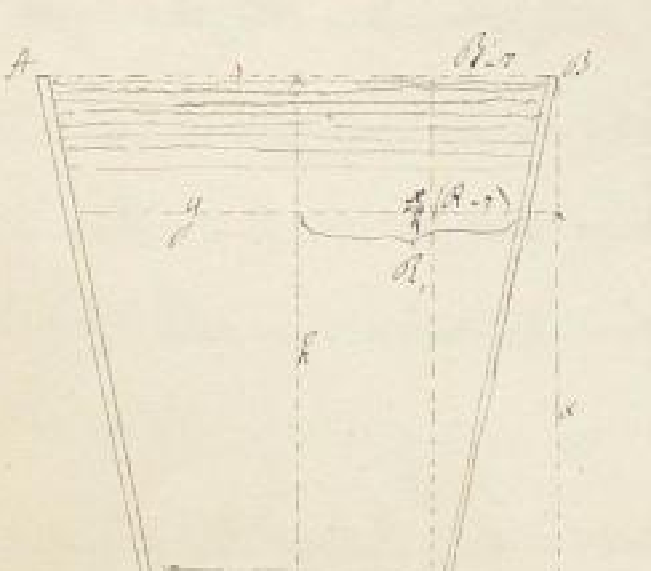
Aufgaben aus der Bergmaschinen-Lehre.

Otto von Schönberg

$18\frac{45}{46}.$

Aufgaben aus der Hydraulik.

1.) In welcher Zeit leert sich das conische Gefäß ABCD, wenn dessen obere Weite 4 Fuß, dessen untere Weite 3 Fuß, und die Höhe 5 Fuß beträgt, die Ausflußmündung aber einen Durchmesser von $2\frac{1}{2}$ Zoll hat?



Auflösung:

Nennen wir hier die jedesmalige Wasseroberfläche $= y$, deren Abstand vom Gefäßboden $= x$, die gesuchte Zeit, in welcher sich das Gefäß leert $= t$, den Querschnitt der Ausflußmündung $= a$, und den Ausflußcoefficienten $= \mu$, so wird für den Ausfluß bei abnehmender Druckhöhe:

$$t = -\frac{1}{\mu a\sqrt{2g}}\int\frac{y\,dx}{\sqrt{x}}$$

Hier muß man y und x bestimmen. Setzen wir

$$y = \pi R_1^2$$

und

$$R_1 = r + \frac{x}{h}(R-r),$$

so folgt

$$y = \pi\left(r + \frac{x}{h}(R-r)\right)^2$$

Wir entwickeln nun das Integral, und finden

$$-\int\frac{y\,dx}{\sqrt{x}} = -\pi\int_{x=h}^{x=0}\frac{\left(r+\frac{x}{h}(R-r)\right)^2 dx}{\sqrt{x}}$$

$$= -\pi\int_h^0\frac{\left(r^2 + 2r\frac{x}{h}(R-r) + \frac{x^2}{h^2}(R-r)^2\right) dx}{\sqrt{x}}$$

$$= -\pi\int_h^0 r^2 x^{-\frac{1}{2}}dx + 2r\frac{x^{\frac{1}{2}}}{h}(R-r)dx + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{h^2}(R-r)^2 dx$$

$$-\int\frac{y\,dx}{\sqrt{x}} = -\pi\left(\frac{1}{2}r^2x^{\frac{1}{2}}+\frac{4}{3}\frac{r}{h}x^{\frac{3}{2}}(R-r)+\frac{2}{5}\frac{x^{\frac{5}{2}}}{h^2}(R-r)^2\right)$$

Für $x=0$ wird dieses Integral ebenfalls $=0$, für $x=h$ wird

$$-\int\frac{y\,dx}{\sqrt{x}} = -\pi\left(\frac{1}{2}r^2\sqrt{h}+\frac{4}{3}\frac{r}{h}\sqrt{h^3}(R-r)+\frac{2}{5}\frac{\sqrt{h^5}}{h^2}(R-r)^2\right)$$

$$= \pi\sqrt{h}\left(\frac{r^2}{2}+\frac{4}{3}r(R-r)+\frac{2}{5}(R-r)^2\right)$$

Führen wir hier die betreffenden Werthe ein, so wird

$$\int\frac{y\,dx}{\sqrt{x}} = \pi\sqrt{5}\left(\frac{(\frac{3}{2})^2}{2}+\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}(2-\frac{3}{2})+\frac{2}{5}(2-\frac{3}{2})^2\right)$$

$$= \pi\sqrt{5}\,.\,5{,}6.$$

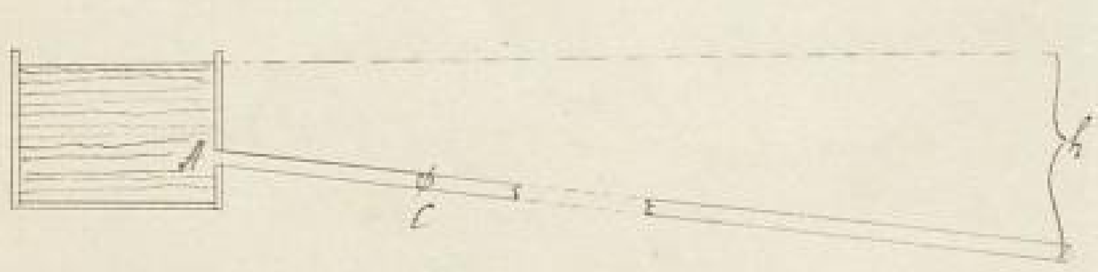
Hieraus folgt

$$t = \frac{1}{\mu\pi\frac{d^2}{4}\sqrt{2g}}\cdot\int\frac{y\,dx}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{0{,}61\left(\frac{5}{4.12}\right)^2\cdot 8{,}28}\cdot\sqrt{5}\,.\,56$$

$= 228{,}47$ Sek. $=$ 3 Minuten 48,47 Sekunden.

2.) Wie viel Wasser liefert eine Röhrenleitung von 500 Fuß Länge und 3 Zoll Weite bei einer Druckhöhe von $h = 2\frac{1}{2}$ Fuß, vorausgesetzt, daß die regulirende Drosselklappe C in derselben um 25° geöffnet ist?



Auflösung:

Es ist die Wassermenge $m = av$, wo a der Durchschnitt der Röhren, und v die Geschwindigkeit des darin fließenden Wassers ist. Die Größe von v wird aber durch verschiedene Nebenumstände modificirt, welche hindernd in den Weg treten. So haben wir denn einen Widerstandscoefficienten $= \zeta_1$ beim Eintritt in die Röhren, einen zweiten $= \zeta_2$ durch die Reibung in der Röhre, und einen dritten $= \zeta_3$ durch die nicht ganz geöffnete Drosselklappe C.

Daher wird $v = \dfrac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1+\zeta_1+\zeta_2+\zeta_3}}$

Setzen wir $\zeta_1 = 0,505$

$$\zeta_2 = 0,025 \cdot \frac{500}{\frac{1}{4}} = 50$$

$$\zeta_3 = 2,462$$

so folgt

$$v = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{2}}}{\sqrt{1 + 0,505 + 50 + 2,462}}$$

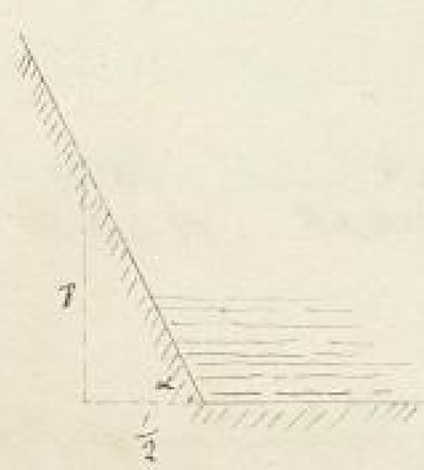
$$= \frac{\sqrt{171,67}}{\sqrt{53,97}} = \frac{13,102}{7,34} = 1,78 \text{ Fuß.}$$

Das Wasserquantum

$$m = av$$

$$= \frac{\pi d^2}{4} \cdot v = \frac{3,141}{4 \cdot 16} \cdot 1,78 = 0,0889 \text{ Cbk.Fuß.}$$

3.) Welches Gefälle erfordert ein Aufschlaggraben von 3500 Fuß Länge, der eine Wassermenge von 10 Cbk.Fuß pr. Sek. mit einer mittleren Geschwindigkeit von $1\frac{1}{4}$ Fuß fortführen, und ein trapezoidales Querprofil mit halbfüßiger Böschung erhalten soll?



Auflösung:

Um das Gefälle h zu finden wissen wir, daß

$$h = 0,000024265 \frac{lu}{a} v + 0,00036557 \frac{lu}{a} v^2$$

ist, wo u den Umfang des Grabens, a dessen Querschnitt, l dessen Länge, und v die Geschwindigkeit des darin fließenden Wassers bedeutet. Es ist nun zunächst $a = \frac{m}{v} = \frac{10}{\frac{5}{4}} = 8$ □ Fuß.

Es ist ferner

$$u = 2x\left(\frac{2 - \cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

Hierin ist $x = \sqrt{\frac{a \sin\alpha}{2 - \cos\alpha}}$

und, da $tg\alpha = \frac{1}{\frac{1}{2}}$ ist, so wird

$$\alpha = 63° \, 26' \, 5,8''.$$

Es ergiebt sich also

$$u = 2\sqrt{\frac{a \sin\alpha}{2 - \cos\alpha}}\left(\frac{2 - \cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

oder $u^2 = 4 \frac{a \sin\alpha}{2 - \cos\alpha}\left(\frac{2 - \cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$

$$= \frac{4 \cdot a(2 - \cos\alpha)}{\sin\alpha}$$

$$u^2 = \frac{4 \cdot 8(2 - 0{,}447)}{0{,}894} = 55{,}58$$

oder $\quad u = 7{,}45$ Fuß.

Wir haben nun für

$$h = 0{,}000024265 \cdot \frac{lu}{a} v + 0{,}00036557 \cdot \frac{lu}{a} v^2$$

$$\frac{lu}{a} = 3259{,}375 \text{ met.}$$

$$v = \frac{5}{14} \text{ Meter, also}$$

$$h = \frac{5}{14} \cdot 3259{,}375 \left(0{,}000024265 + 0{,}00036557 \cdot \frac{5}{14}\right)$$

$$= \frac{5}{14} \cdot 3259{,}375 \cdot 0{,}000154825 \text{ met.}$$

$$= 0{,}18 \text{ Meter} = 0{,}63 \text{ Fuß.}$$

4.) Wenn das Wasser in einem Flusse von 50 Fuß Breite, 4 Fuß Tiefe und 2 Fuß mittlerer Geschwindigkeit 5 Fuß hoch gestaut werden soll, von welcher Höhe ist das Wehr aufzuführen? Wie hoch wird sich ferner das Wasser 2000 Fuß oberhalb dieses Wehres noch aufstauen?

Auflösung:

Ist die Wehrhöhe $= x$; die Stauhöhe $= h$; die Tiefe des Unterwassers $= h_2$ und die Höhe des Wasserspiegels über den Dammlagen $= h_1$, so ist natürlich

$$x = h + h_2 - h_1$$

Es ergiebt sich nun

$$h_1 = -K + \left(\frac{3m}{2\mu b\sqrt{2g}} + K^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Hier ist $\quad K = \frac{c^2}{2g}$

$$c = \frac{4}{9} v$$

also $\quad K = \frac{16 \cdot 4}{2 \cdot 81 \cdot 34{,}68} = \frac{16 \cdot 2}{81 \cdot 34{,}68}$

$$= 0{,}0114$$

Setzen wir nun die Erfahrungszahl $\mu = 0{,}8$, so wird

$$h_1 = -0{,}0114 + \left(\frac{3 \cdot 4 \cdot 50 \cdot \frac{4}{9} \cdot 2}{2 \cdot 0{,}8 \cdot 50\sqrt{2 \cdot 34{,}68}} + (0{,}0114)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= -0{,}0114 + \left(\frac{16}{0{,}8 \cdot 3\sqrt{2 \cdot 34{,}68}} + (0{,}0114)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$h_1 = -0{,}0114(0{,}8 + 0{,}001217)^{\frac{2}{3}}$$

$$h_1 = 0{,}85125 \text{ Fuß}$$

also $$x = 5 + 4 - 0{,}85125$$

$$= 8{,}14875 \text{ Fuß.}$$

Setzen wir nun die für die Entfernung $l = 2000'$ gesuchte Verlust $= \Delta c$, so wissen wir, daß

$$\Delta c = \frac{u(Av + Bv^2) - a\sin\alpha}{a - 2b\frac{v^2}{2g}}$$

Hier ist $tg\alpha = 1{,}9 \cdot \frac{h}{l}$

also wird, da $h = A\frac{lu}{a}v + B\frac{lu}{a}v^2$ ist,

$$tg\alpha = 1{,}9\left(A\frac{lu}{a}v + B\frac{lu}{a}v^2\right)$$

$$\frac{u}{a} = \frac{16{,}57}{57{,}14} = 0{,}29 \text{ Meter}$$

$$v = \frac{4}{7} \text{ Meter,}$$

demnach $$tg\alpha = 1{,}9 \cdot 0{,}29 \cdot \tfrac{4}{7}\left(0{,}000024265 + 0{,}00036557 \cdot \tfrac{4}{7}\right)$$

$$= 1{,}9 \cdot 0{,}29 \cdot \tfrac{4}{7} \cdot 0{,}000233162$$

$$= 0{,}0000733413$$

und $$\alpha = 15{,}9''$$

$$\Delta c = \frac{u(Av + Bv^2) - a\sin 15{,}9''}{a - 2b\frac{v^2}{2g}} \cdot l$$

$$v = \frac{4}{9} \cdot \frac{2+2}{2} = \frac{13}{9} \text{ Fuß} = 0{,}413 \text{ Meter, also}$$

$$\Delta c = \frac{16{,}57 \cdot 0{,}413 \cdot 0{,}00017323 - 0{,}0041948}{57{,}14 - \frac{14{,}286 \cdot (0{,}413)^2}{9{,}81}} \cdot \frac{4000}{7}$$

$\Delta c = 0{,}03$ Meter $= 0{,}103$ Fuß beträgt die Verlusthöhe bei 2000 Fuß Entfernung vom Wasser.

5.) Welche Windmenge giebt ein Gebläse, bei welchem das Manometer am Regulator auf 3 Zoll steht, während der Barometerstand 27 Zoll, und der Thermometerstand $= 10°$ ist, die Länge der Windleitung $= 50$ Fuß, die Weite 5 Zoll und der Durchmesser der conischen Mündung $2\frac{1}{2}$ Zoll beträgt?

Auflösung.

Um die Windmenge

$$m = av$$

zu finden, wissen wir, daß

$$v = \frac{1258 \cdot \mu \sqrt{(1 + 0{,}00367t)\, lg\,nat\left(\frac{b+h}{b}\right)}}{\sqrt{1 + \zeta + 0{,}024 \cdot \frac{l d^4}{D^5}}} \text{ ist.}$$

Die Werthe, die wir hier einzuführen haben sind:

$\mu = 0,85$

$t = 10^\circ$

$b = 27''$

$h = 3''$

$l = 50$

$\zeta = 0,826$

$d_1 = 2,5''$

$d = 5''$

$$v = \frac{1258 \cdot 0,85 \sqrt{(1 + 0,00367 \cdot 10) \lg nat \left(\frac{30}{27}\right)}}{\sqrt{1 + 0,826 + 0,024 \cdot \frac{50 \cdot 12}{5} \left(\frac{2,5}{5}\right)^4}}$$

$$\lg v = \frac{30996806 + 0,9294189 - 1 + 0,5192468 - 1}{\sqrt{1,826 + 0,24 \cdot 12 \cdot 0,0625}} \quad - 0,1511658$$

$\lg v = 2,5483463 - 0,1511658$

$\lg v = 2,3971805$

$v = 249,563$ Fuß

folglich $m = av = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v = \frac{3,141}{4} \cdot \left(\frac{2,5}{12}\right)^2 \times 8$

$m = 102,068$ Cubfuß.

Aufgaben aus der Bergmaschinenlehre.

6.) Man soll die Anordnung und Berechnung eines oberschlächtigen Wasserrades [illegible] an, welches dazu bestimmt ist, bei einem Gefälle von 35 Fuß ein Wasserquantum von 500 C. F. pro Minute aufzunehmen, und dabei $4\frac{1}{2}$ Umdrehung zu machen.

Auflösung.

Da der Wirkungsgrad eines Wasserrades, wie das angegeben ist, von der Größe des wasserhaltenden Bogens abhängt, so müssen wir vor Allem diesen zu bestimmen suchen, und beginnen daher sogleich mit der Berechnung des mittleren Radhalbmessers.

Setzen wir diesen Letzteren $= x$, nennen wir ferner die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $= v$, und nehmen sie gleich der halben Geschwindigkeit ($= c$) des einfallenden Wassers an; so können wir sagen; da

$$c = \mu \sqrt{2gh}$$

und

$$v = \frac{2\pi x u}{60} = \frac{\pi x u}{30}$$

ist, so wird $\frac{\pi x u}{15} = \mu \sqrt{2gh}$.

Hier ist μ = Ausflußcoefficient $= 0{,}74$; h = Höhe des Wasserspiegels im Gerinne über dem Einfall ins Rad; oder, wenn das disponible Gefälle $= H$ ist,

$$h = H - 2x.$$

u = Zahl der Umdrehungen pro Minute $= 4\frac{1}{2}$; und $g = 34{,}33$ Lr. Fuß.

Es ist also

$$\frac{\pi x u}{15} = \mu \sqrt{2g(H - 2x)}.$$

$$\frac{\pi^2 x^2 u^2}{15^2} = \mu^2 \cdot 2g(H - 2x)$$

$$x^2 + x \cdot \frac{4g\mu^2 \cdot 15^2}{\pi^2 u^2} = \frac{\mu^2 2gH \cdot 15^2}{\pi^2 u^2}$$

$$x = -\frac{2g\mu^2 15^2}{\pi^2 u^2} + \sqrt{\frac{4g^2\mu^4 15^4}{\pi^4 u^4} + \frac{\mu^2 2gH 15^2}{\pi^2 u^2}}$$

$$= -\frac{2g\mu^2 15^2}{\pi^2 u^2} + \frac{\mu 15}{\pi u}\sqrt{\frac{4g^2\mu^2 15^2}{\pi^2 u^2} + 2gH}$$

Oder in diesem Falle:

$$\cancel{x =}$$

$$x = \frac{2 \cdot 31{,}33 \cdot (0{,}74)^2 (15)^2}{(3{,}141)^2 4{,}5^2} + \frac{0{,}74 \cdot 15}{(3{,}141) 4{,}5}\sqrt{\frac{4 \cdot 31{,}33^2 \cdot (0{,}74)^2 (15)^2}{(3{,}141)^2 \cdot (4{,}5)^2} + 2 \cdot 31{,}33 \cdot 35}$$

Hieraus $x = 14{,}884$ Fuß.

Der mittlere Raddurchmesser $D_1 (= 2x)$, die Kranzbreite $b (= 1$ Lr. Fuß$)$, die Wassermenge $m (= \cancel{300}\ 8{,}33$ Cb. F.$)$ dienen uns zur Berechnung der Radlänge $= l$, wenn die Schaufeln zur Hälfte gefüllt werden:

$$l = \frac{2 \cdot 60\, m}{\pi D_1 b u}$$

$$l = \frac{120 \cdot 8{,}33}{3{,}141 \cdot 29{,}768 \cdot 1 \cdot 4{,}5} = 2{,}376 \text{ Fuß.}$$

Da nun aber der ganze Durchmesser $D = 30{,}768$ F. ist, so folgt ferner die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades pro Sekunde:

$$v = \frac{\pi D u}{60}$$

$$v = \frac{3{,}141 \cdot 30{,}768 \cdot 4{,}5}{60} = 7{,}248 \text{ Fuß.}$$

Wir suchen nun die Gestalt und Lage der Zellen zu bestimmen, sowie auch die darin enthaltene Wassermenge. Man berechnet sich deshalb zuerst die Strahlstärke des einfallenden Wassers, und erhält dadurch die Schaufelweite. Nennt man die Höhe des Schützenzuges $= h$, so wird, da

$$m = \mu h l c$$

ist,

$$h = \frac{m}{\mu l c}$$

m, μ und c behalten ihre früheren Werthe; l aber wird etwas kleiner, als 2,376 Fuß, denn man verengt durch Ansatzbrettchen die Schützenöffnung damit das Wasser nicht auf dem Radkranze verspritzt wird. Diese Verengung beträgt an beiden Seiten zusammen = 4 Zoll = 0,333 Fuß, daher ist

$$l = 2,376 - 0,333 = 2,043 \text{ Fuß},$$

und
$$h = \frac{8,333}{0,74 \cdot 2,043 \cdot 11,845} = 0,465 \text{ Fuß}.$$

Wir finden nämlich

$$c = \mu\sqrt{2gh}$$

hier ist der Raddurchmesser = 30,768 Fuß, die Entfernung des Aufschlaggerinnes vom Radscheitel = 0,50 Fuß, also die Druckhöhe hinter der Schütze = $h = 35 - (30,768 + 0,50) = 3,732$ F.

und
$$c = 0,74\sqrt{2 \cdot 34,33 \cdot 3,732}$$
$$= 11,845 \text{ Fuß}.$$

Wir haben also $c = 1,630$.

Bei den Wasserrädern der hiesigen Gegend (wobei ich besonders das auf der neuen Himmelfahrter Wäsche erbaute Rad berücksichtige) giebt man für den Durchmesser von 30,768 Fuß in der Regel 84 Schaufeln. Dies giebt, wenn wir das Wasser in der dritten Schaufel einfallen lassen

$$\beta = \frac{2 \cdot 360^\circ}{84} = 8^\circ\, 34'\, 16''$$

Aus der Radstärke und aus dem jeder Stoßschaufel zukommenden Winkel $\alpha = 4^\circ\, 17'\, 8''$ finden wir nun durch Construktion den Neigungswinkel $\delta = 68^\circ$ (wenn der Theilkreis in der Mitte des Radkranzes liegt). Wäre die Riegelschaufel gerade, so würde sie in den Radius fallen, wir lassen sie aber, um mehr Fassungsraum zu

gewinnen eine Stellung, die aus in einen Kreis-
zusammenhang übergehen, und nehmen sie deshalb
am besten vom Hindernisse.

Wir haben ferner

$$\delta_1 = \delta - \alpha$$

$$= 68^\circ - 4^\circ 17' 8'' = 63^\circ 42' 52''.$$

Hieraus ergiebt sich der Winkel $= \varphi$, den der einfallende Wasserstrahl mit der Radschaufel macht. Es ist

$$\sin\varphi = \frac{v \cos\delta}{c}$$

$$= \frac{7,248 \cdot \cos 63^\circ 42' 52''}{11,845}$$

$$\varphi = 15^\circ 58'.$$

Es ist nun der Winkel $(= \mu)$, den die Richtung des einfallenden Wasserstrahles mit einer durch die oberste Kante der dritten Schaufel gelegten Horizontallinie macht

$$\mu = 90^\circ + \beta - (\varphi + \delta_1)$$

$$\mu = 90^\circ + 8^\circ 34' 16'' - 15^\circ 58' - 63^\circ 42' 52''$$

$$\mu = 19^\circ 2' 24''.$$

Wir bestimmen jetzt die Coordinaten der Parabel, in welcher das Wasser in die Schaufeln tritt. Eine durch den obersten Rand der dritten Schaufel gezogene Horizontallinie ist um ~~0,16~~ 0,5 0,15 Fuß vom Radscheitel entfernt. Ueber diesem steht das Aufschlagegerinne noch um 0,5 Fuß höher, es ist daher die eine Coordinate $= a = 0,5 + 0,15$ Fuß $= 0,65$ Fuß. Hieraus die andere Coordinate

$$b = 2a \cot\mu$$

$$= 3,76 \text{ Fuß}.$$

Hiernach construiren wir uns die Parabel des

Es ist $b = \frac{c^2}{2g} \sin 2\mu = \frac{(11,845)^2}{2 \cdot 34,33} \sin(2(19^\circ 2' 24''))$

$= 1,7286$ Fuß

und $a = \frac{c^2}{2g} \sin\mu^2 = \frac{(11,845)^2}{2 \cdot 34,33} \sin 19^\circ 2' 24'')$

$= 0,6821$ Fuß.

einfallenden Wasserstrahls und baut danach die Schützen ein.

Wir kommen nun zur Berechnung des Wirkungsgrades.

Man muß hier die Wirkung durch Stoß von der Wirkung durch Druck unterscheiden.

Die Wirkung durch Stoß:

Ist die Geschwindigkeit des Wassers in der Richtung der Radschaufel $= c_1 = c \cos \varphi$, die Geschwindigkeit der Schaufel $= v$, so ist

$$\text{die Stoßkraft} = \frac{(c_1 - v)v}{g} . mg.$$

$$\text{oder} = \frac{(c \cos\varphi - v)v}{g} mg,$$

$$= \frac{(11{,}843 . \cos 15^\circ 38' - 7{,}248)\,7{,}248}{31{,}33}\, 8{,}333 . 46{,}64$$

wo das Gewicht eines Cub. Lr. Fußes Wasser = 46,64 ℔ angenommen wird. Wir wissen nämlich, daß $1\ \text{Cub. Lr. F.} = \frac{8}{343} = 0{,}02332$ Cb. met ist.

Es wiegt aber 1 Cbmet reines Wasser = 1000 Klgr = = 2000 leipziger ℔, also wiegt

1 Cb. Lr. Fuß = 46,64 ℔.

Die Stoßkraft ist demnach

= 339,715 ℔.

Die Wirkung durch Druck.

Der Gewichtsverlust $= (h_1 + h_2 + n h_3)\, mg$

Hier ist h_1 die Höhe vom obersten Wasserspiegel in den Zellen, bis zur Radmitte, h_2 die Höhe von da bis zum Beginne des Ausgusses; h_3 die Höhe innerhalb welcher der Ausguß erfolgt, und n eine Verhältniß

zahl

aus dem Wasserquantum einer gefüllten Zelle, zum mittleren Wasserquantum einer aus-giessenden.

Es ist $h_1 = r \cos\beta$

$= 14,884 \cos 12^\circ 51' 24''$

$= 14,512$ F

Die Centrifugalkraft befördert bei grosser Umdrehungszahl des Rades den Ausguss. Es ist uns bekannt, dass sich in der Verlängerung des verticalen Rad-durchmessers nach oben, ein Punkt liegt, von welchem aus wir uns die Oberfläche (Durchschnitt) des Wassers in den Zellen durch Kreisbögen bestimmen können. Die Entfernung dieses Punktes vom Radmittel

$$= \frac{8946}{u^2}\cdot\frac{r}{2} \text{ Fuss}$$

$$= 154,62 \text{ Fuss}$$

Die von diesem Punkte aus beschriebenen Kreis-bögen geben uns jedoch die Oberfläche des Wassers so wenig abweichend von der Horizontalebene, dass wir den Ausfluss dadurch als nicht wesentlich verändert ansehen können.

Das in einer Zelle befindliche Wasserquantum

$$q_0 = \frac{60M}{u.n}$$

n = Zellenzahl = 84, also

$$q_0 = \frac{500}{4,5.84} = 1,323 \text{ CbFuss.}$$

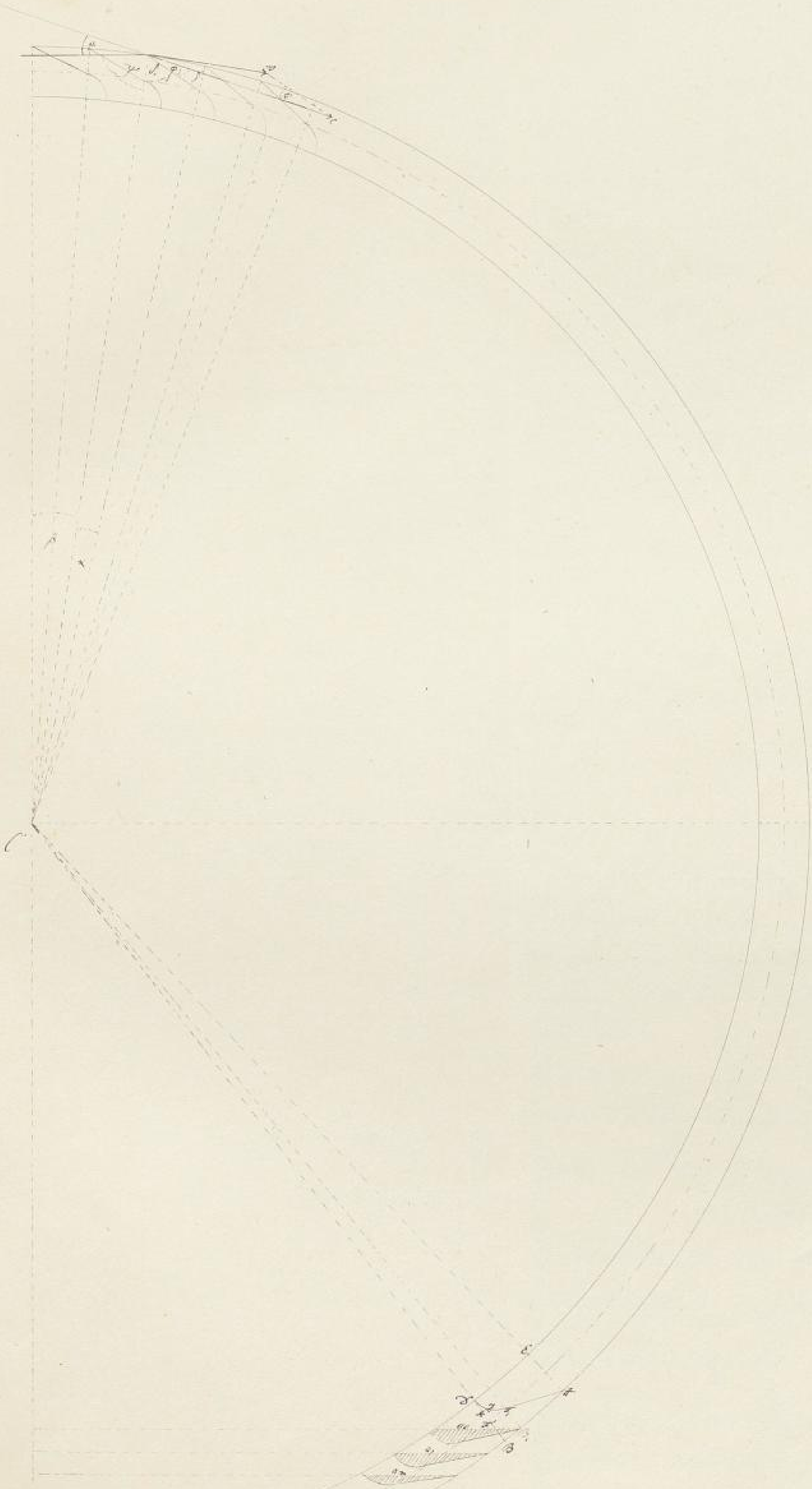
Hieraus das Wasserprofil

$$a_0 = \frac{1,323}{b} = \frac{1,323}{2,376} = 0,5568 \,\square\, \text{Fuss.}$$

Das einer solchen Schaufel zukommende Ringstück

$$ABDE = J = \frac{\alpha}{360}\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right).$$

Hier ist $\alpha = 7^\circ$, d.h. es ist der einer Schaufel zu-kommende Centriwinkel; $r_2 = 15,3845$; $r_1 = 14,3845$.



$$\mathfrak{F} = \frac{7^\circ}{360^\circ}\, 3{,}141\left((15{,}384)^2 - (14{,}384)^2\right)$$

$$= 1{,}8818 \ \square F.$$

Um den Beginn des Ausgusses kennen zu lernen, müssen wir den Winkel v kennen, unter welchem er stattfindet. Nennen wir die Fläche $ABDF_1 = \mathfrak{D}$, so wird

$$\mathfrak{D} = AB_1 \cdot \frac{b}{4} + BB_1 \cdot \frac{b}{2} + \left(\left(4xy + \frac{b}{2}\right)\frac{b}{12}\right),$$

wo wir BFF_1B_1 als Rechteck behandeln.
Die einzelnen Dimensionen finden wir hier durch Ausmessen. Es ist $AB_1 = 1{,}19$ F; $b = 1$ F; $BB_1 = 0{,}53$ F; $xy = 0{,}1$ F. also

$$\mathfrak{D} = 1{,}19 \cdot 0{,}25 + 0{,}53 \cdot 0{,}5 + \left((4 \cdot 0{,}1 + 0{,}5)\, 0{,}0833\right)$$
$$= 0{,}637497 \ \square F.$$

Ist ferner das Wasserprofil $a_0 = W = 0{,}556818 \ \square F$, so wird $tg\, v = \dfrac{2(\mathfrak{F} - \mathfrak{D} - W)}{b^2}$

$$= \frac{2(1{,}81808 - 0{,}63349 - 0{,}556818)}{1^2}$$

$$v = 51^\circ\ 17'.$$

Wir theilen nun die ganze Höhe, auf welcher der Ausguss erfolgt, in vier gleiche Theile, und zeichnen für jeden Theilpunkt die entsprechende Schaufelstellung. Es ist dann das Wasserprofil der ersten Schaufel $= a_0 = 0{,}556 \ \square F.$
Das Wasserprofil der folgenden Schaufeln finden wir durch Berechnung nach der Simpson'schen Regel. Es ist also in der zweiten Schaufel

$$a_1 = 0{,}303 \ \square F.$$

In der dritten $a_2 = 0{,}215 \ \square F.$

In der vierten $a_3 = 0{,}109 \ \square F.$

In der fünften $a_4 = 0.$

Wir finden hieraus nach der Simpson'schen Regel das mittlere Wasserprofil in diesen 5 Schaufeln $a = \dfrac{a_0 + 4a_1 + 2a_2 + 4a_3 + a_4}{12}$

$$a = \frac{0,556 + 4 . 0,303 + 2 . 0,215 + 4 . 0,109}{12}$$

$a = 0,219$ □ F.

Es wird demnach die Gewichtsarbeit =

$$= \left(14,512 + 11,613 + \frac{0,219}{0,556} \cdot 1,678\right) 8,333 . 46,64$$

wo $h_1 = 14,512$; $h_2 = 11,613$; $h_3 = 1,678$ ist.

Die Gewichtsarbeit $= 10410,4$ Fußpfund

Addiren wir dazu die Arbeit durch Stoß $= 339,7$ Fußpf.

so wird die ~~Gesammtarbeit~~ Nutzleistung ohne Berücksichtigung der Reibung:

$= 10750$ Fußpfund

$= 19,54$ Pferdekräfte

Die disponible Leistung ist aber

$= m\gamma h$

$= 8,333 . 35 . 46,64$

$= 13603$ Fußpfund

$= 24,73$ Pferdekräften.

Hiernach der Wirkungsgrad des Rades

$$\varepsilon = \frac{19,54}{24,73} = 0,795$$

Um aber noch die Arbeit, die durch Reibung verzehrt wird, zu bestimmen, müssen wir das Gewicht des Rades kennen. Die Bauart des Rades ist die hier gewöhnliche mit Hauptkränzen und Halbkränzen.

Das Gewicht beider Radkränze

$$= 2\pi(r_2^2 - r_1^2)\, b\, a\gamma$$

Die Kranzstärke beträgt hier 7 Zoll $= 0,5833$ Fuß,

also das Gewicht $= 2 . 3,141((15,384)^2 - (14,384)^2) 0,583 . 0,85 . 46,64$

$= 4324,5$ ℔.

Das Gewicht des Radbodens, diesen zu $1\frac{1}{8}$ Zoll 0,092 Fuß ~~seine~~ Stärke, und $2,376 + 2 . 0,5833 = 3,542$ Fuß Länge angenommen $= 3,141((14,384)^2 - (14,292)^2) 3,542 . 0,85 . 46,64$

$= 1163,5$ ℔.

Es wiegt ferner eine gußeiserne Schaufel von 2,367 Fuß lichter Länge + 1½ Zoll = 0,116 Fuß, womit sie im Kranze steckt, und 2,251 Fuß Breite, ferner $\frac{3}{8}$ Zoll = 0,032 Fuß Stärke:

= 2,483 . 2,251 . 0,032 . 7,5 . 4664

Also 84 Schaufeln:

= 5235 ℔.

Das Gewicht von 2 . 84 Schaufelzwingen, à Stück 3 ℔ = 504 ℔.

Das Gewicht eines Hauptarmes, wenn dessen ganze Länge = 15,384 Fuß, seine Stärke an der Welle = 0,68 □ Fuß, seine Stärke am Kranze = 0,56 □ Fuß beträgt = 755 ℔; also sämmtliche Hauptarme

= 6040 ℔.

Das Gewicht eines Hülfsarmes von der Länge = 12,75 Fuß, vom größten Querschnitt = 0,64 □ F. vom geringsten Querschnitte = 0,43 □ F

= 268,6 ℔,

also alle 16 Hülfsarme

= 4298,7 ℔.

Die Länge der Viertelstücke ([illegible]) = 2,333 Fuß; Höhe = 11½ Zoll; Breite = 11½ Zoll also Querschnitt = 0,917 □ Fuß,
daher das Gewicht von acht Viertelstücken

= 8 . 84,81 = 678,4 ℔.

Das Gewicht von 20 Hängenägeln (à Stück = 30 ℔)

= 600 ℔

32 Kranzschrauben (à Stück mit Mutter und Kopfscheibe = 5 ℔)

= 160 ℔.

16 Armschrauben, (à Stück 5 ℔)

= 80 ℔.

48 Schrauben durch die Viertelstücke incl. Viertelstückzwingen (à Stück 6 ℔)

= 288 ℔.

8 Schrauben bei Unterglattung der Hängebaum (à Stück = 5 ℔)

$$= 40 \text{ ℔}.$$

Dazu kommt noch das Gewicht des im Rade befindlichen Wassers; es sind 30 Schaufeln jede mit 1,323 Cb.F. gefüllt, und 5 Schaufeln jede mit 0,521 Cb.F. Im Rade sind also im Ganzen

$$42,295 \text{ Cb.F. Wasser},$$

diese wiegen 1972,6 ℔.
Es ergiebt sich also die auf der Welle ruhende Gesammtlast

$$G = 25404,5 \text{ ℔}.$$

Wir erhalten hieraus die Wellenstärke

$$h = \sqrt[4]{\frac{G l^2}{170}}$$

$l = 12$ Fuß $= 144$ Zoll, daher

$$h = \sqrt[4]{\frac{25404,5 \cdot (144)^2}{170}}$$

$$h = 3 \text{ Fuß } 6 \text{ Zoll} = 3,5 \text{ Fuß}$$

Hieraus ergiebt sich das Gewicht der Welle

$$= 5850 \text{ ℔}.$$

Um diese Welle sind noch 4 runde und 2 quadratische Ringe festgekeilt. Ihr Gewicht beträgt

$$= 1160 \text{ ℔}$$

Dadurch erhalten wir das Gesammtgewicht des Rades $= G_1 = 32414$ ℔ + Gewicht zweier Stirnzapfen $= 1600$ ℔
Wir brauchen demnach die Zapfenstärke

$$d = \frac{1}{7}\sqrt[3]{Q \cdot l}$$

Mit den Stirnzapfen wiegt die Welle

$$G_2 = 34014 \text{ ℔}.$$

Da aber $\frac{G_2}{2} = Q$ ist, so wird, wenn $l = 12$ Zoll ist,

$$d = \frac{1}{7}\sqrt[3]{17007 \cdot 12}$$

$$D = 8{,}404 \text{ Zoll}$$

wofür wir besser

$$D = 8{,}5 \text{ Zoll} = 0{,}708 \text{ Fuß}$$

nehmen können.

Das die Zapfenreibung erzeugende Gewicht ist also nach dem Vorhergehenden

$$34014 \text{ ℔}.$$

Es ist nun die Arbeit der Reibung

$$= f \frac{d}{D} \cdot G v$$

Hier ist f = Reibungscoefficient, d = Zapfendurchmesser; D = Raddurchmesser; G = Gewicht des Rades; v = Geschwindigkeit des Rades an der Peripherie; demnach die Arbeit der Reibung

$$= 0{,}1 \cdot \frac{\overset{0{,}708}{\cancel{8\tfrac{1}{2}}\ \cancel{8{,}5}}}{30{,}768 \cdot \cancel{12}} \cdot \cancel{30}\, 34014 \cdot 7{,}298$$

$$= \cancel{631{,}07 \text{ Fußpfund}} = 567{,}29 \text{ Fußpfund}$$

$$= \cancel{1{,}238 \text{ Pferdekraft}} = 1{,}031 \text{ Pferdekraft}.$$

Es ist demnach die Nutzleistung

$$= 19{,}54 - 1{,}03 = 18{,}51 \text{ Pferdekraft}.$$

Die Gesamtleistung = 24,73 Pferdekraft,

also der effektive Wirkungsgrad

$$= \frac{18{,}51}{24{,}73} = 0{,}748.$$

7.) Es ist für ein Gefälle von 5 Fuß und ein Wasserquantum von 500 Cubikfuß pro Minute eine Turbine anzuordnen und zu berechnen, die pro Minute 100 mal umläuft.

Auflösung:

Es ist hier nöthig für einige Werthe bezeichnende Buchstaben einzuführen. Wir z. B.

v = innere Radgeschwindigkeit

v_1 = äußere " "

r = innerer Radhalbmesser.

r_1 = äußerer " "

h = Gefälle.

e = Radweite.

α = Winkel, unter welchem die Leitschaufeln am die innern Radperipherie stoßen.

β = Winkel, unter welchem die Schaufeln des Rades an die innere Radperipherie stoßen.

δ = Winkel, unter welchem dieselbe die äußere Radperipherie treffen.

c = absolute Geschwindigkeit des in das Rad tretenden Wassers.

c_1 = relative Geschwindigkeit dieses letzteren.

c_2 = relative Geschwindigkeit des aus dem Rade tretenden Wassers.

w = dessen absolute Geschwindigkeit.

Wir haben nun zuerst

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2.34,33.5}$$

$$v = 18,528 \text{ Fuß}.$$

Hiernach wird

$$r = \frac{30v}{\pi u} = \frac{30.18,528}{3,141.100}$$

$$r = 1,769 \text{ Fuß}.$$

Nehmen wir ferner

$$r_1 = \frac{4}{3} r = \frac{4}{3}.1,769$$ Fuß an, so wird, da hiernach $r_1 = 2,358$ Fuß ist:

$$v_1 = \frac{r_1}{r} v = \frac{4}{3} v$$

$$v_1 = 24,704 \text{ Fuß}.$$

Den Winkel δ setzen wir willkürlich $= 10°$, nun ist

$$c_2 = v_1 = 24,704 \text{ Fuß}.$$

also die Radweite

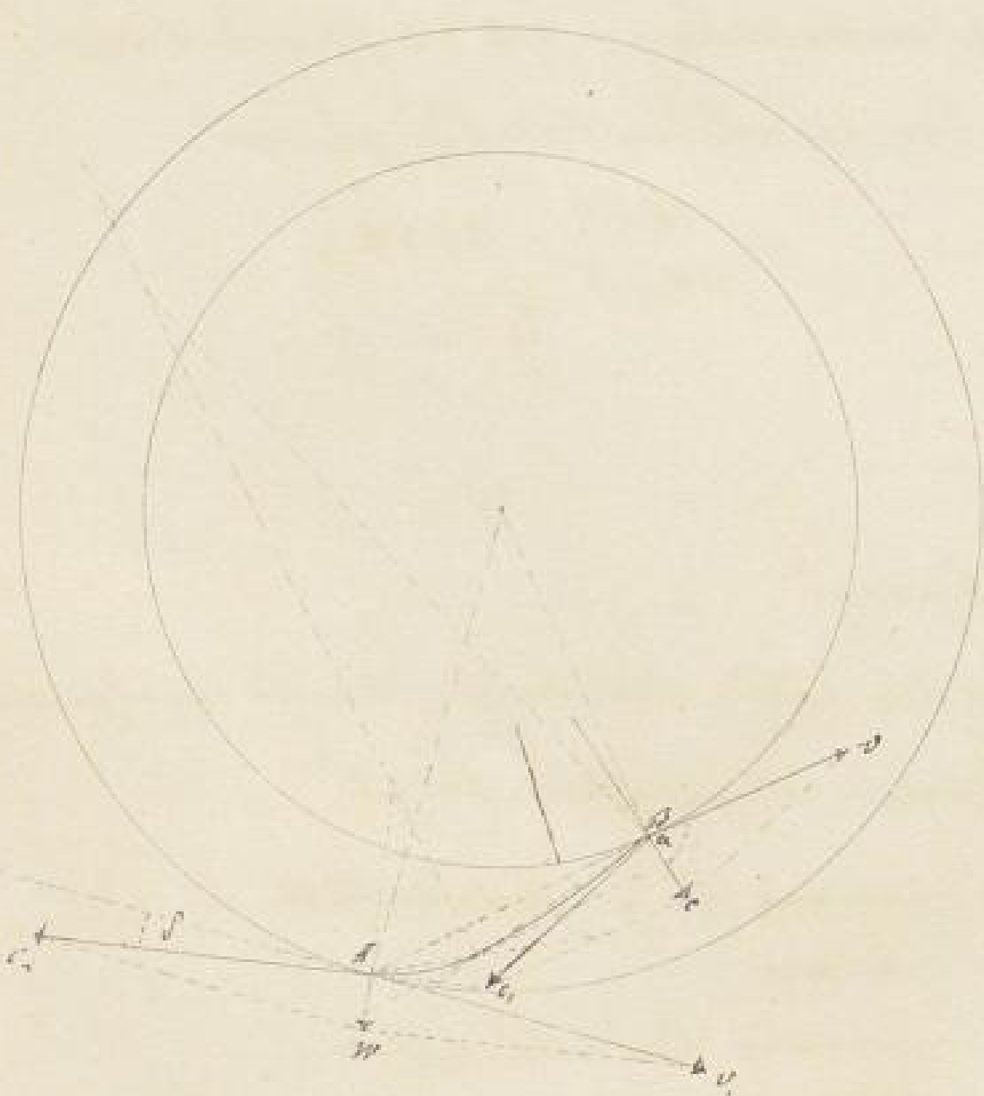
$$e = \frac{m}{2\pi r_1 c_2 \sin\delta}$$

$$e = \frac{\frac{800}{60}}{2.3,141.24,704.\sin 10°} = 0,2097 \text{ Fuß}.$$

Damit kein Wasserverlust beim Eintritt in das Rad stattfinde, wird

$$\sin\beta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \sin\delta = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \sin 10°$$

$$\angle \beta = 17° 59'.$$



Wir haben ferner:

$$\cot g\,\alpha = \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \frac{1}{\sin\delta} - \cot g\,\beta$$

$$\cot g\,\alpha = \frac{9}{16}\cdot\frac{1}{\sin 10^\circ} - \cot g\,17^\circ 59'$$

$$\cot g\,\alpha = 3{,}2393 - 3{,}0807 = 0{,}1586$$

Hieraus

$$\alpha = 80^\circ\,59'.$$

Es folgt nun

$$c_1 = \frac{r_1 \sin\delta}{r \sin\beta}\,c_2 = \frac{4}{3}\cdot\frac{\sin 10^\circ}{\sin 17^\circ 59'}\cdot 24{,}704$$

$$c_1 = 18{,}528 \text{ Fuß}.$$

Also

$$c = \frac{c_1 \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{24{,}704\cdot\sin 17^\circ 59'}{\sin 80^\circ 59'}$$

$$c = 5{,}7913 \text{ Fuß}.$$

$$w = r_1\delta = 24{,}704\cdot 10^\circ$$

$$w = 4{,}3109 \text{ Fuß}.$$

Wir kommen nun zur Berechnung der Leistung. Nennen wir b den normalen Abstand zweier Schaufeln, und α den Bogen, den eine Schaufel einnimmt, so wird die Leistung:

$$L = \left[\left(1-\left(\frac{r_1\delta}{r}\right)^2\right)h - \left(\zeta\,\frac{l(b+e)}{2be} + \zeta_1\frac{\alpha}{\pi}\right)\frac{\left(\frac{c+c_1}{2}\right)^2}{2g}\right] M\gamma.$$

Es ist nun hier

$$\left(\frac{r_1}{r}\delta\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\cdot\frac{\pi}{18}\right)^2 = 0{,}05413.$$

Ist ferner b = 0,16 Fuß; l = 1,61 Fuß; e = 0,2097, so wird, wenn der ~~Re~~ Widerstandscoefficient $\zeta = 0{,}0187$ gesetzt wird:

$$\zeta\frac{l(b+e)}{2be} = 0{,}0187\cdot\frac{1{,}61\cdot 0{,}3697}{2\cdot 0{,}209\cdot 0{,}16} = 0{,}0162.$$

Der Winkel α, den eine Radschaufel einnimmt = α gesetzt, giebt, wenn $\alpha = 40^\circ$ ist

$$\zeta_1\frac{\alpha}{\pi} = 0{,}12\cdot\frac{40}{180} = 0{,}12\cdot\frac{4}{18} = 0{,}0266.$$

$$\frac{c_1+c_2}{2} = \frac{18{,}528+24{,}704}{2} = 21{,}616$$

Wir haben also

$$P_u = \left[(1-0,0541)h - (0,0162+0,0266)\frac{(24,616)^2}{2.31,33}\right] m g.$$

$$P_u = (4,72932 - 0,0428 . 6,8053)\, 13,333 . 46,64.$$

P_u = 2760,2 Fußpfund

P_u = 5,01 Pferdekraft.

~~Daher~~ Es ist aber die disponible Wasserkraft

= 13,333 . 46,64 . 5 Fußpfund

= 3109,2 Fußpfund

= 5,65 Pferdekraft,

daher der Wirkungsgrad ohne Berücksichtigung des Widerstandes durch die Reibung

$$= \frac{5,01}{5,65} = 0,88.$$

Um nun den Widerstand durch Zapfenreibung kennen zu lernen, ermitteln wir jetzt das Gewicht der Turbine.

Ist die Stärke eines Radkranzes = 0,5 Zoll, so ist das Volumen beider Kränze

V_1 = 0,741 Cb. Fuß.

Nehmen wir ferner 24 Schaufeln an, deren Länge = 1,61 Fuß, deren Stärke = 0,825 Zoll und deren Höhe = 0,2097 ist, so wird ihr Gesammtinhalt

V_2 = 0,202 Cb. Fuß.

Die Tellerstärke zu ein Zoll angenommen, giebt den Inhalt des Tellers

V_3 = 0,982 Cb. Fuß.

Die zur Ueberwindung der Torsionskraft hinreichende Wellenstärke finden wir aus der Formel $r = \sqrt[3]{\frac{Pa}{12600}}$

in der Voraussetzung, daß sie, wie es bei den Turbinen immer der Fall ist, von Schmiedeeisen gefertigt worden sei. Hier ist nun Pa das –

an der Welle wirkende Kraftmoment.
Dieses $P a$ ist gleich der Arbeit pro Sek. dividirt durch die Winkelgeschwindigkeit. Die Arbeit pro Sek. $= 2760{,}2$
die Winkelgeschwindigkeit $= \frac{\pi n}{30} = 10{,}47$

also $P a = \frac{2760{,}2}{10{,}47} = 263{,}6$ Fußpfund.

diese sind $= \cancel{2636}$ $3162{,}2$ Zollpfund

also $r = \sqrt[3]{\frac{3162{,}2}{12600}} = 0{,}6307$ Zoll.

Wir können hier $r = 1$ Zoll annehmen, wodurch dann die Welle bei einer Länge von 8 Fuß ein Volumen $V_4 = 2{,}512$ Cb. Fuß bekommt.

Man findet nun das Gesammtgewicht der Turbine

$$G = (0{,}741 + 0{,}202 + 0{,}982 + 2{,}512)\, 7{,}6 \cdot 46{,}64.$$

$$G = 3{,}437 \cdot 7{,}6 \cdot 46{,}64$$

$G = 1171{,}6$ Pfund, oder in runder Summe

$$G = 1200 \text{ Pfund}.$$

~~Gewöhnlich~~ Ferner trägt die Welle oben immer ein Zahnrad zur Uebertragung der Kraft; dieses können wir wenigstens $= 100$ Pfd. schwer annehmen. Es wird also

$$G = 1300 \text{ Pfund}.$$

Die Turbine laufe, damit sich keine Unreinigkeiten in das Zapfenlager einsetzen, auf einem feststehenden Zapfen. Ist dieser $= 1{,}25$ Zoll stark und oben so abgerundet, daß ~~AD~~ der Zapfenhalbmesser gleich dem halben Kugelhalbmesser ist, daß also $\angle ACB = 60°$ wird, so wird das statische Moment der Reibung

$$= \frac{2}{3} f\left(1 + 0{,}3\left(\frac{AD}{AC}\right)^2\right) \cancel{AD}\, G \cdot AD$$

$$= \frac{2}{3} f\left(1 + 0{,}3\left(\frac{1}{2}\right)^2\right) G \cdot AD$$

$$= \frac{2}{3} f(1 . 0{,}075)\, G \cdot 0{,}125$$

Das statische Moment der Reibung

$= 0{,}008844 \,.\, 1300$

Hieraus die Arbeit der Reibung

$= \dfrac{0{,}008844 \,.\, 1300 \,.\, \pi \,.\, 4}{30}$

$= 120{,}3$ Fußpfund.

Es ist also die Nutzleistung

$= 2760{,}2 - 120{,}3$ Fußpfund.

$= 4{,}79$ Pferdekraft.

Daraus der Wirkungsgrad

$= \dfrac{4{,}79}{5{,}65}$

$= 0{,}84.$