150 \cdot \frac{11}{3} \cdot 8}$$

$$= \frac{2284{,}8}{4400}$$

$= 0{,}518.$

5. Aufgabe.

Kann man annehmen, daß die Kraft an der Kurbelwelle oder die am Schwungrad einer stehenden Welle die Reibung am Umfange der Zapfen vermehrt und wie groß ist diese Vermehrung, indem sie überhaupt statt findet?



Auflösung

Eine Vermehrung findet statt, indem die Kraft den Druck vermehrt. Ist P das Gewicht der Welle, und Q die Kraft, so ist der Druck für einen Punkt, der durch den Winkel ψ bestimmt

$$D = \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\psi}$$

diesem Druck gehört die Reibung von

$$N = \frac{\varphi\rho}{a}\int\left(\sqrt{P^2+Q^2}\cdot\sqrt{\frac{2PQ}{Q^2+P^2}}\cos\psi\, d\psi\right)$$

$$= \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\int\left(1+\frac{PQ}{P^2+Q^2}\cos\psi-\frac{(PQ)^2\cos\psi^2}{8(P^2+Q^2)^2}\right)d\psi$$

$$= \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\left(\psi+\frac{PQ}{Q^2+P^2}\sin\psi-\frac{(PQ)^2}{8(P^2+Q^2)^2}\left(\frac{\sin\psi\cos\psi}{2}+\frac{\psi}{2}\right)+\mathrm{Const}\right)$$

für $\psi = 0$ ist Const $= 0$

folglich

$$N = \frac{\varphi\rho}{a}(P^2+Q^2)^{\frac{1}{2}}\left(\psi+\frac{PQ}{Q^2+P^2}\sin\psi-\frac{1}{8}\left(\frac{PQ}{Q^2+P^2}\right)^2\left(\frac{\sin\psi\cos\psi}{2}+\frac{\psi}{2}\right)\right)$$

für $\psi = 360°$ ist $\sin\psi = 0$

also das Moment

$$N_1 = 2\pi\frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\left(1-\frac{1}{16}\left(\frac{PQ}{P^2+Q^2}\right)^2\right)$$ folglich

die Reibung

$$N = \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\left(1-\frac{1}{16}\left(\frac{PQ}{P^2+Q^2}\right)^2\right)$$

während jener Kraft die Reibung

$$N_{II} = \frac{\varphi\varrho}{a} Q$$

Dieß auf die Aufgabe No: 2 übergetragen, giebt folgende Werthe für N_I u. N_{II}.

In der Aufgabe No: 2 war

Q_I der constante Druck, ausgedrückt durch

$$Q_I = \sqrt{Q^2 + G^2 + 2QG\cos\alpha}$$

wo Q die Totallast und

G das Gewicht der Maschine bestimmt, die Werthe $Q = 200$; $G = 300$ u. $\alpha = 63^\circ$ eingesetzt, machen

$$Q = \sqrt{200^2 + 300^2 + 2\cdot 200\cdot 300\cdot \cos 63^\circ}$$

$$= 416{,}2 \text{ ℔}$$

für P als die veränderliche Kraft, giebt die Aufgabe den Werth von

$$P = \frac{h\cdot 200}{a} + \frac{\varphi\varrho}{a}\sqrt{Q^2 + G^2 + 2QG\cos\alpha}$$

$$= 96{,}631 \text{ Pfund}$$

folglich da $\varphi = 0{,}3$, $r = \frac{5}{8}$ u. $a = 18$

$$N_I = \frac{\varphi\varrho}{a}\sqrt{P^2 + Q^2}\left(1 - \frac{1}{16}\left(\frac{PQ}{P^2 + Q^2}\right)^2\right)$$

$$= \frac{0{,}3\cdot 5}{8\cdot 18}\sqrt{96{,}631^2 + 416{,}2^2}\left(1 - \frac{1}{16}\left(\frac{96{,}631\cdot 416{,}2}{96{,}631^2 + 416{,}2^2}\right)^2\right)$$

$$= \frac{0{,}3\cdot 5\cdot 427{,}27}{8\cdot 18}\left(1 - \frac{1}{16}\left(0{,}2203^2\right)\right)$$

$$= 4{,}45\cdot 0{,}97875$$

$$= 4{,}3554375$$

und $N_{II} = \frac{\varphi\varrho}{a} Q = \frac{0{,}3\cdot 5}{8\cdot 18}\cdot 416{,}2$

$$= 4{,}335416$$

folglich das Verhältniß wie

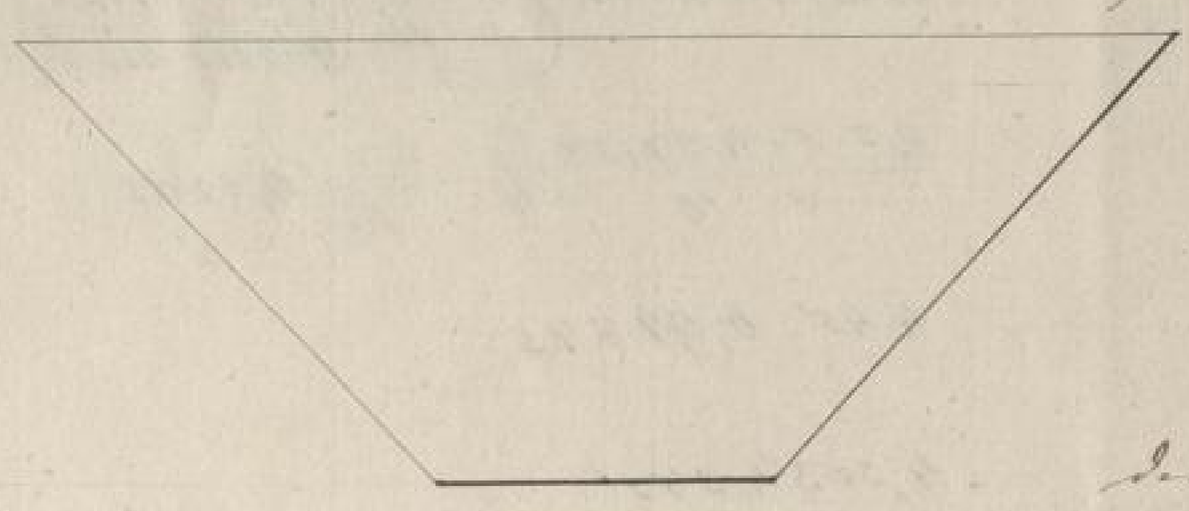
$1 : 1{,}00462.$

Durchgesehen d. 25t. Nov. 37

[illegible]

6. Aufgabe.

Aus einem Flusse von 230 Fuß Breite und 5 Fuß Tiefe und 2 1/4 Fuß Geschwindigkeit soll eine Wassermenge von 65 Cubikfuß pr. Sec. durch einen Canal von 2500 Fuß Länge und 1/2 Fuß Gefälle abgeleitet werden. Wenn man letzterem 45° Böschung giebt, was wird er für eine Höhe und Breite erhalten müssen? Und wenn das erforderliche Wehr 240 Fuß breite erhalten und durch dasselbe noch um einen Fuß höher aufgestaut werden soll, welche Höhe wird man diesem Wehre geben müssen?



Auflösung

Ist

$m = 65$

$l = 2500$

$h = 1/2$, so ist

$n = 2\sqrt{\frac{2 - \cos 45^\circ}{\sin 45^\circ}}$

$= 2\sqrt{\frac{2 - 0,707}{0,707}}$

$= 2\sqrt{\frac{1,292}{0,707}} = 2 \cdot 1,828 = 3,656$

$2 \cdot 1,352 = 2,704$

daher der Querschnitt nach einer oberflächigen Berechnung

$a = \left(\frac{n \cdot m^2 \cdot l}{9655 \cdot 1,5}\right)^{\frac{2}{5}}$

$= \left(\frac{3,656 \cdot 65^2 \cdot 2500}{9655 \cdot 1,5}\right)^{\frac{2}{5}}$

$= 23,473$ □ Fuß.

die genauere Formel hingegen giebt

$a^{\frac{5}{2}} - 0,00847\,a^2 - 3,22479\,a - 343,941 = 0$

setzt man ein zweiten und dritten Glied den Werth von a ein, so folgt

$a = (1424,3039)^{\frac{2}{5}}$

$= 11,248$ □ Fuß.

folglich die Tiefe des Canals

$c = \frac{2\sqrt{a}}{n}$

$= \frac{2 \cdot 3,335}{3,656}$

$= 1,832$ Fuß

die obere Breite

$B = \frac{2 \cdot 1,832}{0,707} = 5,19$ Fuß

und die untere Breite

Wegen des obigen Fehlers ist die Aufgabe falsch gerechnet.

$h = 2r\,tg\,\frac{1}{2}\alpha$

$= 2 \cdot 1,832\ tg = 22^\circ 30'$

$= 1,5176$ Fuß.

Ist die pro Sec. zufließende Wassermenge $= M = 230 \cdot 5 \cdot 2,25 = 2587,5$ Cubikf. die in Seitencanal abfließende Wassermenge $= m = 65$ Cubikfuß, die Breite des fließenden Wassers $= B = 230$ Fuß, die des Wehres $= b = 240$ Fuß, die Höhe des Wehres $= a$, die Wasserhöhe $= h = 1$ Fuß, die Tiefe des Wassers unterhalb des Wehres $= H = 5$ Fuß, so ist, wenn $\alpha = 5,268$

$$a = H + h - \left(\frac{\frac{3}{2}(M - m)}{\alpha b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{M}{\alpha B (H+h)}\right)^2$$

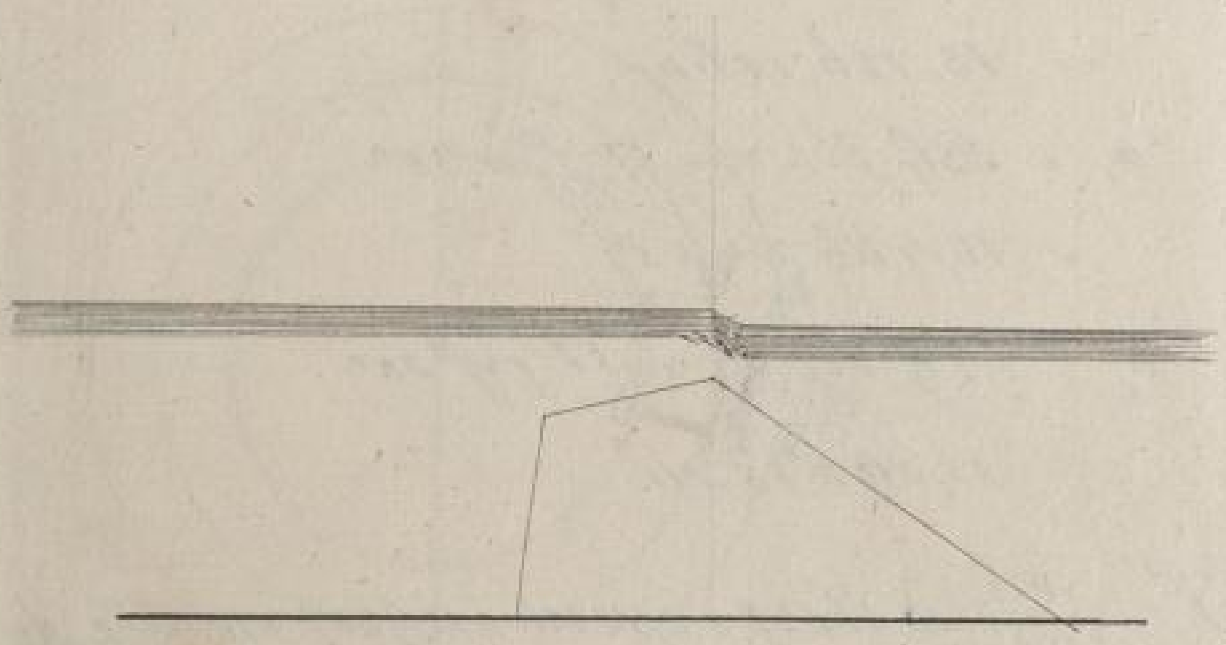
$$= 5 + 1 - \left(\frac{3(2587,5 - 65)}{2 \cdot 5,268 \cdot 240}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2587,5}{5,268 \cdot 230 \cdot 6}\right)^2$$

$$= 6 - \left(\frac{3 \cdot 2522,5}{10,536 \cdot 240}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2587,5}{5,268 \cdot 1380}\right)^2$$

$$= 6 - 2,992^{\frac{2}{3}} + 0,10062$$

$$= 3,9238 + 0,10062$$

$$= 4,02442 \text{ Fuß.}$$



7, Aufgabe.

Die cubischen Räume von Deichdämmen und von Deichen selbst lassen sich in folgende Körper zerlegen und darnach berechnen. Es seien die Dimensionen eines solchen Körpers folgende:

$AD = BC = 5$ Fuß; $AB = CD = 16$ Fuß, $AF = 20$ Fuß, $DE = 25$ Fuß, $BG = 17$ Fuß, $CH = 21$ Fuß, Winkel $A = D = 155^\circ$.

Auflösung.

Die auflösende Formel für diese Aufgabe ist:

$$V = \frac{h}{12}\left[3(A + a + A_1 + a_1)c - \left(\frac{h}{a} + \frac{h_1}{a_1}\right)[A(a_1 + 2A_1) + a(A_1 + 2a_1)]\right]$$

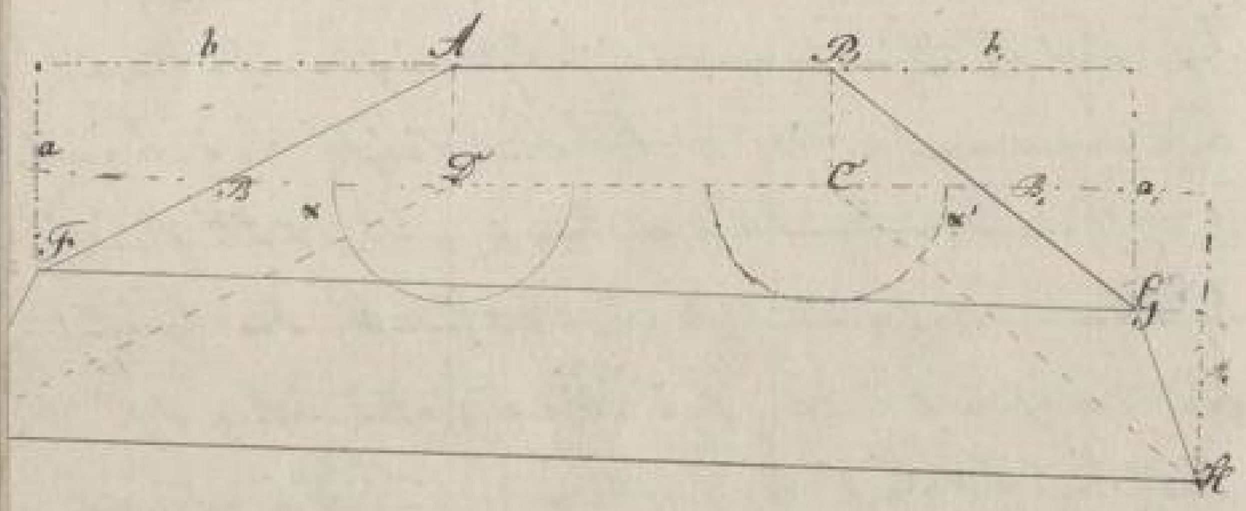
Hier ist

$BC = h$

$AB = CD = c$

$A = DE \sin\alpha = DE \sin 180^\circ - 155^\circ$

B = C = 142°. Gesucht ist der Inhalt dieses Körpers.



$= 25 \sin 25° = 10,5652775$

$A_1 = CA \sin \alpha_1 = CA \sin(180° - 142°)$

$= 21 \sin 38° = 12,9287915$

$a = AF \sin \alpha = 20 \sin 25°$

$= 8,4523660$

$b = AF \cos \alpha = 20 \sin 25°$

$= 18,1261560$

$a_1 = BG \sin \alpha_1 = 17 \sin 38°$

$= 10,4662455$

$b_1 = BG \cos \alpha_1 = 17 \cos 38°$

$= 13,3961836$

$$V = \frac{5}{12}\Big[3(10,56527 + 8,45236 + 12,9287 + 10,4662)16$$

$$- \left(\frac{18,1261}{8,452} + \frac{13,3961}{10,466}\right)\Big(10,5652[10,4662 + 2 \cdot 12,92879]$$

$$+ 8,4523(12,92879 + 2 \cdot 8,452366)\Big)\Big]$$

$$= \frac{5}{12}\Big[48 \cdot 42,4126805 + 3,428(10,56527 \cdot 36,3238285 + 8,45236 \cdot 29,8335)\Big]$$

$$= \frac{5}{12}\Big[2035,80866 + 3,428(252,1569 + 383,762)\Big]$$

$$= \frac{5}{12} \cdot 4205,739092$$

$= 1752,381285$ Cubikfuß.

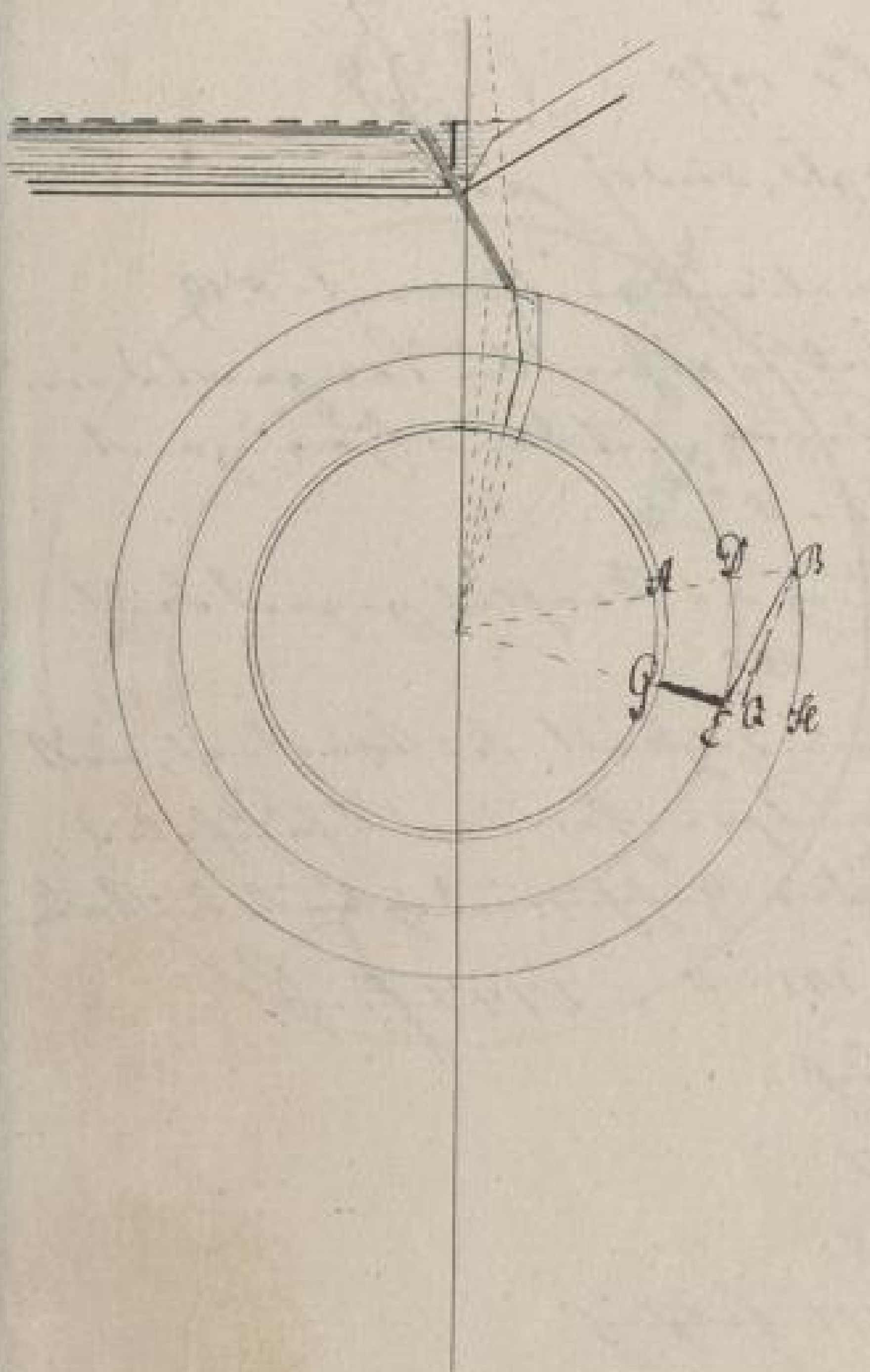
8, Aufgabe.

Ein oberschlägiges Rad soll pro Min. 4 Umdrehungen machen und bei 35 Fuß Gefälle ein Wasserquantum (= 350 c') pr. Min. aufnehmen. Man soll die Anordnung des Rades machen und die Leistung desselben berechnen.

Auflösung.

Da das ganze Gefälle bei dem oberschlägigen Rade 35 Fuß beträgt, so vertheile ich davon auf das Steigen 12", die Höhe vom Radscheitel bis Gerinnboden 4", folglich beträgt die Radhöhe noch 33 Fuß 8 Zoll.

Bei der durch Erfahrung gefundenen



Anzahl der Schaufeln = 80, so bestimmt sich hiernach der Centriwinkel zu $\alpha = \frac{360}{80} = 4^{\circ}30'$; beträgt die Kranzbreite 8", folglich beträgt der eigentliche Durchmesser des Rades bei der Berechnung 33 Fuß. Die Kranzweite ergiebt sich durch

$$w = \frac{5 . M}{4 u D b} = \frac{5 . 350}{4 . 4 . 33\tfrac{2}{3} . \tfrac{2}{3}}$$

$$= 4,39 \text{ Fuß.}$$

Liegt der Theilkreis in der Mitte, so ist, wenn der Centriwinkel $BCK = \beta$, der Deckungswinkel $BEK = \delta$

$$tg\,\delta = \frac{BQ}{EQ} = \frac{BQ}{EK - QK}$$

$$= \frac{D \sin \beta}{\frac{b}{2} - \frac{D}{2}(1 - \cos \beta)}$$

$$= \frac{D \sin \beta}{b - 2 D \sin \frac{\beta}{2}^2}$$

da der Centriwinkel gleich dem Theilwinkel, so folgt

$$tg\,\delta = \frac{D \sin \alpha}{b - 2 D \sin \frac{\alpha}{2}^2}$$

Setzt man hier die oben angeführten Werthe ein, so folgt

$$tg\,\delta = \frac{33\tfrac{2}{3} \sin 4^{\circ}30'}{\frac{2}{3} - 2 . 33\tfrac{2}{3} \sin (2^{\circ}15')^2}$$

$$= \frac{2,5629940}{0,5659561}$$

$$= 70^{\circ}30'$$

Was die Schützenstellung anbetrifft, so ergiebt sich die gesuchte Durchschnitt durch

$$h_1 = \left(\frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}\right)^2$$

wenn

$$A = \frac{\alpha^2(\cos 2r + \cos 2e)}{2}$$

$$B = \alpha c \cos r \cos e$$

$$C = c^2 - 4gh_2 \sin r^2$$ ist

α, der Contractionscoefficient = 8,19

r, der Winkel, welchen die Tangente im Einfallspunct mit dem Horizont einschließt = 5°

e, die Neigung des [illegible] gegen den Horizont = 30°

c, die Geschwindigkeit des Wassers, mit der es die entsprechenden Schaufeln trifft, gleich der Geschwindigkeit des Rades

$$= \frac{4 \cdot 101}{3} \cdot 3{,}141 \cdot 4 = 7{,}747 \text{ Fuß},$$

so ergiebt sich

$A = 49{,}797$

$B = 54{,}738$

$C = 58{,}1717$ folglich

$$h_1 = \left(\frac{54{,}738 - \sqrt{54{,}738^2 - 49{,}797 \cdot 58{,}1717}}{49{,}797}\right)^2$$

$$= 0{,}826291 \text{ Fuß}$$

Hiernach die Weite der Schützenöffnung

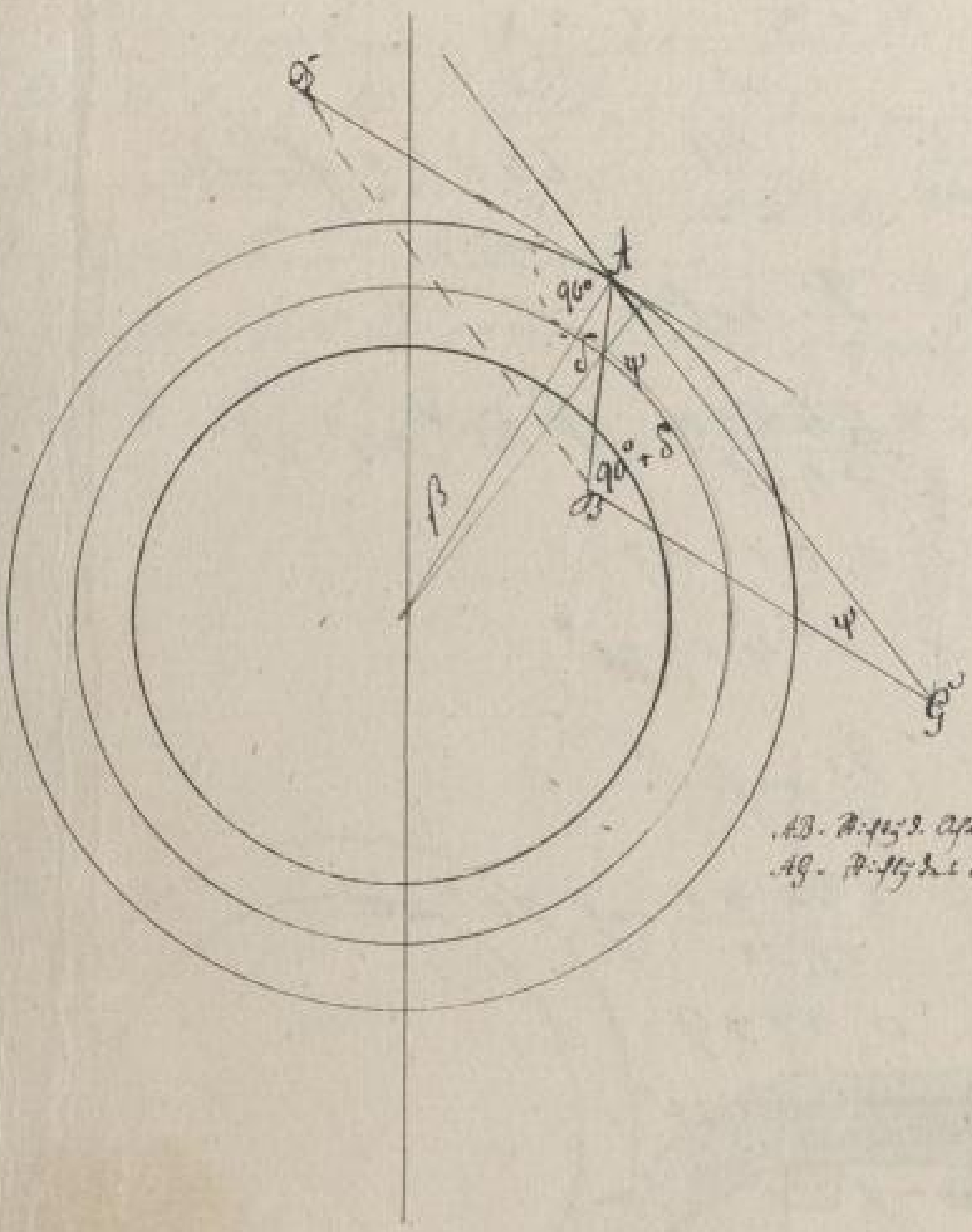
$$d = \frac{m}{\alpha w \sqrt{h_1}}$$

$$= \frac{5{,}833}{819{,}439 \cdot 0{,}909}$$

$$= 0{,}17848 \text{ Fuß}$$

$$= 2{,}14176 \text{ Zoll.}$$

Nach den theoretischen Grundsätzen ist die Richtung des einfallenden Wasserstrahls mit der Richtung der Radschaufeln übereinstimmend nicht



AB. Richtg. d. Schaufeln
AG. Richtg. des ank. Wassers

richtig, sondern das Wasser wird mit dem Winkel

$\sin\psi = \frac{r\cos\delta}{c}$ flacher einfallen wodurch da $r = c$

$\sin\psi = \cos\delta = 19^\circ 30'$

folglich der Winkel des Schützbrettes gegen den Horizont

$\alpha = \delta + \psi - \beta$

$= 90^\circ - 4^\circ 30'$

$= 85^\circ 30'$

die mittlere Geschwindigkeit mit der das Wasser an Radschaufeln herabgleitet

$c = \frac{r\cos(\delta+\psi)}{\sin\psi}$

$= \frac{r}{\sin\psi} = \frac{7,747}{0,31730047} = 2,31433$

Die Höhe des wasserhaltenden Bogens ergiebt sich, da

$tg\,\delta_1 = \frac{\alpha(D - 2h)\pi}{432h}$

$= \frac{\frac{36}{8}\left(\frac{101}{3} - \frac{4}{3}\right)\pi}{432\cdot\frac{2}{3}}$

$= \frac{304,677}{192}$

$= 65^\circ 34' 26''$

folglich die mittlere Höhe des wasserhaltenden Bogens

$h = \frac{D}{2}\cos\gamma + \frac{D}{2}\sin\left(\frac{\delta+\delta_1}{2}\right)$

$= \frac{33}{2}\cos 5^\circ + \frac{33}{2}\sin\frac{65^\circ 34' 26'' + 70^\circ 30'}{2}$

$= 30,0896070.$

Die durch die Centrifugalkraft herbeigeführten Kraftverlust, giebt einen Bogen sind.

$$\lambda = \frac{\delta + \delta_1 - X + X_1}{2} \text{ sin}$$

$$g_1 = \frac{v^2}{D'} = \frac{49}{33} = 1,4848 \text{ Fuss}$$

$$\sin X_1 = \frac{g'}{g} \cos \delta_1$$

$$= \frac{1,4843}{17,32} \cos 65^\circ 34' 26''$$

$$= 0,01259$$

$$= 0^\circ 43' 21''$$

$$\sin X = \frac{g'}{g} \cos \delta$$

$$= \frac{1,4848}{17,32} \cos 70^\circ 30'$$

$$= 0,0749$$

$$= 4^\circ 2' 32''.$$

Hiernach

$$\lambda_1 = \frac{65^\circ 34' 26'' + 70^\circ 30' - (0^\circ 43' 21'' + 4^\circ 2' 32'')}{2}$$

$$= 65^\circ 39' 17''$$

folglich

$$h_1 = \frac{D'}{2} \sin \lambda_1$$

$$= \frac{33}{2} \sin 65^\circ 39' 17''$$

$$= 15,137332$$

das mechanische Moment des Rades

$$= hwq$$

$$= 30,089 \cdot 5,833 \cdot 50$$

$$= 8776,116.$$

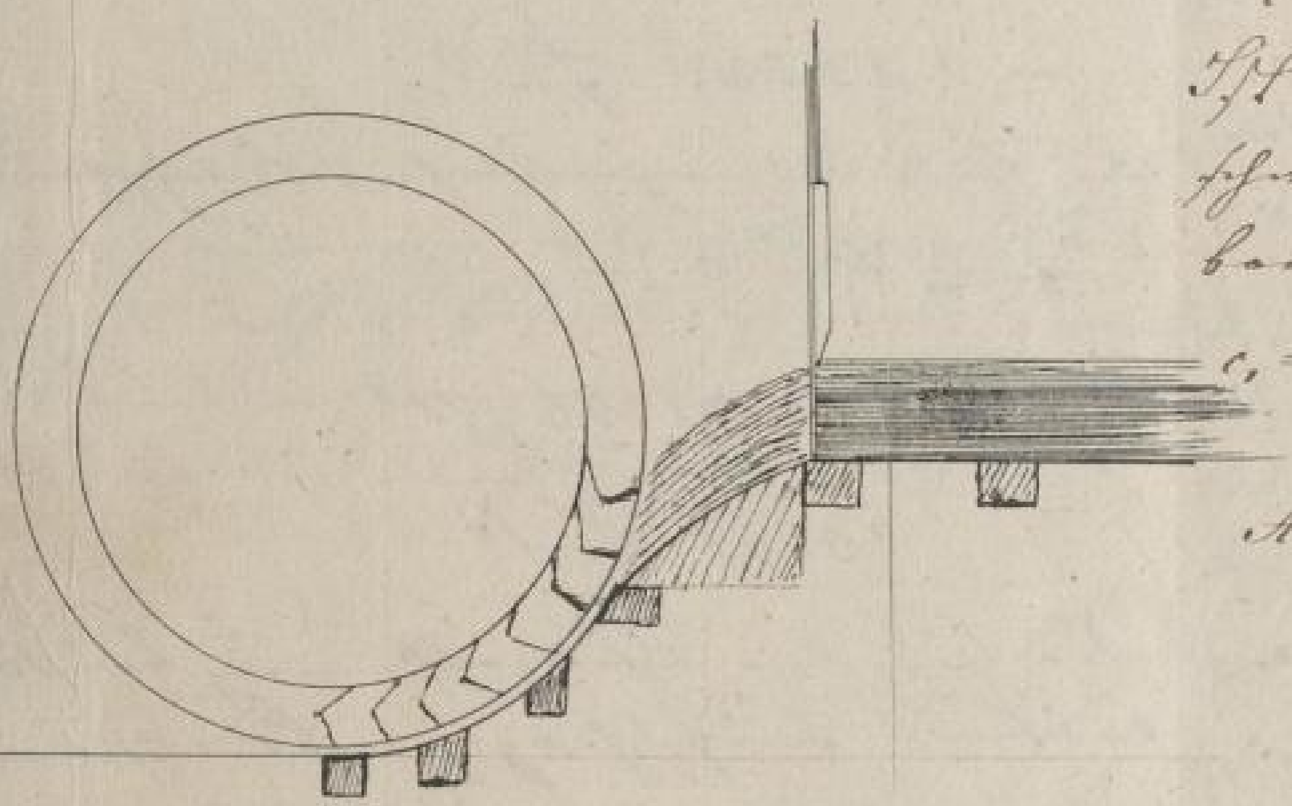
mithin die Leistung Wirkungsgrad

$$C = \frac{\frac{D'}{2}\left(\sin \frac{\delta + \delta_1 - (X - X_1)}{2}\right)}{D_1 + h + h_1 + \frac{1}{2} b}$$

$$= \frac{8776,116}{35 \cdot \frac{35}{6} \cdot 50} =$$

9. Aufgabe.

Es ist dieselbe Aufgabe bei einem Kropfrade von 30 Fuß Höhe zu lösen, das per Min. 6 Umdrehungen zu machen hat, und 1000 Cubikfuß Wasser bei 8 Fuß Gefälle aufnehmen soll?



$$= \frac{30,0896070}{34,75962}$$

$$= 0,8658.$$

Auflösung.

Die Geschwindigkeit des Rades ist pro Sec.

$$\frac{30 \cdot 3.14159 \cdot 6}{60} = 9,424776 \text{ Fuß.}$$

und da bei der größten Leistung das Wasser doppelte Geschwindigkeit haben muß, so ergiebt sich folglich

$$c = 18,8495 \text{ Fuß pr. Sec.}$$

Ist $x = 7,125$, so erhält man die Geschwindigkeit des über dem Fachbaum strömenden Wassers

$$c_1 = \frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}, \text{ wo}$$

$$A = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{4g}$$

$$= 0,019698 - 0,014434$$

$$= 0,005264.$$

$$B = \frac{D}{4c}$$

$$= \frac{30}{37,69884} = 0,39788$$

$$C = \frac{D}{2} + \frac{c^2}{4g} - H$$

$$= 15 - 8 + \frac{18,849^2}{4g}$$

$$= 7 + 5,128 = 12,128$$

die Werthe eingesetzt geben

$$c_1 = \frac{0,397888 - \sqrt{0,397^2 - 0,063844}}{0,005264}.$$

$$= \frac{0,397888 - 0,005264}{0,005264} = 17,197$$

Die Höhe des Oberwasserspiegels über dem Fachbaum

$$h_1 = \left(\frac{c_1}{\alpha}\right)^2$$

$$= \left(\frac{17,1977}{7,125}\right)^2 = 5,82601 \text{ Fuß}$$

die Höhe des parabolischen Kropfes

$$a = \frac{c_1^2 - c_2^2}{4g}$$

$$= \frac{18,84955^2 - 17,977^2}{69,28}$$

$$= 3,83243 \text{ Fuß}$$

die Höhe des eigentlichen Kropfes

$$b_1 = \left(1 - \frac{a}{r}\right)\frac{D}{2}$$

$$= (1 - 0,91236)\,15$$

$$= 1,3145 \text{ Fuß.}$$

Die Höhe der Schutzöffnung bei 16,666 Kubikfuß Aufschlag pr. Sec. und bei

$$v = \frac{1000}{6 \cdot D\pi \cdot b} = 2,65 \text{ Fuß Geschwindigkeit}$$

ergibt

$$e = h_1 - \left(h_1\sqrt{h_1} - \frac{3m}{2bv}\right)^{\frac{2}{3}}$$

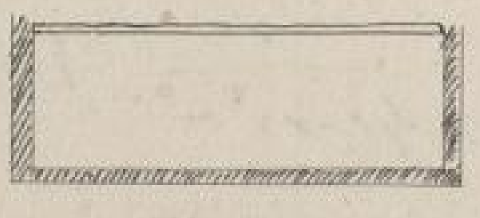
$$= 5,82601 - \left(5,826^{\frac{3}{2}} - \frac{3 \cdot 16,666}{2 \cdot 7,125 \cdot 2,65}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 5,82601 - 173,18511^{\frac{2}{3}}$$

$$= 5,82601 - 5,58113$$

$$= 0,2448 \text{ Fuß.}$$

mithin die Leistung, da das mechanische Kraftmoment



$P_r = \left[\frac{(m - a v^2 h - v)v}{2g} + (m - a v h)h\right]\gamma$

wo a der schädliche Raum = 0,11 Kubikfuß

$P_r = [(16,666 - 0,11 \cdot 18,84)(18,84 - 9,42)\, 9,424$
$+ (16,66 - 0,11 \cdot 9,424)\, 1,314895]\, 50$

$= \left[\frac{16666 - 20,7339}{34,64} + (16,666 - 0,03664)\, 1,314\right] 50$

$= 2769,5232.$

Und

$C = \frac{2769,5232}{16,666 \cdot 8 \cdot 50} = 0,4154.$

9, Aufgabe.

Ebenso bei einem unterschlägigen Rade von 25 Radfuß Höhe, das dazu bestimmt ist ein Aufschlagquantum von 1500 Kubikfuß Wasser und 2 Fuß Gefälle aufzunehmen.

Auflösung.

Den Erfahrungen zu Folge macht man die Höhe des ankommenden Wasserstrahls nie gern über $\frac{2}{3}$ Fuß, deshalb beträgt die Weite desselben, da die durch das Gefälle von 2 Fuß entstehende Geschwindigkeit = 10,074 Fuß, und das Rad ungefähr halb so schnell umgehen muß, als die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers beträgt, so folgt die Anzahl der Umdrehungen, gemessen ...

$x = \frac{5 \cdot 60}{25 \cdot 3,141} = 3,82$

mithin die Weite des Strahls da die Breite = 3, die Höhe = 2 Fuß

$w = \frac{1500}{25 \cdot 3,141 \cdot 3,82} = 5$ Fuß.

Die Anzahl der Schaufeln ergiebt sich als

$N = \frac{\pi D}{b} = \frac{3,141 \cdot 25}{\frac{2}{3}} = 117,75.$

Das zum Nutzeffect kommende Wasser ist

$$m_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 v^2}\right) m$$

$$= \left(1 - \frac{10,074^2}{3 \cdot 5,074^2 \cdot 118^2}\right) 1500$$

$= 1498,68$ Cubikfuß

mithin die Leistung, wenn das mechanische Kraftmoment

$$Pv = \left(v - \frac{(c+v)}{cv} 2g\right)\left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 v^2}\right) \frac{c-v}{2g} m\gamma$$

$$= \cancel{1,839}\ 1,6673 \cdot 0,99912 \cdot \frac{5,074}{2g}\, 1500 \cdot 50$$

$= \cancel{20231}\ 27695$ Fußpfund falsch

daher

$$\mu = \frac{27695}{1500 \cdot 2 \cdot 50} = 0,2679\ (4157)$$ richtig.

Durchgesehen den 18ten März 38.

[illegible]

10. Aufgabe.

Für das Gefälle von 50 Fuß und für ein Wasserquantum von 5 Cubikfuß pr. Sec. soll die Anordnung d. Berechnung eines in der Minute 5 mal umgehenden Kreiselrades gemacht werden.

Auflösung.

Es ist die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers, wenn man den Contractionscoefficient

$\alpha = 7,125$ setzt

$c = 7,125 \sqrt{50}$

$= 7,125 \cdot 7,07106$

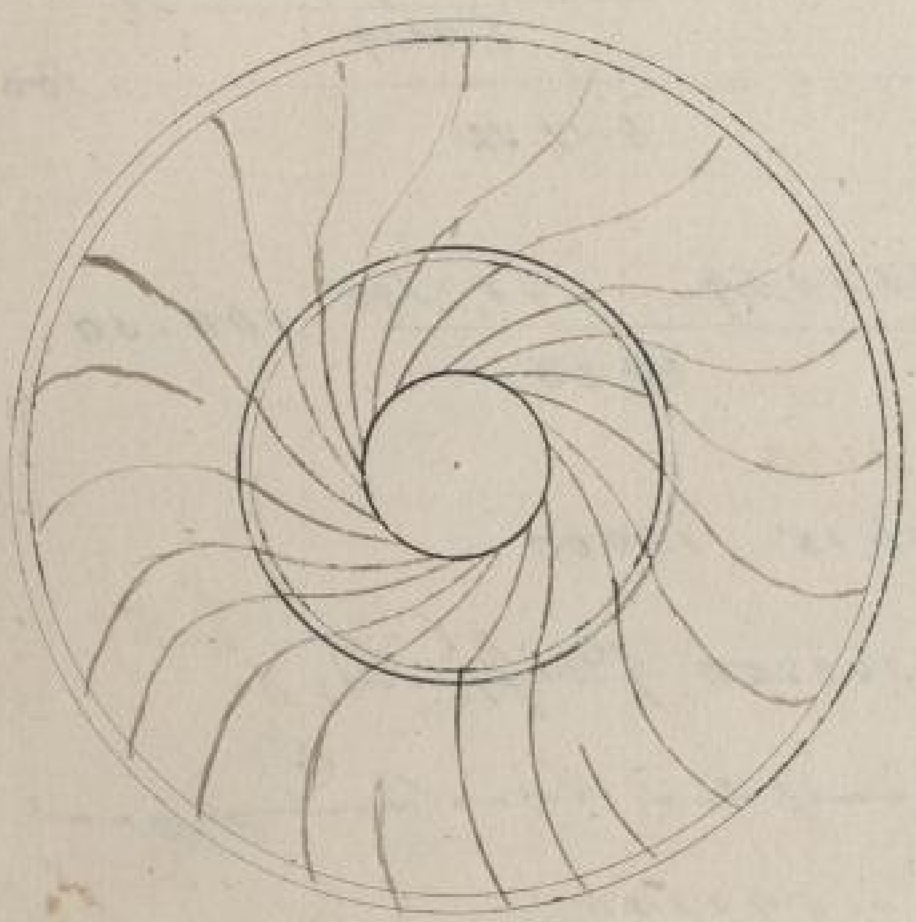
$= 50,381358$ Fuß

folglich

$c^2 = 2538,29123$ Fuß

Ist $\delta = 15°$ und die Höhe der Schutzöffnung $e = \frac{5}{24}$ Fuß, so ergiebt sich

$$\tang \alpha = \frac{30 \cdot e \cdot c^2}{u \cdot m} - \frac{1}{2} tg\, \delta$$



$$= \frac{30 \cdot \frac{5}{24} \cdot 2538,29}{5 \cdot 300} - 0,1339746$$

$$= 10,0256138$$

$$= 46^\circ\, 41'\, 17''$$

$$a = \frac{u}{c}$$

$$= \frac{5}{50,38135} = 0,099$$

$$r = \frac{m}{2\pi \cdot e \cdot c \cdot \sin\alpha}$$

$$= \frac{24 \cdot 300}{2 \cdot 3,141 \cdot 5 \cdot 50,381 \sin 46^\circ 41'}$$

$$= 6,2519.$$

$$v = \frac{\pi \cdot u \cdot r}{30}$$

$$= \frac{3,141 \cdot 5 \cdot 6,2519}{30}$$

$$= 3,2726079 \text{ fuß}$$

$$R = r\sqrt{\frac{c \cdot \sin\alpha}{v \operatorname{tg} \delta}}$$

$$= 6,2519\sqrt{\frac{50,38 \sin 46^\circ 41' 17''}{3,2726 \operatorname{tg} 15^\circ}}$$

$$= 6,2519 \cdot 6,377$$

$$= 39,96$$

$$b = R - r$$

$$= 39,96 - 6,2519$$

$$= 33,708.$$

daher das Kraftmoment

$$P = \frac{\left[c^2 - \left(\frac{R \cdot v \cdot tg\,15^\circ}{r}\right)^2\right]}{4g} mg$$

$$= \frac{2538,29 - \left(\frac{29,68 \cdot 3,7726\, tg\,15^\circ}{6,2519}\right)^2}{4 \cdot 17,32} \cdot 300 \cdot 50.$$

$$= \frac{2538,29 - 31,325}{69,28} \cdot 300 \cdot 50$$

$$= 36,15 \cdot 15000$$

$= 542250$ · Fußpfund

hiernach der Wirkungsgrad

$$e = \frac{542250}{50 \cdot 300 \cdot 50}$$

$$= \frac{54225}{75000}$$

$$= 0,723$$

11. Aufgabe.

Es ist dieselbe Aufgabe bei einem [illegible] Rade zu berechnen.

Auflösung.

Die Geschwindigkeit des [illegible], [illegible] ist wie oben

$v = 2g\sqrt{h}$, genauer

$= \alpha\sqrt{h}$

da $\alpha = 7,125$ und $h = 50$, so ist

$v = 50,38135$ Fuß

folglich die wirklich wirkende Geschwindigkeit

$$c = \alpha\sqrt{h + \frac{v^2}{4g}}$$

$$= 7,125\sqrt{50 + 36,63}$$

$$= 7,125 \cdot 9,308$$

$= 66,31951$ Fuß.

daher das leistende Kraftmoment

$$Pr = \left(h - \frac{\left(\frac{\alpha\sqrt{2\,r\,v^2}}{4g} - v\right)^2}{4g}\right) y \cdot m$$

$$= \left(50 - \frac{(66,319 - 50,381)^2}{4g}\right) 50 \cdot 300$$

$$= \left(50 - \frac{15,93876^2}{4g}\right) 50 \cdot 300$$

$$= (50 - 0,37)\, 50 \cdot 300$$

$$= 46,3 \cdot 50 \cdot 300$$

$= 694500$ Fußpfund

wogegen die Leistung

$$\mu = \frac{694500}{750000}$$

$= 0,926$ entspricht.

Bringt man jedoch die nicht unbedeutende Reibung an den Zapfen mit in Rechnung, so folgt das Kraftmoment

$$Pr = 694500 - \frac{2\varphi\varrho}{3 \cdot l} \cdot Gr$$

wo φ der Reibungscoefficient
ϱ der Zapfenhalbmesser
G das Gewicht der Maschine
l die Länge der Röhre und
v die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers an den Röhren ist

$\varphi = 0,375$, $\varrho = 0,25$ Fuß, $v = 50,388$
$l = 60$ und $G = 7200000$ ℔

12. Aufgabe.

Eine Wassersäulenmaschine soll bei einem Gefälle von 500 Fuß und ein Wasserquantum von 3 Kubikfuß entsprechendes Kraftmoment aufnehmend einen 2 Fuß weiten Treibecylinder u. eine 10" weite u. 600 Fuß lange Einfallröhrentour erhalten. Wenn die träge Masse der Last = 70000 ℔ beträgt, die Maschine in der Minute 4 einfache Spiele zu machen hat, welches ist die anzuhängende Last für dieselbe, und wie groß die Leistung dieser Maschine angesetzt werden?

so folgt

$$Pr = 694500 - 30228,6 = 664271$$

$$Q\alpha = \frac{664271}{7500} = 0,86$$

Auflösung.

Der Querschnitt des Treibecylinders

$$A = r^2\pi$$
$$= 1 \cdot 3,1416$$
$$= 3,1416\ \square' \text{ Fuß}$$

folglich die Geschwindigkeit des aufgehenden Kolbens

$$v = \frac{m}{A}$$
$$= \frac{3}{3,1416} = 0,95493 \text{ Fuß.}$$

NB. die geringe Geschwindigkeit liegt an dem unbedeutenden Querschnitt des Treibecylinders u. der dem Querschnitt zukommenden großen Wassermenge.

Der Kolbenschub beträgt bei 4 Spielen pr Minute:

$$s = vt$$
$$= 0,95493 \cdot 15$$
$$= 14,32395$$

NB. Sehr bedeutend wegen der geringen Anzahl der Spiele.

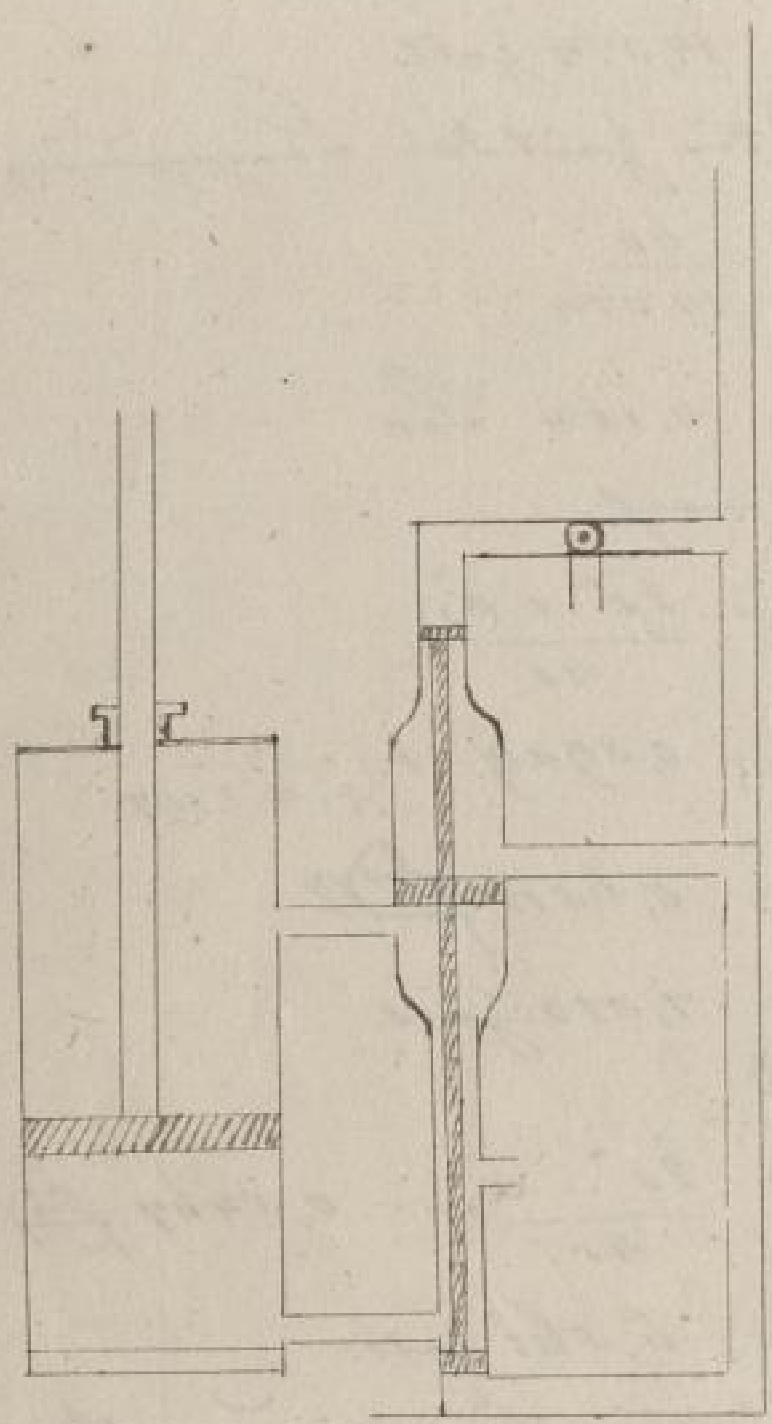
folglich die anzuhängende Totallast, da

$h = 500$, $l = 600$. $d_1 = \frac{5}{6} = 0,833$

$a_1 = 0,548$, $m = 3$

$A = 3,1416$, $s = 14,324$ d

$M = 70000$



$$Q = \left[h - 0{,}000388\left(\frac{l_1}{d_1 a_1^2} + \frac{l_2}{D_2 a_2^2}\right)m^2 + \frac{l_1 m^2}{a_1 g A^5} + \left(\frac{\mu h}{D}\right)\right]A\gamma - \frac{m\gamma h}{gA^3}$$

$$= \left(500 - \left[0{,}000388 \cdot \frac{600 \cdot 3^2}{0{,}833 \cdot 0{,}548^2} + \frac{600 \cdot 3^2}{0{,}548 \cdot 17{,}32 \cdot 14{,}322 \cdot 3{,}1416} + \frac{0{,}03 \cdot 500}{2}\right]\right)3{,}1416 \cdot 49 - \frac{3^2 \cdot 70000}{17{,}32 \cdot 3{,}1416^2 \cdot 14{,}323}$$

$$= \left(500 - \left[\frac{0{,}000388 \cdot 5400}{0{,}258153} + \frac{5400}{426{,}13} + 7{,}5\right]\right)153{,}94 - \frac{630000}{2442{,}9}$$

$$= (500 - [5{,}1809 + 12{,}672 + 7{,}5])\,153{,}94 - 257{,}88$$

$$= (500 - 25{,}3529)\,153{,}94 - 257{,}88$$

$$= 477{,}6471 \cdot 153{,}94 - 257{,}88$$

$= 72809{,}27$ Pfund.

Ist der Durchmesser des zweiten Speisekolbens $x_3 = 6''$ Zoll und die Höhe dem Durchmesser gleich, so ist

$$n = \frac{4 \cdot \mu\gamma}{\pi\gamma} = \frac{4 \cdot \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2}}{3{,}1416 \cdot 49} = \frac{34}{147\pi} = 0{,}07362$$

der Hub der Kunstkolben

$$s = \frac{\frac{x^2}{3} - x_3}{2n}$$

$$= \frac{1}{8 \cdot 0{,}07362} - \frac{1}{2}$$

$= 1{,}1978$ Fuß.

$= 14{,}374$ Zoll.

und die Zeit der Umgänge

$$t = \frac{60}{14{,}374}$$

$= 4{,}104$ Sec.

demnach

$$x_2 = \frac{2s^2 + x_3^2}{4s}$$

$$= 0{,}5989 + \frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 1{,}197}$$

$= 0{,}6511$ Fuß

$= 7{,}813$ Zoll.

und

$$x_1 = \frac{2s^2 - x_3^2}{4s} = 0{,}5467 \text{ Fuß}$$

$= 6{,}561$ Zoll.

die nöthige Kraft zum Umdrehen des Zapfens

$$F = \frac{\mu d^2 b h}{d_1} \text{ wo}$$

$\mu = \frac{17}{3}$, $d = 6$ Zoll, $b = 1$ Pfd. u. $h = 500$ Pf.

u. $d_1 = 9$ Zoll

$$F = \frac{\frac{17}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 \cdot 500}{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{8500}{9} =$$

$= 944{,}44$ Pfd.

die Reibung des Grundkolbens

$= \mu x_3 y h$

$= \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 500$

$= \frac{8500}{12}$

$= 704,33$ Fußpfund.

und die gesammte Kolbenreibung

$= \mu(x_1 + x_2 + x_3) y . h,$

wenn die Kolbenhöhen sich gleich bleiben

$= \frac{17}{3}(0,5 + 0,6511 + 0,5467)\frac{1}{2} \cdot 500$

$= \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 1,6978$

$= 2405,3$ Fußpfund

Ist die Höhe der Oeffnung $= 0,25''$, die Höhe des Hubs 1,2 Fuß, so geht an Wasserquantum verloren

$m_1 = (h+e)\frac{\pi . x^2}{4}$

$= \frac{57 . 3,1416 . 36}{48 . 4 . 144}$

$= 0,221002$ Cub. Fuß

folglich an Kraftmoment

$ps = 0,22100 . 500 . 49$

$= 542,77$ Fußpfund.

13. Aufgabe.

Um eine Lastmenge von 1200 Fußpfund zu überwinden soll ein Windrad angewandt werden, das 24 Fuß schnellen Wind aufzunehmen und 5 oder 12 Fuß breiten Windflügeln bestehen soll. Wenn man noch das Gewicht der Maschine 15000 ℔ der Halbmesser des Halses und des hinteren Zapfens zu 2/8 Fuß angenommen wird, wie groß wird man dieses Rad machen müssen, und welche Umdrehungszahl wird man ihm gestatten können?

Auflösung.

Ist

$$w = \frac{\pi \cdot u \cdot l}{30}, \text{ so}$$

folgt da $l = 3B$

$$w = \frac{3 \cdot \pi \cdot 63}{30} \text{ d.h. wenn } u = 72$$

$$= \frac{10 \cdot 72}{12} = 60.$$

folglich der zweckmäßigste Stoßwinkel

$$tg\,\alpha = \frac{3w}{2c} + \sqrt{2 + \left(\frac{3w}{2c}\right)^2}$$

da $w = 72$ und $c = 24$ so folgt

$$tg\,\alpha = \frac{3 \cdot 72}{2 \cdot 24} + \sqrt{2 + \left(\frac{3 \cdot 72}{2 \cdot 24}\right)^2}$$

$$= \frac{9 + \sqrt{89}}{2}$$

$$= 9{,}2167$$

und

$$\alpha = 83^0\,48'$$

Ist die Flügellänge in 6 gleiche Theile getheilt und durch jeden Theil eine Gerade gehend, so erhalten wir für den Stoßwinkel die folgenden Größen

$$tg\,\alpha_1 = \frac{3 \cdot \frac{5}{6} \cdot 72}{2 \cdot 24} + \sqrt{2 + \left(\frac{15}{4}\right)^2}$$

$$= 7{,}758 \text{ und}$$

$$\alpha_1 = 82^0\,29'$$

Setzt man diese Berechnung so fort, so wird

$$\alpha_{11} = 78^0\,29'$$

$$\alpha_{111} = 74^0\,18''$$

$$\alpha_{1V} = 66^0\,57'$$

$$\alpha_V = 54^0$$

Der Windflügel geht mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{c\,tg\,\alpha}{3}$$

$$= \frac{24 \cdot 9,2167}{3}$$

$$= 8 \cdot 9,2167$$

$$= 73,7336 \text{ Fuß um.}$$

Und das vollständige Kraftmoment des Windrades ergiebt sich durch

$$Pv = nA\left\{C\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta}\right) + \frac{(1+\cos\alpha)^2\cos\alpha}{2\sin\alpha^4} - \frac{(1+\cos\beta)^2\cos\beta}{2\sin\beta^4} + \frac{3}{2}\ln tg\tfrac{1}{2}\alpha - \frac{3}{2}\ln tg\tfrac{1}{2}\beta\right) + D\left(\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \frac{4}{3\sin\alpha^3} - \frac{4}{3\sin\beta^3} - \frac{8}{5\sin\alpha^5} + \frac{8}{5\sin\beta^5} + \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} - \frac{3}{2}\ln tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{3}{2}\ln tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\beta}{2}\right)\right\}$$

Die Ausdrücke für α u. β vollkommen berechnet, geben

$$Pv = nA([6,7052 + 0,259 + 0,4572]C + D(-0,1618 - 0,3542 + 0,7779 + 39,6155 - 0,9875$$

$$= nA(5,989\,C + 36,334\,D)$$

Berücksichtigt man die Reibung an der Flügelwelle, so folgt

$$Pv = nA\left(5,989\,C + 36,334\,D - \frac{\varphi Q G w}{r} - \frac{2}{3}\frac{\varphi r n H N}{l}\right)$$

Ist

$$nA = \frac{\mu n c^4 \gamma l}{81 g w} = Hl$$

$$rH = \frac{r\mu c^3 \gamma l}{27 g w} = Ml\ 9$$

$$N = C\left(\frac{1}{\sin\alpha^2\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta\sin\beta^2}\right.$$

$$-\frac{2\cos\alpha}{\sin\alpha^2}+\frac{2\cos\beta}{\sin\beta^2}+2\,\mathrm{Ln}\,tg\tfrac{1}{2}\alpha-2\,\mathrm{Ln}\,tg\tfrac{1}{2}\beta\Big)$$

$$+\mathfrak{D}\Big(\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2}-\frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2}-\frac{4}{3\sin\alpha^3}+\frac{4}{3\sin\beta^3}$$

$$+\tfrac{1}{2}\mathrm{Ln}\,tg\big(45^0+\tfrac{\alpha}{2}\big)-\tfrac{1}{2}\mathrm{Ln}\,tg\big(45^0+\tfrac{\beta}{2}\big)\Big)$$

d. h.

$$\mathfrak{A}=\mathfrak{C}(9{,}3686-3{,}0165-0{,}2185+0{,}9248+0{,}409)$$

$$+\mathfrak{D}(39{,}6155+0{,}3540+0{,}6625)$$

$$=7{,}8681\,\mathfrak{C}+40{,}6323\,\mathfrak{D}$$

wo in allen Fällen

$$\mathfrak{C}=\frac{b-(B-b)e}{1-e}=$$

$$=5-\frac{7}{5}=\frac{18}{5}$$

$$\mathfrak{D}=\frac{cl}{3w}\cdot\frac{B-b}{1-e}$$

$$=\frac{5\cdot 24}{3\cdot 72}\cdot\frac{6}{5}=\frac{2}{3}$$

diese Werthe eingesetzt geben

$$P=Kl\Big(\frac{18}{5}\cdot 5{,}989+\frac{2}{3}\cdot 36{,}334\Big)$$

$$-\frac{\varphi\varrho}{l}Gw-\frac{2}{3}\varphi r Aw\Big(\frac{18}{5}\cdot 7{,}86+\frac{2}{3}\cdot 40{,}63\Big)$$

$$=Kl(21{,}56+24{,}22)-\frac{\varphi\varrho}{l}Gw-\frac{2\varphi r Aw}{3}(28{,}32+27{,}08)$$

$$=47{,}782\,Kl-\frac{\varphi\varrho}{l}Gw-\frac{2\varphi r Aw}{3}\cdot 55{,}4133$$

hieraus

$$l=\frac{P+\frac{2}{3}\varphi r Aw\cdot 55{,}4133+}{2Kl}$$

$$\frac{\sqrt{4\varphi r K\cdot 47{,}782\,Gw+(P+\frac{2}{3}\cdot 55{,}41\cdot\varphi r Aw)^2}}{2Kl}$$

die Werthe für K, D, A, G, w, φ, r eingesetzt bestimmen die Länge zu:

14., Aufgabe.

Welches Kraftmoment wird man von einer doppelt wirkenden Dampfmaschine erwarten können, die einen 3 Fuß weiten Treibcylinder hat und in der Minute 12 5füßige Doppelspiele macht, dabei aber Dampf von 120° Spannung benutzt, welches wird der nötige Brennmaterialaufwand, erwarten sein

$$l = \frac{1200 + 2074 + \sqrt{1{,}9180248 + 1220{,}7487^2}}{2 \cdot 1664{,}6 \cdot 47{,}782}$$

$$= \frac{1220{,}74 + \sqrt{19180248 + 1590230}}{2 \cdot 1664{,}6 \cdot 47{,}782}$$

$$= \frac{1220{,}74 + 4457{,}46}{2 \cdot 1664{,}6 \cdot 47{,}782}$$

$$= \frac{5778{,}20872}{159{,}01541}$$

$= 36{,}33$ Fuß.

Auflösung.

Erhitzt man den Dampf bis zu 120° Spannung, so bestimmt sich der Druck in Atmosphären durch die Formel

$$e = \left(\frac{1 + 0{,}01878\, t}{2{,}878}\right)^{5{,}35}$$

$$= \left(\frac{1 + 0{,}01878 \cdot 120}{2{,}878}\right)^{5{,}35}$$

$= 6{,}05$ Atmosphären

daher der Druck auf 1 □Zoll

$p = 6{,}05 \cdot 12{,}3185$

$= 74{,}526925$ Pfund.

Ist der Inhalt der Kolbenfläche

$$\frac{d^2\pi}{4} = \frac{9 \cdot 3{,}1416}{4} \text{ Fuß}$$

$$= \frac{28{,}2744}{4}$$

$= 7{,}0686$ □Fuß

so folgt der Dampfdruck gegen dieselbe

$P = A \cdot p = 7{,}0686 \cdot 74{,}526925 \cdot 144$

$= 151718,865$ Fußpfund

da hier

$A_1 = 2A$, folgt.

Ist der Hub $= h$ und die Zeit eines Spiels $= \tau$, so folgt die Geschwindigkeit des Kolbens

$$v = \frac{h}{\tau}$$

$$= \frac{5}{\frac{5}{2}}$$

$= 2$ Fuß

und das mechanische Moment eines Spiels

$$Pv = A_1 e p v$$

$$= 151718,865 \cdot 2$$

$= 303437,35$ Fußpfund.

Ist die per Sec. gebrauchte Dampfmenge

$$\frac{Ah}{144\tau} = \frac{14,1372 \cdot 2}{144}$$

$= 28,2744$ Kubikfuß

mithin das Speisewasserquantum, ferner

$$m_1 = \frac{1}{1 + 0,00375 \cdot 120 \cdot m}$$

$$\frac{5}{8} \cdot 0,00171 \cdot 0,76 \cdot 6,05$$

$$= \frac{5 \cdot 0,00171 \cdot 0,76 \cdot 6,05}{8 \cdot 1,45} \cdot 28,2744$$

$= 0,100155$ Kub. Fuß

$$= 0,100155 \cdot 48,621$$

$= 4,8697$ ℔

so folgt der Kohlenaufwand

$$K = \frac{625 \cdot 4,8697}{5000}$$

$= 0,06087$ Pf. Kohle per Sec.

Aufgabe.

Es ist das Parallelogramm auf der Muldener Hütte aufzunehmen und zu zeichnen, und zu berechnen mit Hinsicht der Seitenabweichung.

Auflösung.

Die Abweichung findet man durch die Formel

$$f = \frac{(l-a)\sqrt{hr}}{2r-h}$$

wenn l die Länge der Stelbar, r den Halbmesser bedeutet, es folgt, aus den beiden letzteren

$$h = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$$

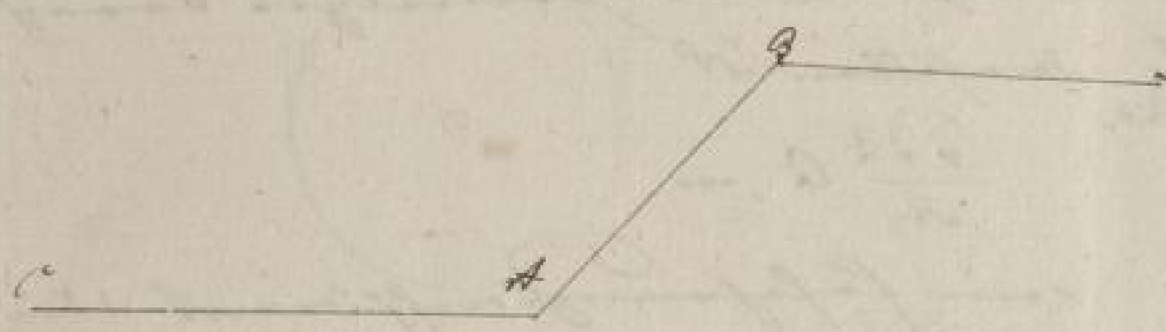
$$a = \sqrt{l^2 - h^2}$$

bei den Aufnahmen ergab sich

$l = 2,46$ Fuß

$r = 7,43$ Fuß

$h = 4,916$ Fuß.



Die Werthe eingesetzt geben

$$h = 7,4375 - \sqrt{7,4375^2 - \frac{4,9166^2}{4}}$$

$$= 7,4375 - \sqrt{49,18099}.$$

$$= 7,4375 - 7,0135$$

$$= 0,424$$

$$a = \sqrt{2,4675^2 - 0,424^2}$$

$$= \sqrt{5,908}$$

$$= 2,43176.$$

$$f = \frac{(2,467 - 2,4317)\sqrt{0,424 \cdot 7,4375}}{14,875 - 0,424}$$

$$= \frac{0,0357\sqrt{3,163288}}{14,451.}$$

$$= 0,00438 \text{ Fuß}$$

$$= 0,05256 \text{ Zoll.}$$

Aufgabe.

Man soll aus den Dimensionen und bekannten Gewichten des beistehenden Differenzialhaspels die Last Q berechnen, welche ein Arbeiter mit demselben aufzuheben kann.

Es ist der Kurbelarm

$CA = 18''$

der Halbmesser $CB = 4''$

$AD = 20''$

$AF = 8''$

$AG = 7''$

$KL = 10''$

die Stärke aller Zapfen $5/8''$, das Gewicht des Seils $S = 50$ ℔

das Gewicht der Wellen $ADN = 300$ ℔

$C = 90$ ℔

$K = 40$ ℔.

die Anzahl der Zähne des Treibrades

$c = 10$.

Auflösung.

Arbeitet der Haspelknecht bei der zweckmäßigsten Kraft von 30 ℔ mit der Geschwindigkeit v. $\frac{11}{4}$ Fuß bei 8 Stunden Schichtzeit, so wird, wenn die Kurbelhöhe $= a$, die Durchmesser der Spindelräder b u. b_1, ohne alle Nebenhindernisse

$$PaN = n\left(\frac{b-b_1}{2}\right)Q$$

oder die Werthe eingesetzt

$$= 10\cdot\left(\frac{8-7}{2}\right)Q$$

$$= 5Q.$$

dieses Q wird jedoch vermindert

1, durch die Seilbiegungen, die allgemeine Formel zur Berechnung derselben ist

$$\frac{r d^{\frac{3}{2}}}{R} Q, \text{ wo}$$

r ein Erfahrungscoefficient, d die Stärke des Seils R, den Krümmungshalbmesser und Q die Last bedeuten. Dies auf den jetzigen Fall angewendet, giebt a, für die Seilbiegung an der Lastwelle

$$\frac{r d^{\frac{3}{2}}}{R}\left(Q+\frac{K}{2}\right)$$

$$= \frac{0,3\cdot 1,25^{\frac{3}{2}}}{10}\left(Q+\frac{40}{2}\right)$$

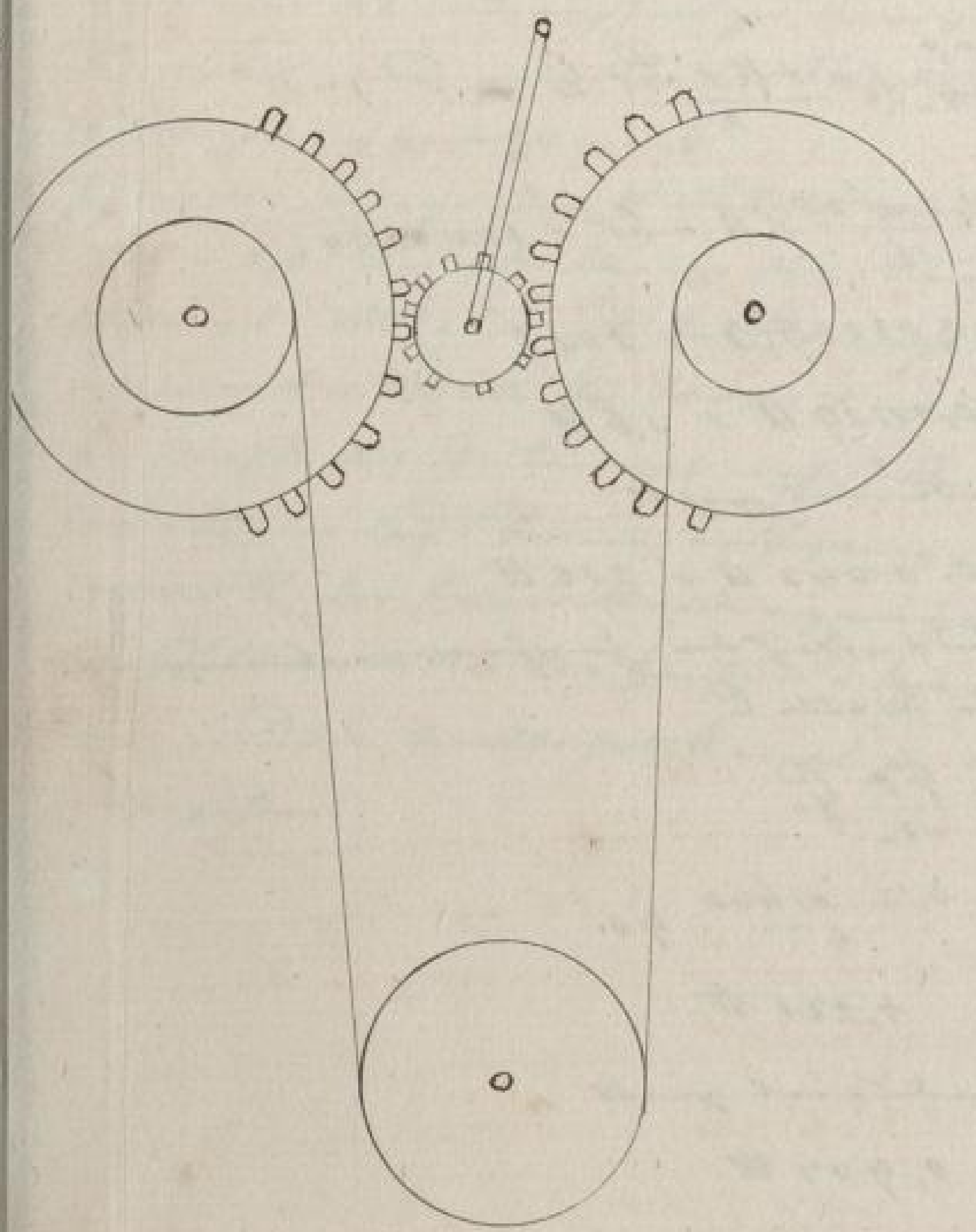
$= 0,0226\,Q + 0,0904$ ℔; auf den Kraftpunkt reducirt

$$= 0,0124\,Q + 0,502$$

b, die [illegible] an einem Vorgelegerad

$$= \frac{0,3\cdot}{R_1}\left(\frac{Q+K+S}{2}\right)$$

$$= \frac{0,3\cdot 1,25^{\frac{3}{2}}}{8\cdot 2}(Q + 40 + 25)$$



$= 0{,}0203\,Q + 1{,}8395$ tt

reducirt

$= 0{,}0315\,Q + 2{,}333$ tt

4. die am zweiten Vorgelegerad

$= \frac{\nu\vartheta^{\frac{3}{2}}}{R_{II}}\left(\frac{Q+K}{2}+S\right)$

$= \frac{0.3 \cdot 1{,}25^{\frac{3}{2}}}{8}\left(Q + 65\right)$

$= 0{,}0323\,Q + 2{,}0995$ tt

reducirt

$= 0{,}036\,Q + 3{,}11$ tt.

außerdem sind zu berücksichtigen die Reibungen zwischen Zahn und Getriebe, die Formel

$\frac{2\mu\pi\,(3N+5n)}{7Nn}\,P$ läßt dieselben berechnen; dieß giebt

$= \frac{2 \cdot 0{,}3 \cdot 3{,}141\,(3 \cdot 50 + 5 \cdot 10)}{7 \cdot 50 \cdot 10} \cdot 135$

$= \frac{6 \cdot 0{,}4475 \cdot 810}{100}$

$= 21{,}7485$ tt

oder ebenfalls auf den Haspelrund reducirt =

$4{,}8$ tt

und endlich die Reibungen an den Zapfen der Welle

a, an dem einen Vorgelegerad

$= \frac{\varphi\vartheta}{R_{I}}\left(P + \frac{Q+K+S}{2} + G_{I}\right)$

$= \frac{0{,}3 \cdot 0{,}625}{14}\left(60 + Q + 65 + 500\right)$

$= 0{,}0112\,(Q + 625)$

$= 0{,}0112\,Q + 7$ tt

reducirt

$= 0{,}0048\,Q + 3{,}11$ tt.

Die am zweiten Vorgelegerad

$$= \frac{\varphi\rho}{R_{II}}\left(\frac{Q+K+S}{2}+G_I+P\right)$$

$$= \frac{0,3\cdot 0,625}{16}(Q+65+500+60)$$

$$= 0,01109(Q+505)$$

$$= 0,01109\,Q + 5,6 ℔$$

reducirt giebt

$$0,0043\,Q + 2,18 ℔.$$

Und endlich die Zapfenreibung an der Welle C

$$= \frac{\varphi\rho}{R_{III}} G_{II}$$

$$= \frac{0,3\cdot 0,625}{4}\cdot 90$$

$$= 4,221 ℔$$

reducirt giebt

$$0,937 ℔$$

mithin

$$P.N = 5,0892\,Q + 13,862 ℔$$

d. h.

$$30\cdot 50 = 5,0892\,Q + 13,862 ℔$$

oder als Moment ausgedrückt

$$30\cdot 50\cdot\frac{11}{4} = (5,0892\,Q + 13,862)\,0,98214$$

d. h.

$$Q = \left(\frac{4125}{0,9821} - 13,862\right) : 5,0892$$

$$= \frac{4195,9 - 13,862}{5,0892}$$

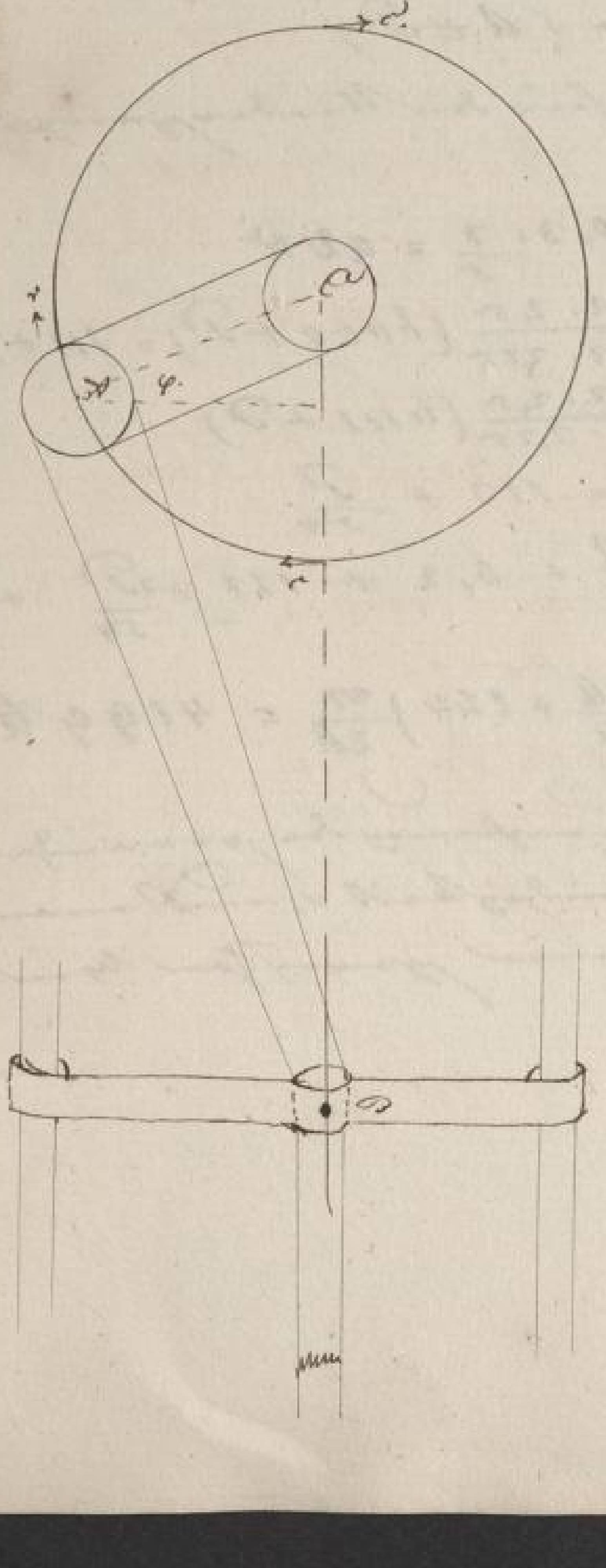
$$= \frac{4182,04}{5,0892}$$

$$= 821,4 ℔.$$

Aufgabe.

Es ist ein Pumpengestänge zu berechnen, das durch einen constanten Kraft in Umdrehung gesetzt wird.

Es sei die Länge des Kurbelarmes $CA = 2{,}25$ Fuß, die Länge der Kurbelstange $AB = 12$ Fuß, das Gewicht der umwirkenden Welle $G = 10000$ lb, die träge Masse des Gestänges nebst Last 5000 lb, die Last beim Aufgange 5000 lb, die beim Niedergange 1000 lb, die Halbmesser der Zapfen betragen 2,5'' und die Welle soll 6 mal pr. Min. umgehen.



Auflösung.

Ist die für die Aufgabe verlangte Aufgabe gemessene Geschwindigkeit $= c$, so folgt dieselbe aus

$$c = \frac{\pi r n}{30}$$

$= 1{,}4134$ Fuß; sie ist die, die man am untersten und obersten Punkt beobachtet.

Bei dem Beharrungszustand des Pumpengestänges muß sein

$$P = \frac{2Q}{\pi}.$$

Dieses Q bestimmt sich nicht nur aus der Pumpenlast, sondern auch aus den Hindernissen; dahin gehört die Reibung am Bolzen, die Reibung am Zapfen des Gestänges, die Reibung an der Warze und endlich die am Zapfen.

Für den Aufgang ist die Reibung am Bolzen

$$= \frac{4\varphi \cdot 10000 \cdot 2{,}5}{12 \cdot 3{,}141^2 \cdot 12 \cdot 12}\left(1 + \frac{2{,}25^2}{3 \cdot (12 \cdot 12)^2}\right)$$

und auf den Warzenkreis reducirt

$$= \frac{4\varphi\ 10000 \cdot 2{,}5 \cdot 12}{12 \cdot 3{,}141 \cdot 12 \cdot 12\ \ 2{,}25}\left(1 + \frac{2{,}25^2}{3 \cdot 144^2}\right)$$

$$= 0{,}3 \text{ lb}$$

dann die am Gestängbolzen

$= \varphi \frac{r}{a} P$, hierher bezogen

$$= \frac{0{,}2 \cdot 2{,}5}{\cancel{2{,}25} \cdot 12}(Q - P)$$

reducirt

$$= \frac{0{,}2 \cdot 2{,}5}{\frac{2{,}25}{12} \cdot 12}(Q - P)\frac{12}{2{,}25}$$

$$= \frac{0{,}2 \cdot 2{,}5}{12 \cdot 2{,}25}(Q - P)$$

$$= 185 - \frac{P}{54}.$$

und endlich die Reibung am Zapfen der Welle

$$= \varphi \frac{r}{a}(Q_1 + G)$$

$$= \frac{0{,}2 \cdot 2{,}5}{2{,}25 \cdot 12}\left(10000 + 185 - \frac{P}{54}\right)$$

$$= 188 - \frac{P}{2916}$$

für den Aufgang also

$$P = 0{,}3 + 185 - \frac{P}{54} + 188 - \frac{P}{2916}$$

$$+ \frac{2Q}{\pi} = \frac{6740 \cdot 2916}{2971}$$

$$= 6581.$$

für den Niedergang hingegen ist nur statt Q = 10000 hier nur 6000 ℔ zu setzen und in der Zapfenreibung an dem Bogen und der Menge statt

$(Q - P)$, $(Q + P)$,

folglich für den Niedergang, wenn man

$$W = 0{,}3 \cdot \frac{3}{5} = 0{,}2 ℔$$

$$W_1 = \frac{0{,}2 \cdot 2{,}5}{12 \cdot 2{,}25}(6000 + P) = 111 + \frac{P}{54}$$

$$W_2 = \frac{0{,}2 \cdot 2{,}5}{12 \cdot 2{,}25}(6111 + P)$$

$$= 113 + \frac{P}{54}.$$

$$P = \frac{2Q}{\pi} + 0{,}2 + 111 + \frac{2P}{54} + 113$$

$$= \left(\frac{2Q}{\pi} + 224\right)\frac{27}{26} = 4199 ℔.$$

Zur Berechnung der veränderlichen Geschwindigkeit v, und wenn jedes mal einen gewissen Winkel

φ annehmen; die größte Geschwindigkeit der Warze ergiebt sich bei

$$\text{Sin}\,\varphi = \frac{P}{Q} = \frac{2}{\pi}$$
$$= 39^\circ$$

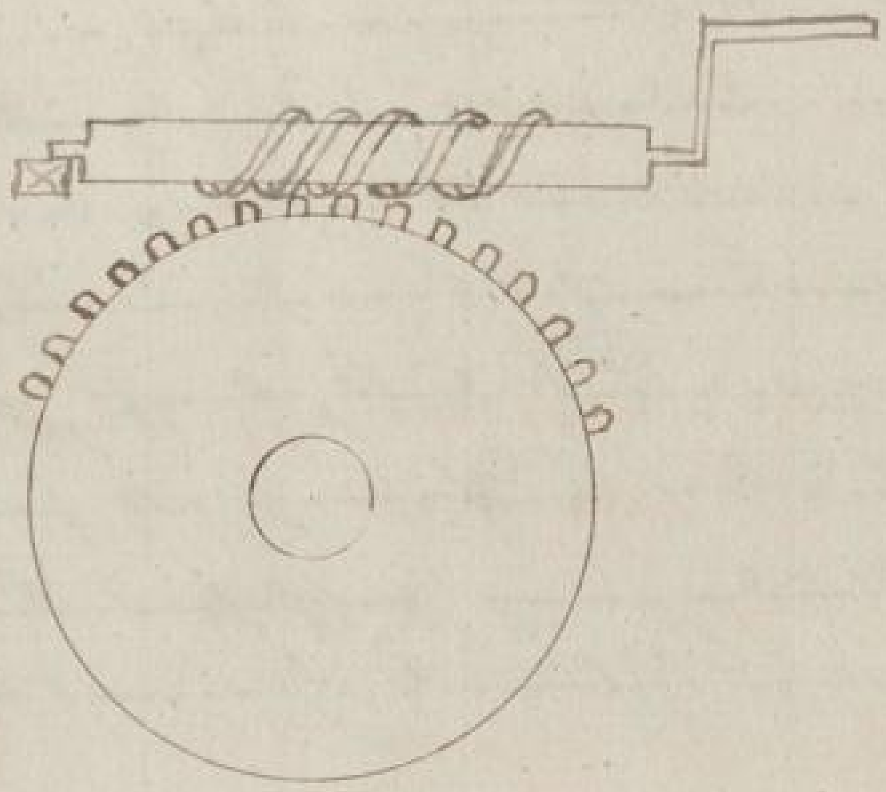
und mithin die kleinste bei

$$\text{Sin}\,\varphi = 141^\circ.$$

Wird die so berechnete Kraft, verwandelt man sich für jeden Umdrehungswinkel, auf die veränderliche Geschwindigkeit, bei einem Umfang des Warzenkreises berechnet; und zwar wird dies ebenso gut für den Aufgang als für den Niedergang geschehen. Die hier einzuführende Formel ist:

Aufgabe.

Es ist eine Schraube ohne Ende zu berechnen, welche die Kraft P an der Kurbel um das 350fache vermehrt.



Auflösung.

Die auflösende Formel ist, wenn man in der Aufgabe die Gänge C einer Schraube AB zwischen die Zähne eines Kammrades D, wird die Schraube mittelst einer Kurbel E umgedreht, und die Last wird durch ein Kammrad an einer Achse drehbaren Welle FG wirkt, so folgt aus dem Gewichte G, der Last Q = 350 P, und dem Radhalbmesser R dem Hebelarm der Last P, und dem Zapfenhalbmesser ρ, die auf den Umfang der Schraube reducirte Last

$$= \frac{h.350\,P + \varphi\rho(350\,P + G)}{R}$$

oder auf den Kraftpunkt reducirt

$$= \frac{h.350\,P + \varphi\rho(350\,P + G)}{a\,R}$$

Ist der mittlere Halbmesser der Schraube r, die Höhe der Schraubengänge h, die Kurbelhöhe a, der Halbmesser der Zapfen ist $R = \rho$, das Gewicht der gewundenen Welle G_1 = so folgt die Kraft an der Kurbelwelle

$$P = \frac{1}{a}\left[\left(\frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - \mu h}\right) r + \frac{2\varphi\rho_1}{R}\right] \frac{h.350\,P + \varphi\rho(350\,P + G)}{R}$$

dieß giebt.

$$\frac{\left(Pa - \frac{\varphi\rho_1 G_1}{R}\right) R}{\frac{350\,h\,P(1 + \varphi\rho) + \varphi\rho}{r}} - \frac{2\varphi\rho}{r} = \frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - \mu h}$$

$$= \frac{\left(Ra - \frac{\varphi\xi(350P+G)}{R}\right)R}{b.350P} - \frac{2\varphi\xi}{3}$$

$$= \frac{hr + 2\mu\pi r^2}{2\pi r - \mu h}.$$

$$\frac{3RaP - \varphi\xi(350P+G) - 2\varphi\xi b.350P}{3.350.b.P}$$

$$= \frac{hr - 2\mu\pi r^2}{2\pi r - \mu h}.$$

Setzt man

$$\frac{3aRP - 3\varphi\xi(350P+G) - 700\varphi\xi bP}{1050.b.P} = k$$

so folgt

$$k = \frac{hr - 2\mu\pi r^2}{2\pi r - \mu h}$$

d. i.

$$2\pi rk - \mu hk = hr + 2\mu\pi r^2$$

oder

$$h(r + \mu k) = 2\pi rk + 2\mu\pi r^2$$

$$h = \frac{2\pi rk + 2\mu\pi r^2}{r + \mu k}$$

$$= \frac{2\pi r(k + \mu r)}{r + \mu k}.$$

Hiernach läßt sich also die Schrauben berechnend construiren.

Ist $k = 5000$ ℔, $r = 2$ Zoll, so folgt die Höhe jener Schraube

$$h = \frac{2 \cdot 3{,}141 \cdot 2 \cdot (5000 - 0{,}2 \cdot 2)}{2 + 0{,}2 \cdot 5000}$$

$$= \frac{12{,}564 \cdot 4995{,}6}{2 + 1000}$$

$$= \frac{12{,}564 \cdot 4995{,}6}{1002}$$

$$= 62{,}6254.$$

oder ohne Berücksichtigung der Nebenlasten

$$P_a = h\left(\frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - h}\right) b$$

$$P = \frac{b}{a}\left(\frac{h + 2\mu r\pi}{2\pi r - h}\right) 350\,P$$

d. h.

$$\frac{1}{350} = \frac{4}{18}\left(\frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - h}\right)$$

d. h.

$$\frac{2}{350} = \frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - h}$$

$$(2\pi r - h)\frac{2}{350} = h + 2\mu\pi r$$

$$h\left(1 + \frac{2}{350}\right) = 2\pi r - 2\mu\pi r$$

$$h = \frac{350\, 2\pi r\,(1 - \mu)}{350 + 2}$$

$$= \frac{700\,\pi r\,(1 - \mu)}{352}$$

für $r = 2$ Zoll & $\mu = 0{,}2.$

$$h = \frac{700 \cdot 3{,}141 \cdot 2 \cdot 0{,}8}{352}$$

$$= \frac{70 \cdot 3{,}141 \cdot 2 \cdot 8}{352} = 9{,}94 \text{ Zoll.}$$