

muck

Dieses Buch ist zurückzugeben
bis zum

K2014

Buch Nr. 12872

Königsb. für S↓			
28. 11. 95			
2. 11. 12. 96			
17. 12. 98			

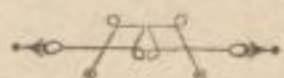
Bestell-Nr. 19 (204) LG 39/27/67



Unvollständig und Pauschal

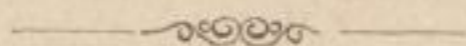
186.

Technisches
Zeichnen für das Kunstgewerbe.



III.

Schattenlehre und Perspective.



Im Auftrage des
k. k. österr. Museums für Kunst und Industrie in Wien
und mit Unterstützung des
k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht

herausgegeben von

Julius Kajetan,

k. k. Professor, Docenten an der allgemeinen Abtheilung der Kunstgewerbeschule des k. k. österr. Museums für Kunst und Industrie; Custos der Lehrmittelsammlung für gewerbliches Unterrichtswesen an der k. k. Staatsgewerbeschule; Vorstandsmitglied des Vereins österr. Zeichenlehrer.

Mit 239 Textfiguren.



Wien 1889.
Verlag von Karl Graeser
I., Akademiestrasse 2 b.

Fr. Winiker & Schickardt, k. k. Hofbuchdrucker, Brünn.

Vorwort.

Der vorliegende dritte Theil des Werkes behandelt die Schattenlehre und Perspective. Was erstere anbelangt, so ist ihr Studium schon deshalb so außerordentlich wichtig, weil durch dasselbe die beständige Anwendung und darum so eingehende Wiederholung der Grundconstructionen der Projectionslehre verlangt wird. Das Zeichnen der Selbstschattengrenzen, vorzugsweise auf der Oberfläche von Rotationskörpern, ist zudem eine der wertvollsten Übungen im Projicieren. Solcherart vermittelt also die Bewältigung der Schattenlehre dem Lernenden erhöhte Gewandtheit und Sicherheit im Projectionszeichnen selbst. Die einzelnen gesetzmäßig gestalteten Körperoberflächen sind in dem vorliegenden Bande getrennt behandelt und es erscheinen die auf sie Bezug nehmenden praktischen Übungsbeispiele mit ihnen jeweilig in ein Capitel zusammengezogen. Dadurch ist eine zweckmäßige Eintheilung des Stoffes gegeben und Übersichtlichkeit über das große Gebiet der Schattenlehre erzielt. Den Grundconstructionen wurde eingehendste Aufmerksamkeit geschenkt und im Ganzen nur Constructionsmethoden angewendet, wie sie erfahrungsgemäß der Eigenart einer kunstgewerblichen Fachschule entsprechen.

In der Perspective erscheinen die üblichen Methoden, nach denen Centralprojectionen von vorgelegten Objecten gewonnen werden, getrennt vorgetragen und auf die Art der Gegenstand eigentlich in drei concentrischen Kreisen durchgearbeitet. Mehrjährige Wahrnehmungen, die der Verfasser im Unterrichte gemacht, waren für Eintheilung und Stoffwahl maßgebend. Den grundlegenden Fällen wurde auch da volle Beachtung geschenkt, in der Ausarbeitung der Beispiele aber dem Lernenden Spielraum zu selbstthätigem Eingreifen gelassen. Das Auge für richtiges Sehen empfänglich zu machen, das war das Ziel des Ganzen.

Wien, im Februar 1889.

Der Verfasser.

Schattenlehre.

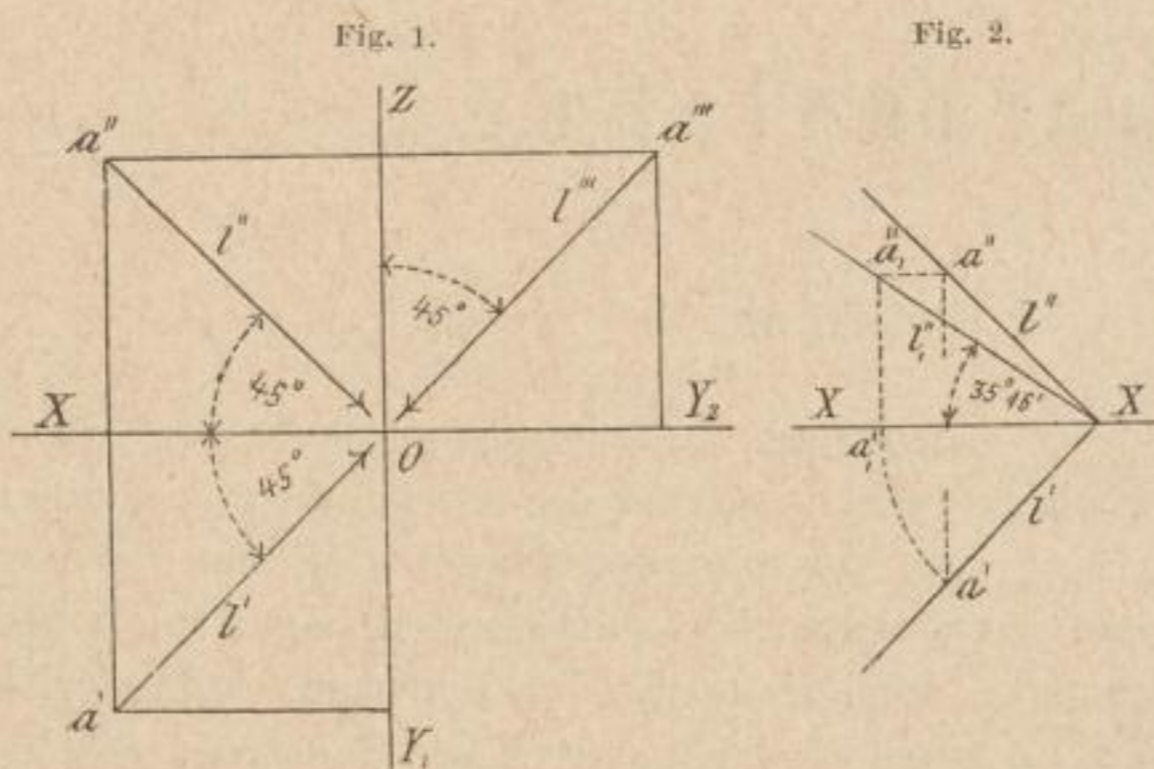
I. Einleitung.

Man verlangt von einer technischen Zeichnung, dass neben ihrer Richtigkeit und correcten Ausführung bei eingehender Betrachtung derselben auch eine deutliche Vorstellung des abgebildeten Objectes in uns hervorgerufen wird. Dieser Anforderung wird aber entsprochen, wenn man die Zeichnung nicht bloß linear hält, sondern auch die Schatten, welche die dargestellten Körper auf die Bildebene werfen, sowie die Schatten, welche einzelne Theile der Objecte auf anderen absetzen, in der Zeichnung angibt. Durch die Abgrenzung der Schatten gewinnen die Formen an Anschaulichkeit und es lassen sich aus der Gestalt der Schatten Rückschlüsse auf die Formen der schattenwerfenden Körper ziehen.

In der Physik wird gelehrt, dass die Fortpflanzung des Lichtes — ein homogenes oder gleichartiges Mittel vorausgesetzt — nach geraden Linien erfolgt. Eine gerade Linie, längs welcher das Licht vom leuchtenden Körper aus fortschreitet, wird Lichtstrahl genannt. Beim technischen Zeichnen wird die Beleuchtung durch Sonnenlicht angenommen. Da indessen die Sonne von der Erde eine Entfernung von 12.000 mittleren Erdradien hat, so kann das gleichzeitig auf einen Körper fallende Licht als aus parallelen Strahlen bestehend angenommen werden. Wir verfassen mithin unsere Schattenzeichnungen unter der Annahme paralleler Lichtstrahlen. Die Richtung dieser ist aber zu den verschiedenen Jahres- und Tageszeiten eine verschiedene. Es handelt sich mithin in erster Linie darum, unter den unzähligen Richtungen des einfallenden Lichtes eine als unveränderlich auszuwählen. Behufs dessen nimmt man im technischen Zeichnen allgemein die Richtung der Lichtstrahlen parallel zu der Körperdiagonale eines Würfels an, der eine solche Raumlage hat, dass beziehungsweise je zwei seiner Begrenzungsflächen zu je einer Projectionsebene parallel liegen; Grund- und Deckfläche parallel zur Grundrissebene, vordere und rückwärtige Seitenfläche parallel zur Aufrissebene und links- und rechtsseitige Begrenzungsfläche parallel zur Profilebene.

Unter dieser Annahme erfahren die Objecte eine sehr günstig wirkende Beleuchtung und die auftretenden Schatten lassen sich unter Gebrauchsnahme des rechtwinkelig gleichschenkligen Dreieckes leicht zeichnen, indem die Projectionen der angenommenen Lichtstrahlen sodann Winkel von 45° mit dem Achsenkreuze einschließen. (Vergl. Fig. 1.)

Der Winkel, den die so angenommene Richtung der einfallenden Lichtstrahlen mit den Pro-



jectionsebenen einschließt, beträgt $35^{\circ} 16'$. (Vergl. Fig. 2.)

Die Körper werden bezüglich ihres Verhaltens gegen auffallendes Licht in durchsichtige, durchscheinende und undurchsichtige unterschieden. Durch die Oberfläche eines undurchsichtigen

Körpers wird ein Theil der Strahlen, die der Lichtquelle entströmen, aufgefangen, und erstere wird daher an einzelnen Stellen direct beleuchtet erscheinen. Der übrige Theil der Oberfläche des Körpers liegt im Selbst- oder Eigenschatten.

Der direct beleuchtete Theil der Oberfläche eines Körpers wird von dem im Schatten liegenden durch eine Linie getrennt, welche Trennungslinie zwischen Licht und Schatten oder Selbstschattengrenze des Körpers heißt.

Sie ist das bestimmende Moment für die Schatten-Construction selbst und ihre genaue Angabe mithin sehr wichtig. Die einschlägigen Constructionen ergeben sich unter Zugrundelegung einiger elementaren Sätze der Projectionslehre.

Bei allen nur von Ebenen begrenzten Körpern, also bei den Flächern, besteht die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten aus Körperkanten, ist daher im allgemeinen ein unebenes Polygon.

Der dunkle Raum hinter dem Körper, in welchen kein directes Licht eindringen kann, heißt der Schattenraum desselben.

Der Durchschnitt des Schattenraumes mit den Bild- oder aber beliebigen Raumebenen gibt den Schlagschatten des räumlichen Objects auf diesen an.

Man nennt Lichtstrahlen, die nur einen Punkt mit der Körperoberfläche gemein haben, ohne aber dieselbe zu schneiden, ohne also gleichsam in die Körpermaterie selbst einzudringen, Streifstrahlen.

Durch die parallele Fortbewegung eines Streifstrahles längs einer Körperkante (die dann immer der Trennungslinie zukommt) wird eine Streifstrahlenebene gebildet. Der Schnitt dieser mit einer Ebene gibt den Schlagschatten der ihr zukommenden Körperkante auf letzterer an.

In diesem Sinne nennt man die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten auch Streifpolygon.

Anmerkungen: Die Begriffe von den Selbstschattengrenzen an Körpern, dem Selbst- und Schlagschatten, lassen sich durch den Schattenzeichner des Verfassers veranschaulichen. Eine kritische Beurtheilung desselben findet sich im Supplemente zum Centralblatte für das gewerbliche Unterrichtswesen in Österreich, I. Band, Heft 1—2, pag. 67 und 68.

Heißt der schattenwerfende Punkt im Raume a , so nennen wir seinen Schlagschatten, falls dieser auf die Grundrissebene fällt, a_h , auf der Aufrissebene heißt er a_v und auf der Profilebene a_k . Fällt der Schlagschatten des Punktes a aber nicht auf eine der Bildebenen, sondern auf eine Raumebene oder auf die Oberfläche eines Körpers, so nennen wir seinen Grundriss a_1 , den Aufriss a_2 und den Kreuzriss a_3 .

II. Schlagschatten des Punktes.

Hinsichtlich eines Punktes wird der Schattenraum eine Linie. Der Schlagschatten eines Punktes wird mithin gefunden, wenn man seinen Lichtstrahl projiciert und den Schnittpunkt desselben mit derjenigen Projectionsebene bestimmt, auf die er seinen Schatten wirft. (Vergl. II. Theil, Cap. 3!)

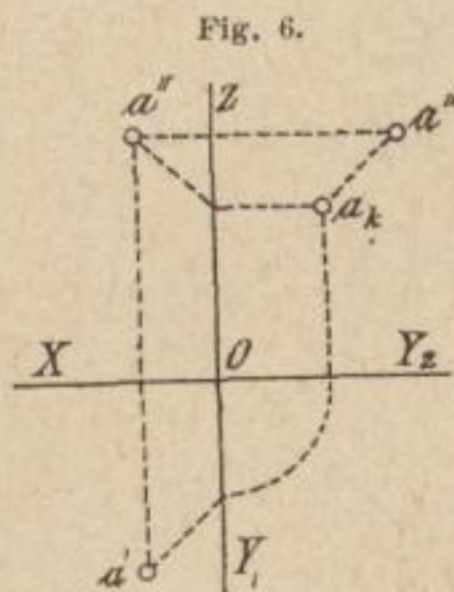
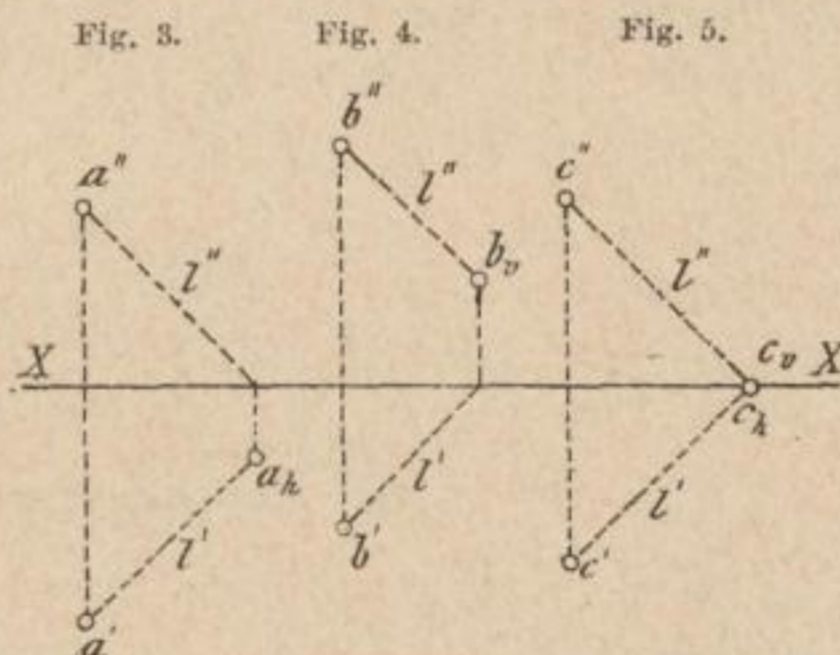
Trifft dabei l'' die Achse XX zuerst, so fällt der Schlagschatten des Raumpunktes auf die Grundrissebene. (Fig. 3.)

Kommt l' zuerst zum Schnitt mit der Achse, so wirft der Punkt im Raume seinen Schlagschatten auf die Aufrissebene: (Fig. 4.)

Treffen aber l' und l'' die Achse gleichzeitig, so bildet sich dann der Schlagschatten des in diesem Falle symmetrisch gegen die Projectionsebenen liegenden Raumpunktes in ihr selbst ab. (Fig. 5.)

Fig. 6 bringt uns die Projectionen eines Raumpunktes a , der seinen Schlagschatten auf die Profilebene nach a_k entsendet.

Ist der Schlagschatten eines Punktes auf irgend einer Raumebene anzugeben, so lege man durch diesen Punkt einen Lichtstrahl, durch letztern eine seiner projicirenden Ebenen, suche hierauf



den Schnitt dieser mit der vorgelegten Raumebene auf und sehe nach, wo sich Lichtstrahl und Schnittlinie treffen. (Vergl. II. Theil, Cap. 13!)

Fig. 7.

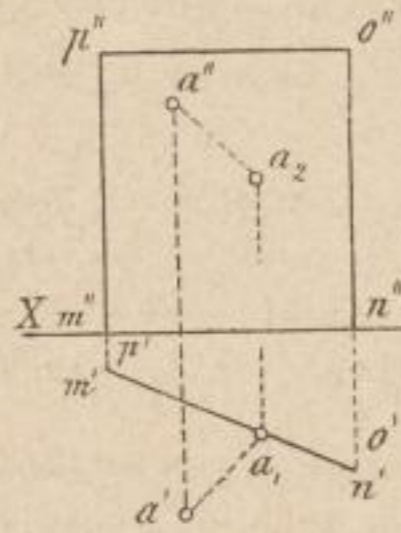


Fig. 8.

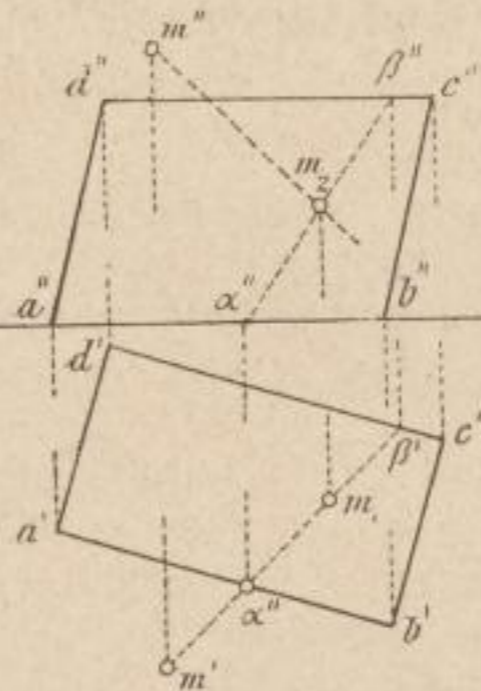


Fig. 9.

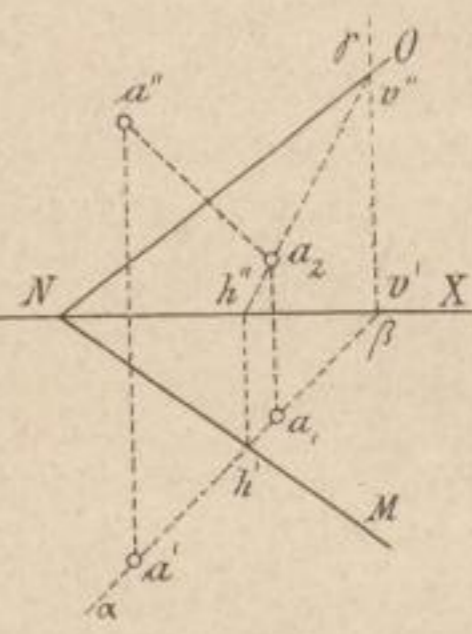
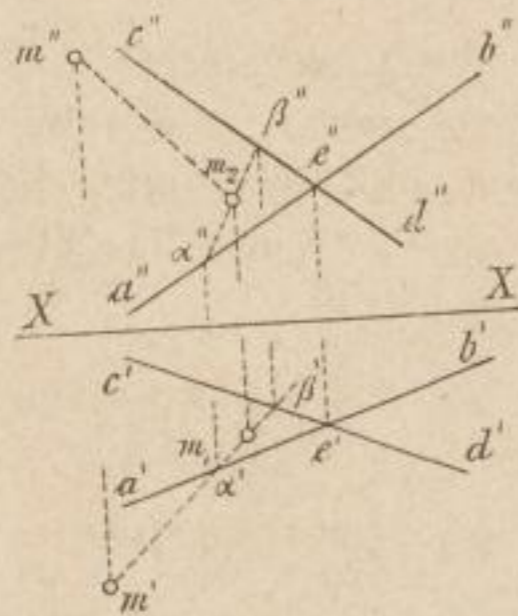


Fig. 7 stellt den Fall vor, wornach ein Punkt a im Raume seinen Schatten auf eine begrenzte, zur Grundrissebene senkrecht stehende Raumebene $m n o p$ wirft.

Fig. 10.



Der Grundriss des Lichtstrahls trifft den Saum $m n$ der Ebene in a_1 und die Lothlinie aus diesem Punkte nimmt das Schattenbild a_2 auf.

In Fig. 8 ist die begrenzte Ebene in allgemein schiefer Lage gegen die Bildebenen angenommen.

Durch ihre Spuren ist die Ebene in Fig. 9 gegeben.

Durch zwei sich schneidende Geraden ist die Ebene in Fig. 10 gegeben.

III. Schlagschatten der Geraden.

Der Schattenraum einer Geraden ist eine Ebene. Der Schlagschatten einer Geraden auf irgend einer Ebene ist eine gerade Linie, da sich zwei Ebenen nur geradlinig durchschneiden können.

Fig. 11.

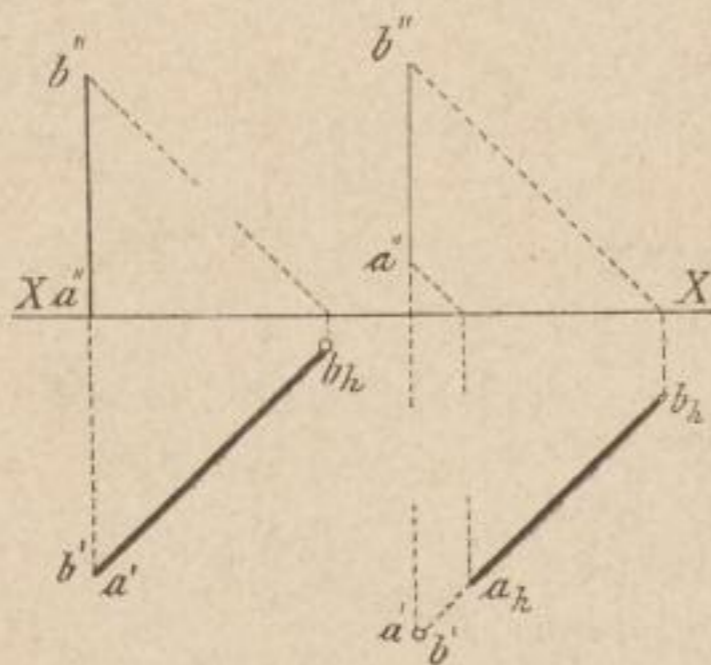


Fig. 12.

Der Schlagschatten einer Strecke auf einer Ebene wird aus den Schlagschatten ihrer Endpunkte und deren geradlinigen Verbindung erhalten.

In Fig. 11 ist die Gerade senkrecht zur Grundrissebene und mit dem Punkte a auf letzterer aufstehend projiziert.

In Fig. 12 ist die Gerade in allgemein schiefer Lage gegen die Bildebenen angenommen. Durch ihre Spuren ist die Ebene in Fig. 13 gegeben.

Ihr Schlagschatten fällt im Grundriss parallel zu l' und beginnt in ihrem Fußpunkte, der unter einem seinen eigenen Schatten angibt.

Dieselbe Richtung der Raumlinie, jedoch mit abstehendem Fußpunkte a , bringt Fig. 12.

Wird die Raumstrecke der Aufrissebene hinlänglich genähert, so nimmt letztere ihren Schatten ganz auf und wir finden $av, bv \parallel a'' b'' \parallel ab$, wie in Fig. 13.

Die Raumstrecke ab in Fig. 14 ist so angenommen, dass ihr Schlagschatten sowohl der Grundals auch der Aufrissebene zufällt. Derselbe erscheint in der X-Achse gebrochen.

Dieses Beispiel setzt sich mithin aus den Fällen 11 und 13 zusammen. Ziehen wir aus dem Punkte lv , in dem der Schlagschatten der ab die Projektionsachse trifft, im Aufriss eine Pfeillinie parallel zur Projection l'' aber in entgegengesetzter Richtung, so erhalten wir im Schnitte dieser mit der Aufrissprojection $a'' b''$ den Aufriss $1''$ desjenigen Punktes, der als symmetrisch liegender Punkt zufolge Fig. 5 sein Schattenbild in der X-Achse absetzt. Wir bezeichnen die Construction, welche uns der Punkt 1 verschafft, als Zurückführung aus dem Schlagschatten.

Das Schattenbild der ab bei gleicher Raumlage wie im vorangehenden Beispiele, jedoch mit abstehendem Fußpunkte, bringt Fig. 15.

Ist eine Raumstrecke (Fig. 16) senkrecht zur Aufrissebene, so fällt ihr Schlagschatten parallel l'' .

Trifft aber der Schlagschatten einer so gerichteten Strecke auch die Grundrissebene, so ist (Fig. 17) ihr Schattenantheil $b_h 1_h$ auf letzterer unter einem auch parallel zu ihrem Grundriss.

Parallel zur Projektionsachse fällt der Schlagschatten einer Raumstrecke dann, wenn diese, wie in Fig. 18, selbst parallel zur Projektionsachse liegt. Der Schlagschatten kann in diesem Falle auf die Grundrissebene, auf die Aufrissebene oder endlich in die X-Achse selbst fallen. Wie muss die Raumlage der Strecke für jede dieser drei Annahmen beschaffen sein?

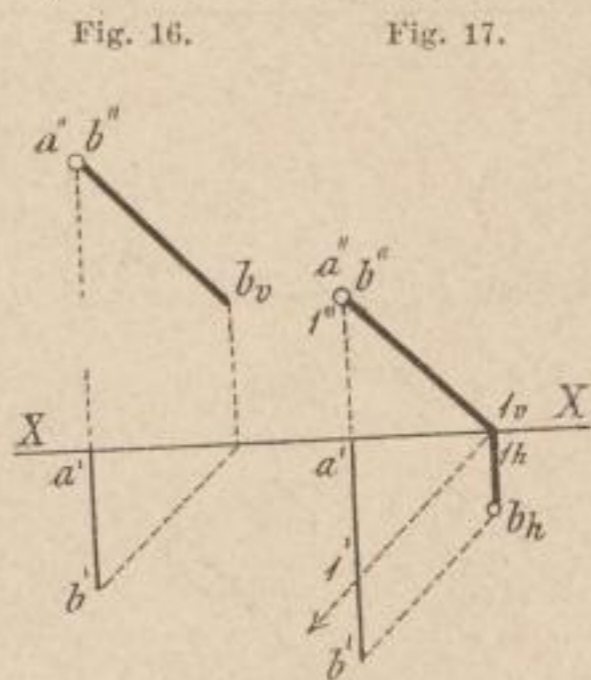
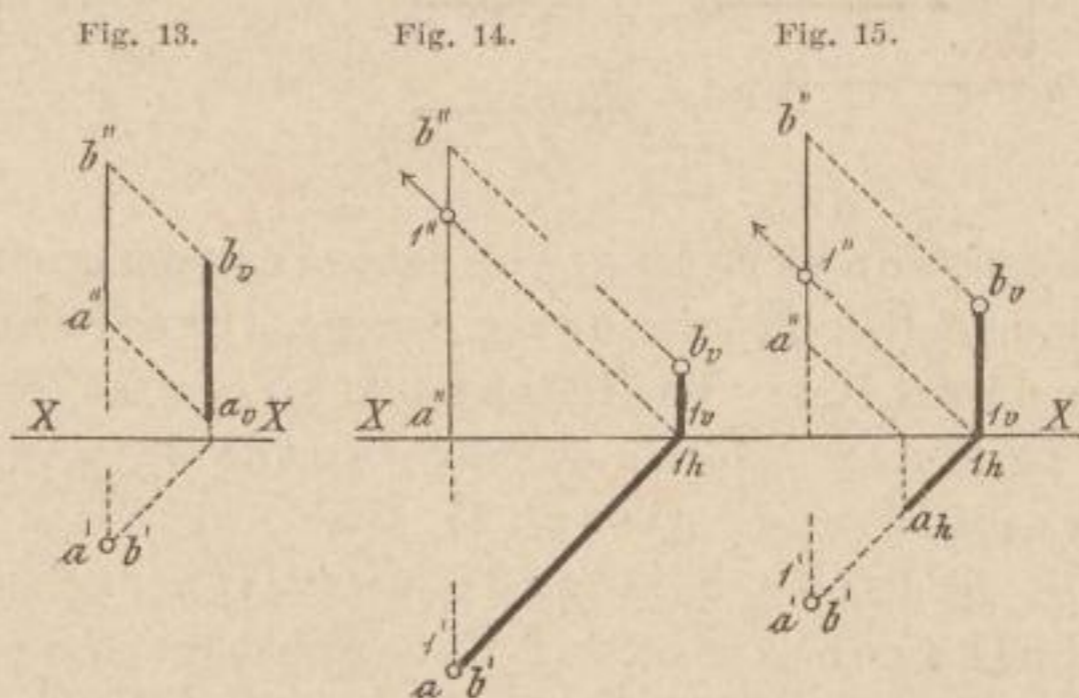


Fig. 18.

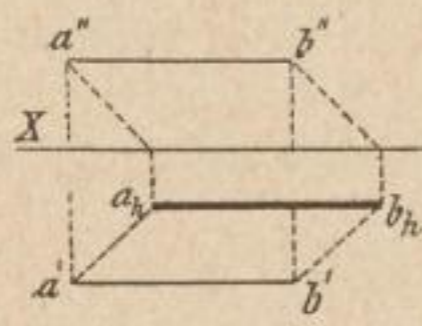
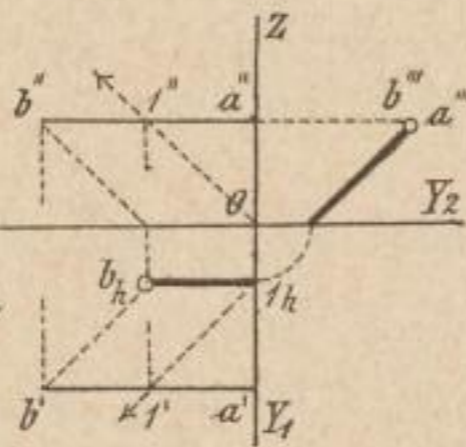


Fig. 19.



Eine zur Profilebene senkrecht gerichtete Raumstrecke setzt ihren Schlagschatten auf letzterer parallel zur Profilprojektion l'''' des Lichtstrahles ab. (Vergl. Fig. 19.)

Aus den voranstehenden Beispielen folgt:

a) Eine zur Grundrissebene senkrecht stehende Gerade wirft ihren Schlagschatten in der Richtung der Spuren ihrer horizontalprojicierenden und zu der Richtung des einfallenden Lichtes parallel liegenden Ebene. Wie lautet dieser Satz für eine verticalprojicierende Gerade?

b) Ist eine Gerade parallel mit einer Ebene, so ist ihr Schlagschatten auf dieser auch parallel mit der schattenwerfenden Linie; und hieraus die Folgerung:

c) Alle Schlagschatten einer Geraden auf untereinander parallelen Ebenen sind auch untereinander und mit der schattenwerfenden Geraden selbst parallel.

Fig. 20.

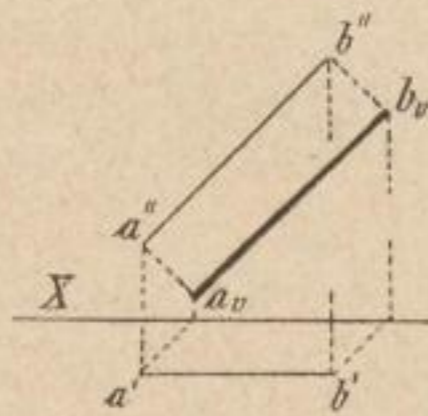
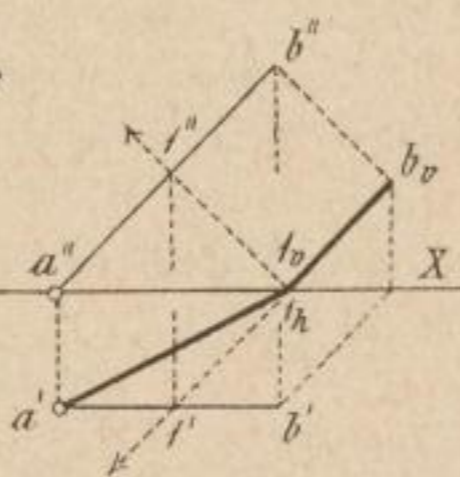


Fig. 21.

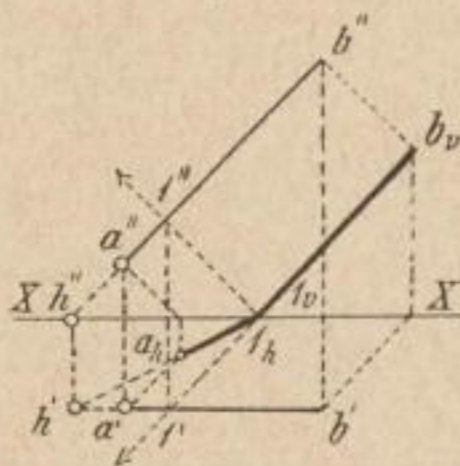


Zufolge Satzes b) ist mithin der Schlagschatten $a_v b_v$ einer zur Aufrissebene parallel liegenden Raumstrecke ab (Fig. 20) parallel mit ihrer Aufrissprojektion $a'' b''$.

In Fig. 21 steht die zur Aufrissebene parallel liegende Strecke ab mit ihrem Fußpunkte a im Grundriss auf. Man construirt b_v , zieht $b_v l_v \parallel a'' b''$ und verbindet schließlich l_h mit a' .

In Fig. 22 ist die Controle für die richtige Zeichnung der Schlagschattenstrecke $a_h l_h$ gegeben. Man dachte sich die Raumstrecke ab solange verlängert, bis sie die Grundrissebene durchschneidet und fand, dass die verlängerte $a_h l_h$ den Horizontalspurpunkt h' in sich aufnehmen müsse.

Fig. 22.



Daraus folgt aber:

d) Der verlängerte Schlagschatten einer Raumstrecke geht durch ihren Spurpunkt auf jener Ebene, welche die Raumstrecke bei genügender Verlängerung trifft.

Fig. 23 bringt den Schlagschatten einer zur Grundrissebene parallel laufenden Geraden ab , deren Anfangspunkt a im Aufriss liegt.

Zufolge Satzes b) ist ihr Schlagschatten $b_h 1_h$ auf der Grundrissebene parallel zum Grundriss $a' b'$.

In Fig. 24 ist die Controle für die richtige Zeichnung des Schlagschattens $a_v 1_v$ im Aufriss hinsichtlich des Satzes d) für eine zur Grundrissebene parallel laufende Strecke ab durchgeführt.

Die Schlagschatten-Construction für eine zur Profilebene parallel laufende Raumstrecke ab ist in Fig. 25 gegeben.

Man zieht l_3 in entgegengesetzter Richtung zur Profilprojection l''' des Lichtstrahles und findet in dem Schnitte $1'''$ dieser Linie mit dem Querriss $a''' b'''$ der Raumstrecke ab die Profilprojection $1'''$ desjenigen mittleren Punktes 1 derselben, der seinen Schlagschatten in der X-Achse absetzt. Wird nun der Punkt 1_v mit a_v verbunden, so ist dadurch sofort der Schlagschatten auf der Aufrissebene bestimmt. $b_h 1_h$ gibt den Schlagschatten der ab im Grundriss. Beachte die Punkte v'' und h' und lese d)!

Eine auf der Grundrissebene senkrecht stehende Strecke ab (Fig. 26) wirft Schlagschatten auf diese und ferner noch auf eine Verticalebene $m n o p$. Der Schlagschatten im Grundriss erreicht in dem Punkte 1_1 die Horizontalspur der Ebene $m n$, erscheint in diesem Punkte gebrochen und setzt sich hierauf in der Strecke $1_1 B \parallel 1b$ fort. Die Gerade $B1_1$ kann als die Schnittlinie von zwei Raumebenen aufgefasst werden. Nenne diese!

Fig. 23.

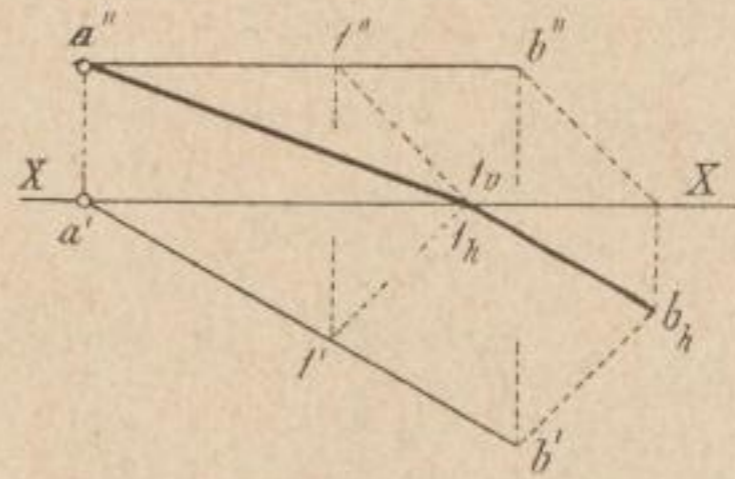


Fig. 24.

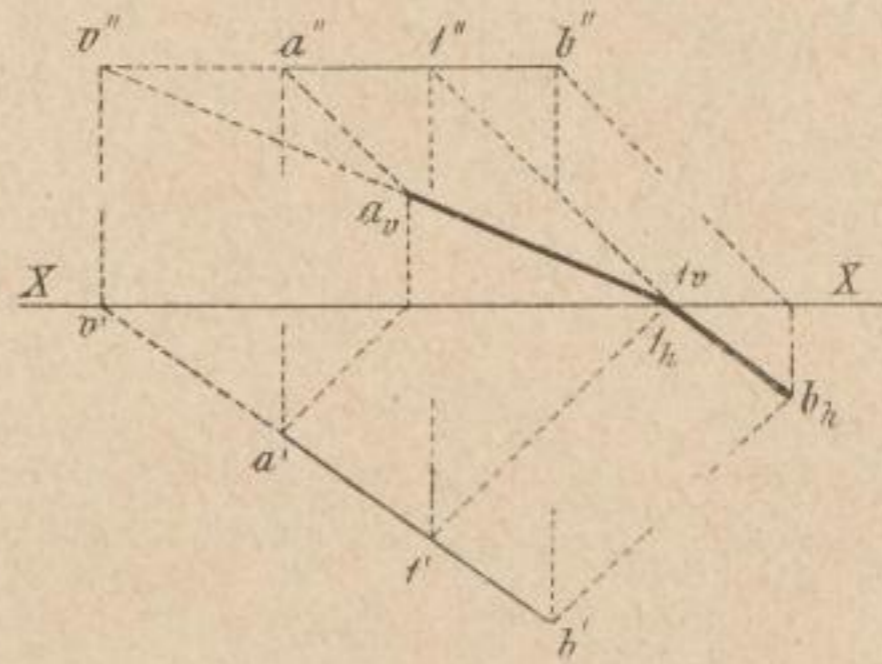


Fig. 25.

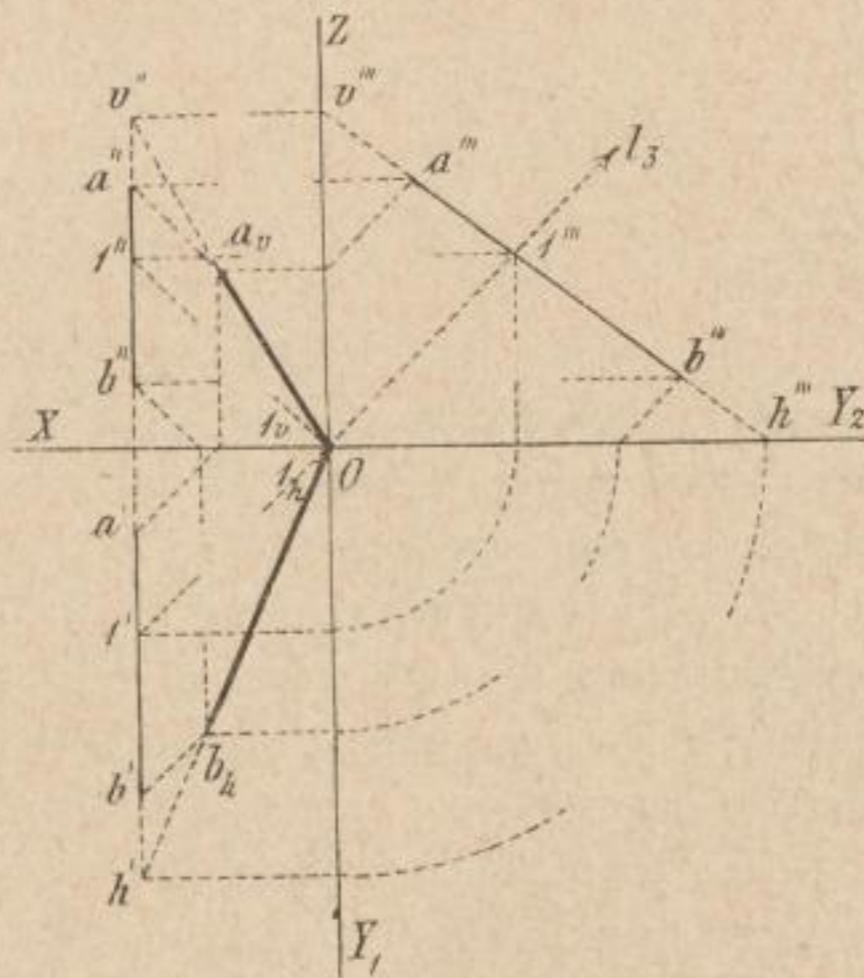


Fig. 26.

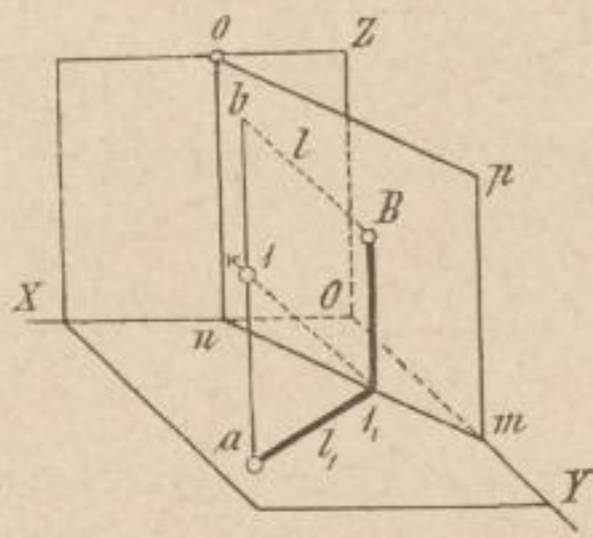


Fig. 27.

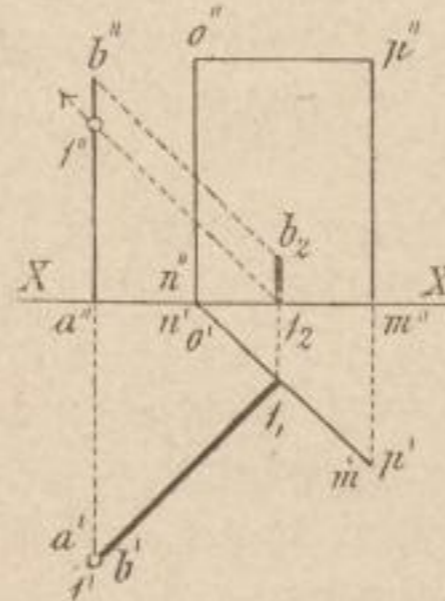


Fig. 27 behandelt ein ähnliches Beispiel. Hinsichtlich des Punktes 1 ist allgemein zu sagen: e) Fällt der Schlagschatten einer Geraden auf zwei Ebenen, so erscheint er in der Schnittlinie derselben gebrochen.

Eine Raumstrecke ab (Fig. 28) steht mit ihrem Anfangspunkte a

Fig. 28.

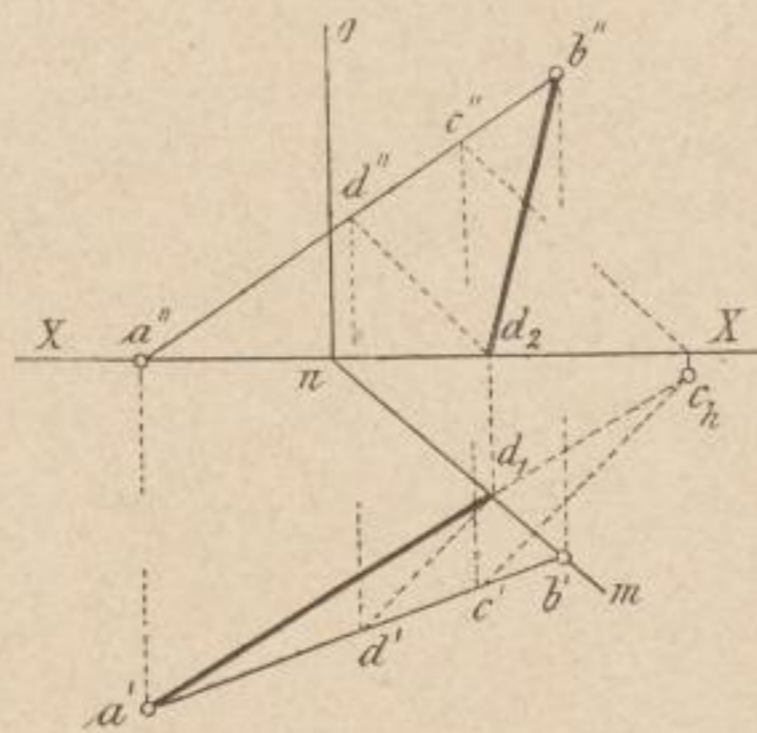
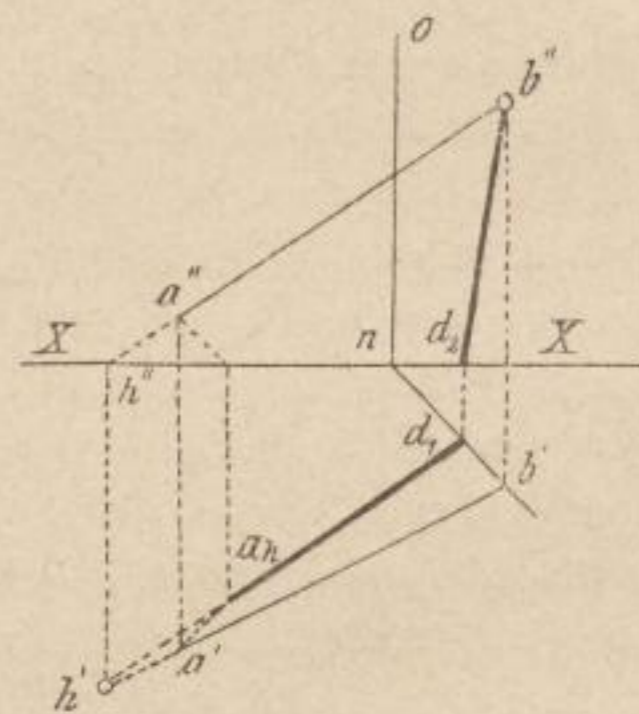


Fig. 29.



auf der Grundrissebene, mit ihrem Endpunkte b auf einer Verticalebene mno .

Soll nun der Schlagschatten dieser Strecke konstruiert werden, so handelt es sich erstlich um die Richtung ihres Schlagschattens im Grundriss. Nimmt man behufs dessen irgend einen mittleren Punkt c' , c'' derselben an und projiziert c'' , so hat man dann in der Verbindungsgeraden $c'' a'$ die Schlagschattenrichtung im Grundriss erhalten. In dem Punkte d_1 erreicht diese den Grundriss mn der Verticalebene mno und erscheint nach Satz e) in ihm gebrochen. Den Aufriss ihres Schlagschattens auf der Verticalebene mno ergibt die Gerade $d_2 b''$.

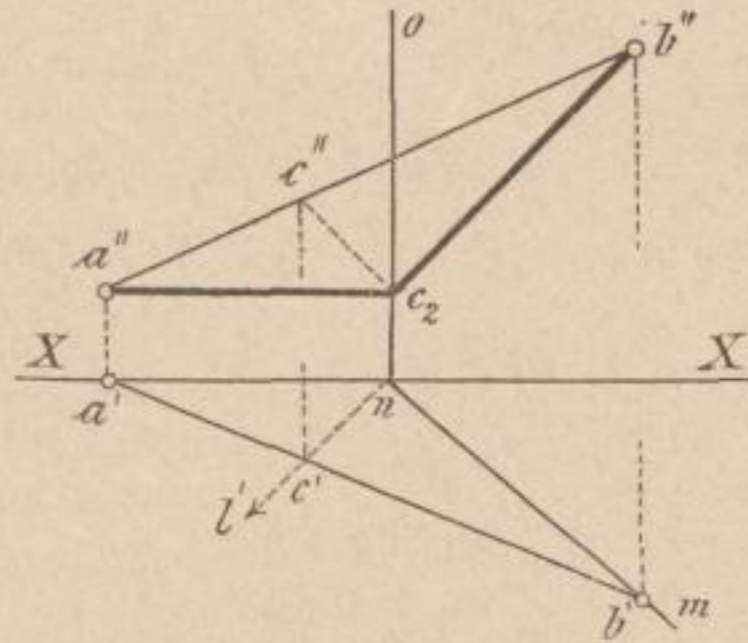
In Fig. 29 liegt der Anfangspunkt a der Raumstrecke nicht mehr in der Grundrissebene.

Hier bestimmte man h' und a_h und fand in der geradlinigen Verbindung dieser zwei Punkte die Schlagschattenrichtung $a_h d_1$ im Grundriss.

Einen sehr beachtenswerten Fall bringt Fig. 30. Eine Strecke ab stützt sich mit dem Anfangspunkte a auf die Aufrissebene; ihr Endpunkt b liegt in einer Verticalebene mno . Um nun den mittleren Punkt c' , c'' der

beantragten Strecke zu gewinnen, der seinen Schlagschatten c_2 gerade in die Schnittlinie no der vorliegenden zwei Raumebenen entsendet, zieht man einen Strahl parallel zur Horizontalprojection l' des Lichtstrahls, aber in entgegengesetzter Richtung, wodurch in seinem Schnitte mit dem Grundriss $a'b'$ der Strecke der Grundriss c' des gesuchten Punktes gefunden wird. Also auch in diesem Beispiele führt eine Zurückconstruction zum Ziele.

Fig. 30.



Den Schlagschatten einer zur Aufrissebene senkrecht stehenden Strecke ab auf genannte Ebene und zugleich auch auf eine vertical projicierende Ebene mno , bringt Fig. 31.

senkrecht stehenden

Fig. 31.

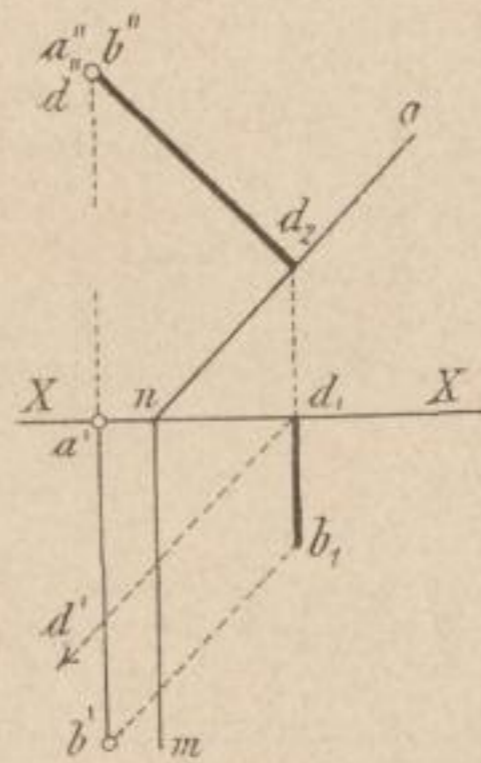


Fig. 32 braucht nur mit Fig. 30 verglichen zu werden, um die Lösung der Schattenconstruction zu geben.

Die Projectionen einer zur Profilebene senkrecht stehenden Raumebene E', E'', E''' sammt einer grundrissprojicierenden und die genannte Ebene in dem Punkte c', c'', c''' durchschneidenden Strecke ab ist durch Fig. 33 zur Ansicht gebracht.

Der Schlagschatten des Punktes b wird entweder direct mit Hilfe des Lichtstrahls l''' oder aber indirect mittels Auffindung der Schnittgeraden $1'2', 1''2''$ bestimmt.

Fig. 32.

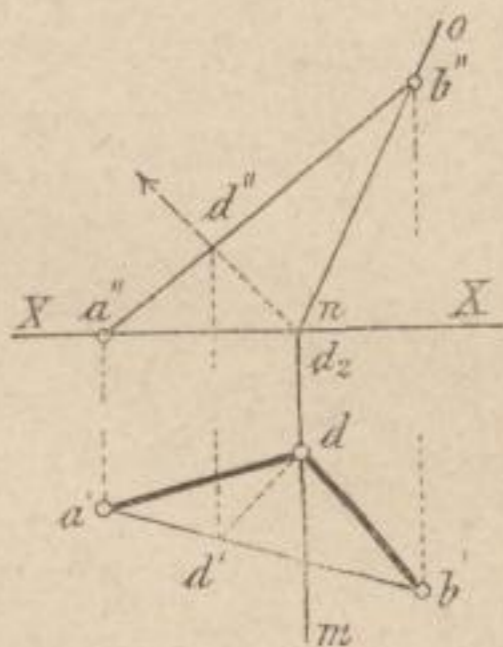


Fig. 33.

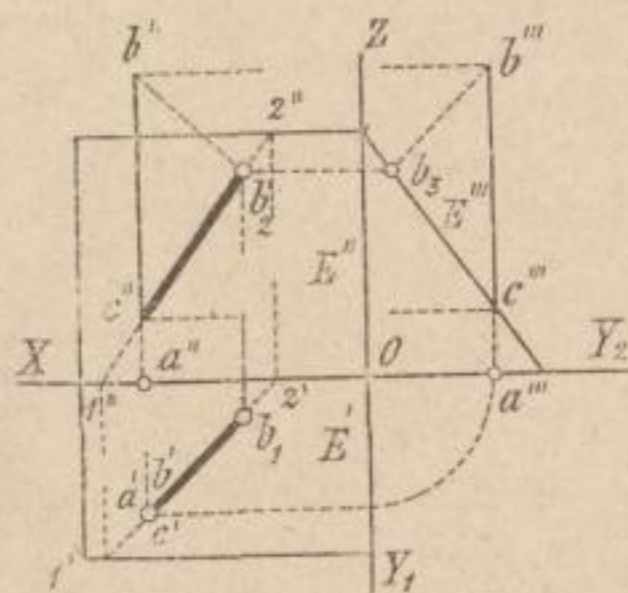
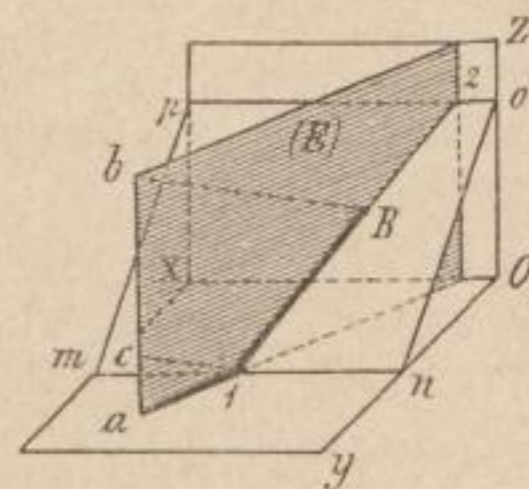


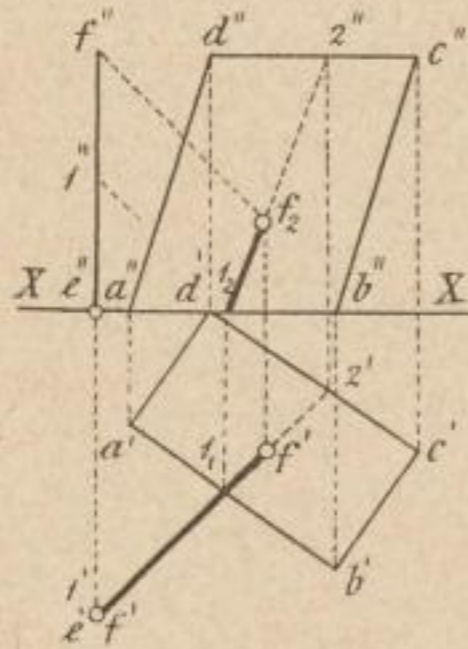
Fig. 34.



Der Schlagschatten einer zur Grundrissebene senkrecht stehenden

Strecke ab auf erstere und eine geneigte Raumebene $mno p$ bringt Fig. 34 im Vorstellungsbilde.

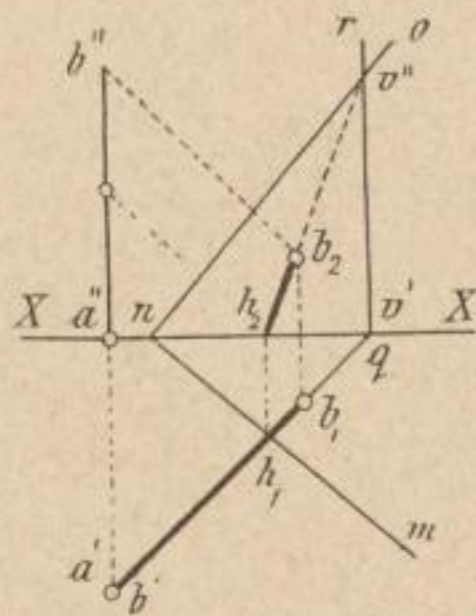
Fig. 35.



Eine ähnliche Annahme, unter Anwendung einer allgemein schiefliegenden Raumebene $abcd$ und der hieraus resultierenden Schattenconstruction, stellt Fig. 35 vor. Und daraus resultiert der sehr beachtenswerte Satz:

f) Steht eine Strecke senkrecht auf der Grundrissebene, so gibt der Grundriss eines durch den Endpunkt der Strecke gehenden Strahles zugleich die Richtung des Schlagschattens auf bezeichneter Bildebene an, welchen die Strecke sonst auf irgend wie geneigte (oder gestaltete) Flächen wirft.

Fig. 36.



Wie lautet der Satz für eine zur Aufrissebene und für eine zur Profilebene senkrecht stehende Strecke?

Durch ihre Spuren ist die schattenauffangende Ebene in Fig. 36 gegeben.

Eine allgemein schiefliegende Gerade ab , die mit ihrem Anfangspunkte a auf der Raumebene mno steht, wirft ihren Schlagschatten auf letztere. (Fig. 37.)

Wie wurde in dem Falle b_1, b_2 construiert?

Durch zwei sich schneidende Geraden ist die schattenauffangende Ebene endlich in Fig. 38 dargestellt.

Fig. 37.

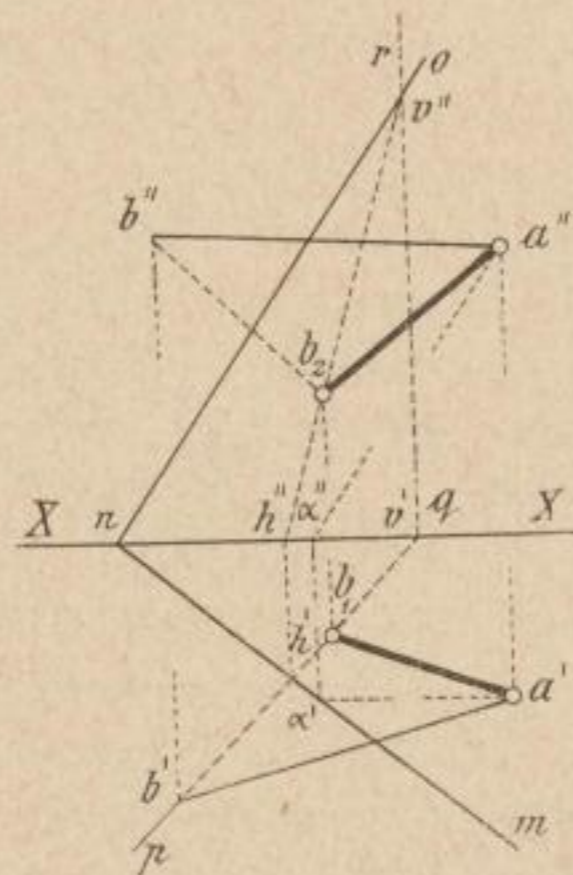
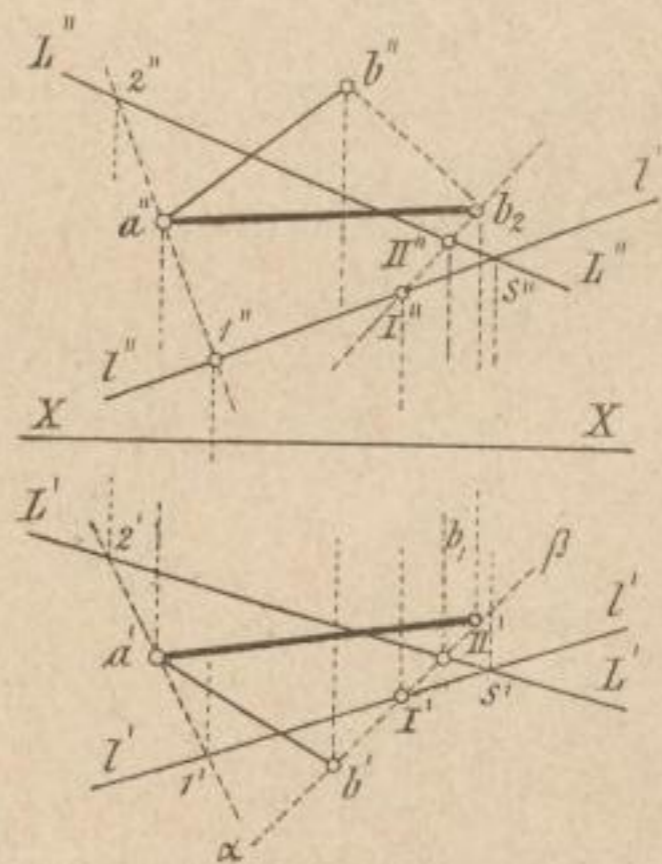


Fig. 38.



IV. Schlagschatten von eckigen Figuren.

Wir denken uns (Fig. 39) eine Dreiecksfläche abc in paralleler Lage zur schattenauffangenden Ebene (E). Der Schattenraum des Raumdreiecks ist ein schiefes Prisma, dessen Kanten der Richtung des einfallenden Lichtes parallel liegen. Dieses erscheint nun durch die Ebene (E) parallel zu seiner Basisfläche geschnitten. Da aber unter dieser Annahme die Schnittfigur eine mit der Basisfläche congruente Figur ergibt, so folgt, dass beispielsweise auch in Fig. 40, in der das Dreieck abc parallel zur Aufrissebene angenommen ist, der Schlagschatten $a_v b_v c_v$ auf letzterer $\cong a'' b'' c''$ und $\cong abc$ ist. Allgemein:

a) Ist die Ebene einer Figur parallel zu einer Projectionsebene, so ist der Schlagschatten der Figur auf dieser congruent mit der schattenwerfenden Figur im Raume, folglich auch congruent mit ihrer Projection auf der Ebene selbst.

b) Der Schlagschatten einer Raumfigur auf einer Ebene wird erhalten, wenn man die Schattenbilder ihrer Eckpunkte auf die Ebene projiziert und diese sodann in der natürlichen Aufeinanderfolge verbindet.

c) Eine Ebene, in der Richtung der Lichtstrahlen gelegen, gibt eine gerade Linie als Schlagschatten, welche ihre Begrenzung durch die Lichtstrahlen findet, welche den entferntesten Eckpunkten der schattenwerfenden Figur zukommen.

Der Schattenraum der Figur geht in diesem Falle in eine Streifstrahlenebene über, die jede andere Ebene nach einer Geraden schneidet.

d) Die Fläche, welche die Projection einer Figur aus dem Schlagschatten herauschneidet (vergl. das mit D bezeichnete Dreieck in der Fig. 40!), stellt in der Natur den verdeckten Theil des Schattens vor und wird deshalb weder schraffiert noch angelegt.

In Fig. 41 ist die schattenwerfende Raumfigur $abcd$ in schiefer Lage gegen die beleuchtete Ebene (E) gedacht.

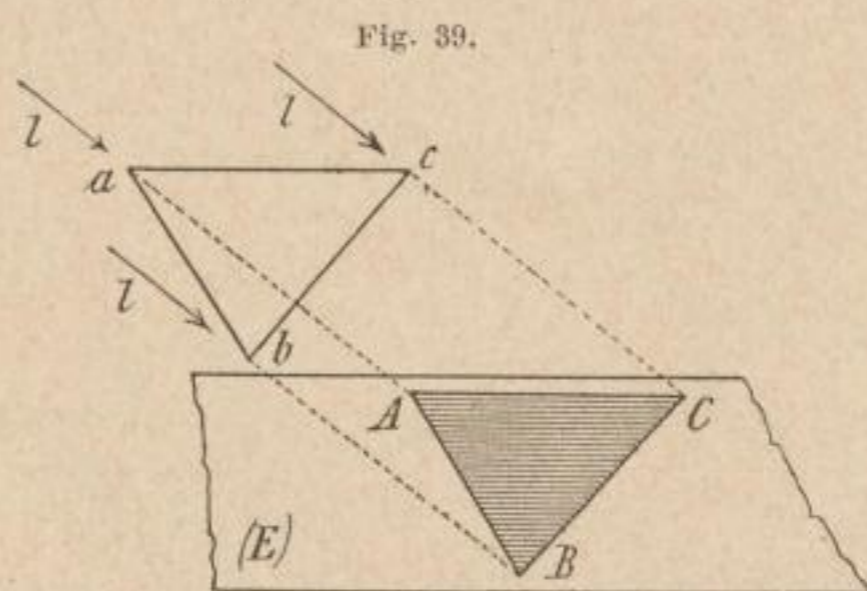


Fig. 39.

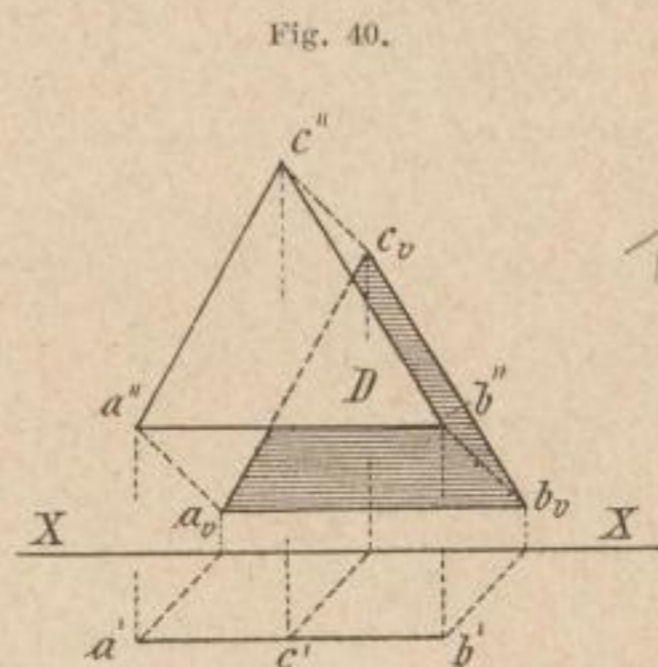
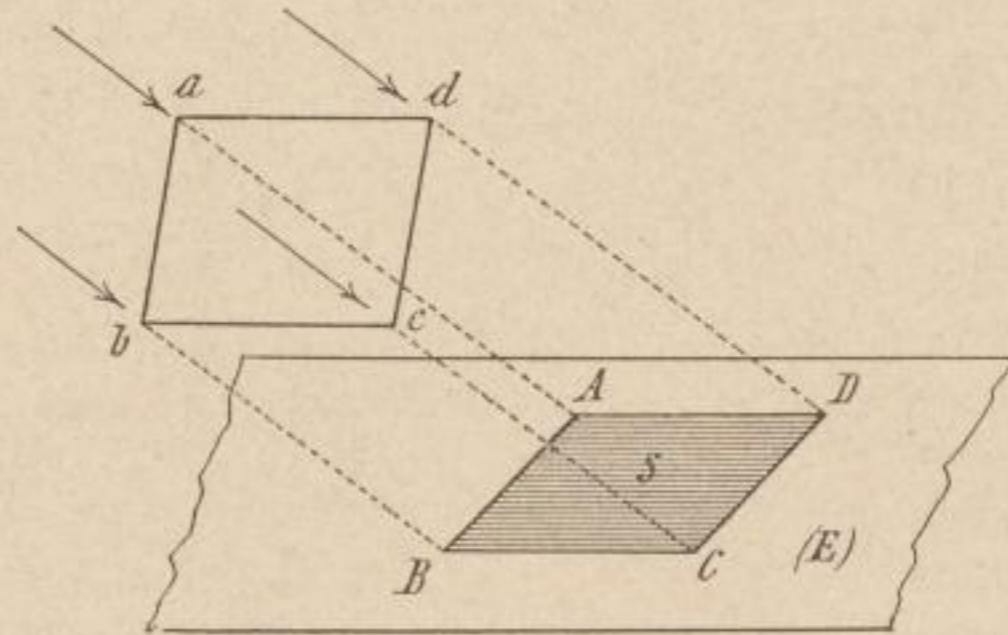


Fig. 40.

T

Fig. 41.



Hier erscheint mithin das den Schattenraum der Figur angegebene Prisma schief zu dessen Basis geschnitten, daher ist das Schattenbild S von anderer Gestalt, als jenes der Raumfigur.

So bildet sich z. B. der Schlagschatten des in Fig. 42 parallel zur Aufrissebene projizierten $\triangle abc$

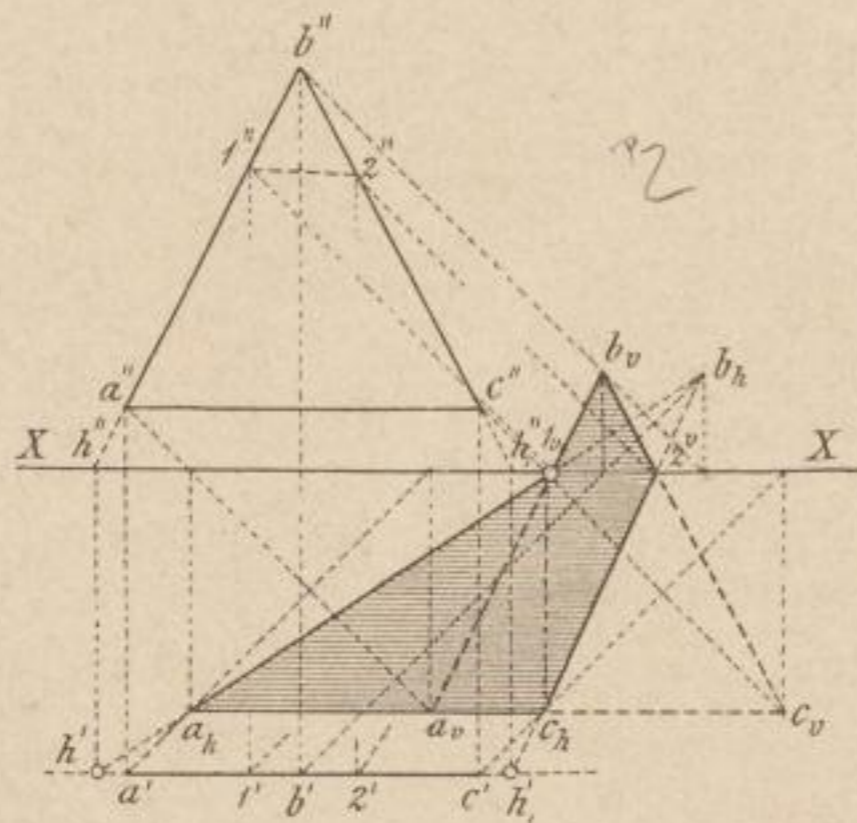
im Grundriss in der Dreiecksfigur $a_h b_h c_h$ ab.

Hingegen ist der Schlagschatten des bezeichneten \triangle auf der Aufrissebene $a_v b_v c_v$ wieder $\cong a'' b'' c''$.

Der Theil $1_v a_v c_v 2_v$ dieses \triangle stellt den Schlagschatten auf der erweiterten gedachten Aufrissebene vor, ist mithin in der Natur ebensowenig vorhanden, als der Schlagschatten

$b_h 1_v 2_v$, der wieder den auf der erweiterten Grundrissebene angenommenen Schattentheil angibt.

Fig. 42.



Schlagschatten auf die Aufrissebene, das Trapez $a b 2 1$ aber nach der Grundrissebene.

Zeichnet man mithin das Schattenbild $a_h b_h c_h$ für den Grundriss, so ergeben sich im Schnitte seiner Begrenzungslinien $a_h b_h$ und $c_h b_h$ mit der XX sofort die in dieser liegenden Punkte $1_v, 2_v$, welche durch Zurückführung leicht nach $1''$ und $2''$ in die Aufrissbilder $a'' b''$ und $c'' b''$ der bezüglichen Dreiecksseiten gebracht werden können.

Wozu nützen die Spurpunkte h' und h'' in der Figur?

Aus Fig. 42 entnehmen wir:

Denken wir uns eine Ebene, welche parallel zur Richtung des einfallenden Sonnenlichtes liegt, aber die Projektionsachse XX in sich aufnimmt, so wird diese das $\triangle abc$ nach der Geraden $1, 2$ durchschneiden, welche ihren Schlagschatten selbst in die XX entsendet. Diese Linie theilt die Raumfigur in zwei Hälften; der Theil $b 1 2$ entsendet seinen

e) Fällt der Schatten einer geradlinigen Figur theils auf die Grundriss- und theils auf die Aufrissebene, so zählt der Schatten zwei Eckpunkte und zwei Begrenzungslinien mehr, als die Raumfigur; nur dann, wenn ein oder zwei Eckpunkte der Figur ihren Schatten auf die Projektionsachse werfen, stimmt die Zahl der Eckpunkte und der Begrenzungen im Schattenbilde mit jener in der Figur überein.

Fig. 43 bringt die Schlagschatten-Construction für eine zur Grundrissenebene senkrecht gestellte Rechtecksfläche.

Der Schlagschatten eines zur Grundrissenebene parallel liegenden Fünfecks auf beide Bildebenen wird durch Fig. 44 dargestellt.

Man bestimmt zuerst a_h, b_h , zieht hierauf $a_h 1_h \parallel a' 1'$ und $b_h 2_h \parallel b' 2'$, woraus man sofort erkennt, dass das Trapez $a b 2 1$ seinen Schlagschatten auf die Grundrissenebene entsendet. Das unregelmäßige Fünfeck $1 2 c d e$ wirft aber Schlagschatten auf die Aufrissebene.

Fig. 45 stellt eine Rechtecksfläche in paralleler Lage zur Profilebene dar, die Schlagschatten auf beiden Projectionsebenen absetzt.

Man zieht die Gerade l_3 parallel, aber entgegengesetzt gerichtet zu l'' und erhält sofort die Profilprojectionen $1'''$ und $2'''$ derjenigen in den Rechtecksseiten $a d$ und $b c$ liegenden Punkte 1 und 2, die ihren Schlagschatten nach $1_h 1_v$ und $2_h 2_v$ in die X-Achse entsenden. Die Gerade l_3 theilt das Rechteck in zwei ungleiche Hälften: der Theil $1 2 c d$ desselben wirft seinen Schlagschatten $1_v 2_v e_v d_v$ auf die Aufrissebene; der Theil $1 2 b a$ aber bildet seinen Schlagschatten in der Figur $1_h 2_h b_h a_h$ im Grundriss ab.

Die Schlagschatten-Construction eines regelmäßigen, zur Profilebene

Fig. 43.

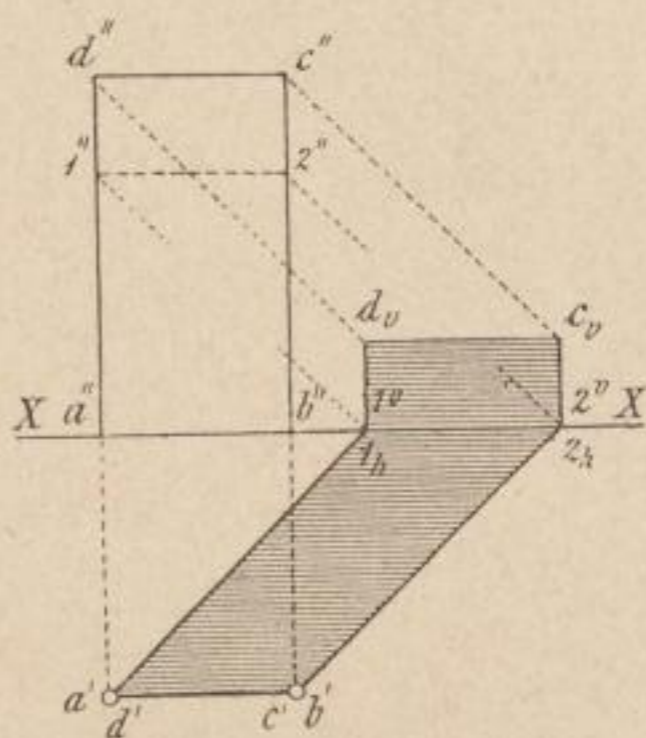
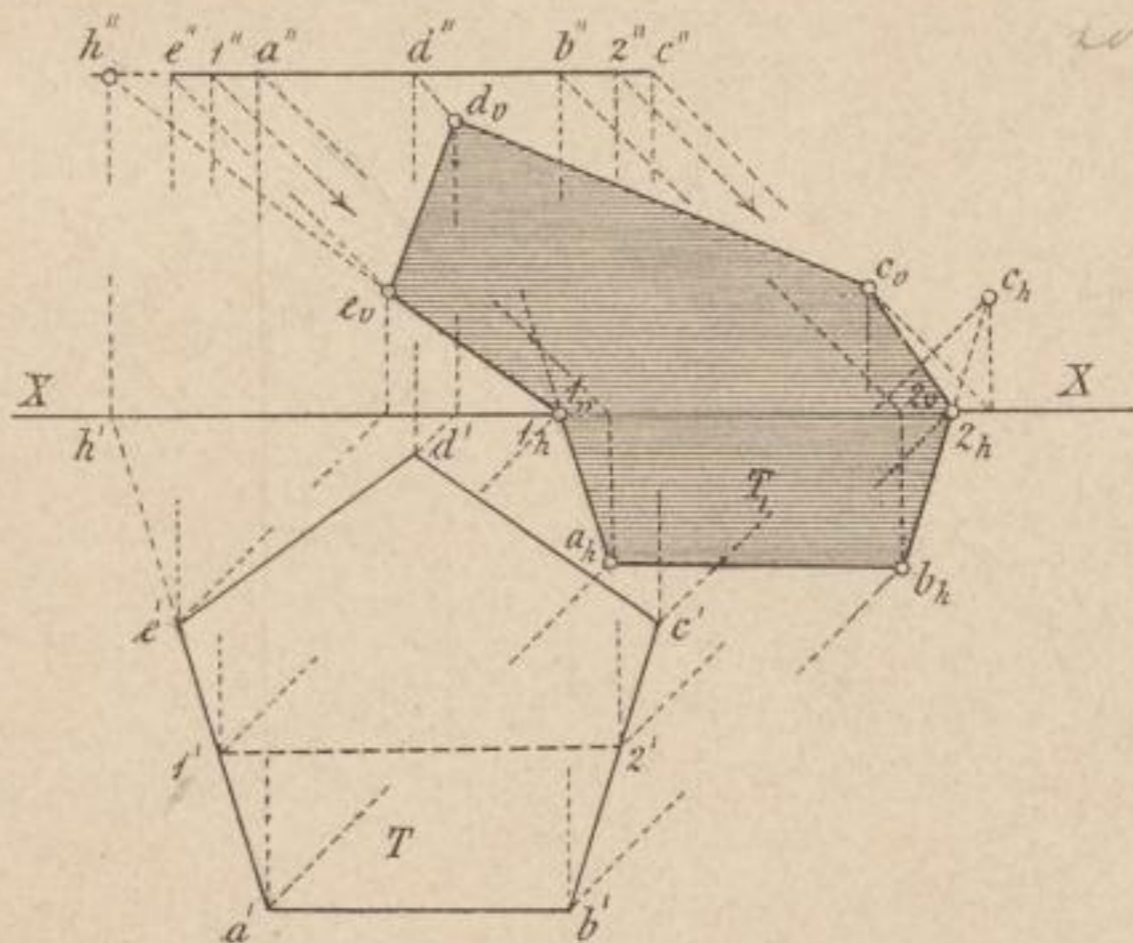


Fig. 44.



wenn b' fort
auf l''
4' fallen

Fig. 45.

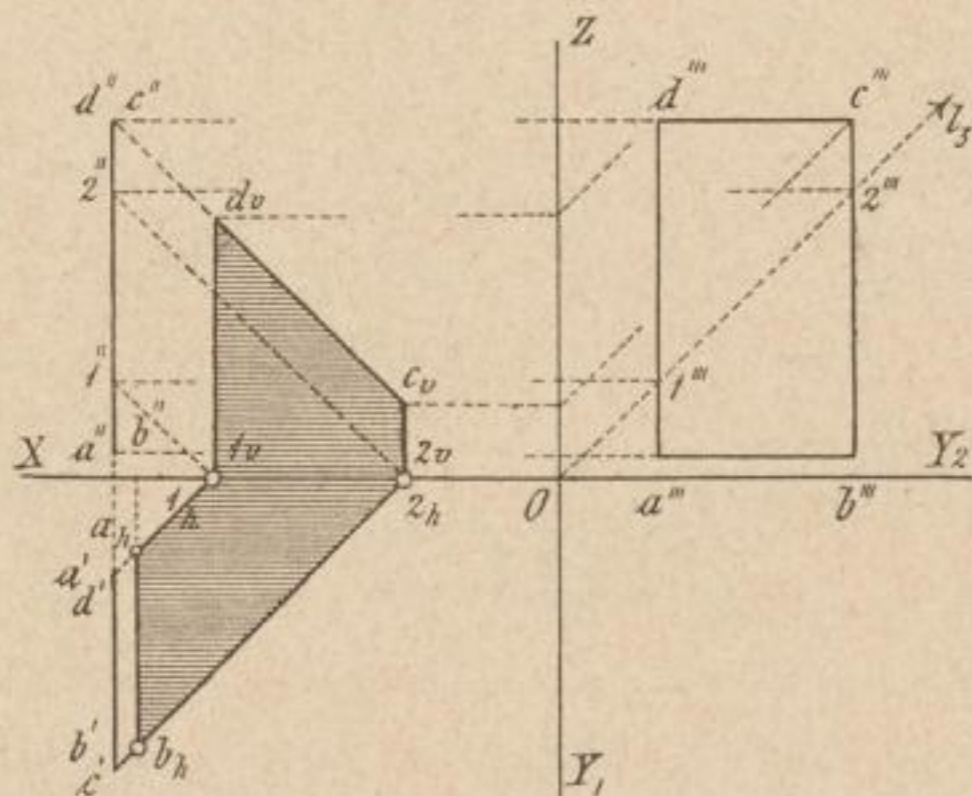


Fig. 47.

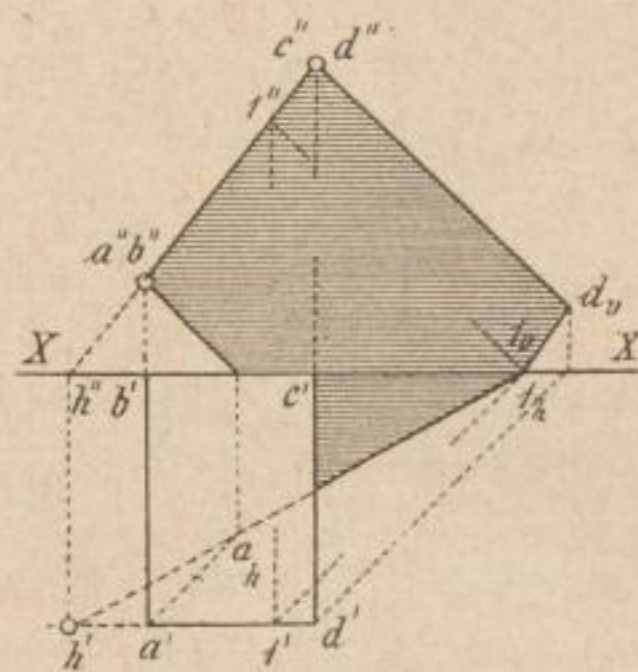
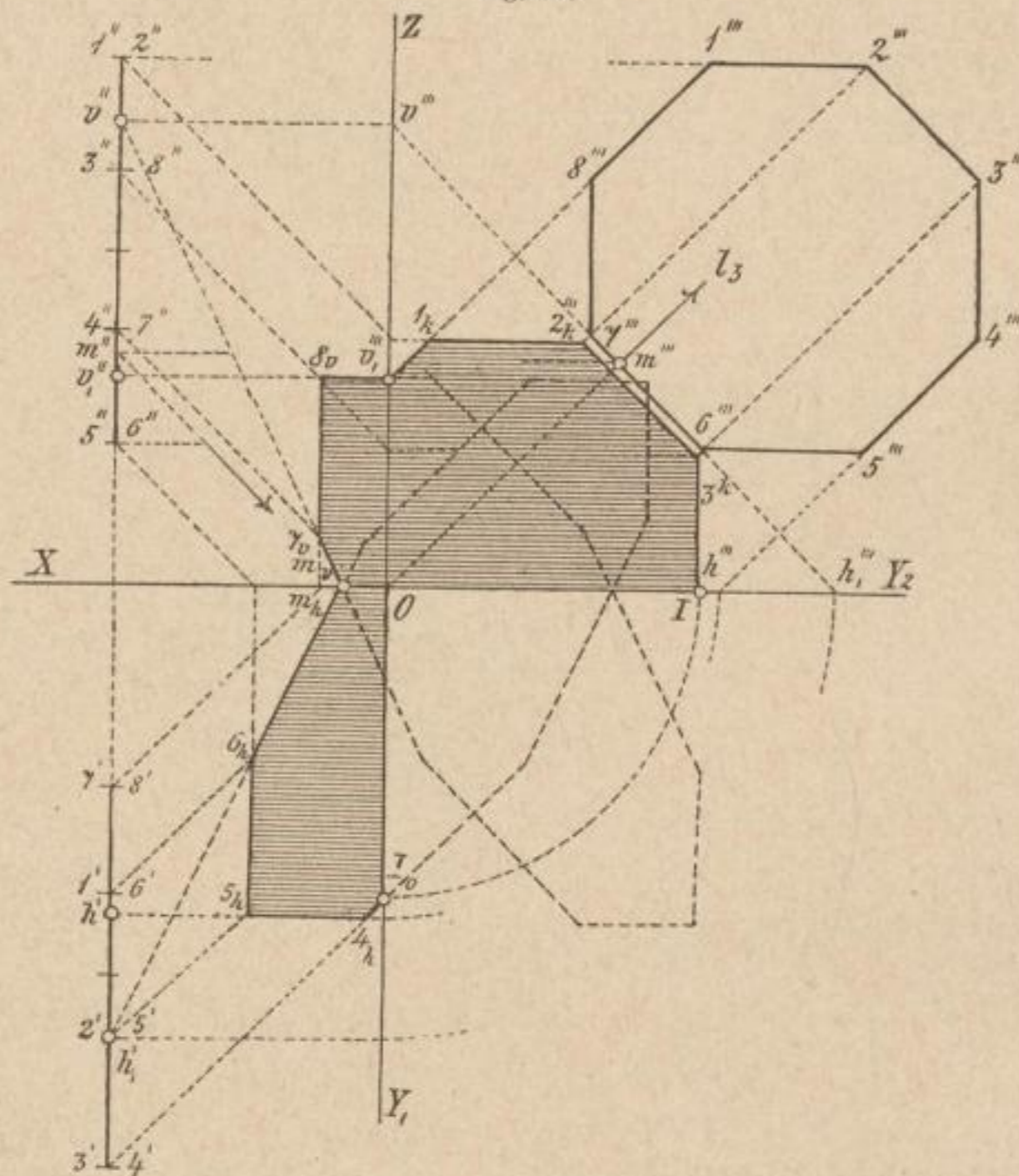


Fig. 46.



parallel liegenden Achteckes, das seinen Schlagschatten auf alle drei Projectionsebenen wirft, ist in Fig. 46 ersichtlich. Wie wird der Punkt m'' , m''' erhalten, der seinen Schlagschatten in der X-Achse abbildet?

Den Schlagschatten einer vertical projicirenden Rechtecksfläche $a b c d$ bringt Fig. 47. Beachte die Controle hinsichtlich der richtigen Zeichnung der Schattengrenze $a_h 1_h$ im Grundriss!

Den Schlagschatten einer Raumebene $a b c d$, die mit der Begrenzungslinie $a b$ im

Grundriss und mit der Seite $d c$ im Aufriss liegt, projiciert Fig. 48.

Man nahm A' , A'' in dem Ebenensaume $b' c'$, $b'' c''$ beliebig an, construierte A_v , zog hierauf $c'' A_v 2_v$, sodann $2_h b'$ und legte schließlich $d'' 1_v \parallel c'' 2_v$ und $a' 1_h \parallel b' 2_h$.

Eine zur Grundrissebene senkrecht stehende Rechtecksfläche $m n o p$ (Fig. 49) wirft Schlagschatten auf eine begrenzte, aber in allgemein schiefer Lage gegen die Bildebenen angenommene Raumebene $a b c d$.

Hinsichtlich der Rechtecksseiten $n o$ und $m p$ ist die durch Fig. 35 gegebene Construction zweimal zur Anwendung zu bringen, wodurch sich die Punkte o_1, o_2 und p_1, p_2 finden lassen.

In Fig. 50 erblicken wir die Projectionen eines allgemein schief liegenden Raumdreiecks $a b c$, welches in der Strecke $m n$ eine zur Grundrissebene projicierende Raumebene (E') (E'') durchschneidet.

Hier ist die Schattenconstruction nach der Zurückführungsmethode vorgenommen.

Beachtet man den Schattenumriss des Δ in dem gerad gebrochenen Linienzuge $a_h b_h 1_v c_v 2_v a_h$ und jenen des Rechtecks in der Figur $o' p' 3_h p_v o_v 4_h o'$, so findet man, dass sich eben genannte Schattengrenzen in den Punkten α_h, I_v und II_v durchschneiden.

Der Punkt α_h , zurückgeführt, bestimmt denjenigen Punkt α', α'' der Dreiecksseite $b' c', b'' c''$, welcher seinen Schlagschatten α_1, α_2 auf der Rechtecksseite p', p'' abbildet. Der Punkt I_v gehört sowohl dem Schlagschatten des oberen Rechteckssaumes $o p$, als auch der Dreiecksseite $b c$ an. Wird I_v also zurückgeführt, so ergibt sich der Punkt I', I'' erstgenannter Raumstrecke $o p$, der seinen Schlagschatten auf der Dreiecksseite $b c$ in I_1, I_2 absetzt. Verfolge die Zurückführung des Punktes II_v !

Fig. 48.

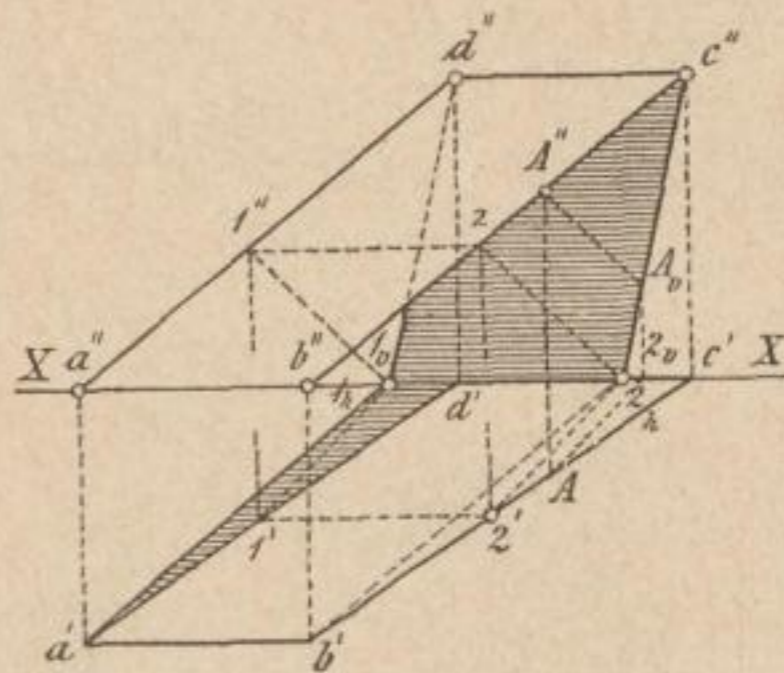
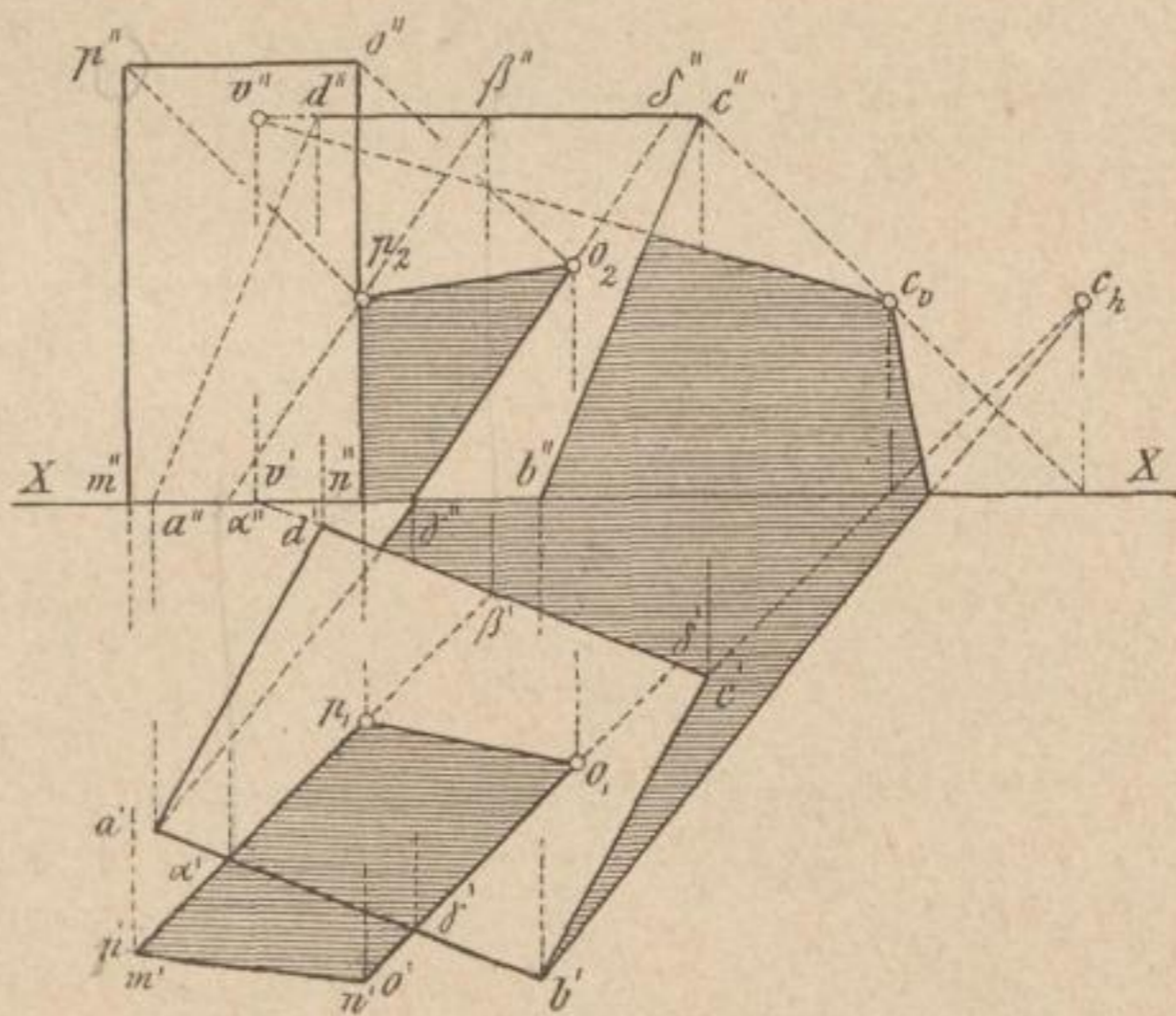


Fig. 49.

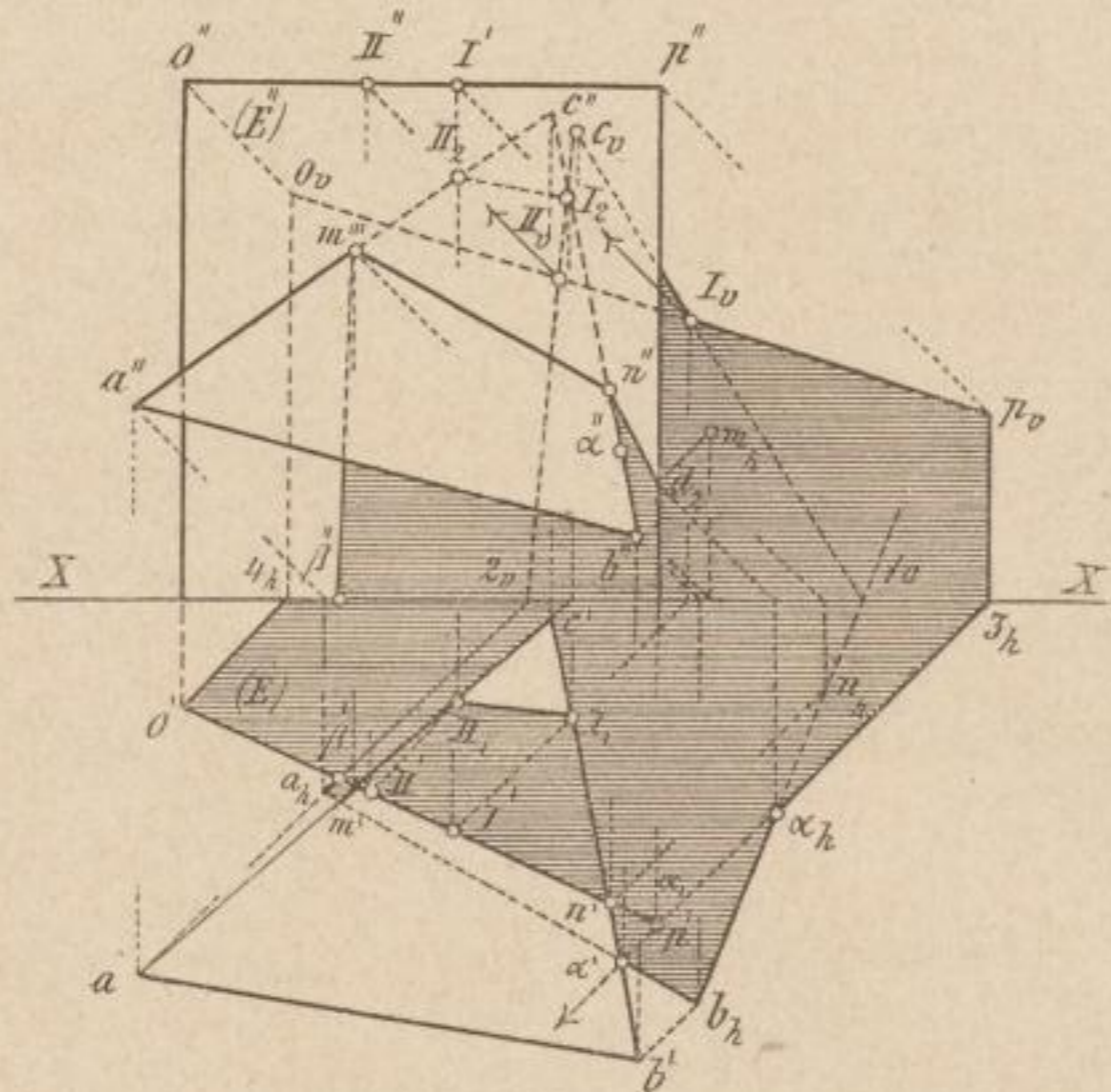


unt 50
a
p
b
c

Fig. 51 endlich bringt uns den Schlagschatten einer durchbrochenen Raumfigur.

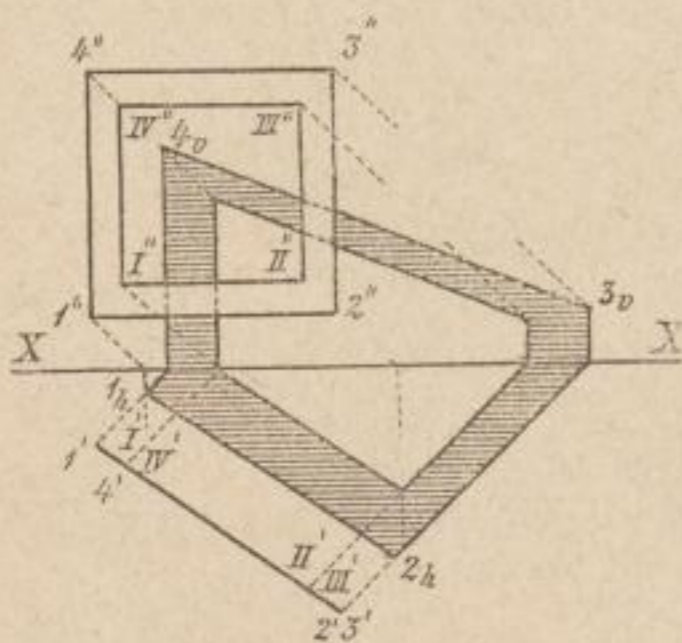
V. Schlagschatten des Kreises.

Fig. 50.



Die Schnittfigur einer Ebene mit einer Cylinderfläche ist eine Curve, wenn sämtliche Erzeugenden geschnitten werden. Ist die Leitlinie der Cylinderfläche ein Kreis, so ist die Schnittfigur, falls die schneidende Ebene mit ihr parallel ist, ein Kreis; liegt aber die Schnittebene zur Ebene der Leitlinie schief, und werden alle Cylindererzeugenden von ersterer getroffen, dann resultiert eine Ellipse als Umriss der Schnittfigur.

Fig. 51.



Der Schattenraum eines Kreises ist aber ein Cylinder, welchem der schattenwerfende Kreis als Leitlinie zukommt und dessen Erzeugenden der Richtung des angenommenen Lichtstrahles parallel sind.

Unter Berücksichtigung des Gesagten folgt:

a) Der Umriss des Schlagschattens eines Kreises ist wieder ein Kreis von demselben Halbmesser, wenn die Ebene des schattenwerfenden Kreises parallel zur schattenauffangenden Raumebene liegt.

b) Liegt aber die Ebene des schattenwerfenden Kreises schief gegen die schattenauffangende Raumebene, dann ist der Umriss des Schattenbildes eine Ellipse.

c) Liegt die Ebene des schattenwerfenden Kreises in der Richtung der einfallenden Lichtstrahlen, dann erscheint ihr Schlagschatten als Strecke. (Vergl. Satz c), Seite 11!)

d) Der Schlagschatten irgend einer von krummen Linien begrenzten Raumfigur wird erhalten, wenn man in dem Umfange der Figur genügend viele Punkte annimmt, deren Schlagschatten bestimmt und diese sodann in ihrer natürlichen Aufeinanderfolge untereinander continuierlich verbindet.

Fig. 52.

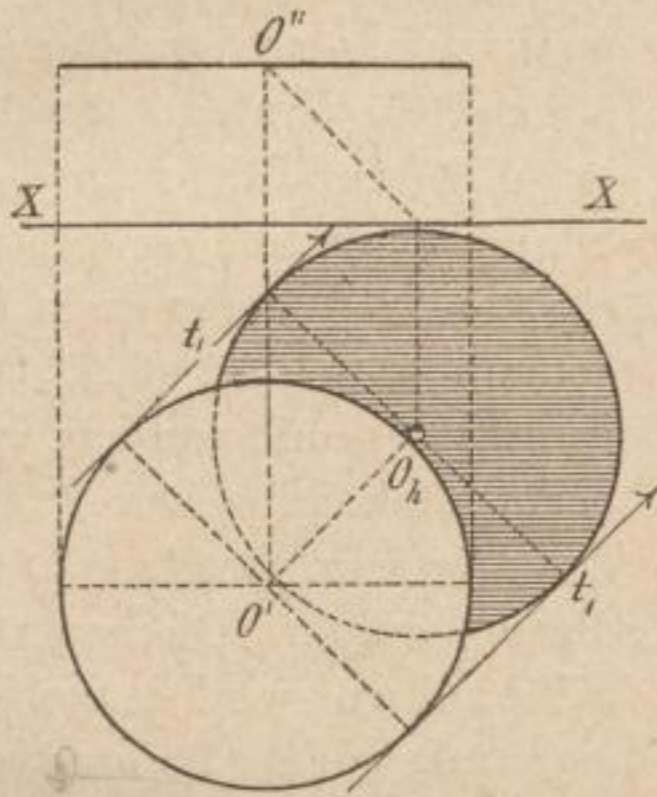
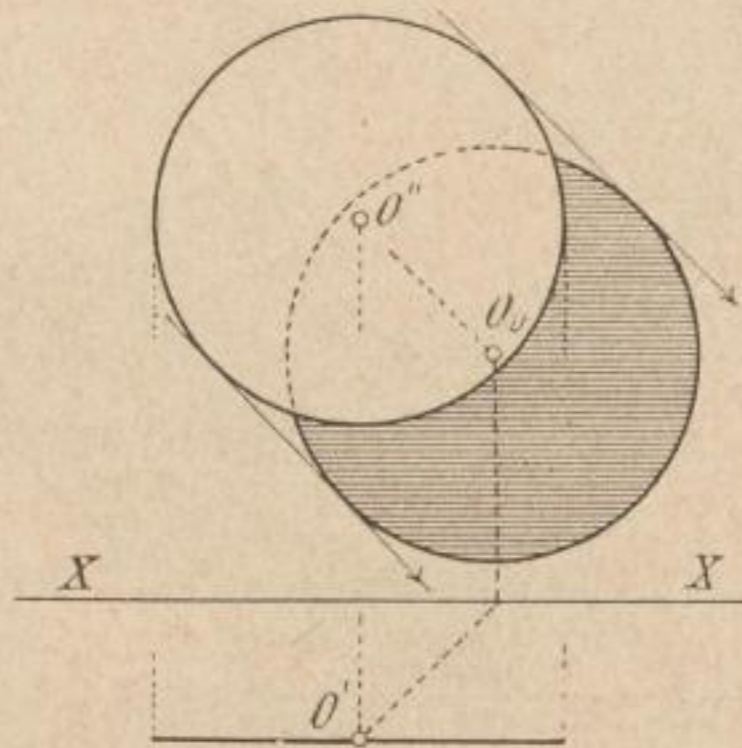


Fig. 53.



In Fig. 52 liegt der schattenwerfende Kreis parallel zur Grundrissebene. Nach Satz a) ist mithin sein Schlagschatten auf letzterer ein Kreis von demselben Radius. Um diesen beschreiben zu können, suche man O_h , wodurch sein Centrum gefunden ist.

Fig. 54.

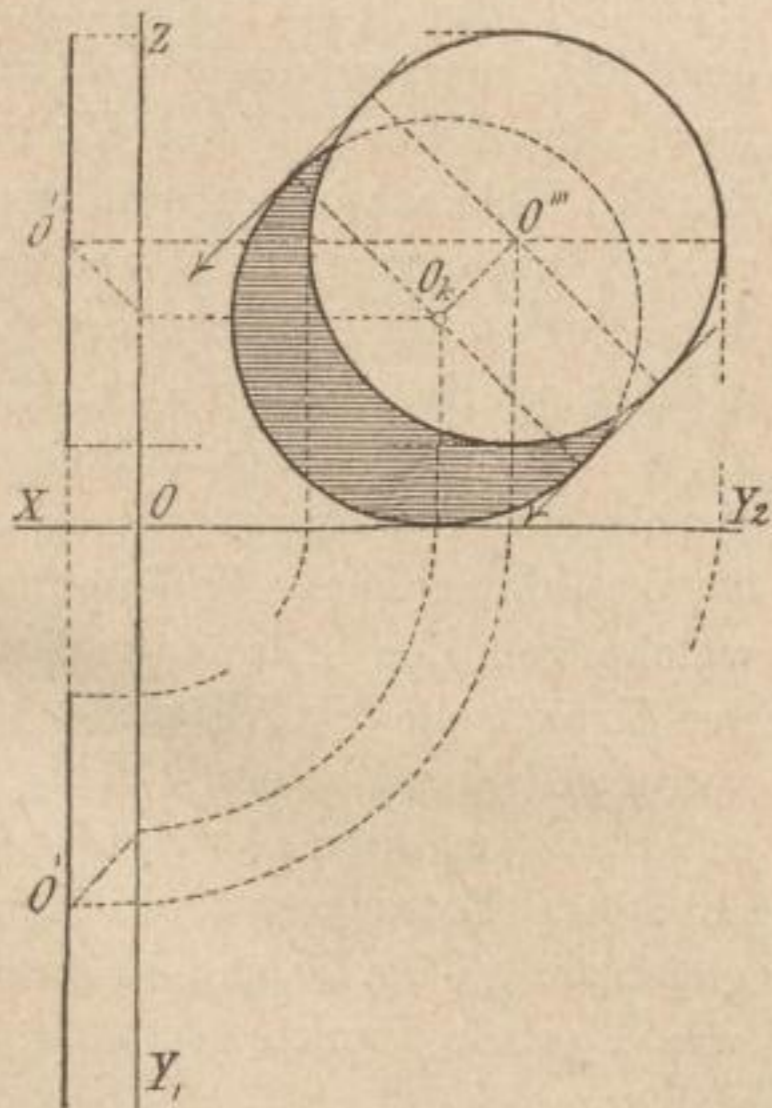
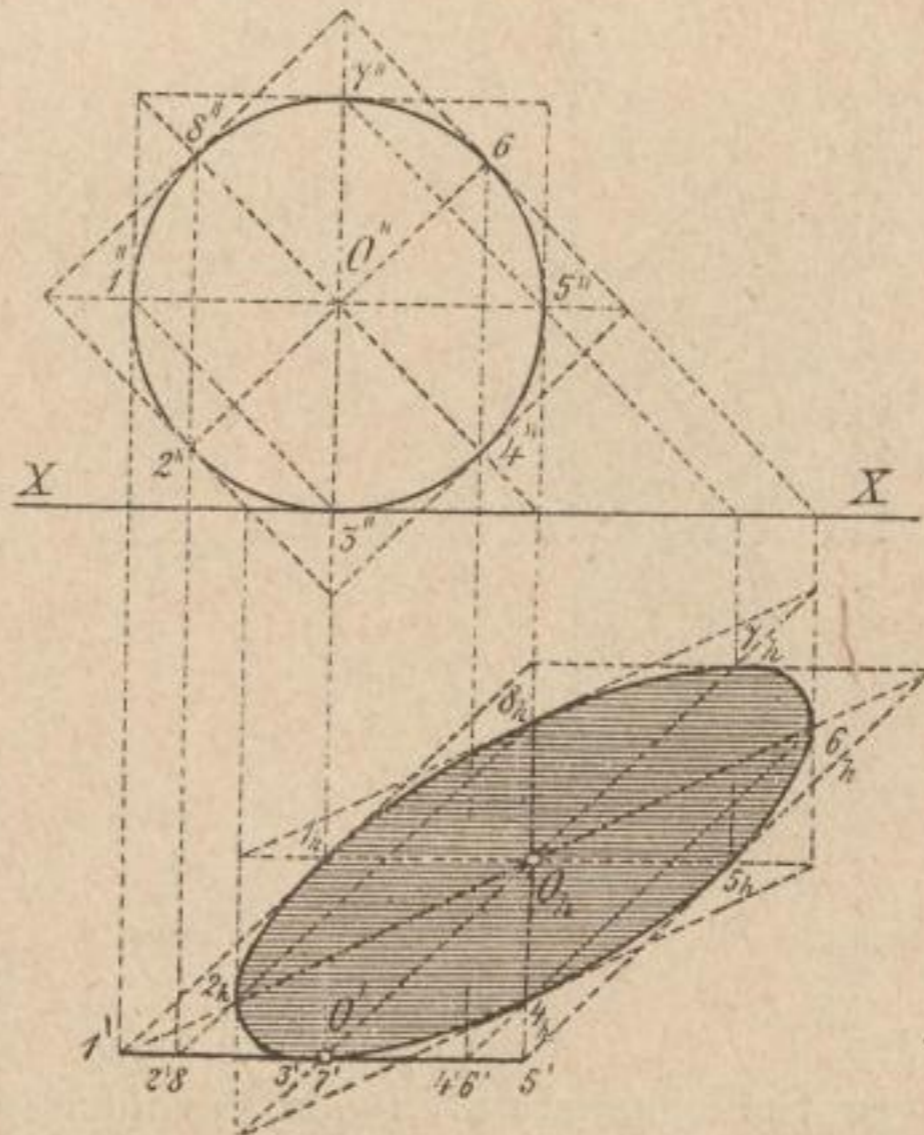


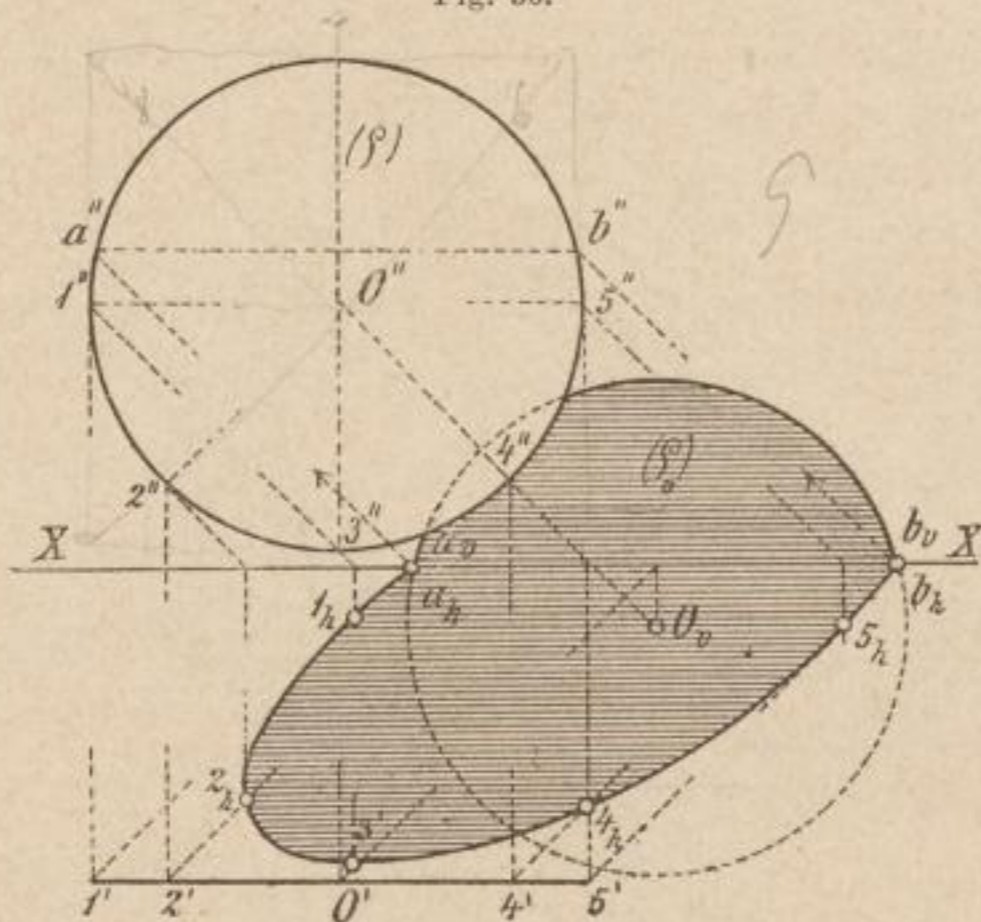
Fig. 55.



Die Fig. 53 und 54 sind nun sofort verständlich.

Eine Kreisfläche parallel zur Aufrissebene, aber mit dem Punkte 3 im Grundrisse aufruhend, bringt Fig. 55. Der Schlagschatten dieser ist mithin im Grundriss eine Ellipse. Um diese punktweise zu erhalten,

Fig. 56.



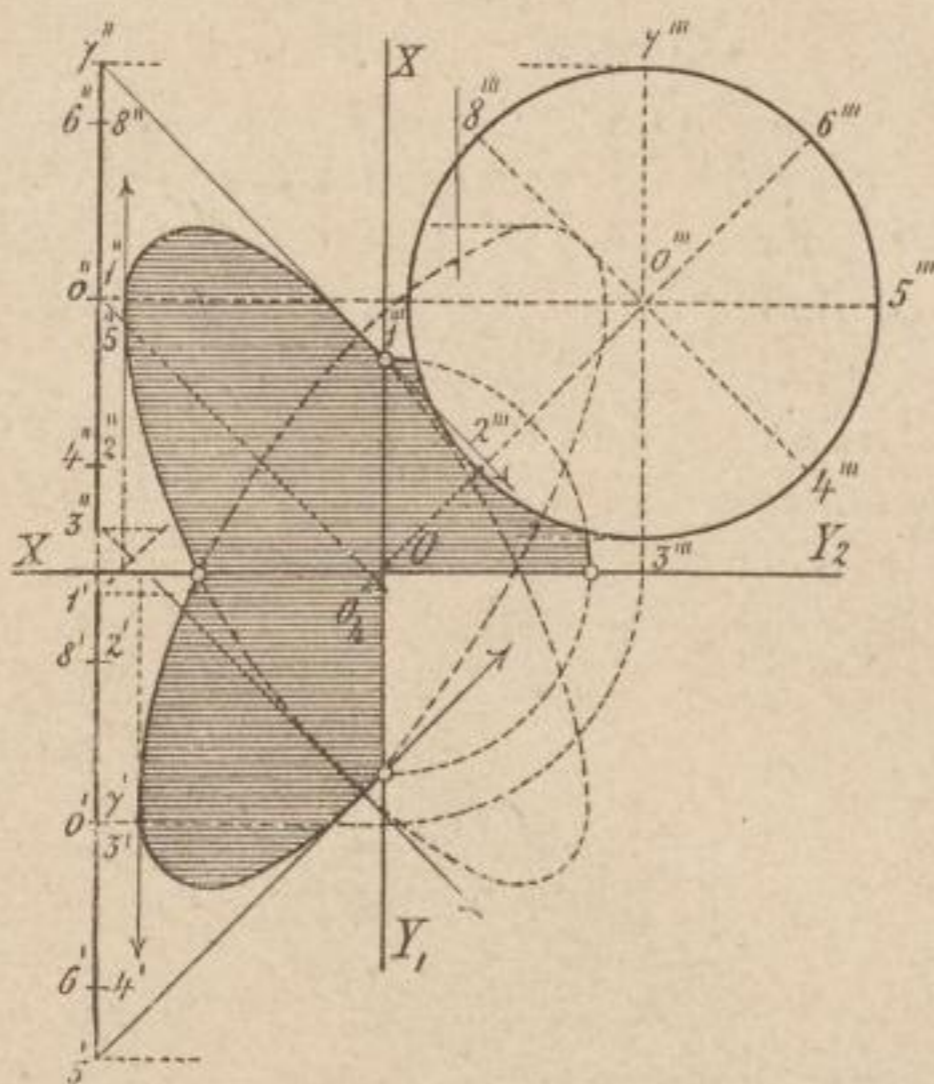
nehme man zufolge Satzes d) in der Peripherie des schattenwerfenden Kreises 8 Umfangspunkte an, denen aufeinanderfolgend ein Winkelabstand von je 45° zufällt, suche ihre Schlagschattenbilder im Grundrisse auf und verbinde letztere sodann ordnungsgemäß.

Zwei aufeinander senkrecht stehende Durchmesser des Kreises bestimmen ein Paar conjug. Diameter der Ellipse; wie wird letztere daher mit dem Papierstreifen construiert? (Vergl. I. Theil,

Fig. 123, und ferner Fig. 125 und 127!)

Ein Kreis, in paralleler Lage zur Aufrissebene gedacht, wirft Schatten auf beide Projectionsebenen. (Fig. 56.)

Fig. 57.



Man construiere O_v und beschreibe um diesen Punkt mit dem Halbmesser des schattenwerfenden Kreises einen Kreis, der die X-Achse in den Punkten a_v, b_v durchschneidet. Werden diese Punkte im Aufrisse zurückgeführt, so erhält man die Punkte a'', b'' und in deren geradliniger Verbindung die Aufrissprojection $a'' b''$ derjenigen Kreissehne, welche von der schattenwerfenden Kreisfläche den Abschnitt (ρ) abtrennt, der seinen Schlagschatten auf der Aufrissebene abbildet. Betrachten wir nun gleichzeitig Fig. 55, so gewahren wir, dass die Punkte 1, 2, 3, 4, 5

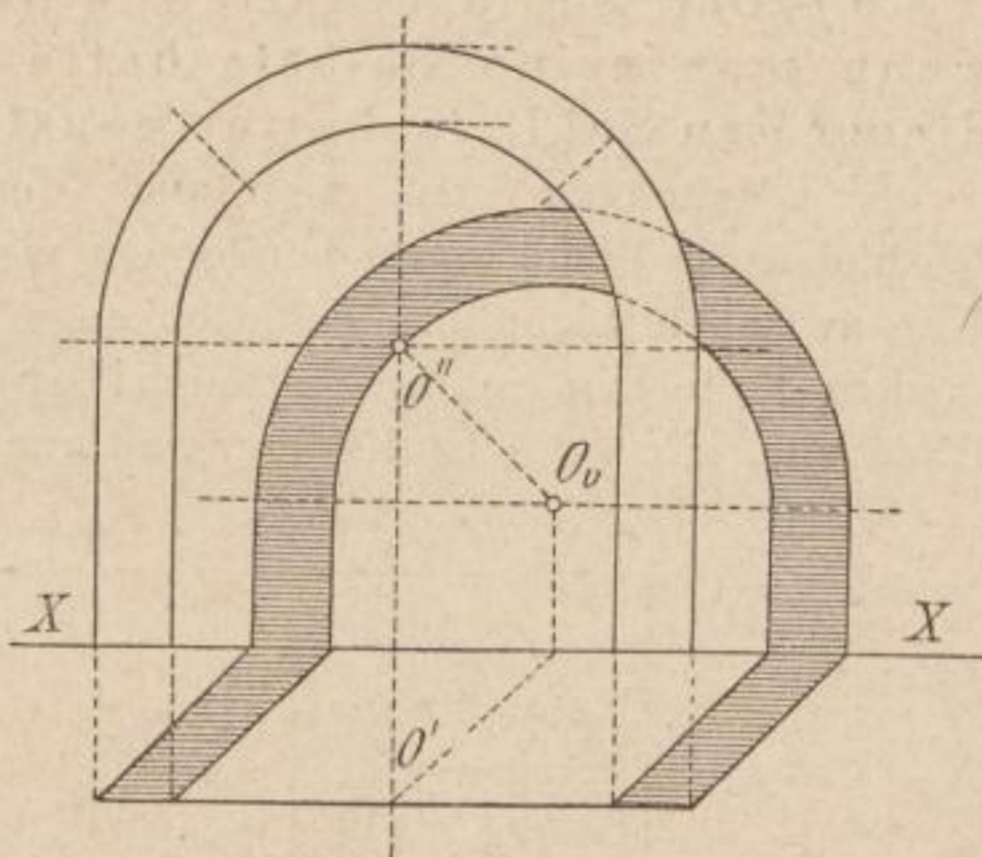
ihren Schlagschatten in den Grundriss werfen.

Fig. 57 bringt die Projectionen eines Kreises, der in paralleler Lage zur Profilebene angenommen ist und seinen Schlagschatten auf allen drei Ebenen des Grundsystems abbildet.

Von welchem Punkte hat man bei der Construction seines Schlagschattens auszugehen?

Die Fig. 58 und 59 stellen Schlagschattenconstructions von vollbogigen Schablonen dar, erstere in paralleler, letztere in schiefer Lage gegen die Aufriss-ebene projiziert.

Fig. 58.

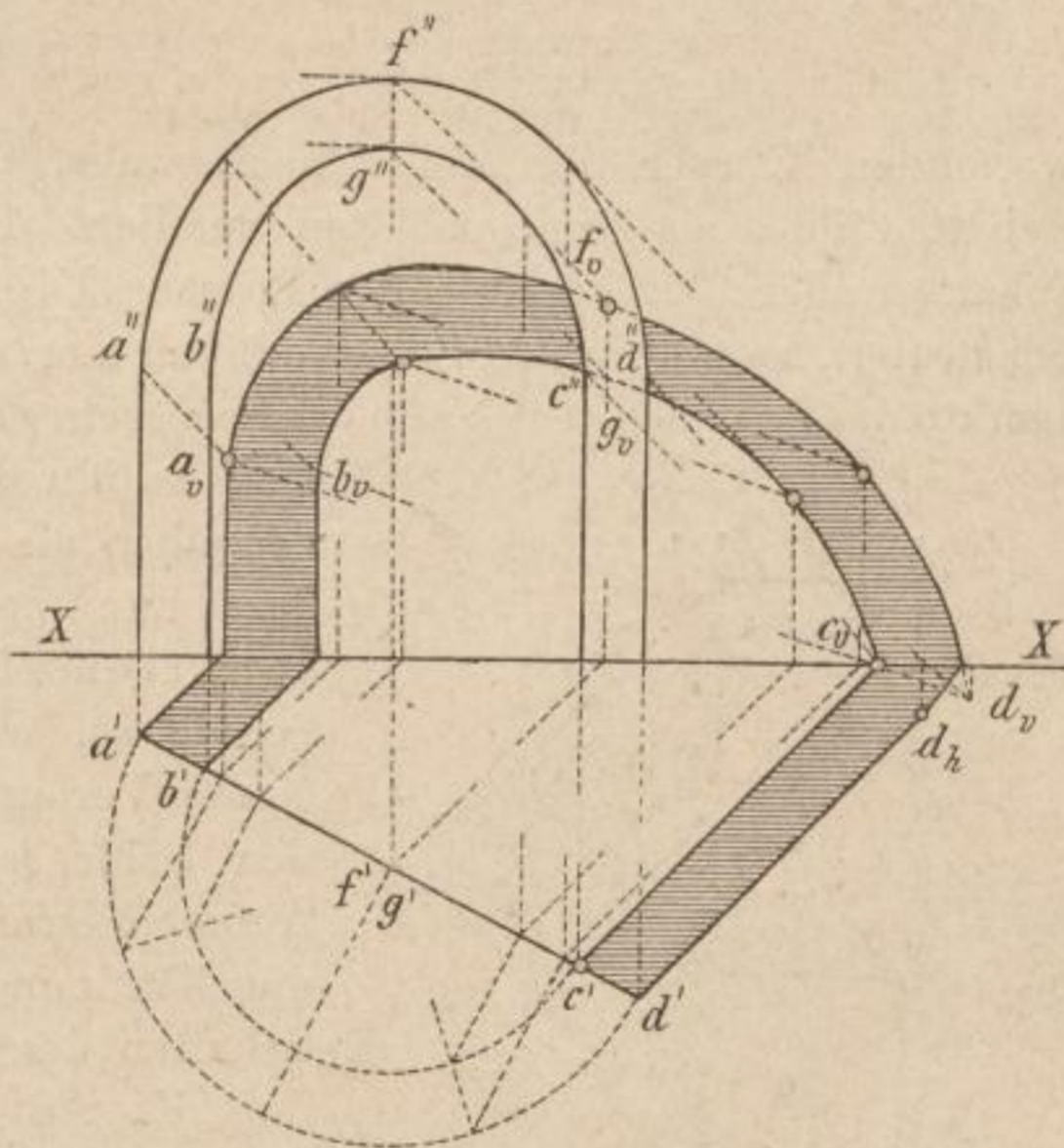


VI. Schattengebung des Prisma, Beispiele.

Denkt man sich (Fig. 60) an den Eckpunkt a des Prisma ein Stäbchen parallel zur Richtung des einfallenden Lichtes angelegt und dieses sodann parallel zu sich längs der Oberfläche des Körpers hingleitend, so durchläuft es auf seinem Wege den Kantenzug $abcdfga$, welcher als unebenes oder windschiefes Polygon die Selbstschattengrenze oder die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten auf der Oberfläche des prismatischen Objectes angibt.

Betrachten wir nun den Schlagschatten des Körpers (beispielsweise auf d. Grundrissebene) recht genau, so finden wir, dass der Umriss desselben den Schlagschatten der Selbstschattengrenze des Raumobjectes darstellt. Die Fig. $a_h b_h c_h d_h f_h g_h a_h$ bestimmt also auf der Grundrissebene ein Sechseck, das auf dieser als Schlagschatten dem angenommenen Prisma zukommt. Und hieraus folgt:

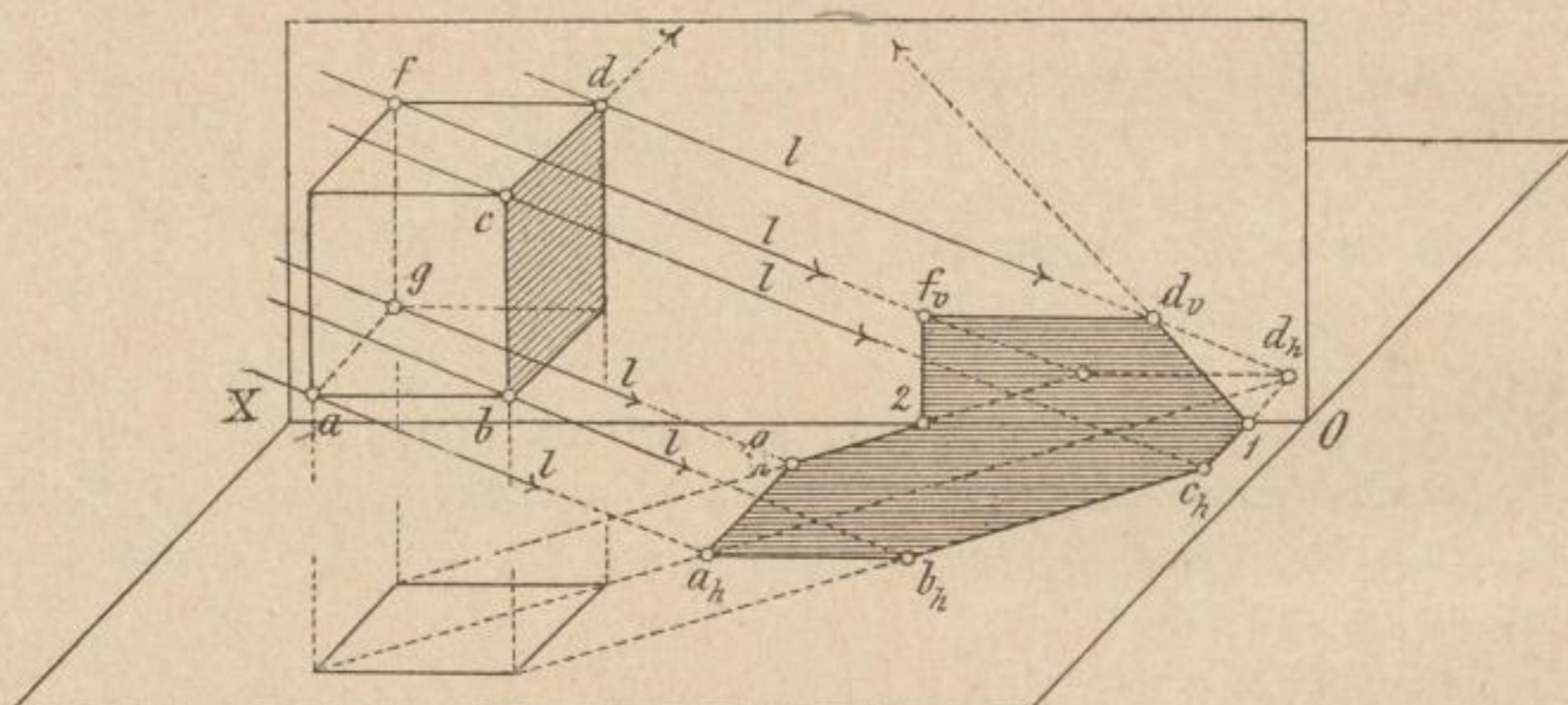
Fig. 59.



a) Der Schlagschatten eines Körpers wird erhalten, wenn man seine Selbstschattengrenze aufsucht und von dieser den Schlagschatten konstruiert.

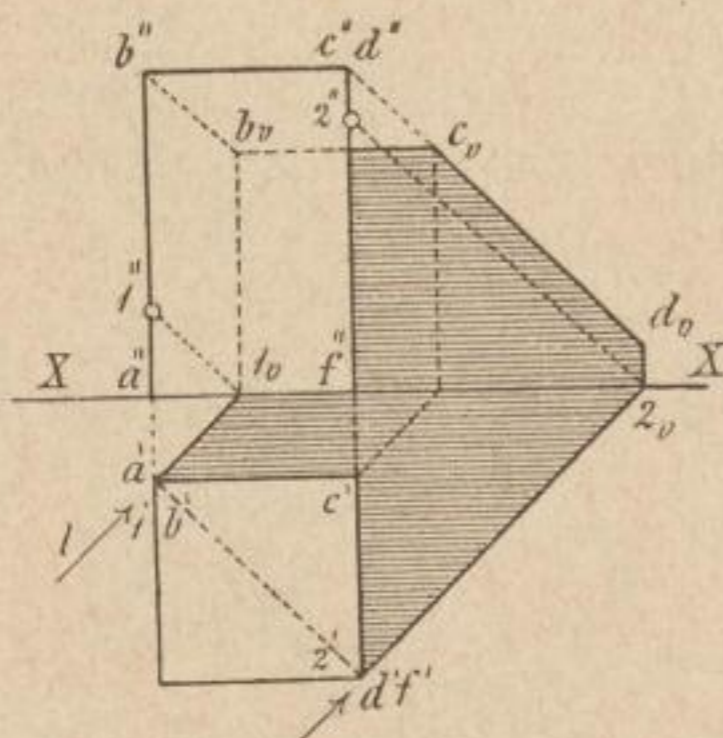
b) Manchmal kann man auch den umgekehrten Weg einschlagen, beispielsweise dann, wenn von einem vielflächigen Körper die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten angegeben werden soll. Man bestimmt in dem Falle den Schlagschatten aller Eckpunkte des Körpers auf einer Bildebene, zieht die Umrissfigur und nimmt diejenigen Kanten am schatten-

Fig. 60.



worfenden Körper der Reihe nach wahr, denen die Teilgrenzen des Schattenbildes als Schlagschatten zufallen. Z. B. hätte man den Schlagschatten aller 8 Eckpunkte des Prisma (Fig. 60) auf der Grundrissebene konstruiert, so wären die Schattenbilder der zwei nicht bezeichneten Eckpunkte des Prisma innerhalb des Sechsecks $a_h b_h c_h \dots$ zu finden, erwiesen

Fig. 61.



sich mithin für die Schattenconstruction desselben als belanglos. Wir sehen mithin, dass nur der Umriss des Schlagschattens Bedeutung hat und dass man gerade so, wie durch die aufeinanderfolgende Verbindung der Punkte $a_h, b_h, c_h \dots$ den Schlagschatten, auch durch dieselbe Aufeinanderfolge der Raumpunkte $a, b, c \dots$ die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten des Körpers gewinnt.

Fig. 61 bringt ein Parallelepiped, auf der Grundrissebene ruhend.

Die Trennungslinien an dem Mantel des Prisma ergeben sich, wenn man diejenigen seiner Kanten aufsucht, welche in einer zur Lichtrichtung parallelen Streifstrahlenebene liegen.

Letztere werden sofort gefunden, wenn man parallel zum Grundriss l' des Lichtstrahls Tangenten an den Grundriss des Prisma legt. Die den Berührungspunkten entsprechenden Seitenkanten des Körpers sind die gesuchten Selbstschattengrenzen seiner Seitenoberfläche. Aus diesem Grunde gehören die Kanten ab und df der Gesamt-Trennungslinie zwischen Licht und Schatten des Prisma an.

Von der Grundrissebene abstehend, ist das Prisma in Fig. 62 angenommen.

Die Aufsuchung der Selbstschattengrenze an einem schiefen Prisma (Fig. 63) kann auf drei verschiedene Arten geschehen:

α) Man construiere e_h , ziehe $e_h b'$ und erhält sohin in dieser Geraden sofort den Schlagschatten der ersten Trennungslinie be am Mantel des Prisma. Wird $a'l_h$ parallel zu $e_h b'$ gezogen, so findet sich in der Kante ad die zweite Theilselbstschattengrenze des Mantels. Wäre das Prisma abstehend gegeben, so hätte man den Schlagschatten seiner beiden Basisflächen auf der Grundrissebene zu entwerfen

und den Umriss desselben nach b) in Betracht zu ziehen.

β) Man schneide das Prisma durch eine zur Richtung des einfallenden Lichtes parallel liegende Raumbene mn , bestimme den Perimeter der zugehörigen Schnittfigur und lege an diesen die Streifstrahlen. Im Aufrisse liegen die bezüglichen Tangierungspunkte $1''$ und $2''$ auf den Strecken $b''e''$ und $a''d''$, die uns die Aufrissprojectionen derjenigen Raumkanten auf der Seitenoberfläche des Prisma angeben, die wir bereits nach α) als die Trennungslinien letzterer erkannten.

γ) Man bestimme (Fig. 64) die Horizontalspur MN einer Raum-

Fig. 62.

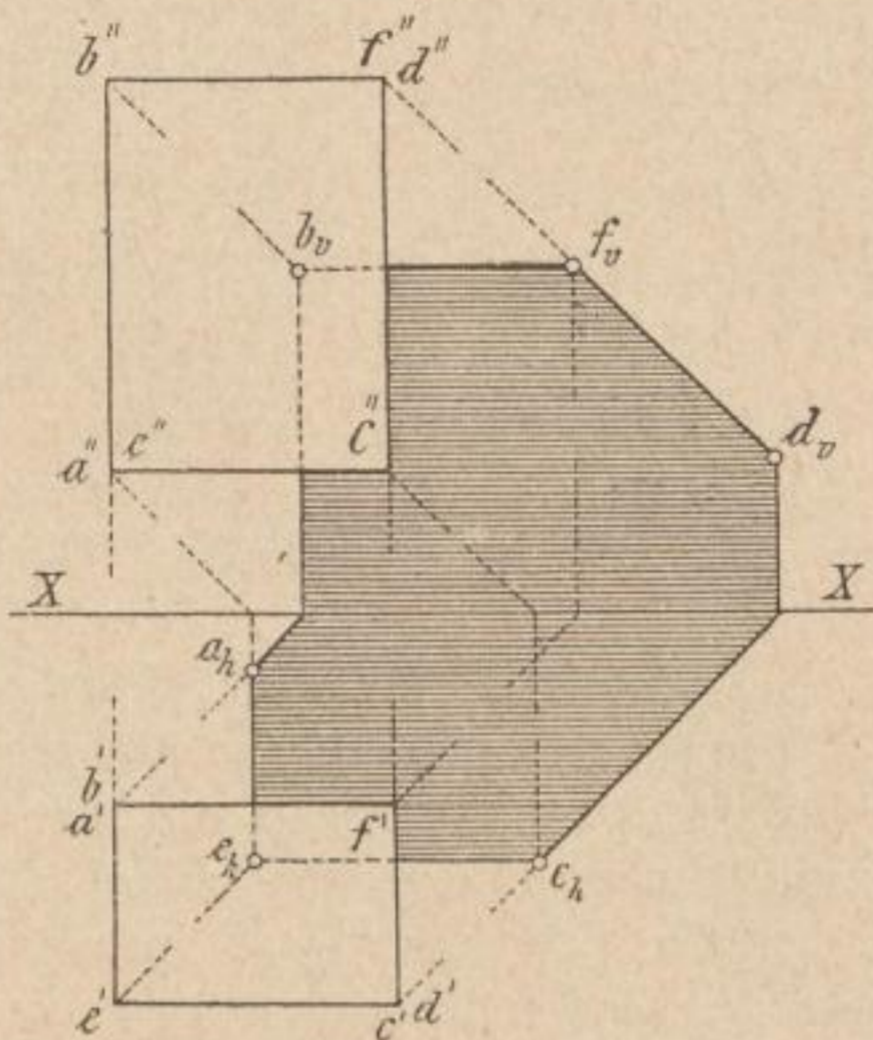


Fig. 63.

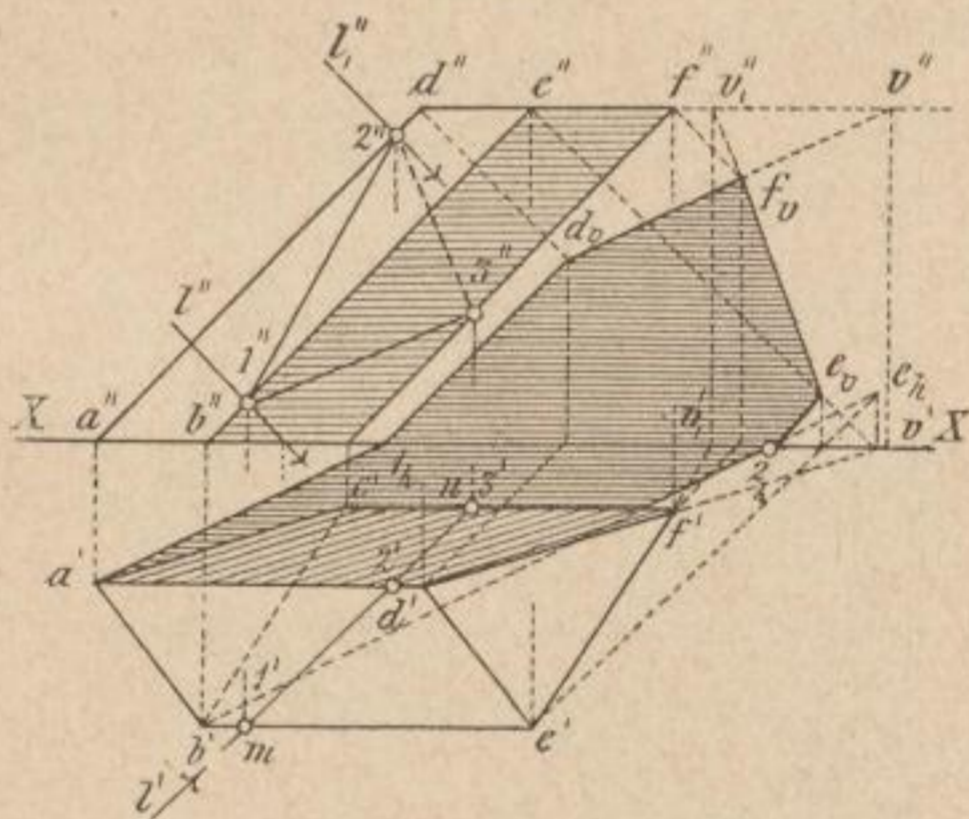
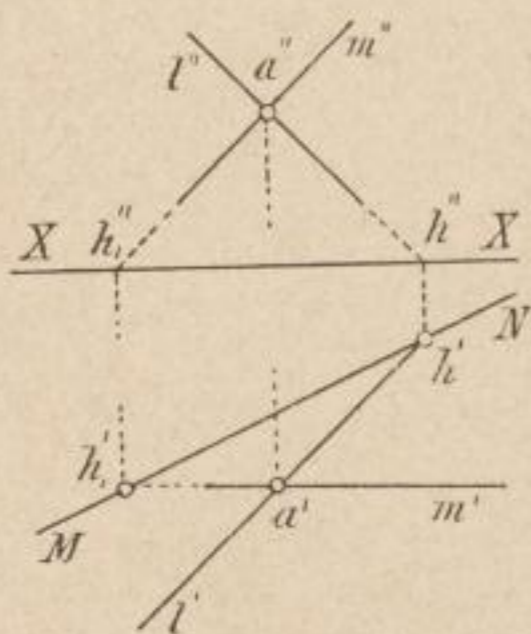


Fig. 64.



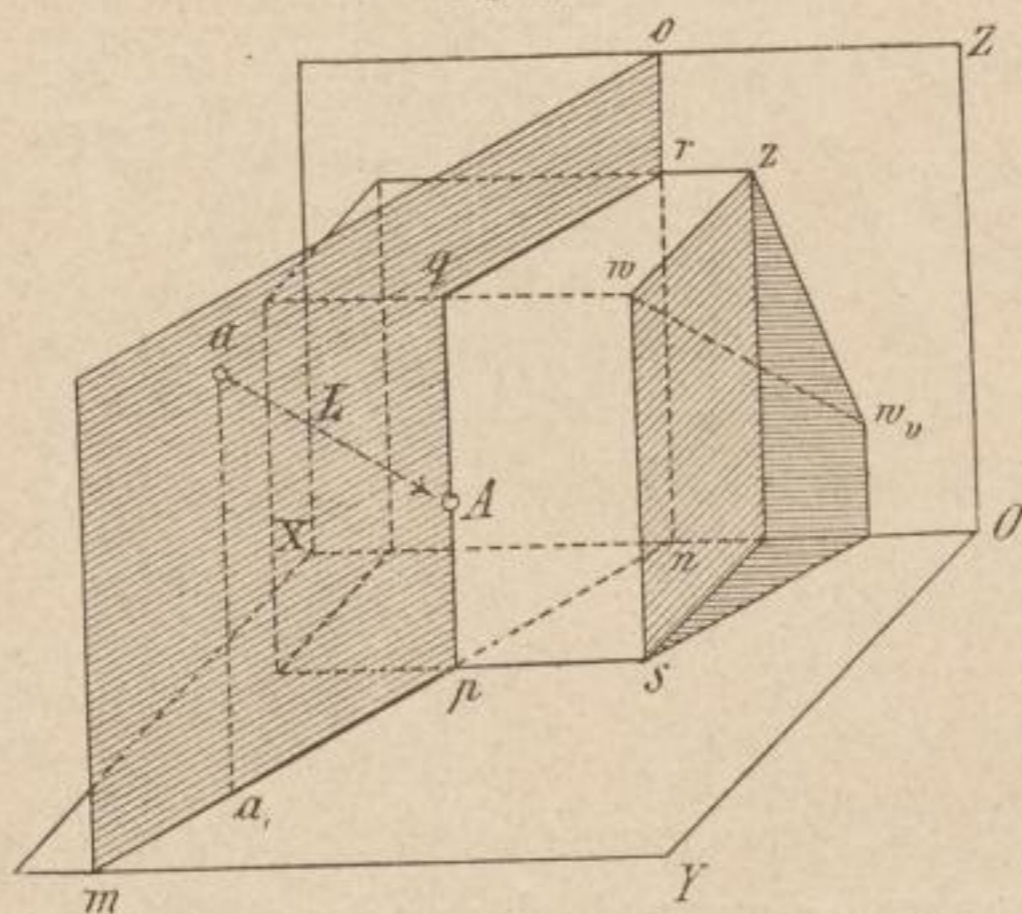
ebene, die durch zwei sich schneidende Geraden gegeben ist. Die eine l', l'' liegt parallel zum Lichtstrahl, die zweite m', m'' aber parallel zu den Prismenseitenkanten. Wird nun MN parallel an den Grundriss $a'b'c'$ der Fig. 63 angelegt, so bestimmen die Berührungspunkte b' und a' in den ihnen zukommenden be und ad wieder die gesuchten Trennungslinien.

Wirft ein Raumpunkt a (Fig. 65) Schatten auf die Oberfläche eines Prisma, so hat man nur den Durchschnittspunkt A des ihm zukommenden Lichtstrahles L mit ersterer zu projicieren.

Eine zur Grundrissebene senkrechte Strecke ab (Fig. 66) und eine zur Aufrissebene senkrecht gerichtete Strecke bc werfen Schatten auf mehrere Stufen. (Vergl. hinsichtlich dieses sehr beachtenswerten Beispiels III. f!) In der Figur sind insbesondere diejenigen Theilstrecken der schattenwerfenden Geraden angegeben, die ihren Schlagschatten auf die einzelnen Horizontal- und Verticalflächen des Stufenkörpers werfen.

Fig. 67 bringt den Schlagschatten einer Verticalebene auf einen Stufenkörper.

Fig. 65.



Um die Schattenlinie $n_1 m_1$ constructiv zu erhalten, denke man sich die Steigungsfläche der zweiten Stufe bis nach d erweitert und ziehe dann die Gerade $d n_1$.

Ein zur Aufrissebene parallel gerichtetes Raumdreieck 1, 2, 3 wirft in Fig. 68 Schlagschatten auf die Oberfläche eines prismatischen Körpers, d. i. auf seine Schräg- und seine Verticalebene.

Man construiere S''' , S'' , ziehe $S'' 2''$ und $S'' 3''$, mar-

kriere im Aufriss hierauf die Punkte v_2, w_2 in der Schnittgeraden vorgelegter Ebenen und verbinde schließlich v_2 mit S_1'' und w_2 mit S_1'' .

In Fig. 69 wirft ein zur Grundrissebene senkrecht stehendes Prisma (A) seinen Schlagschatten auf eine Schrägfläche (M).

Die Schlagschatten der Punkte 1, 2, 3 können auf zweifache Art erhalten werden, indem man entweder die kreuzriss- oder die grundrissprojicierenden Ebenen ihrer Lichtstrahlen in Betracht zieht. Die proj-

cierende Ebene mn z. B. schneidet die schattenauffangende Ebene M nach der Geraden hv und letztere ergibt in ihrem Schnitte mit dem Lichtstrahle des Punktes 1 dessen Schlagschatten in $1_1, 1_2$. Bemerkenswert ist in dieser Figur die Controlconstruction für die richtige Zeichnung der Schattengeraden $2_1, 3_1$ im Grundriss. Hierbei ist die Auffindung des Punktes V' von Bedeutung. (Vergl. hinsichtlich des letzteren III. Satz d)!

Den Schlagschatten von Ecksäulen stellt Fig. 70 dar.

Die rückwärtige Kante vw des zur Aufrissebene schief liegenden Prisma gehört letzterer an; aus diesem Grunde endet der Schlagschatten der Kante vu im Punkte v'' , dessen Grundrissprojection v' der X-Achse zukommt.

Fig. 71 bringt eine Schattenconstruction unter zweckmäßiger Zuhilfenahme einer Seitenprojection.

Ein Prisma A ruht auf der Grundrissebene und ist schief gegen den Aufriss gedreht. Ein zweites Prisma B lagert auf ersterem auf und stützt sich mit der Kante xy im Grundriss.

Construiert man l_k , bezieht letzteren Punkt auf die X_1 -Achse, wodurch sich α ergibt und verbindet α mit m_1'' geradlinig, so stellt dann die Gerade l_1'' die Projection des einfallenden Lichtstrahles auf der Seiten-

Fig. 66.

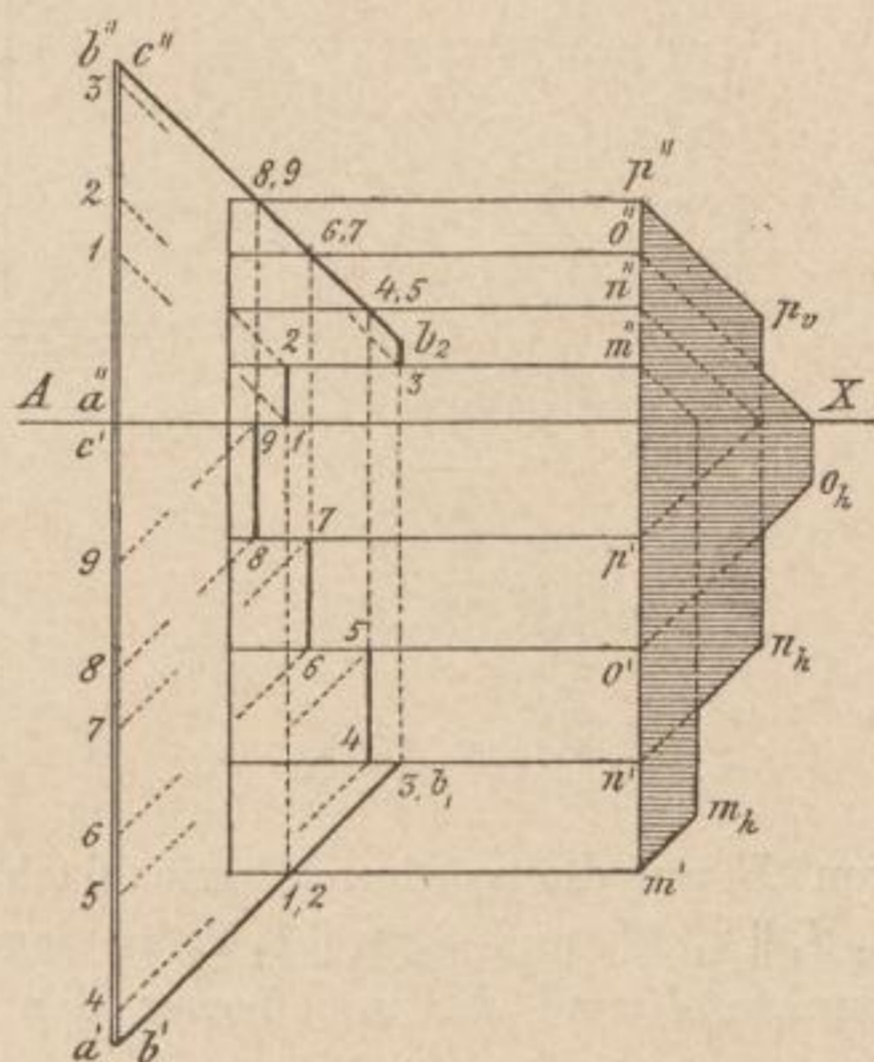


Fig. 67.

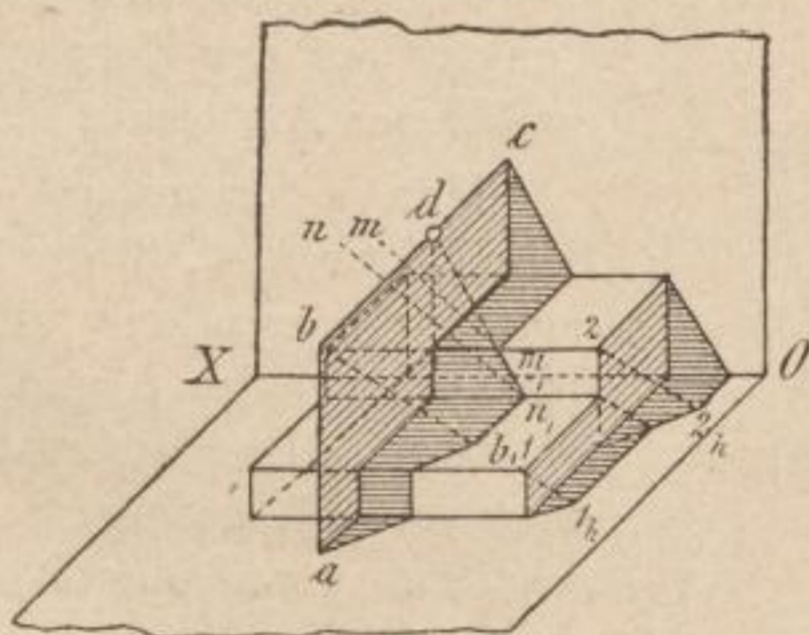
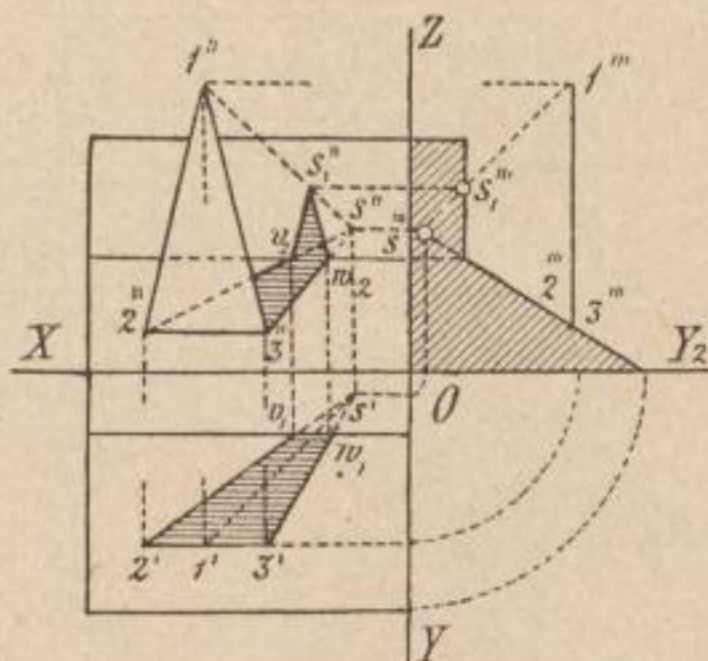


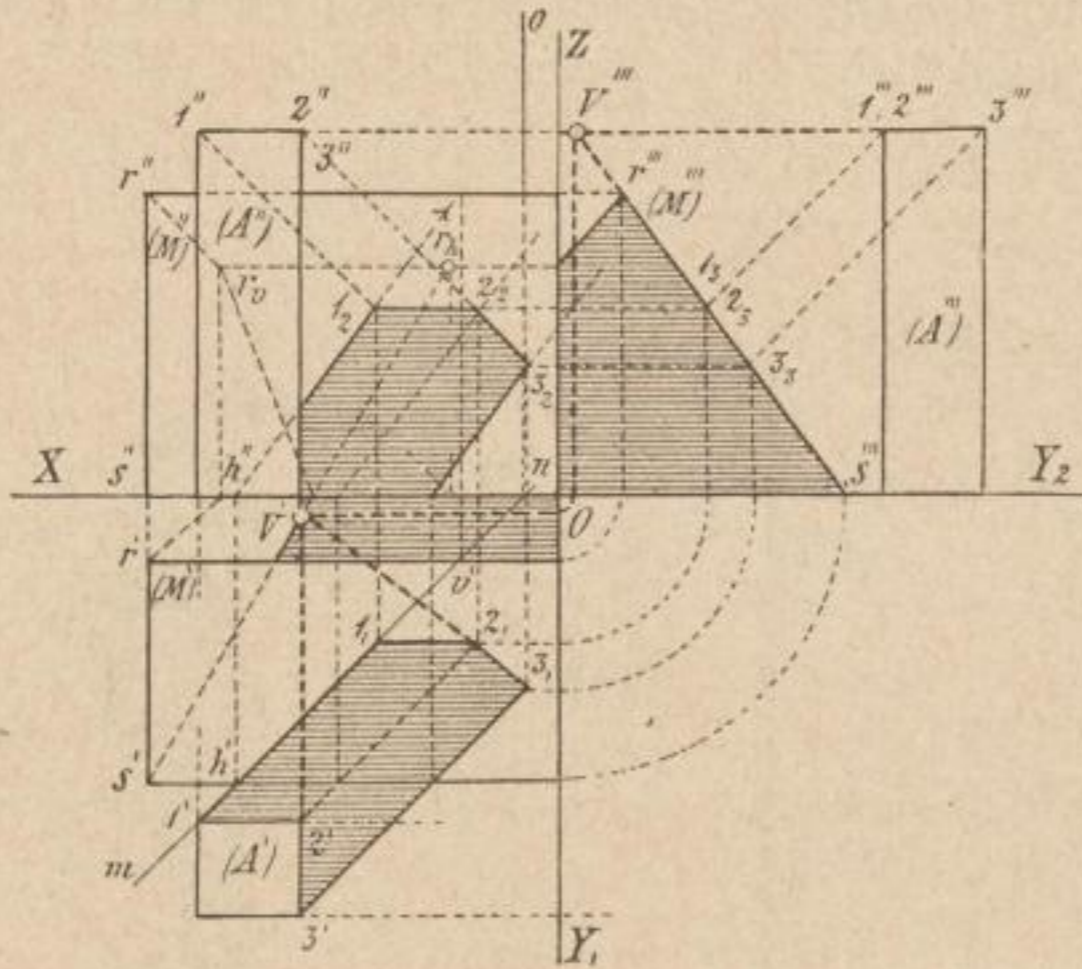
Fig. 68.



ebene vor. Die Prismenkante fc wirft nun ihren Schlagschatten auf zwei parallele Raumebenen, nämlich die Grundrissebene und die Deckfläche des Prisma A . Die sich auf diesen Ebenen ergebenden Schlagschatten sind nun

nach III. c) untereinander parallel und werden folgendermaßen erhalten: Die eine dieser Linien wird durch die geradlinige Verbindung der Punkte $c_h f_h$ gewonnen, welche Gerade in $1_1 1_2$ die vordere Verticalfläche des Prisma A trifft. Denkt man sich nun die Deckfläche des genannten Körpers erweitert, so schneidet letztere die in Rede stehende Kante im Punkte M_1'' und wenn man nun aus seinem Grundriss M' eine Parallele zur $f_h c_h$ zieht, so erhält man in der Strecke $2_1 II_1$ den Schattenantheil der cf auf der Deckfläche von A im Grundriss. Bestimmt man nun 2_2 und zieht $1_2 2_2$, so ergibt sich in letzterer Geraden der Schlagschatten dieser Selbstschattengrenze

Fig. 69.

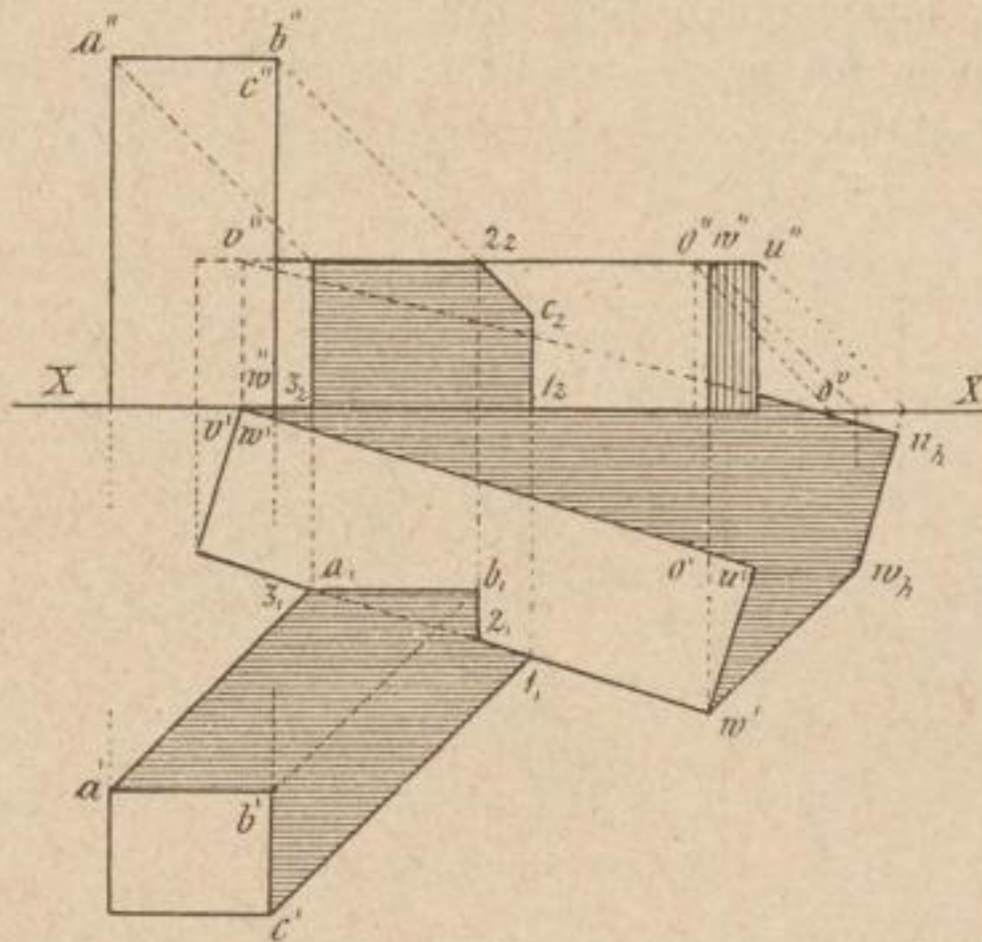


mit
207
mit auf
rechten
gegen
... bojen

von B auf der vordern Verticalfläche des Prisma A . Nun sind nur noch $4_1 I_1 \parallel 2_1 II_1$ und $3_2 4_2 \parallel 1_2 2_2$ zu legen. Beachte die Zurückführung der Punkte I_h und II_h und ferner den Punkt w' als Controlpunkt für die richtige Zeichnung der Schattenlinie $c_h f_h$!

von B auf der vordern Verticalfläche des Prisma A . Nun sind nur noch $4_1 I_1 \parallel 2_1 II_1$ und $3_2 4_2 \parallel 1_2 2_2$ zu legen. Beachte die Zurückführung der Punkte I_h und II_h und ferner den Punkt w' als Controlpunkt für die richtige Zeichnung der Schattenlinie $c_h f_h$!

Fig. 70.



Ein schiefes Prisma und ein Raumpunkt a sind in Fig. 72 angenommen und es ist der Schlagschatten des Punktes auf den Körper nach zweifacher Art ermittelt.

Man konstruierte die Schnittfigur 1, 2, 3 der horizontalprojicierenden Ebene des Lichtstrahles L und fand in dessen Durchschnitt mit der Strecke 1, 2 seinen Schlagschatten A auf der Körperoberfläche.

Oder: Man sucht in n_1 m_h den Schlagschatten der Selbstschattengrenze nm des Prisma auf, konstruiert a_h und zieht $I a_h v \parallel n_1 m_h$, wodurch man den Schlagschatten

Fig. 71.

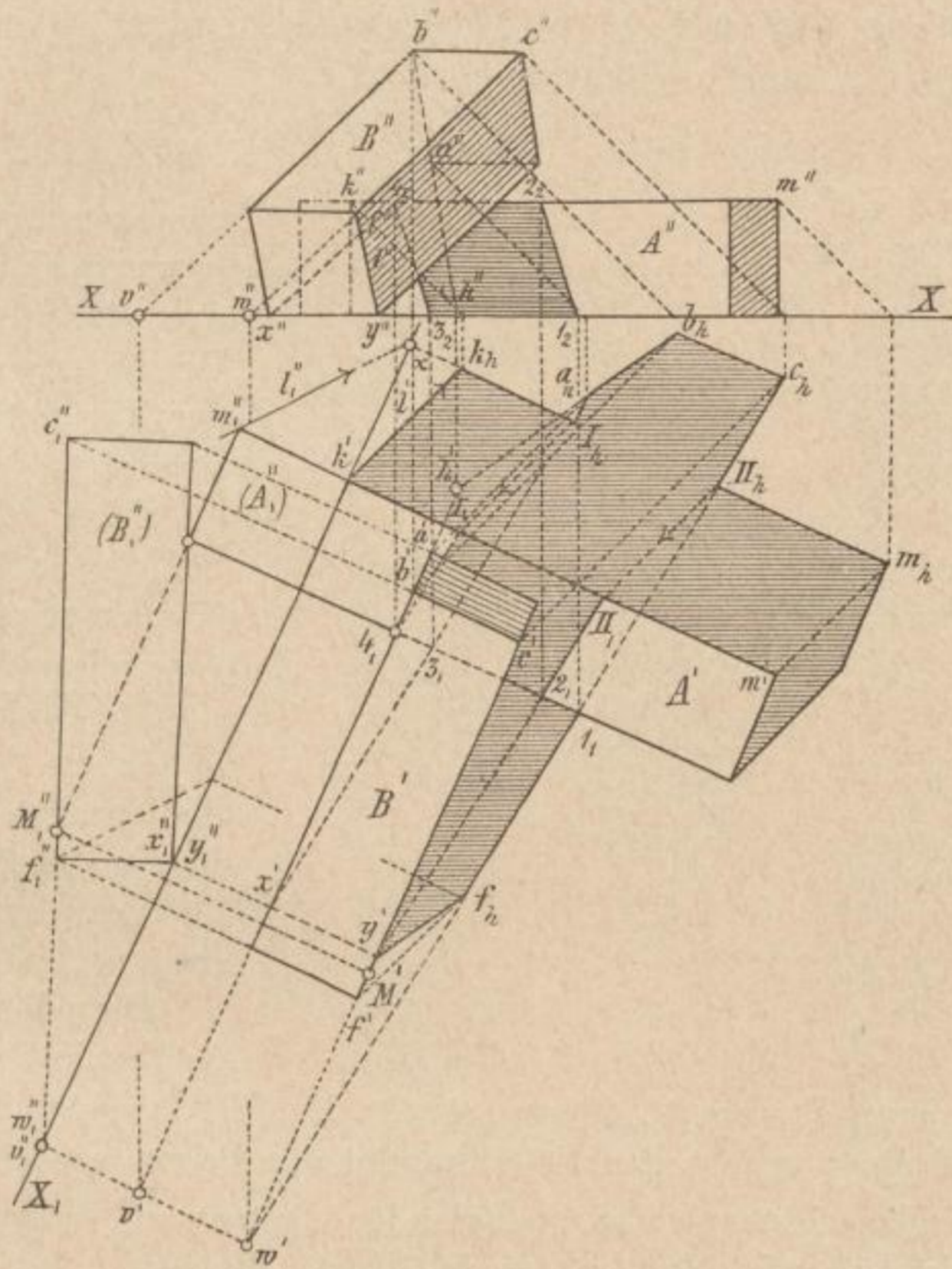
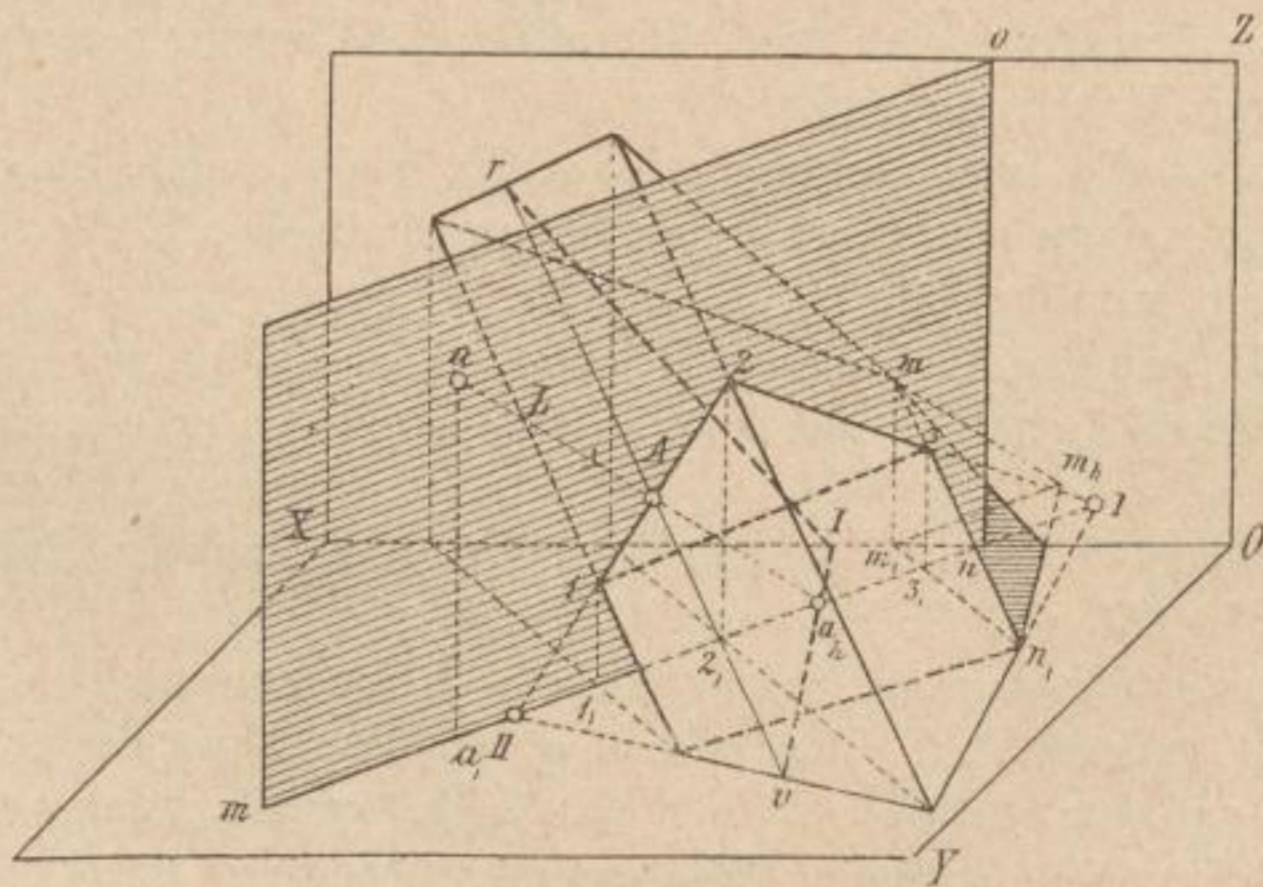


Fig. 72.



derjenigen Prismakante vr im Grundriss erhält, die den Schlagschatten des Raumpunktes a aufnimmt. Was haben die Punkte I. und II. für eine Bedeutung?

Fig. 73.

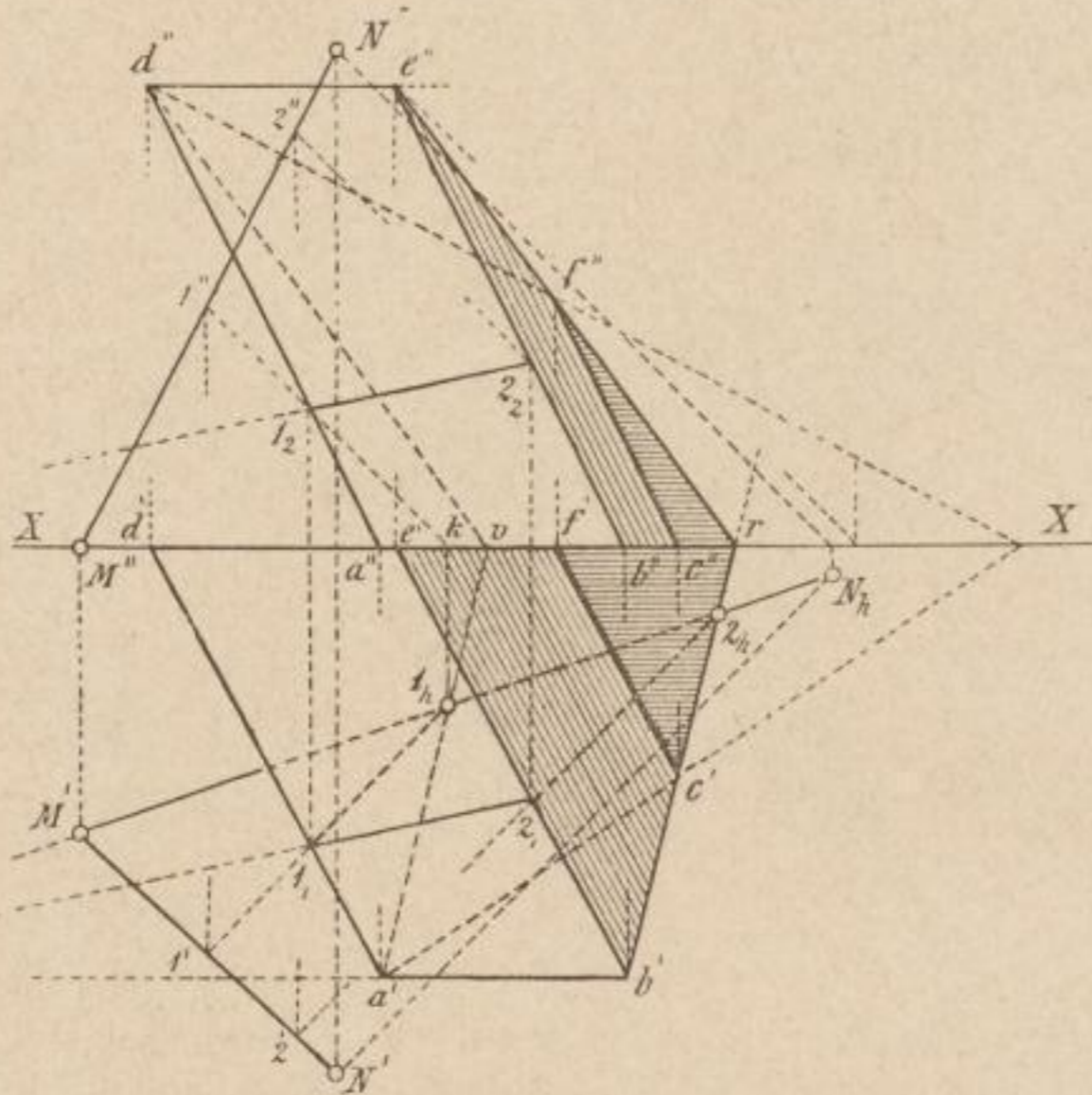


Fig. 73 bringt den Schlagschatten einer allgemein schief liegenden Raumstrecke MN auf der Oberfläche eines Prisma nach der Methode der Zurückführung construiert.

Man entwirft den Schlagschatten $M'N_h$ der Raumstrecke im Grundriss und nimmt diejenigen Punkte 1_h und 2_h wahr, in denen letzterer die Schlagschattenlinien der Prismenkanten ad und be auf derselben Projectionsebene trifft.

Diese Punkte zurückgeführt, liefern sofort die-

jenigen mittleren Punkte $1', 1''$ und $2', 2''$ der MN , welche ihren Schlagschatten auf die vorgenannten Seitenkanten des Prisma entsenden.

Der Schlagschatten einer umfassenden Seitenwand (Zarge) A einer Stiege auf letztere wird durch Fig. 74 dargestellt.

Dieses Beispiel setzt sich, was die Elemente der Schattenconstruction anbetrifft, aus den Beispielen Fig. 66 und Fig. 67 zusammen und braucht keiner näheren Erklärung mehr.

Ebenso ist die nächstfolgende Fig. 75, welche den Schlagschatten einer zur Aufrissebene senkrecht stehenden prismatischen Platte auf letzterer darstellt, leicht verständlich.

Fig. 76 bringt ein ähnliches Beispiel. Hier haben wir es mit einer aufrissprojicirenden halben regelmäßigen sechsseitigen prismatischen Platte zu thun.

Die Schlagschattenconstruction hinsichtlich gedeckter Prismen wird durch die Fig. 77 und 78 gegeben.

Höchst beachtenswert ist an diesem Übungsbeispiele der Schlagschatten des Punktes I', I'' der schattenwerfenden Deckplattenkante bc , der sowohl auf den Aufriss $m''n''$, als auch, von I_2 überspringend, in I_v auf der Aufrissebene erscheint. Wie kann der Grundriss I' des bezeichneten

Punktes durch Zurückconstruction gefunden werden?

Fig. 78 bringt ein halbes regelmäßiges achteckiges Prisma von einer viereckigen Deckplatte bekrönt.

Die Deckplattenkante ab senkrecht zum Aufriss, damit der Aufriss ihres Schlagschattens \parallel zu l'' , obwohl ihr Schlagschatten in der Natur gebrochen erscheint.

Den Schlagschatten $\alpha_1 \alpha_2$ erhält man entweder durch Zurückconstruction im Grundriss, oder man denkt sich den Grundriss E' der schatten-auffangenden Prismaseitenfläche bis zum Schnitte in II' , II'' mit der schattenwerfenden Geraden erweitert und dann $b_2 II''$ gezogen.

Die Seitenfläche (F) liegt zur schattenwerfenden Geraden bc parallel, daher wird $\alpha_2 \beta_2 \parallel b'' c''$. Die Punkte β_2 und β_v liegen wieder in der Richtung l'' .

Was bedeuten die Punkte I' und II' in Fig. 79?

Fig. 74.

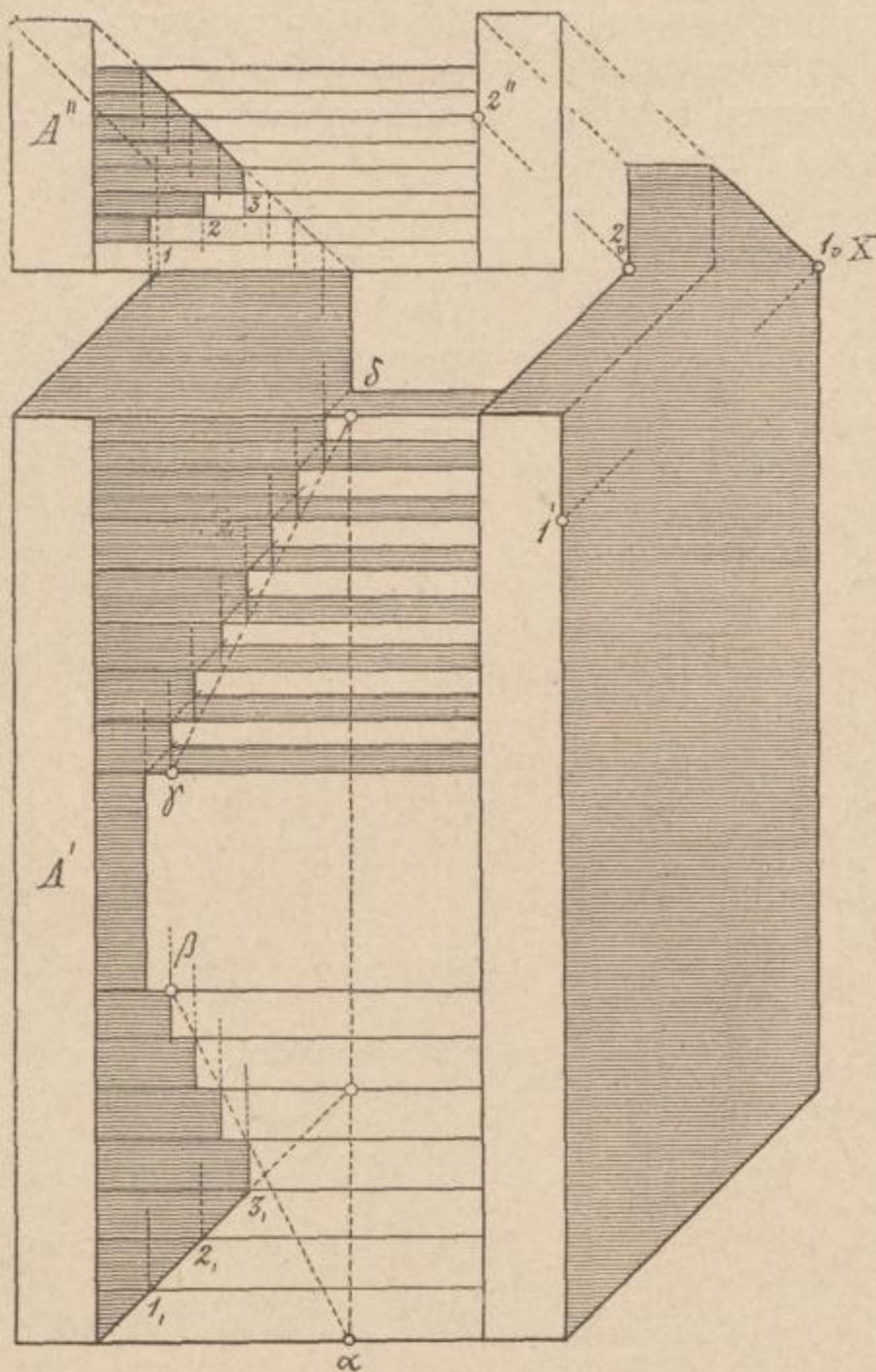


Fig. 76.

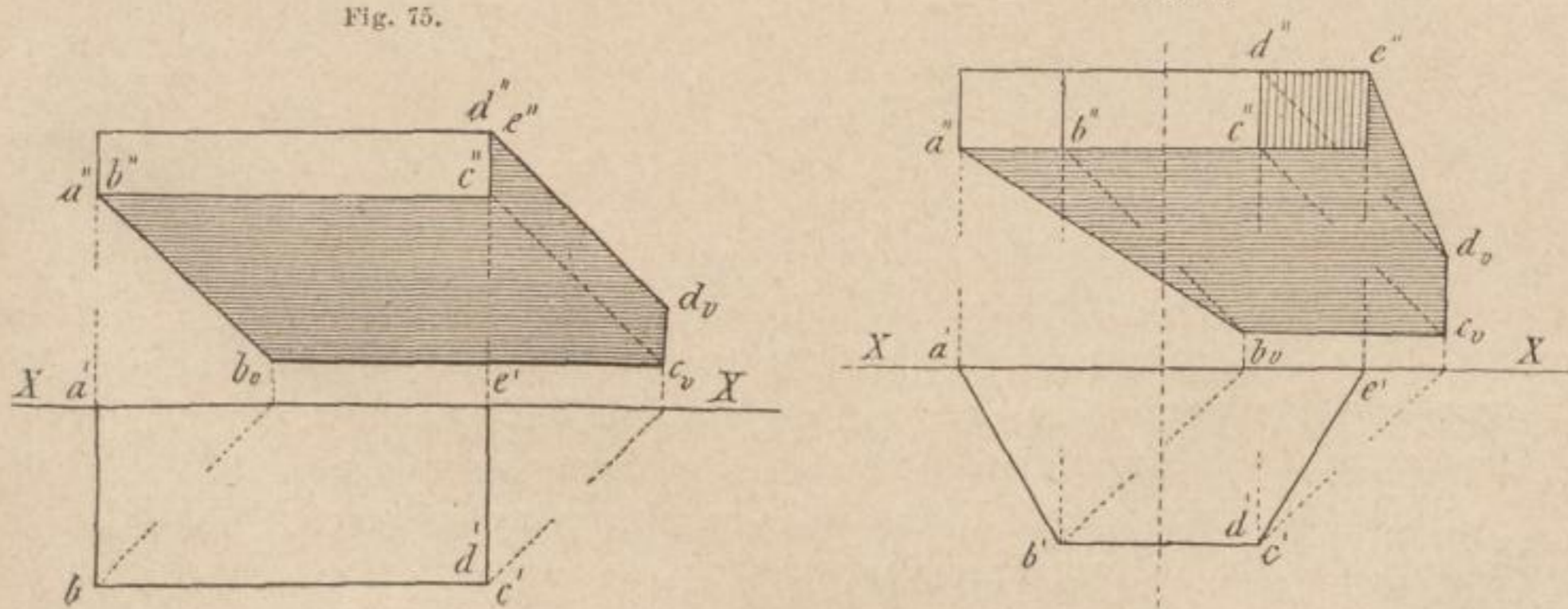
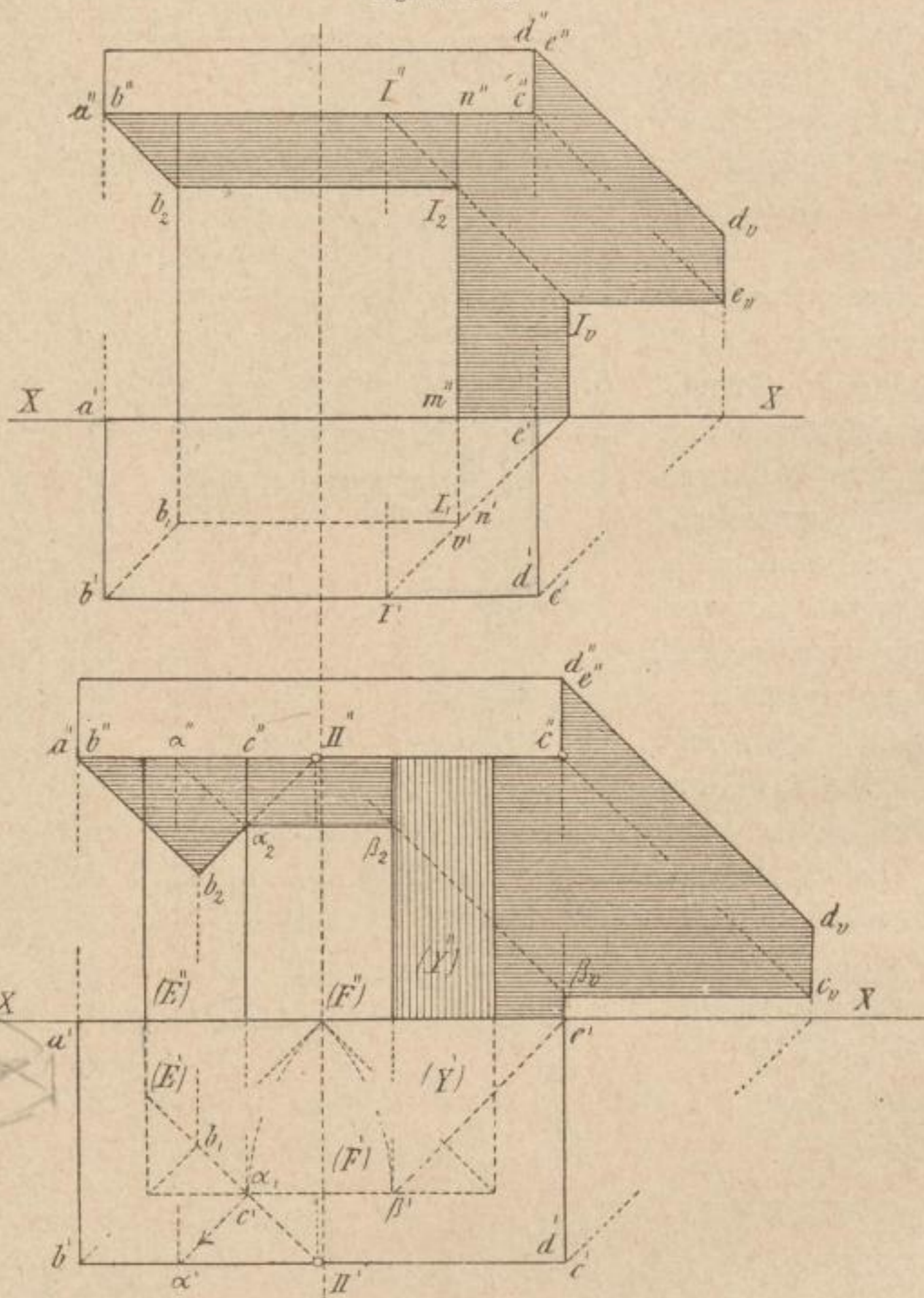


Fig. 75.

Freistehend ist das gedeckte Prisma durch Fig. 80 gegeben.

Man beginne die Schattenconstruction in diesem Falle mit der Auf-
findung des Punktes 1_2 , suche dann v'' und v_1'' , wodurch sofort die Schatten-
grenzen $1_2 m_2$ und $1_2 I_2$ gewonnen werden etc. Beachte die Zurückführung
des Punktes I_h .

Fig. 77 u. 78.



Den Schlagschatten eines Wandpfeilers bringt Fig. 81.

Der Schlagschatten, den ein Tragstein auf einem Wandpfeiler absetzt,
wenn sein Vorsprung gleichsam als ein um den Pfeiler sich verkröpfender
Sims auftritt, wird durch Fig. 82 zur Anschauung gebracht.

Man bestimme a_2 und b_2 und ziehe durch genannte Punkte horizontale
Linien. Was stellen uns diese vor?

Wie erhält man denjenigen Punkt α der schattenwerfenden Deckplattenkante L', L'' , der den Aufriss seines Schlagschattens im Punkte α_2 abbildet? — Die Punkte I'' und II'' dienen zur Kontrolle für die richtige Zeichnung der Schattengrenzen α_2 und $b_2 d_2$.

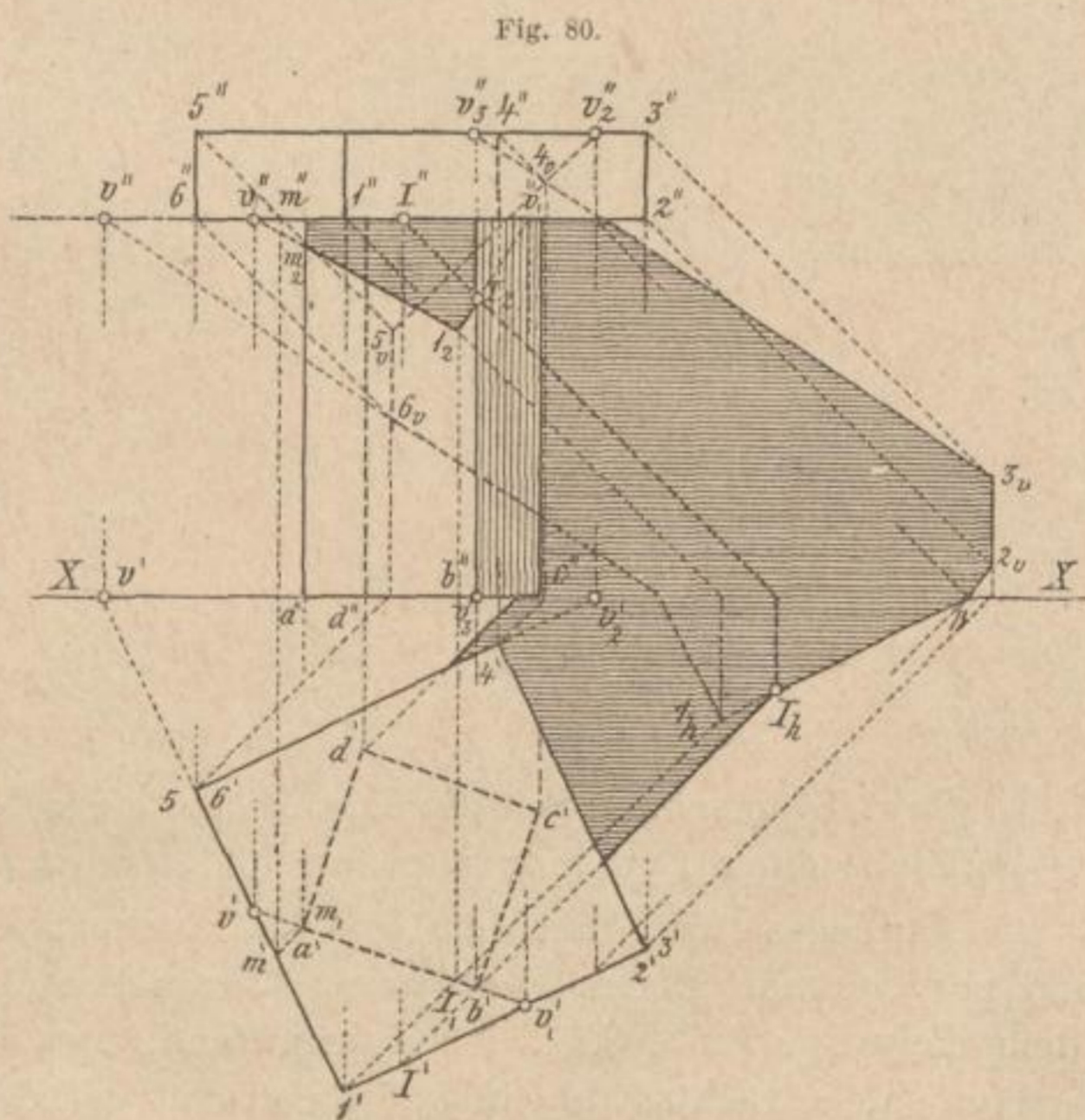
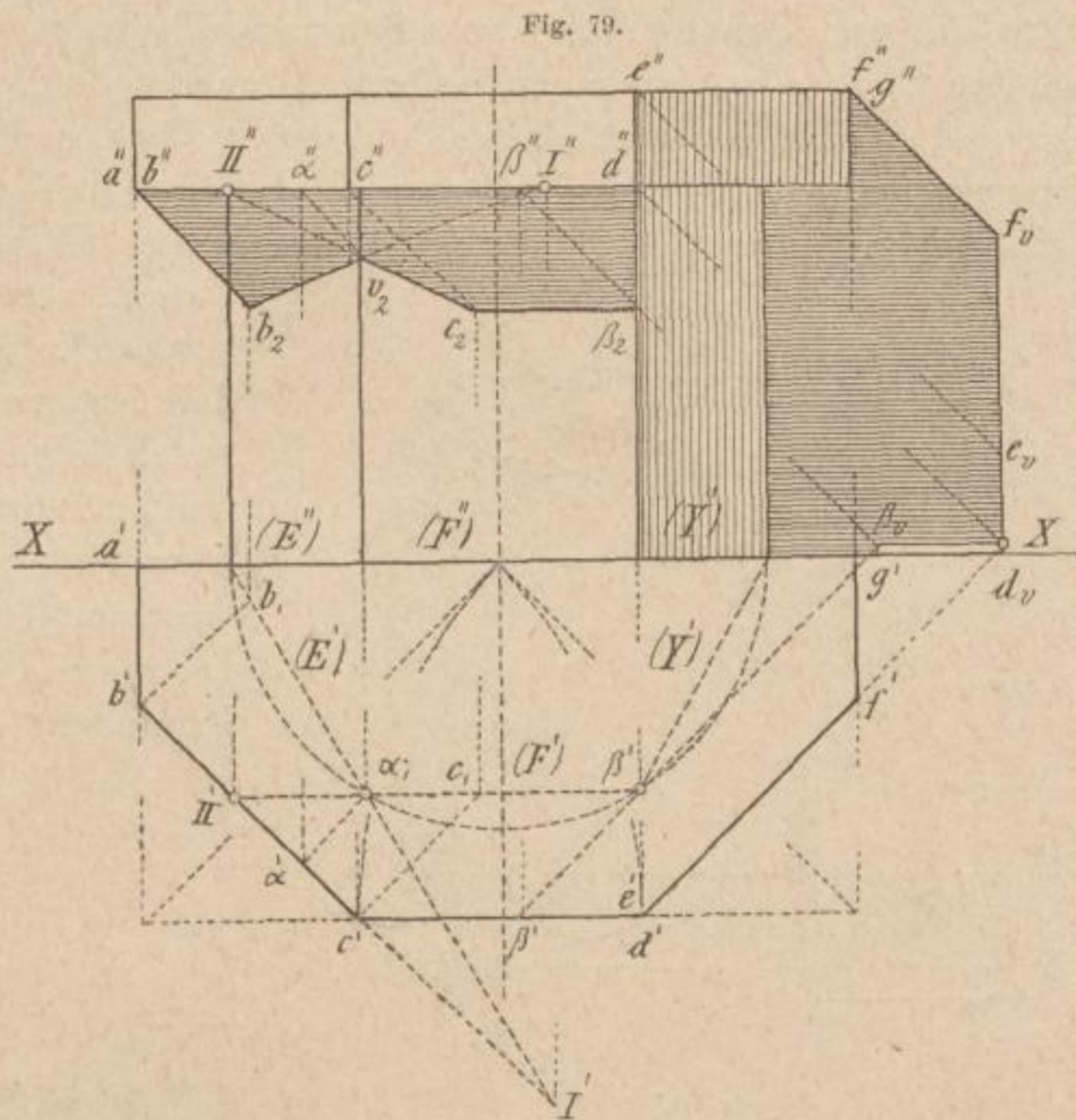
Die Fig. 83 und 84 sind nach dem eben zum Vortrag Gebrachten sofort verständlich.

Den Schlagschatten eines Gestelles bringt Fig. 85.

Man beachte die Punkte 1_h und 2_h . Durch deren Zurückführung ergeben sich die Punkte 1_1 und 2_1 . Die Geraden $1_1 d_1$ und $2_1 h_1$ bringen die Schlagschattengrenzen der Strebe s auf der Deckfläche des Balkens A .

VII. Schattengebung der Pyramide, Beispiele.

Um für eine Pyramide (Fig. 86) die Trennungslinien zwi-



schen Licht und Schatten auf ihrer Seitenoberfläche zu finden, lege man durch die Spitze S' S'' derselben einen Lichtstrahl und suche die Horizontalspur S_h desselben auf. (Vergl. hinsichtlich des Punktes S_h die Fig. 68 und 69 im II. Theile!) Zieht man nun von S_h die Tangenten an den Grundriss der Pyramide, so stellen sodann die Geraden $S_h a'$ und $S_h c'$ die Horizontalspuren der Streifstrahlen-

Fig. 81.

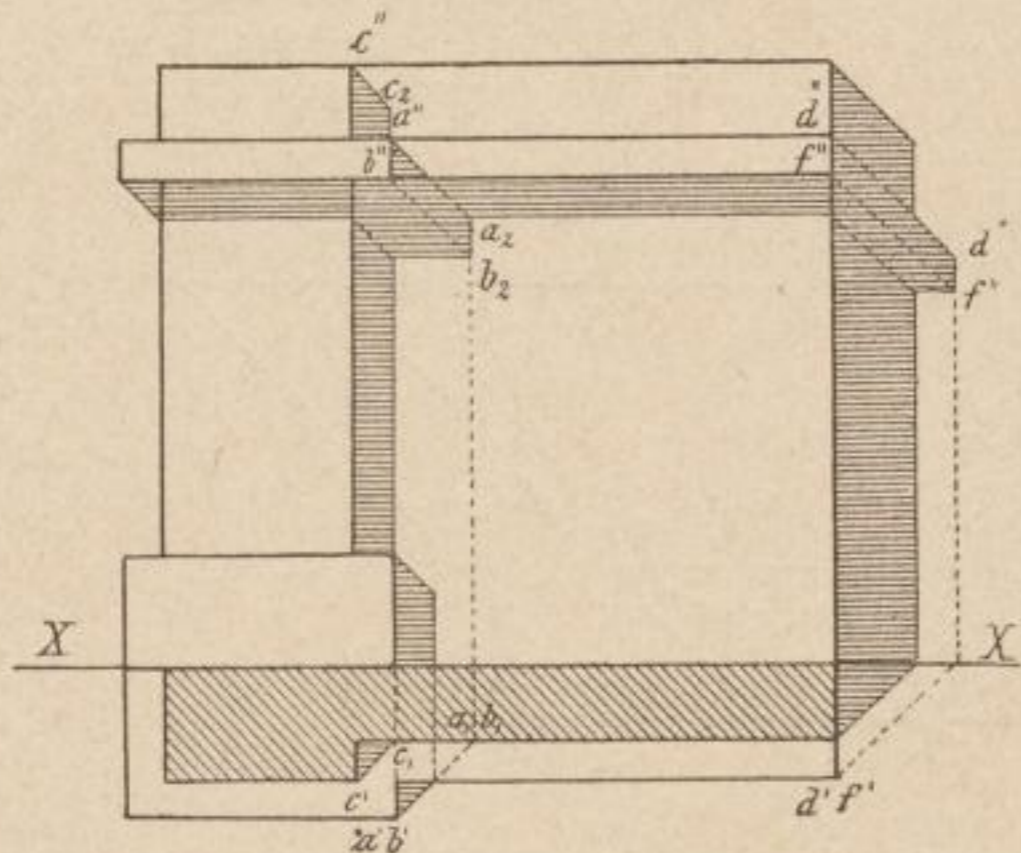
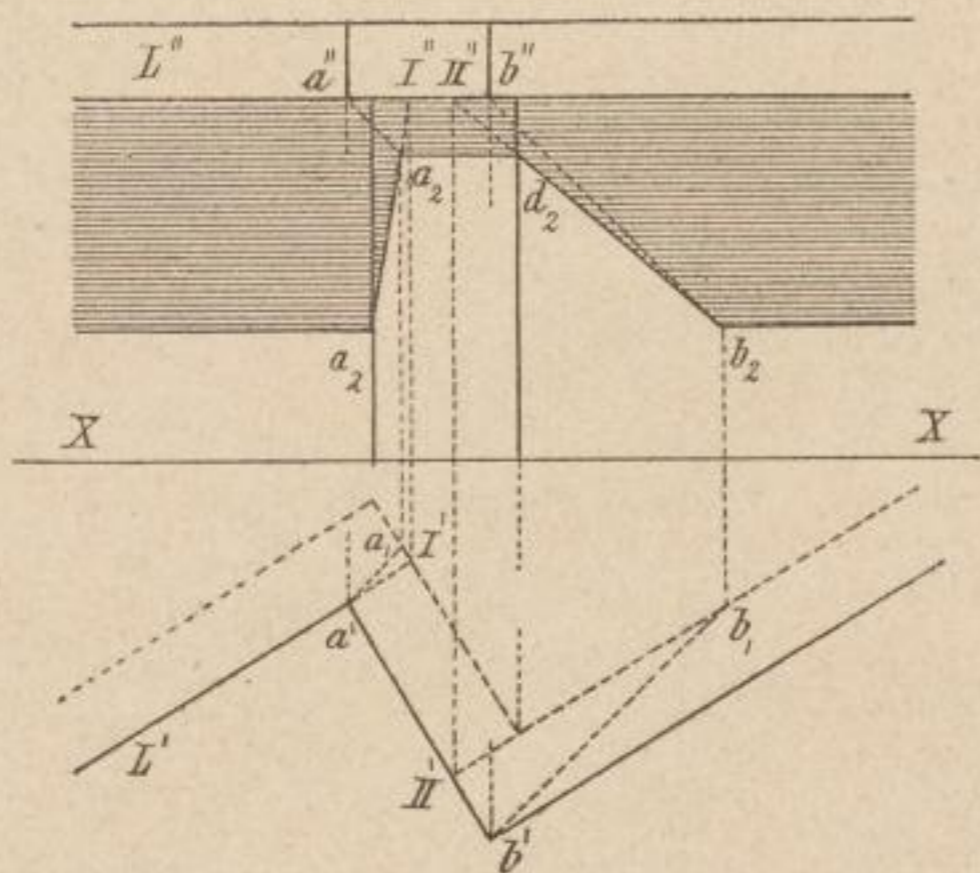


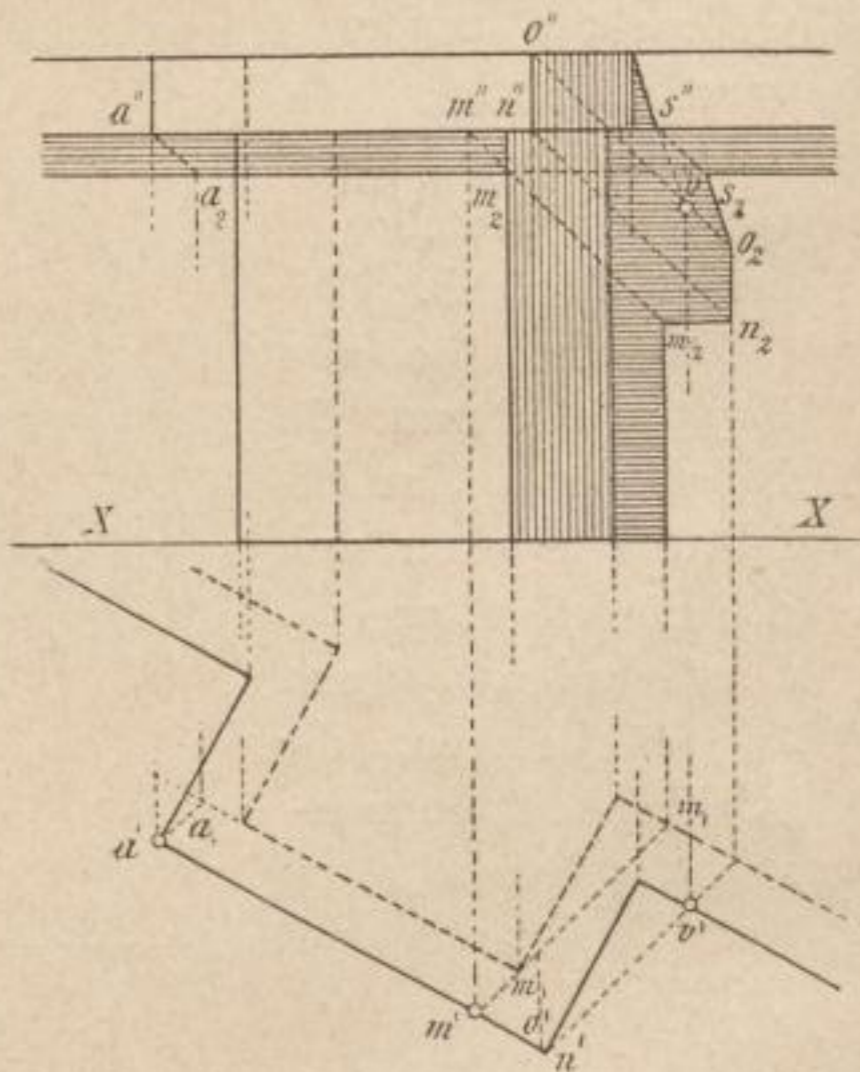
Fig. 82.



ebenen vor, die parallel zum Lichtstrahle liegend, die Pyramide längs der Kanten Sa und Sc berühren, welche letztere mithin die gesuchten Selbstschattengrenzen auf dem Pyramidenmantel bestimmen. Die Gesamt-Trennungslinie zwischen Licht und Schatten ergibt der Kantenzug $S a' b' c' S$.

Beachte die Zurückführung der Punkte 1_v und 2_v !

Fig. 83.



In Fig. 87 erscheint der Schlagschatten eines Raumpunktes a' , a'' auf die Oberfläche einer Pyramide nach zwei Methoden construiert.

a) Man lege durch den dem Punkte a zukommenden Lichtstrahl die horizontal projicierende Ebene $m n o$, suche ihren Schnitt mit der Körperoberfläche in dem Polygone 1, 2, 3, 4, 1 auf und fand, dass die Seite $1' 2'$, $1'' 2''$ derselben von dem Lichtstrahle in a_1, a_2 getroffen wurde.

b) Durch Zurückführung aus dem Schlag-
schatten.

Man konstruierte a_h und zog die Linie $a_h S_h$, die nach rückwärts verlängert im Schnitte α' mit dem Grundriss der beleuchteten Pyramidenbasis die Horizontalprojection desjenigen Punktes α ergab, dem die Pyramidenkante zukommt, welche den Schlagsschatten des Raumpunktes auffängt. Wird mithin α'' angegeben und die Linie $S'' \alpha''$ gezogen, so findet sich, dass letztere von dem Licht-

Fig. 84.

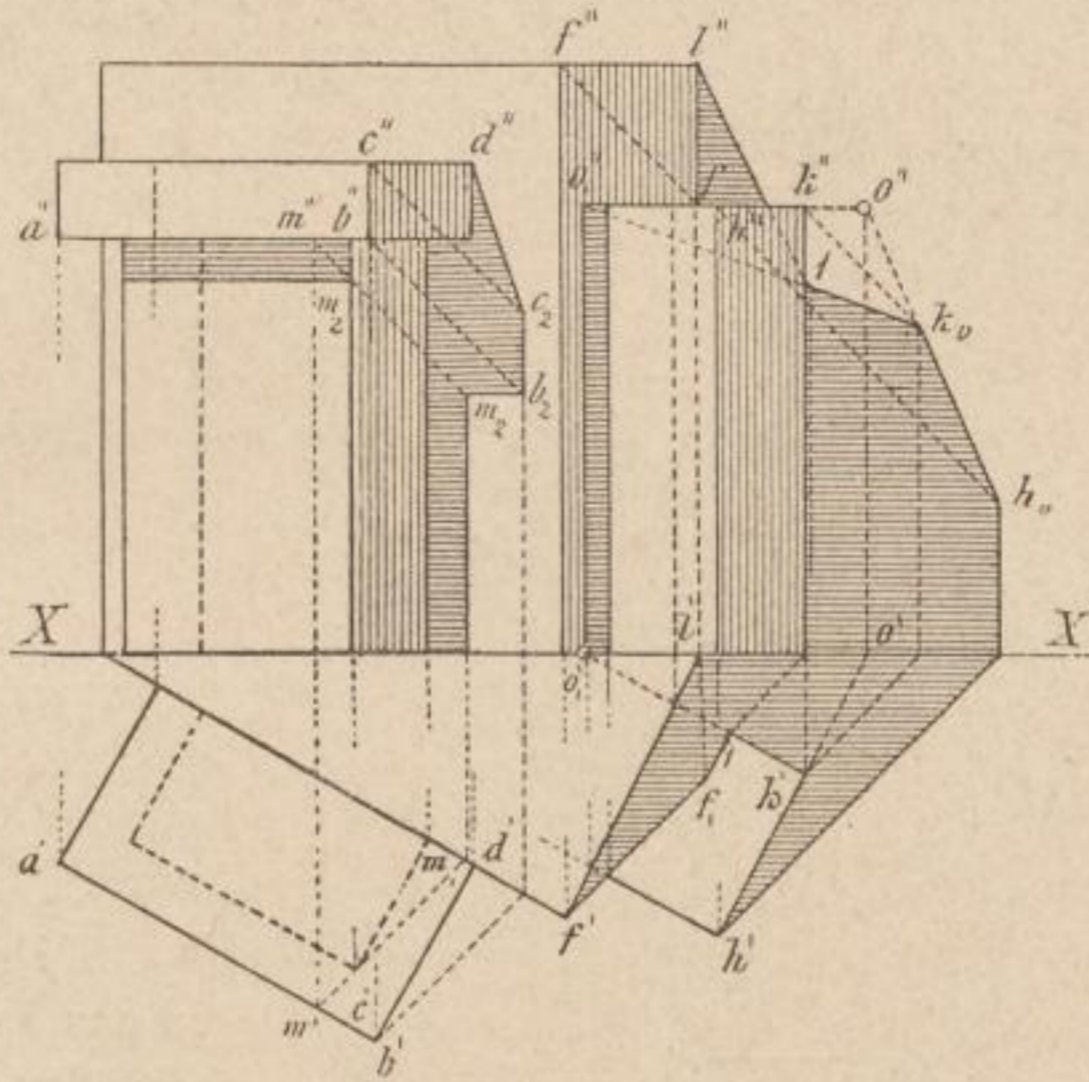


Fig. 85.

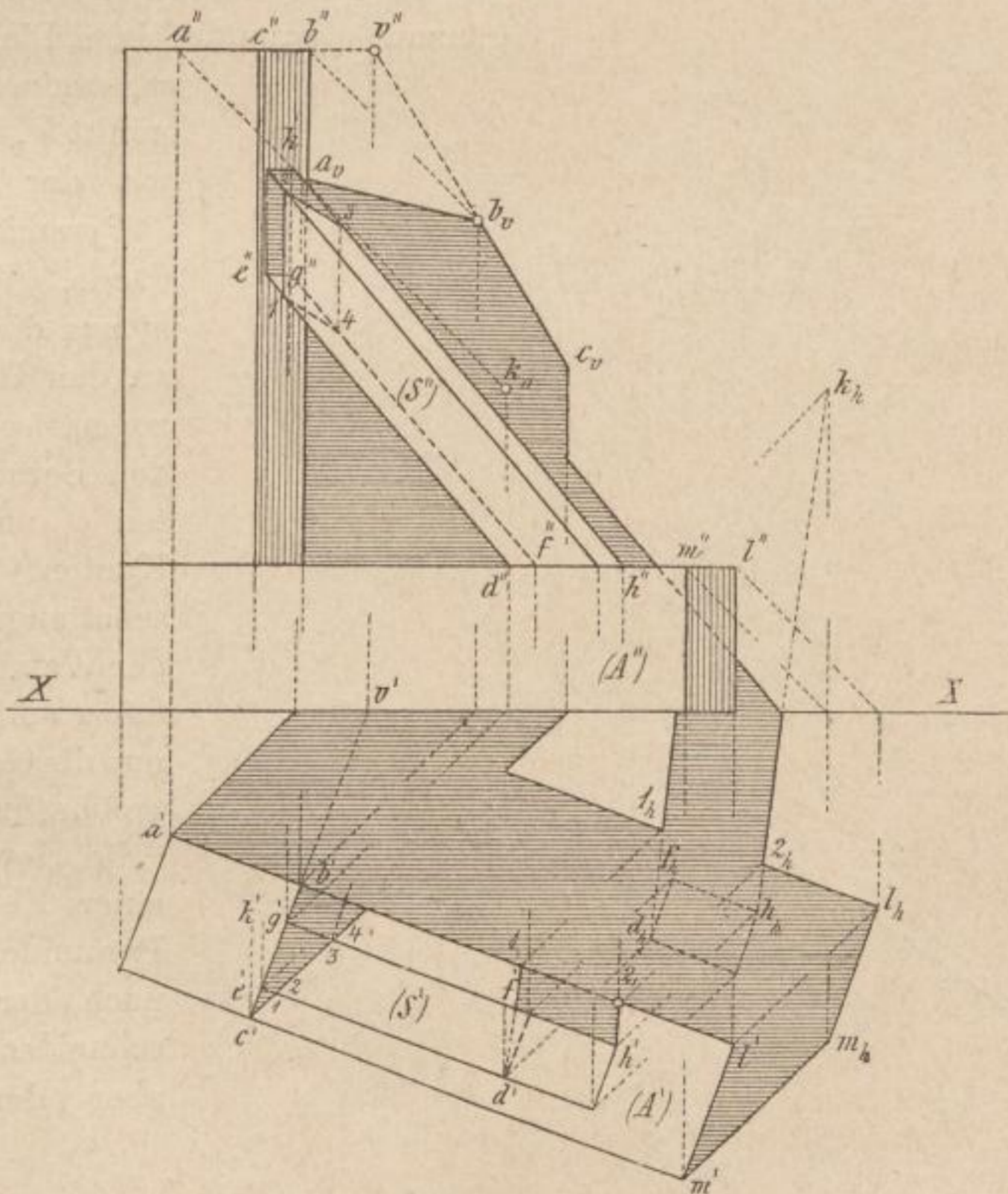


Fig. 87.

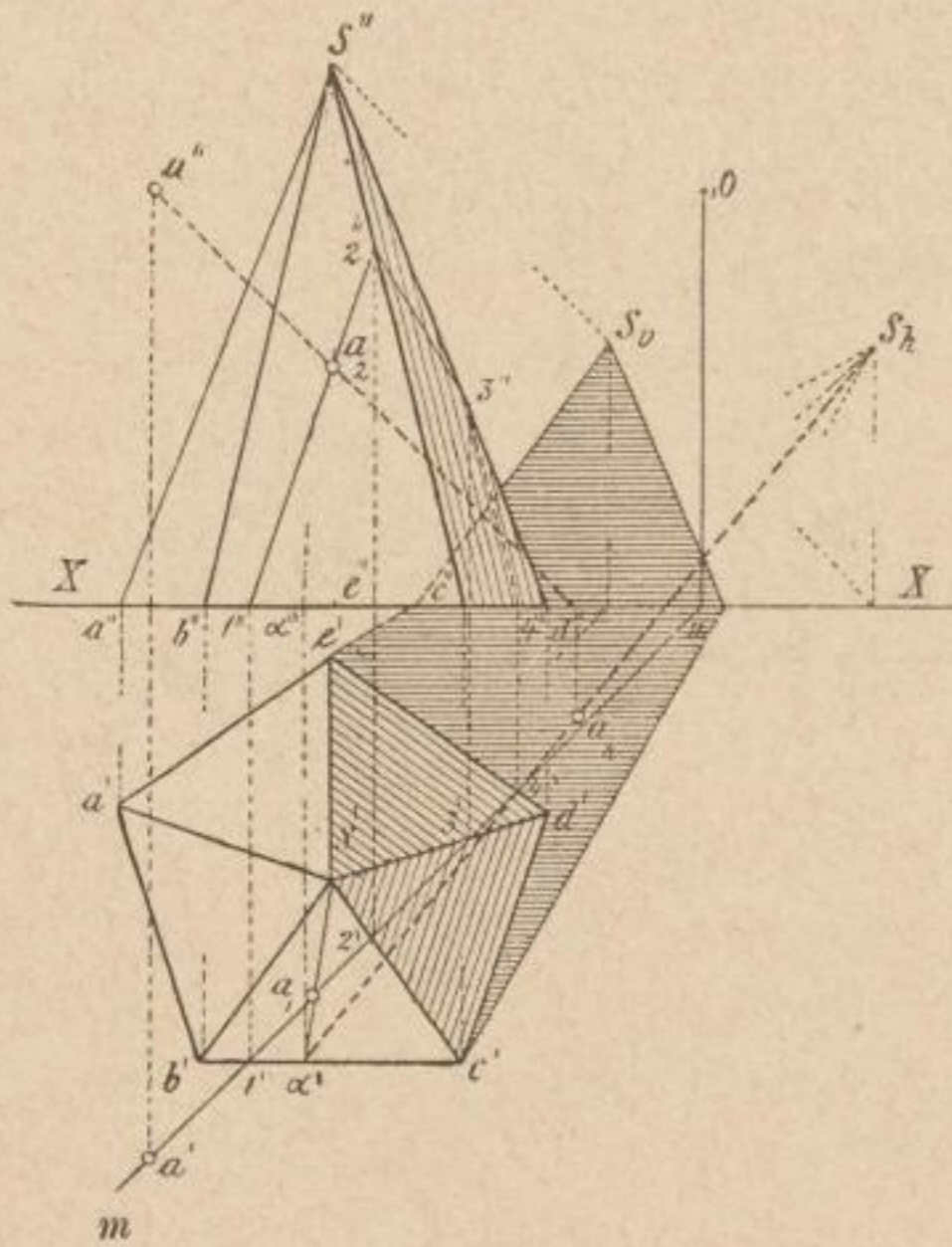
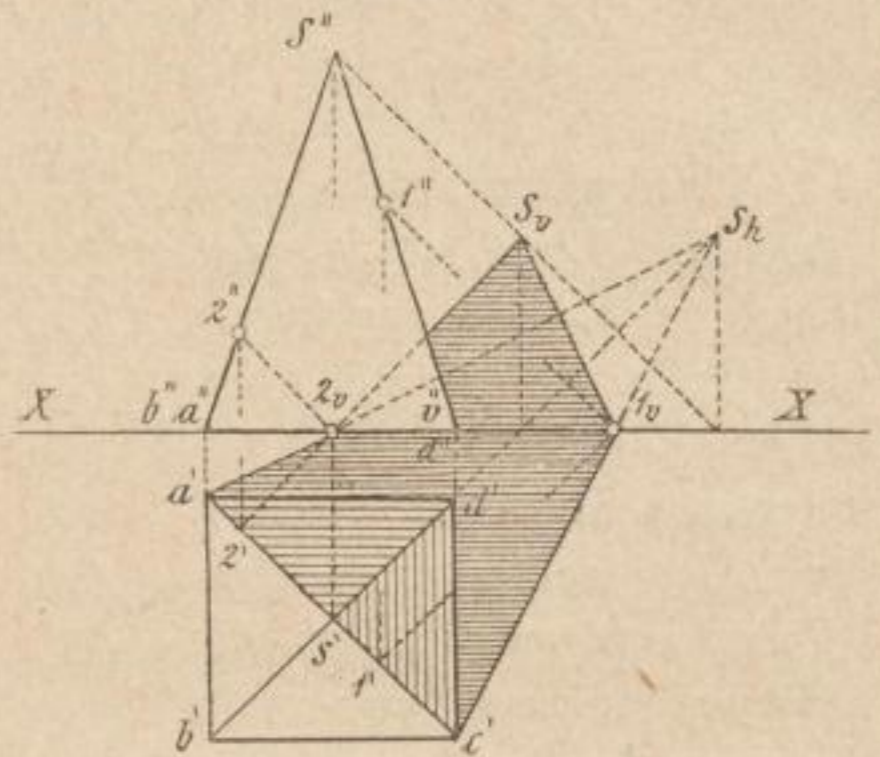


Fig. 86.

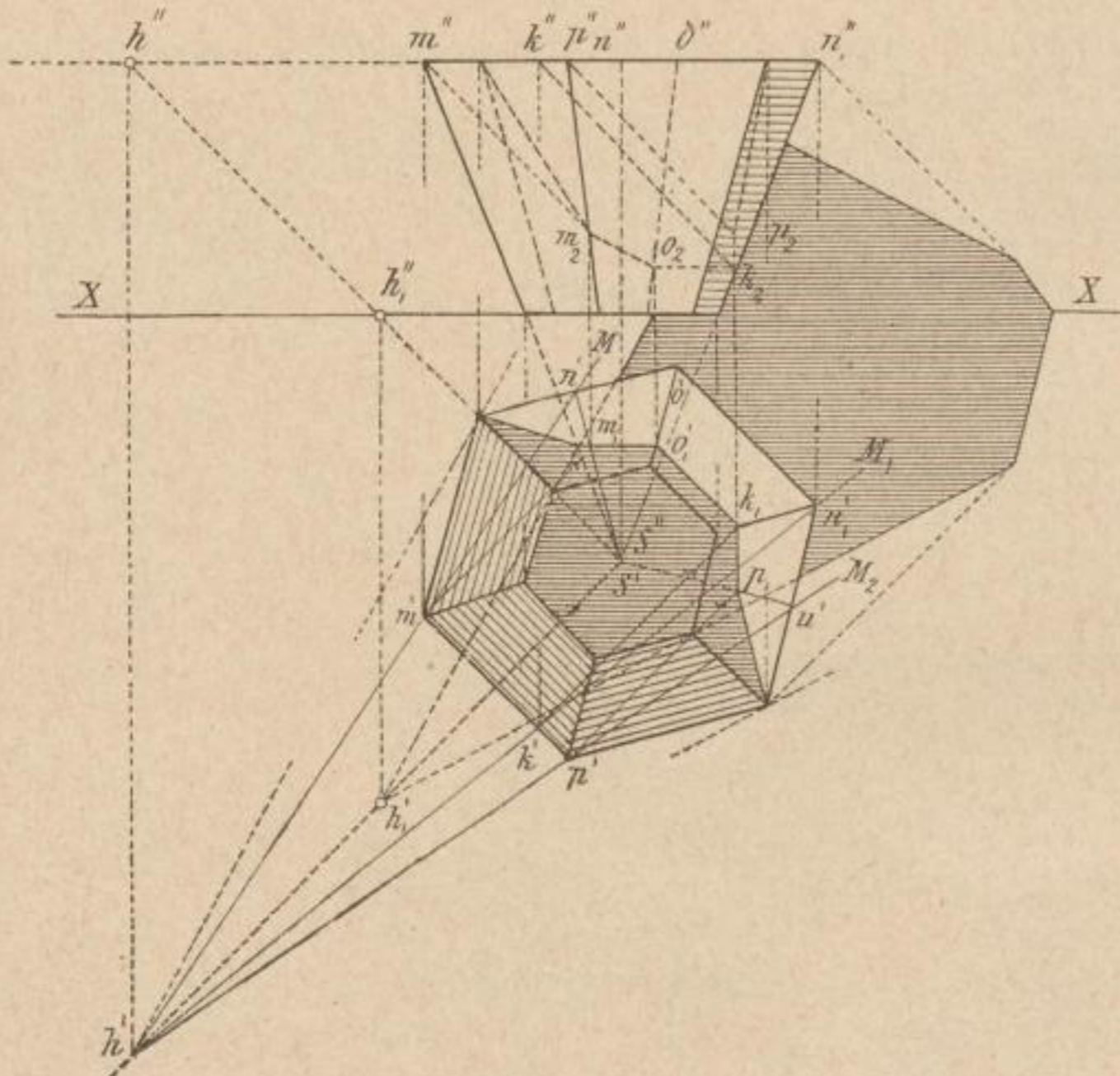


strahle l'' in dem Punkte a_2 getroffen wird.

Fig. 88 bringt den Schlagschatten in das Innere eines pyramidenförmigen Gefäßes.

Man lege durch die Spitze der Ergänzungspyramide einen Lichtstrahl und construiere d. Schnittpunkt h', h'' desselben mit der erweiterten Pyramidengrundfläche.

Fig. 88.

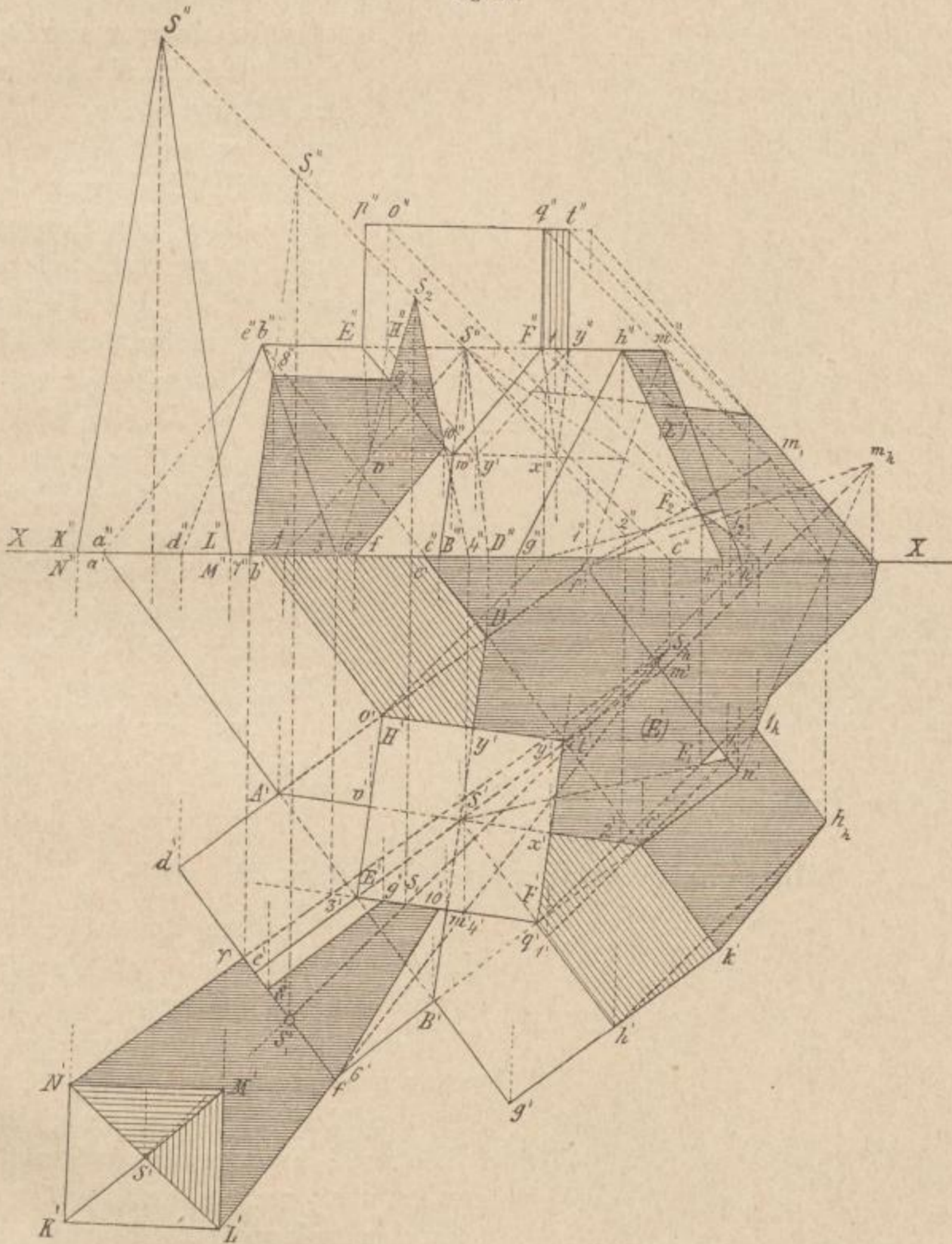


Werden von h' aus die Tangenten an den Grundriss gezogen, so geben die den Berührungspunkten zukommenden Kanten die Selbstschattengrenzen an der Wandung des Gefäßes an.

Zieht man nun die Gerade $h'mM$, so bestimmt letztere die Horizontalspur einer Ebene, die die Pyramidenseitenfläche nach der Kante Sn schneidet, zugleich aber den Punkt m

des schattenwerfenden Randes aufnimmt. Wird also aus m' eine Linie parallel zu l' gezogen, bis letztere die $S'n'$ im Punkte m_1 schneidet, so ist in diesem dann der Grundriss des Schlagschattens des Eckpunktes m erhalten. Die Ebene M_2 schneidet die Seitenoberfläche der Pyramide nach

Fig. 98.

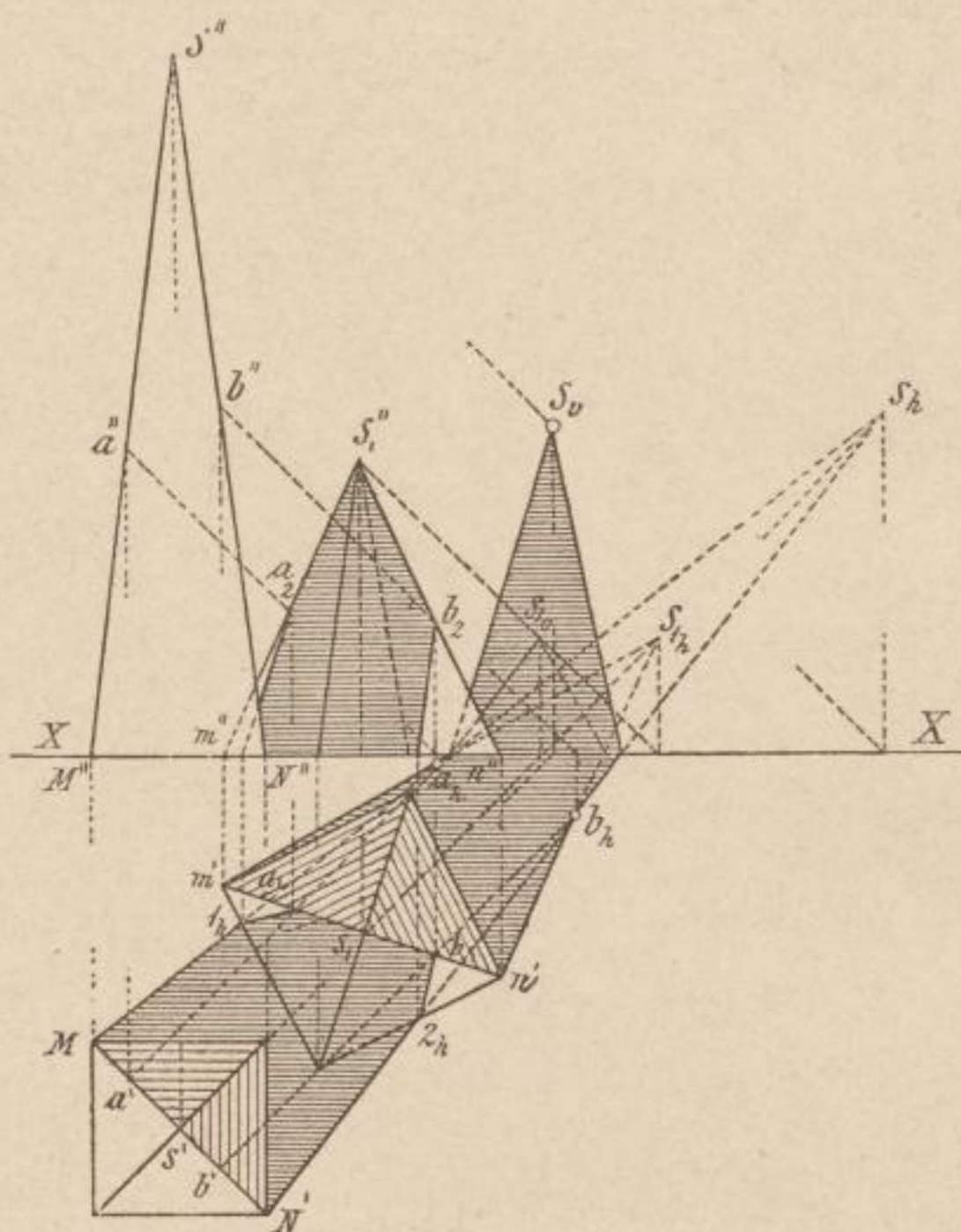


der Kante Su und nimmt die schattenwerfende Ecke p in sich auf. Zieht man somit aus p' wieder eine Linie $\parallel l'$, so trifft letztere die $S'u'$ im Punkte p_1 . Warum ist die Strecke $o_1 k_1 \parallel m' p'$?

In Fig. 89 schneidet eine vierkantige Ecksäule zwei dreiseitige Prismen. Eine freistehende Pyramide wirft Schatten auf die Körpergruppe.

Wird S_2 konstruiert und dieser Punkt sodann mit $3''$ und $4''$ verbunden, so geben die Theilstrecken $S_2 9''$ und $S_2 10''$ den Schlagschatten der Pyramide auf der beleuchteten und im Aufrisse sichtbaren

Fig. 90.



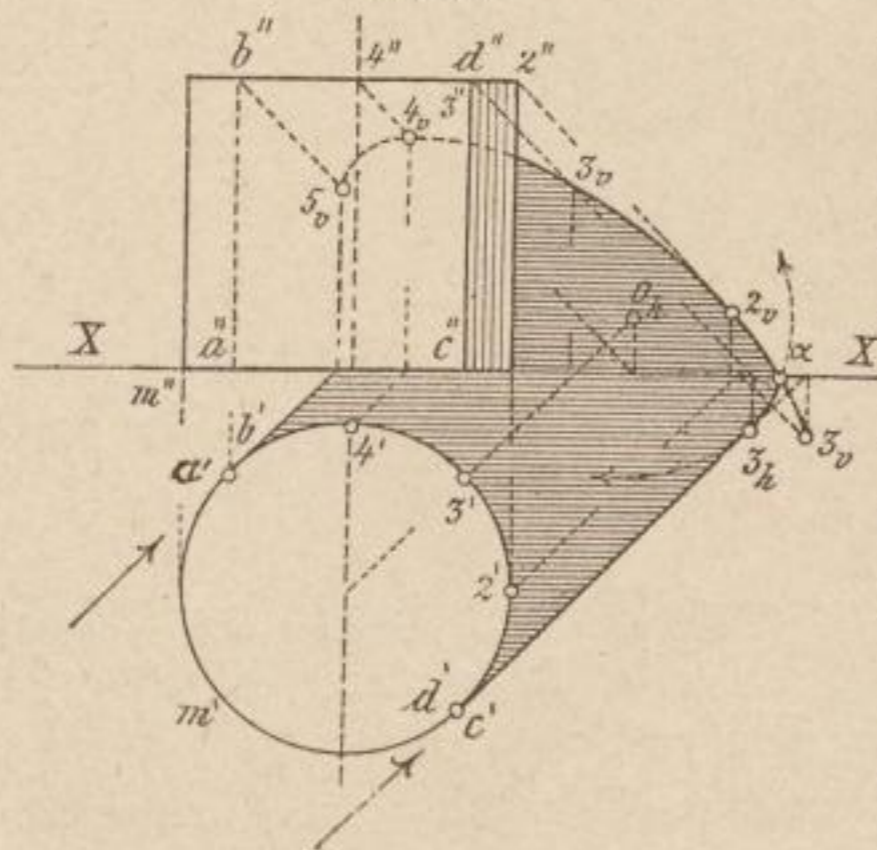
Prismaseitenfläche an. Sucht man hernach S_1'' auf und verbindet S_1'' mit $7''$, so ist die Theilstrecke $7'' 8''$ ebenfalls Schattengrenze und ferner auch die Gerade $8'' 9''$. Der Punkt $6''$ mit $10''$ verbunden, schließt das Schattenbild der Pyramide im Aufriss ab. Merke den Punkt 1_1 , welcher durch Zurückführung des Punktes 1_h gewonnen wird und ferner die Strecke $S'1_1$, welche den Schlagschatten der $h S$ auf der Ebene (E) anzeigt.

Das durch Fig. 90 gegebene Beispiel braucht

nun keiner Erklärung mehr.

VIII. Schattengebung des Cylinders, Beispiele.

Fig. 91.



Die Trennungslinien zwischen Licht und Schatten an einem zur Grundrissebene senkrecht stehenden Cylinder (Fig. 91) werden gefunden, wenn man parallel zu l' an den Grundriss des Körpers Tangenten zieht und diejenigen Erzeugenden $a b$ und $c d$ wahrnimmt, welche den Berührungspunkten zukommen. Beachtet man, dass die Deckfläche des Cylinders beleuchtet, die Grundfläche desselben aber dunkel sein muss, so ergibt sich sofort, dass die gesamte Selbstschattengrenze der Walze neben den

bereits angegebenen zwei Mantellinien noch aus dem halben Umfange amc der Grundfläche und endlich aus dem halben Umfange $d3b$ der Deckfläche besteht.

Fig. 92 bringt denselben Fall, nur ist die Walze von der Grundrissebene abstechend gezeichnet.

Die Construction benöthigt, weil vollkommen durchgeführt, keiner näheren Erklärung mehr.

Selbst- und Schlagschatten an einem schiefen Kreiscylinder bringt Fig. 93 zur Darstellung.

Diesbezüglich verweisen wir auf den Text zu Fig. 63. Die Gewinnung der Selbstschattengrenzen des Cylindermantels ist hier nach

Fig. 92.

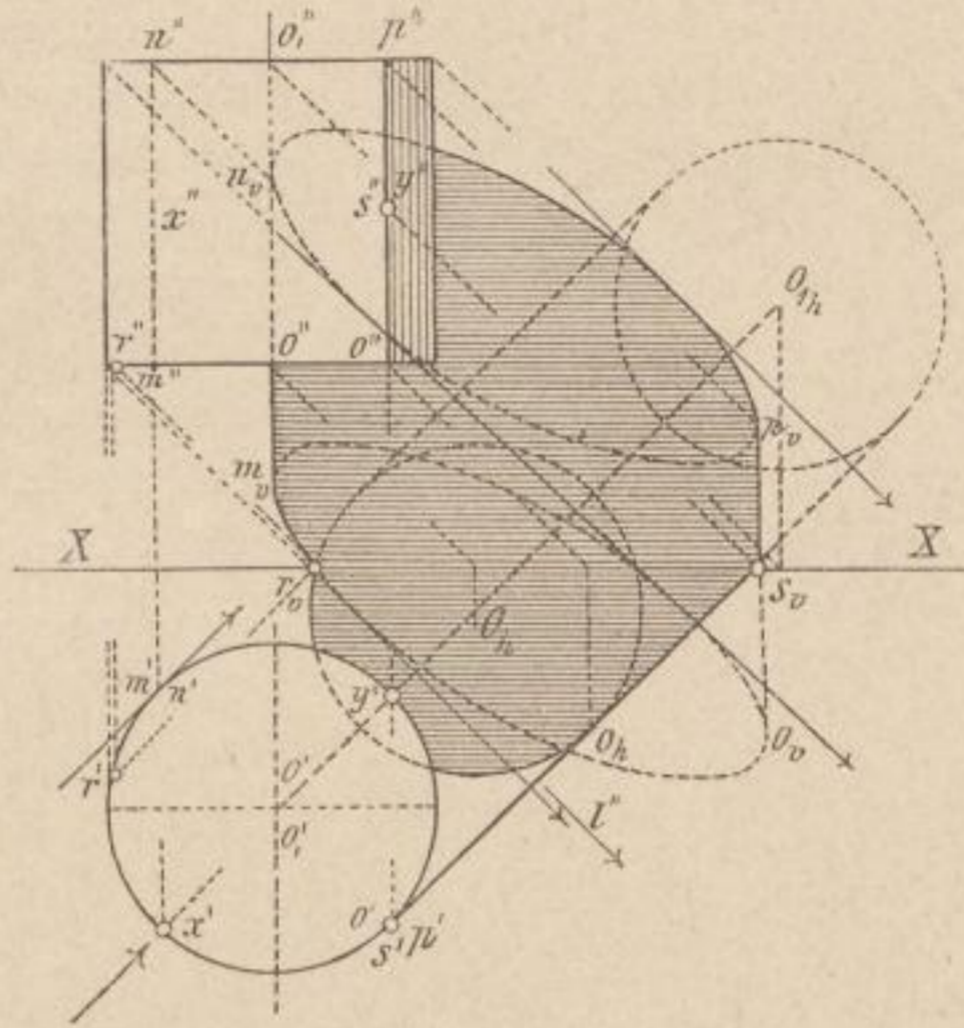


Fig. 93.

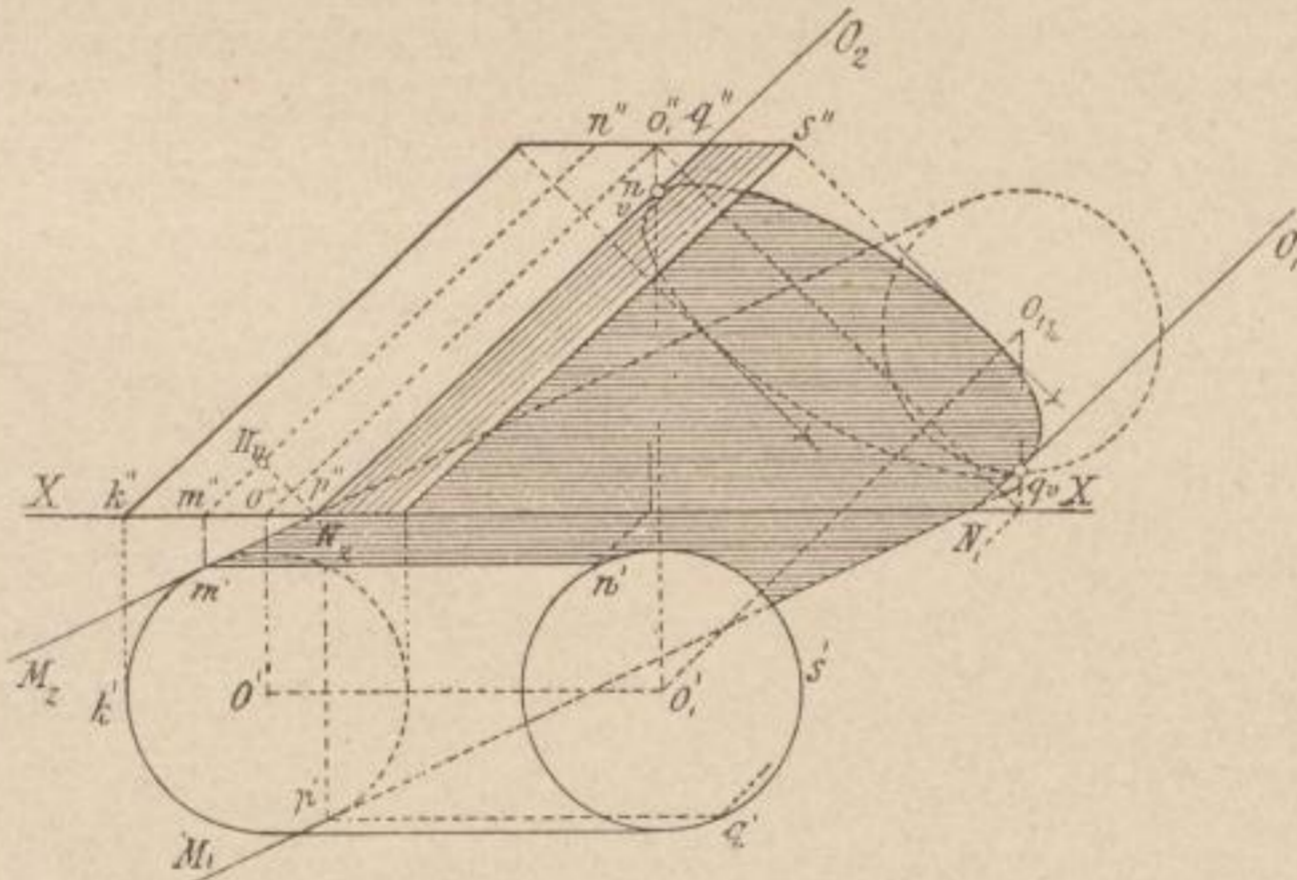


Fig. 94.

den Methoden α und γ durchgeführt. Es empfiehlt sich, die Figur größer zu nehmen und die Trennungslinien der Umfläche des Cylinders nach Methode β zu suchen. Fig. 94 ist auch in dem Falle Hilfsfigur zum Verfahren γ .

Den Schlagschatten einer halben cylindrischen, aus der Aufrissebene hervortretenden Platte bringt Fig. 95.

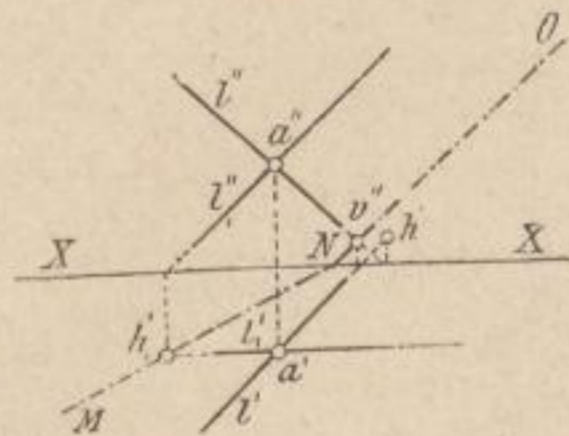
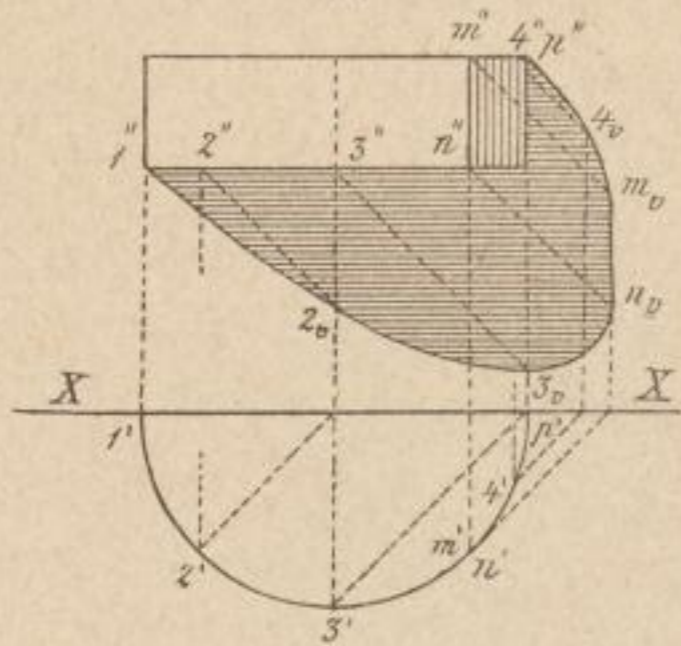


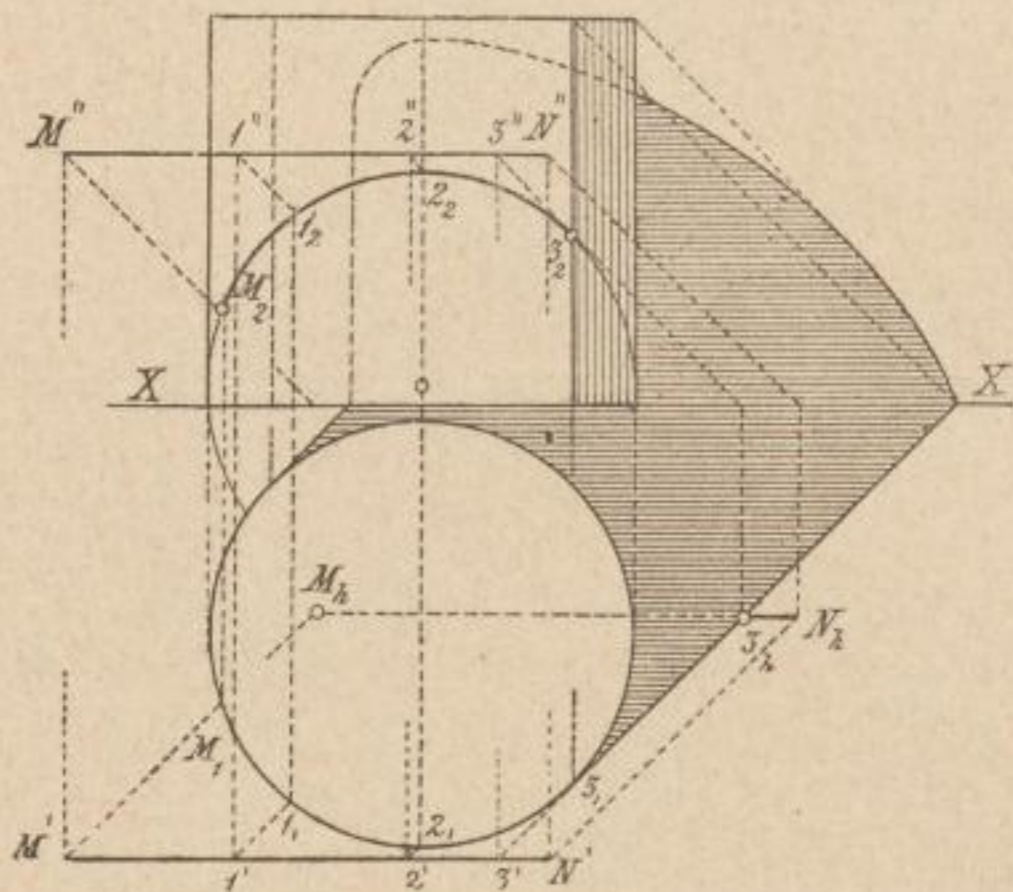
Fig. 95.



Der Schlagschatten beginnt im Punkte $1''$ und endet im Punkte p'' . Die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten besteht aus der geraden Mantellinie $n m$ und dann aus zwei Kreisbogen: $1, 2, 3, n$ und $m, 4, p$.

Die Projection des Schlagschattens einer zur X-Achse parallelen Strecke $M N$ auf die Mantelfläche eines Cylinders ist in Fig. 96 gegeben.

Fig. 96.



Man nimmt in der vorgelegten Strecke eine Reihe mittlerer Punkte $1, 2, 3$ an, bestimmt deren Schlagschatten auf dem Cylindermantel und verbindet sie sodann ordnungsgemäß. Wir bemerken, dass die Strecke $M 3$ den Schlagschatten auf den Cylinder und die Strecke $3 N$ den Schatten auf die Grundrissebene wirft. Schlage II. Theil, Cap. 22 nach und ziehe hieraus die Folgerungen hinsichtlich vorliegenden Beispiels!

Fig. 97.

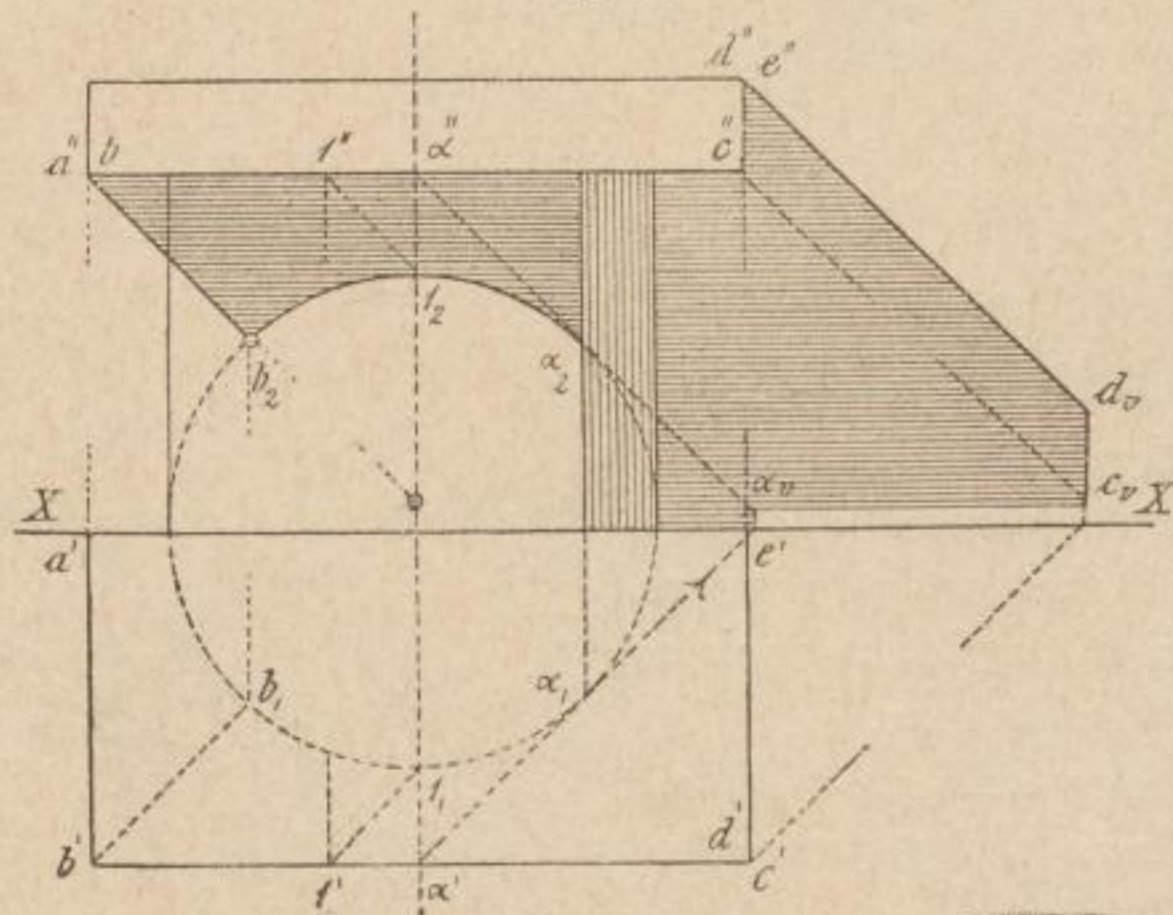


Fig. 97 bringt eine Anwendung des eben besprochenen Beispiels. — Hier tritt die schattenwerfende Gerade $b c$ als die untere Kante der prismatischen Deckplatte des Cylinders auf.

Fig. 98 bringt die Projectionen eines halben, aus der Aufrissebene vorragenden Cylinders, der durch eine halbe regelmäßige sechseitige prismatische Platte bekrönt ist.

Wichtig ist bei dieser

Fig. 98.

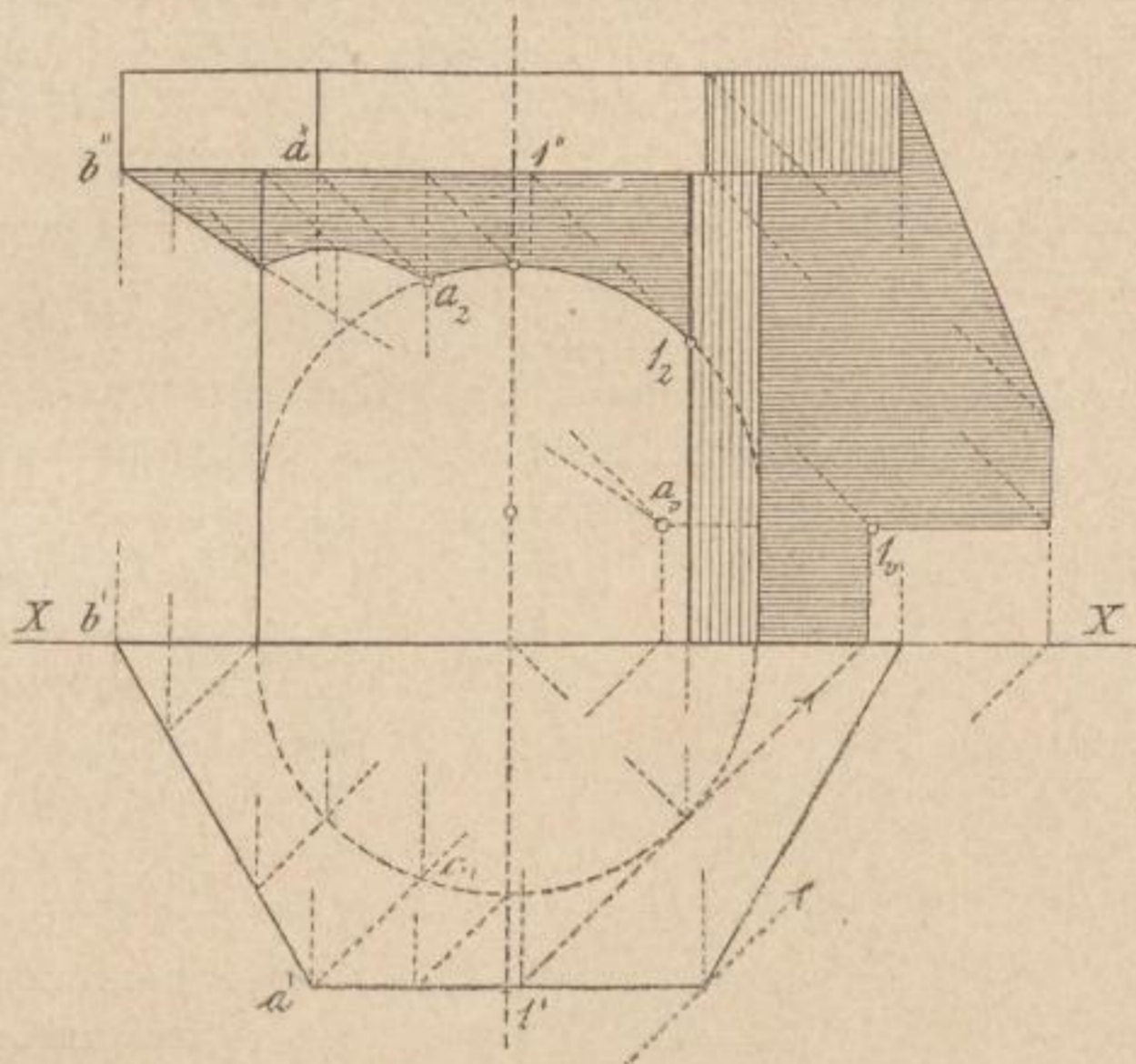
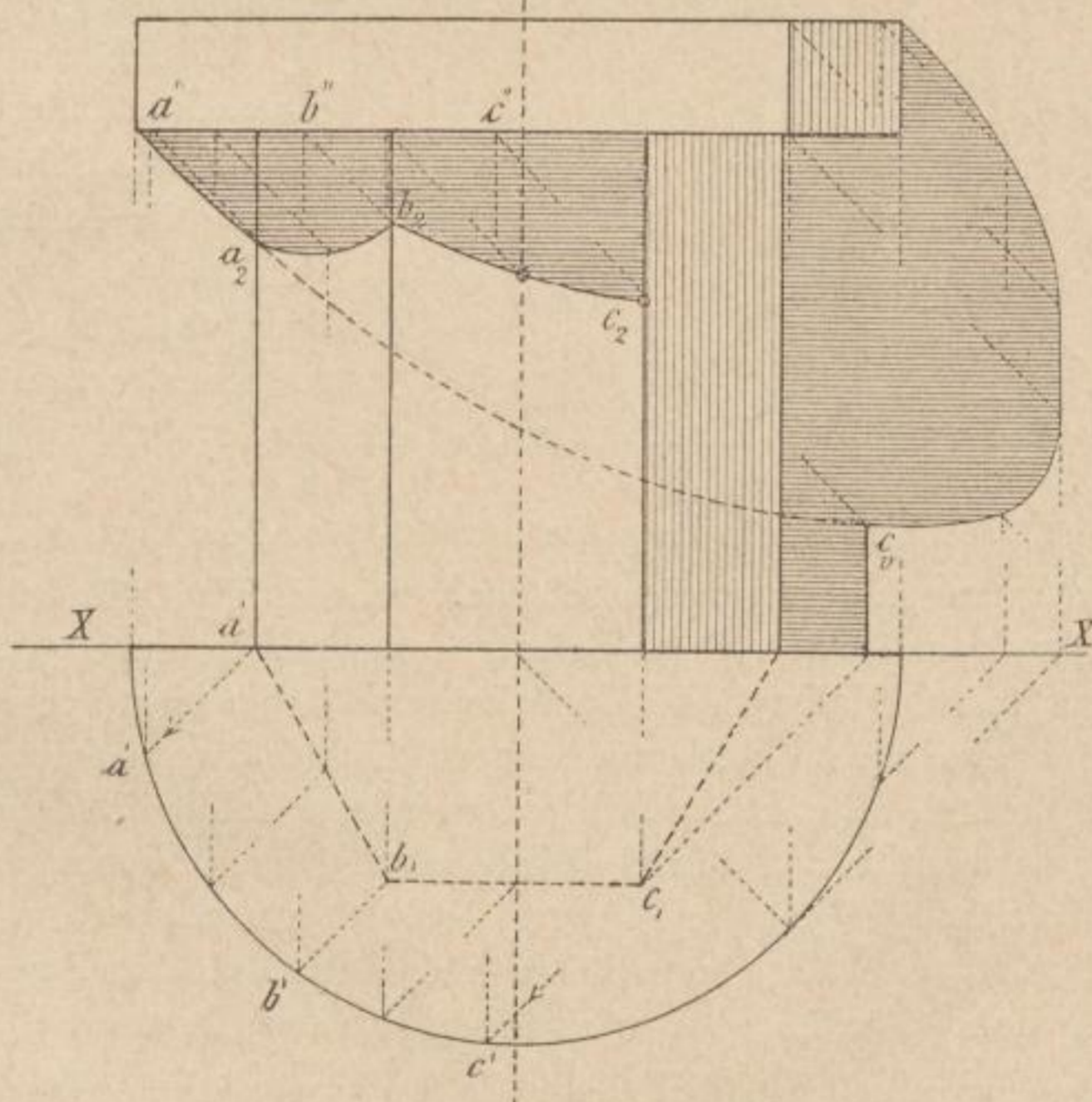


Fig. 99.

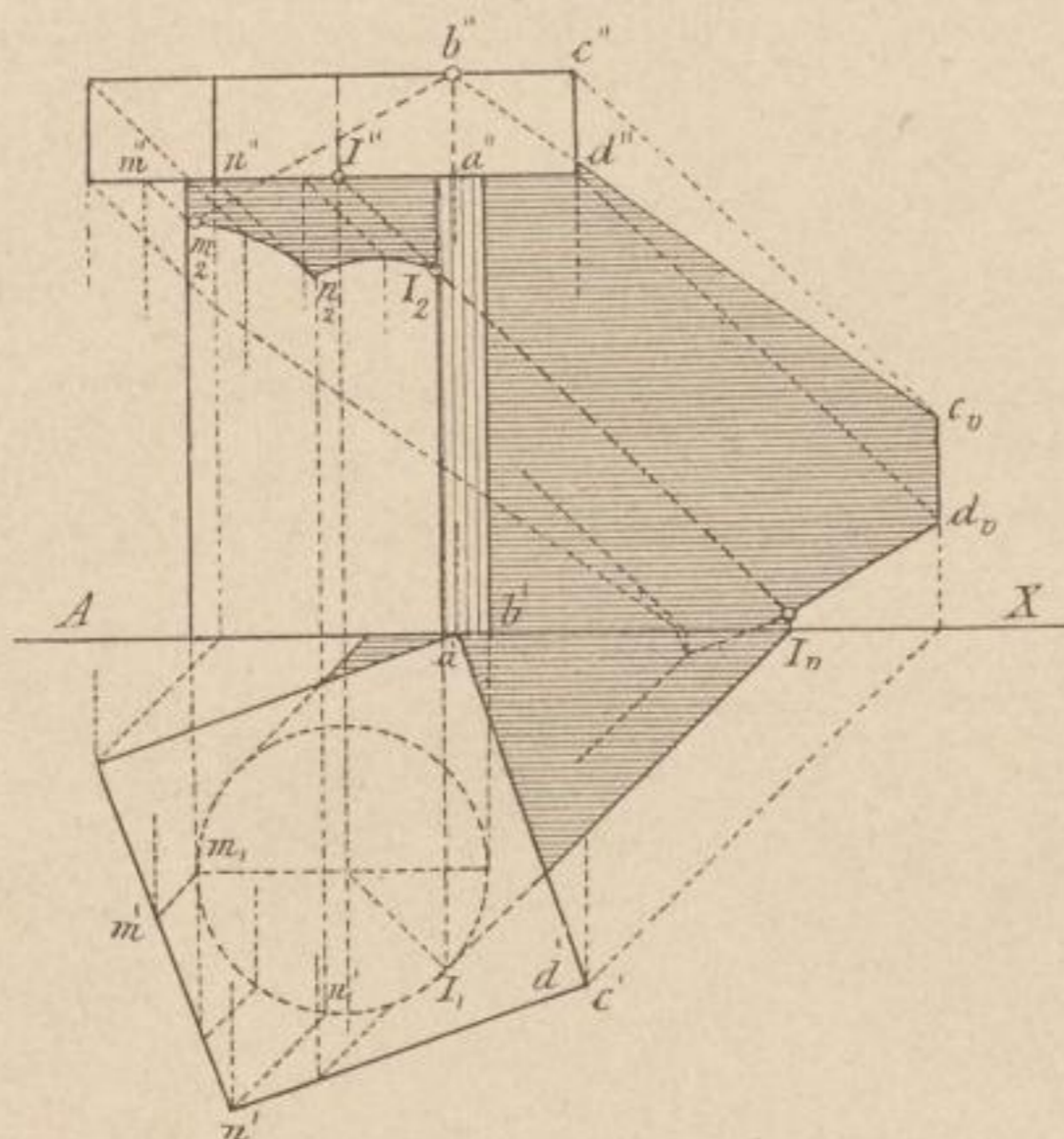


Schattenconstruction erstlich der Schlagschatten der unteren Deckplattenkante $a b$. Dieser beginnt in b'' und endet in a_v , insoweit die Aufrissebene hierbei in Betracht zu ziehen ist. In dem Punkte, in welchem die Strecke $b'' a_v$ die linksseitige Cylindercontour schneidet, überspringt der Schatten der genannten Körperkante $a b$ auf den Cylinder selbst und endet im Aufrisse in dem Punkte a_2 . Hinsichtlich der weitem Construction sind die vorangehenden Figuren zu berücksichtigen.

Der umgekehrte Fall wird durch Beispiel 99 dargestellt.

Dieses zeigt die Construction des Schattens, der gewonnen wird, wenn eine cylindrische Platte Schatten auf einen prismatischen Vorsprung wirft.

Fig. 100.



Die Schattenbilder a_2, b_2, c_2 werden durch Zurückconstruction gefunden, d. h. durch erstliche Angabe der Punkte a', b', c' .

In Fig. 100 endlich ist der Cylinder sammt seiner bekrönenden Dachplatte frei projiciert, indem nur mehr eine Kante $a b$ der Deckplatte in der Aufrissebene liegt.

In Berücksichtigung dieses Umstandes endet auch die oberste Schlagschattengrenze im Aufriss in dem Punkte b'' . Der Punkt m_2 wird auch hier durch Zurückconstruction gefunden,

indem der Reihe nach die Linien $m_1, m', m' m''$ und $m'' m_2$ gezogen werden.

Schattenbestimmung an einem hohlen Cylinder.

Denkt man sich eine physisch undurchsichtige Cylinderfläche vorhanden, diese genau nach ihrer Selbstschattengrenze durchschnitten und die so erhaltenen Halbcylinder parallel zu sich selbst verschoben, so erscheint der eine außen hell und innen dunkel, der andere innen hell und außen dunkel. Denkt man sich ferner die Halbcylinder wieder vereinigt und nach einer anderen Richtung, etwa vertical, durchschnitten und beide Theile nun wieder parallel zu sich selbst verschoben, so wird jetzt jeder Halbcylinder außen einen hellen und einen dunklen Streifen zeigen. Der äußere helle Streifen aber wird innen dunkel sein und Schlagschatten auf die innere helle Fläche werfen, der da beginnen und enden muss, wo

der Rand der Fläche und die auf der Außenseite derselben vorhandenen Trennungslinien zwischen Licht und Schatten sich begegnen.

Es handelt sich nun erstlich darum, den Umriss des Schlagschattens auf der inneren Cylinderwandung seiner Form nach genau zu bestimmen. Diesbezüglich ist zu bemerken: Haben zwei sich durchschneidende Cylinderflächen C und c (Fig. 101) einen Kreis oder eine Ellipse gemeinsam, so ist der andere Ast ihres gesammten Durchschnitts wiederum eine Ellipse.

Betrachten wir mithin den halben Hohlcylinder in Fig. 102, so erhellt aus den vorangegangenen Erklärungen, dass das Randstück $a' 1' b'$, $a'' 1'' b''$ schattenwerfend ist und dass der Schlagschatten $b'' 1_2 a_2$ eine elliptische Curve ergibt, denn letztere stellt eben den Schnitt des Lichtcylinders (der in Fig. 101 durch c bezeichnet ist) mit dem Cylindermantel als zweiten Ast der Durchdringung vor. Denken wir uns endlich durch die Cylinderachse eine Lichtebene gelegt, deren Grundriss (Spur) parallel zu l' liegt, so ergibt sich in ihrem Schnitte mit der Cylindermantelfläche die hellste Erzeugende besagter Fläche. Construiere diese!

In Fig. 103 liegt die Achse der cylindrischen Hohlform parallel zur Projectionsachse XX .

Das Constructionsverfahren zur Gewinnung des Selbst- und Schlagschattens ist dem eben beschriebenen gleich. Wie ist in diesem Falle der Grundriss der Figur aufgefasst?

Fig. 104 bringt eine cylindrische Mauervertiefung (Nische) mit der sich hierbei ergebenden Schattenbestimmung.

Fig. 105 stellt ein ähnliches Beispiel vor.

In diesem ist der Schlagschatten eines prismatischen Vorsprungs auf die innere Cylinderwandung, sowie auf den rechtsseitigen Mauervorsprung abgebildet.

Wichtig ist die Construction des Punktes 3_2 , in welchem der Schlag-

Fig. 101.

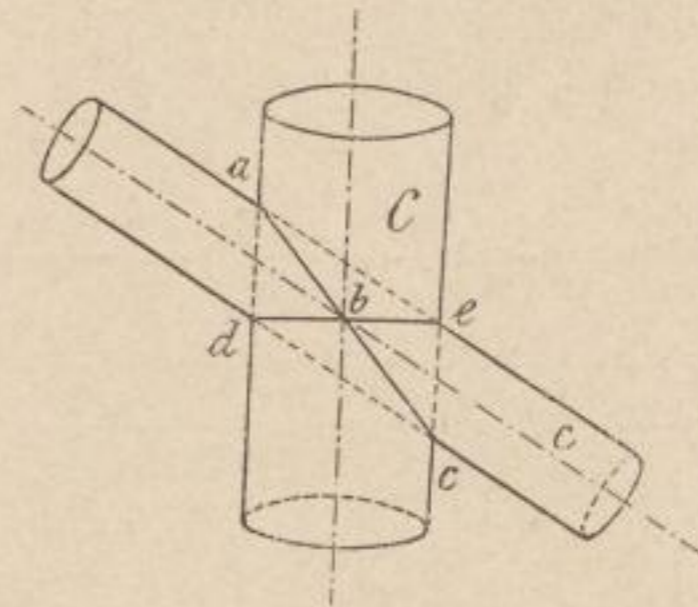


Fig. 102.

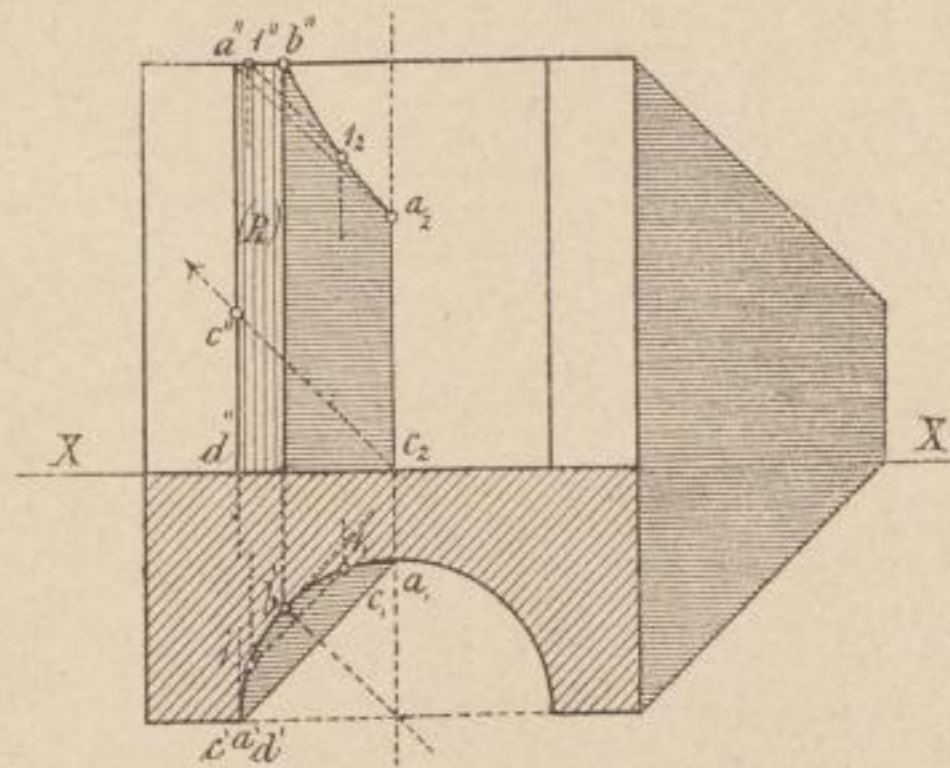
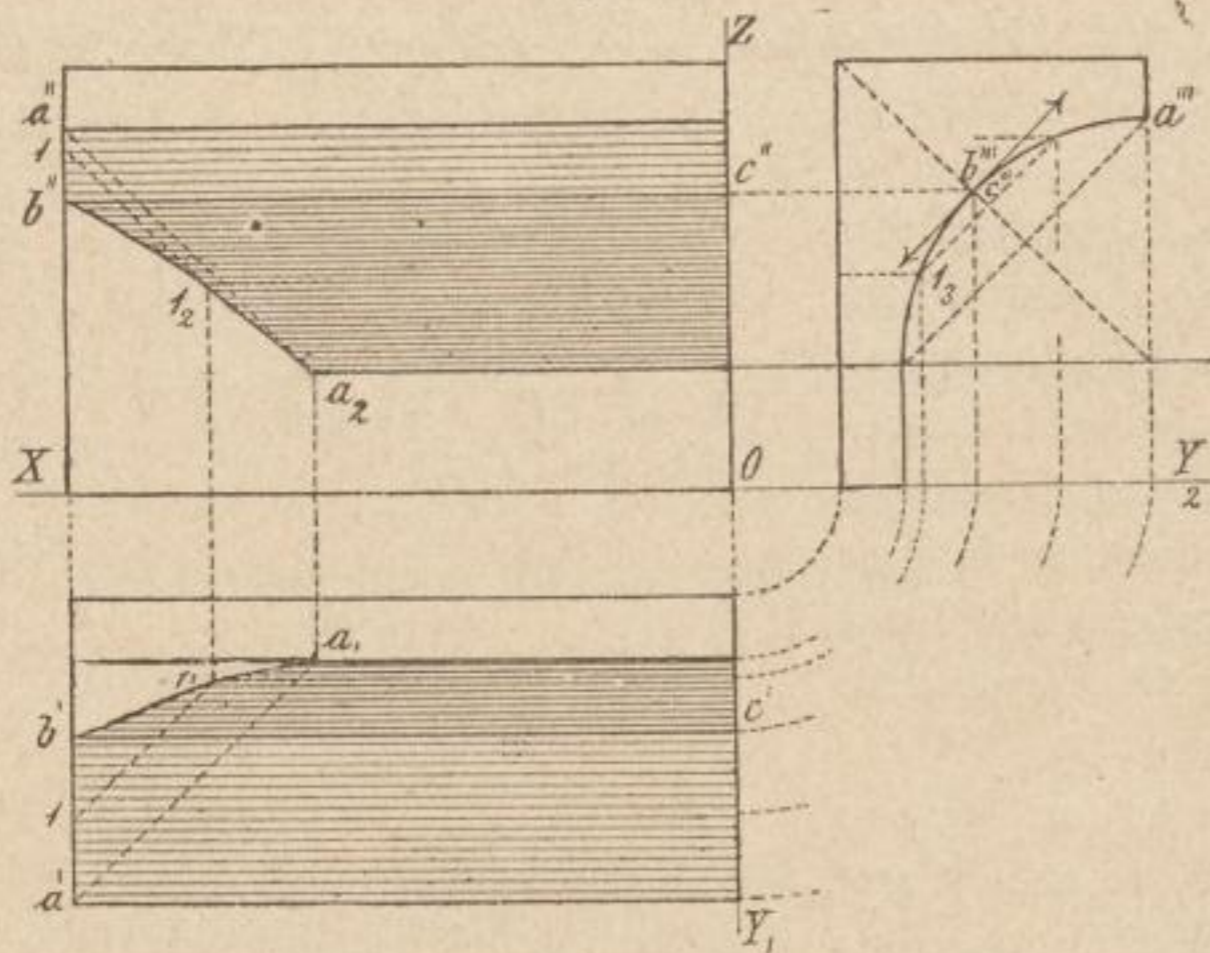


Fig. 103.



schatten im Aufriss von der gekrümmten Fläche auf die vordere Verticalebene des Mauervorsprungs übertritt.

Weiters reihen wir eine Anzahl von Aufgaben an, welche die Schattenbestimmung von Gewölbebogen theils auf die Aufrissebene, theils auf vor- oder zurückspringende verticale Mauerflächen zum Vorwurfe haben.

Fig. 104.

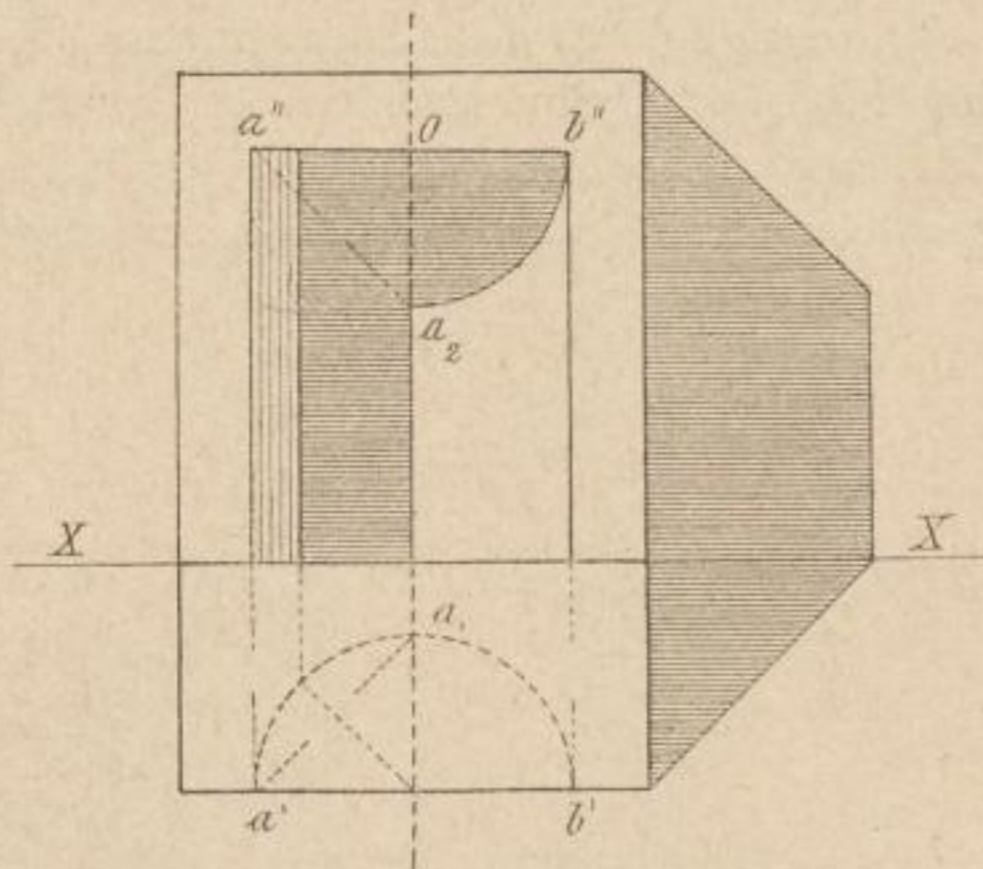
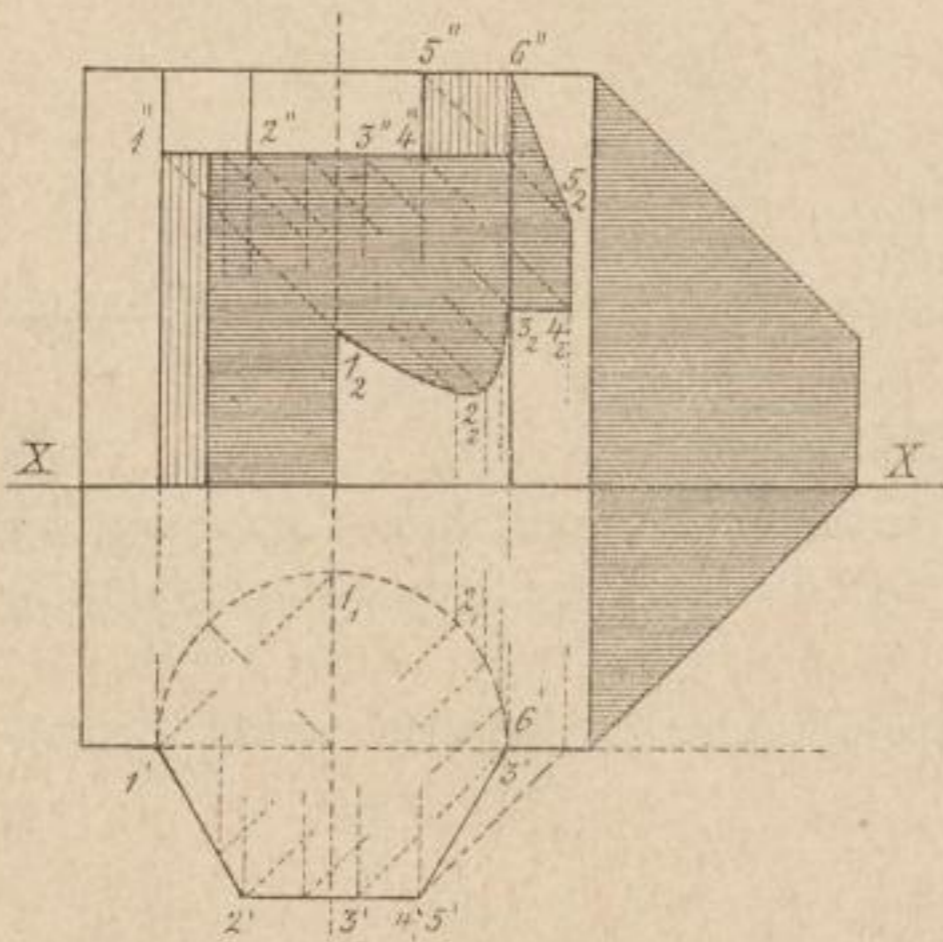


Fig. 105.



Den einfachsten Fall dieser Art ergibt Fig. 106.

Um den Schlagschatten der Stirnlinie des bogenförmig gekrümmten Theiles auf die Verticalebene (E') (E'') zu construieren, suche man O_2 und schlage aus diesem Punkte einen Halbkreis mit dem gegebenen Halbmesser.

In Fig. 107 schneidet der Lichtstrahl aus dem Centrum $O' O''$ der halbkreisförmigen Stirnlinie zwei an dem projicierten Nischengebilde vorkommende Verticalebenen einmal in O_1 , das anderemal in O_2 . Es sind hier nun aus beiden genannten Punkten Halbkreisbogen zu schlagen und letztere in ihren zugehörigen Theilen insoweit zu benützen, als sie den Breitenausdehnungen vorerwähnter Verticallflächen zu fallen.

Frei stehend ist ein Vollbogen in Fig. 108 angenommen.

Neben den Schlagschatten der halbkreisförmigen Stirnlinien treten hier noch Schlagschatten von Körpergebilden auf, die theils als Abschrägungen oder

einfache Verticalflächen aufzufassen sind, oder aber Ecksäulen mit verticalen

Fig. 106

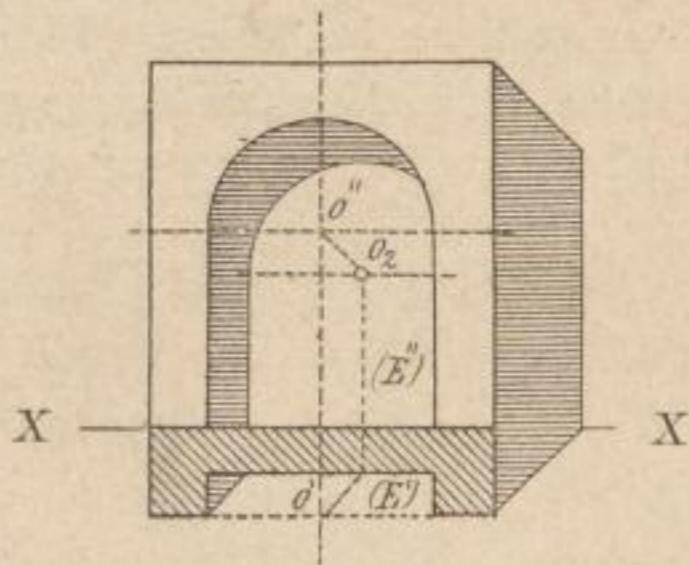


Fig. 107.

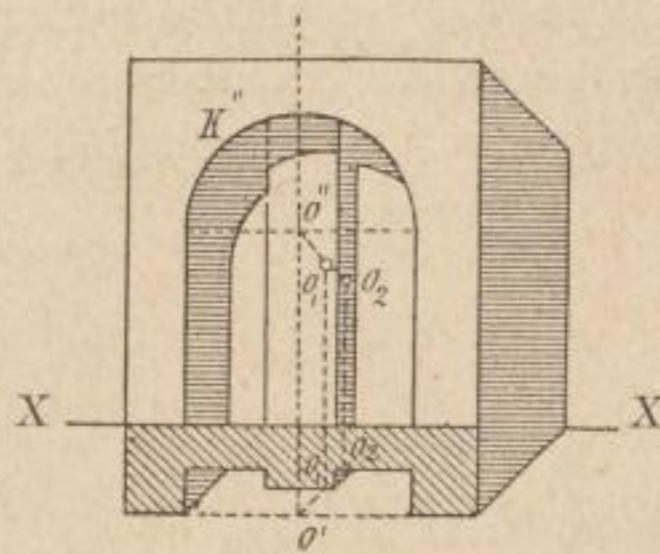
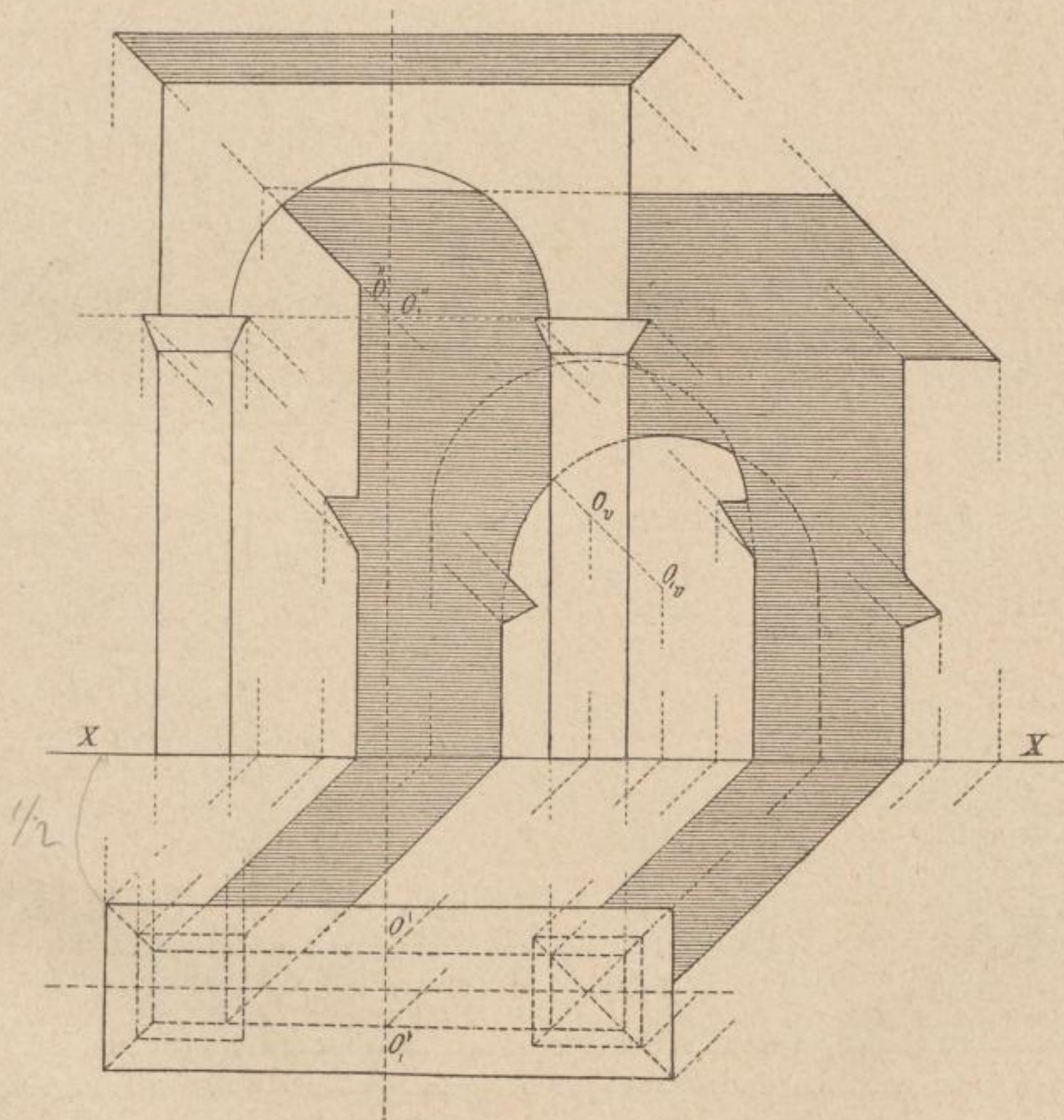


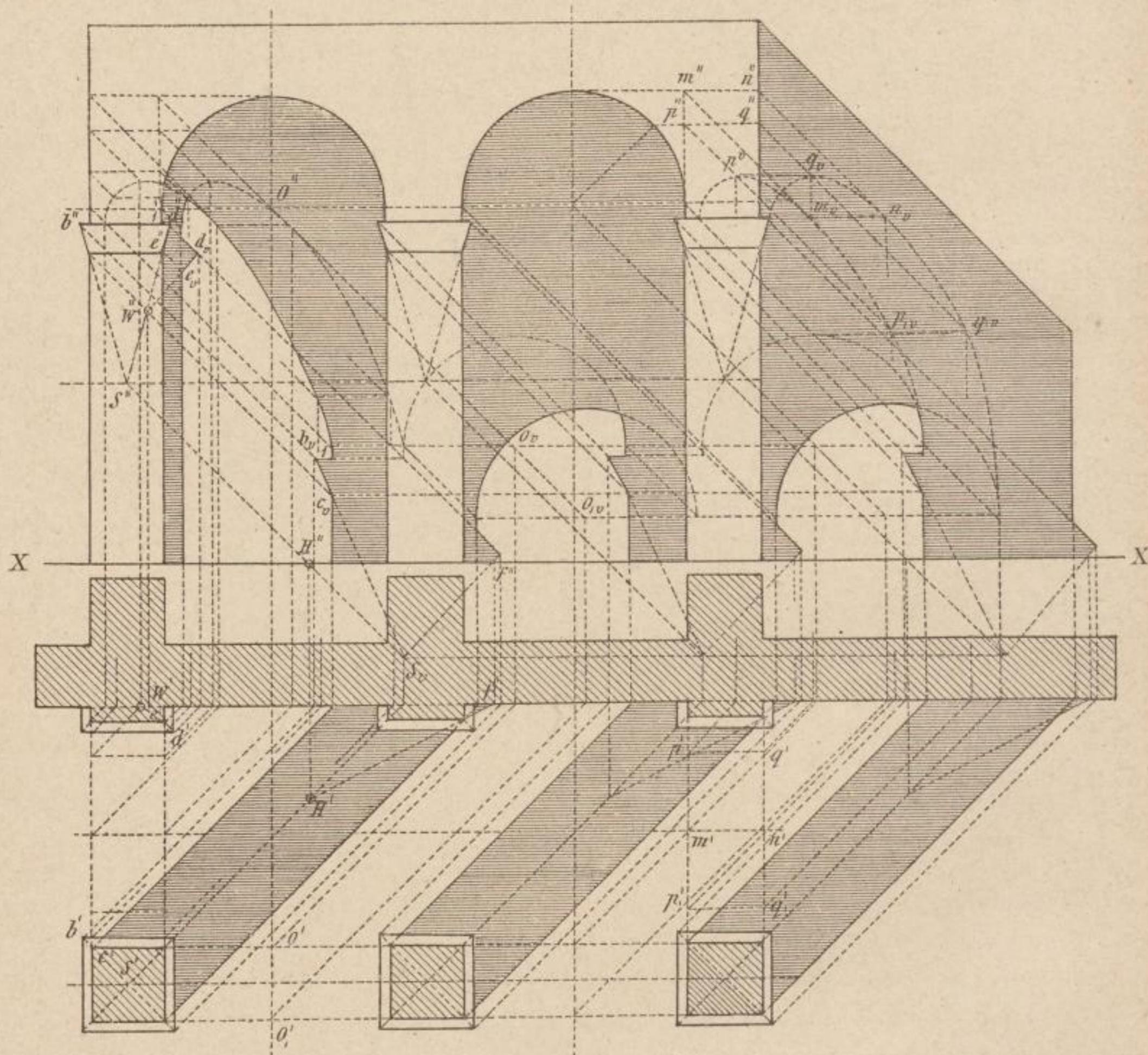
Fig. 108.



Achsen zukommen. — Bei einer derartigen Aufgabe ist das vorliegende Object zuerst hinsichtlich seiner einzelnen Theile und sodann in seiner

Gesamtheit genauestens zu betrachten und erst nach gewonnener Einsicht rücksichtlich seines Baues im Einzelnen und im schließlichen Zusammenfassen zum Ganzen mit der Schattenconstruction zu beginnen. Jede constructiv erhaltene Schattengrenze ist nochmals auf die ihr zufallende Selbstschattengrenze am vorgelegten Objecte zu beziehen, um solcherart die stete

Fig. 109.

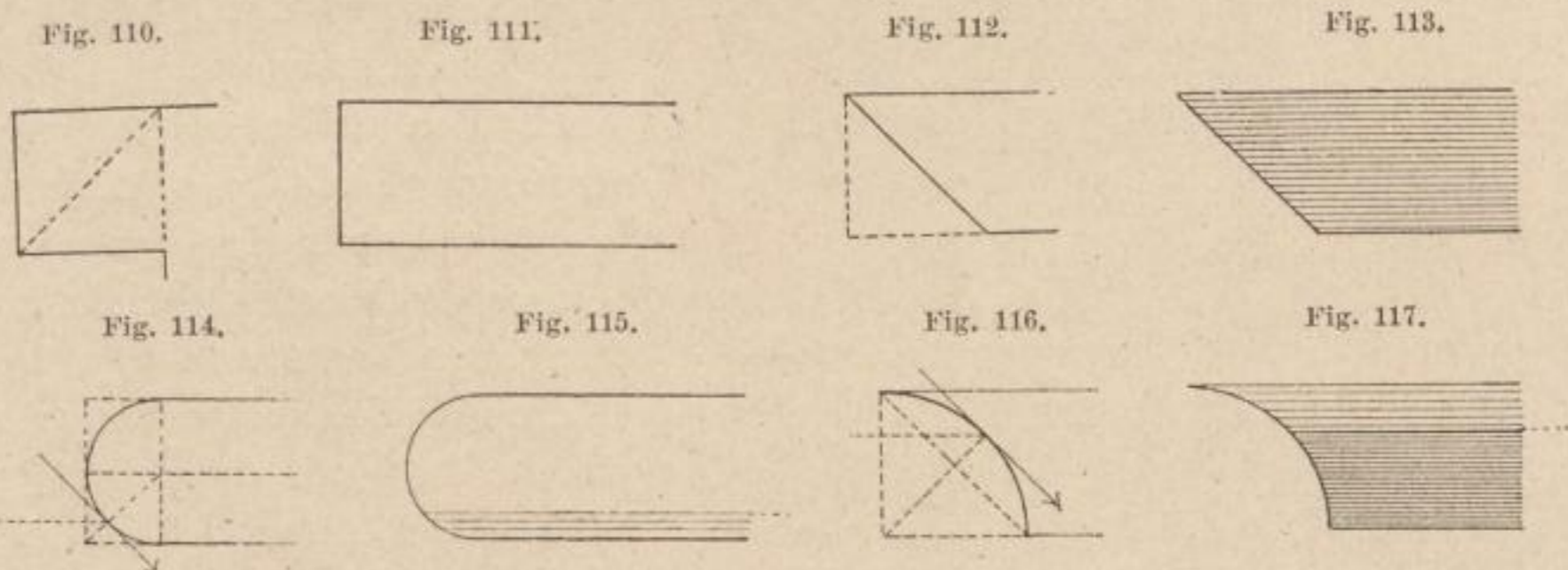


Wechselbeziehung zwischen Schlagschatten und schattenwerfender Linie im Auge zu behalten und das so wichtige Schattenlesen zu erlernen. Die Schlagschatten-Construction eines Bogenganges (Arcade) ist in Fig. 109 dargestellt.

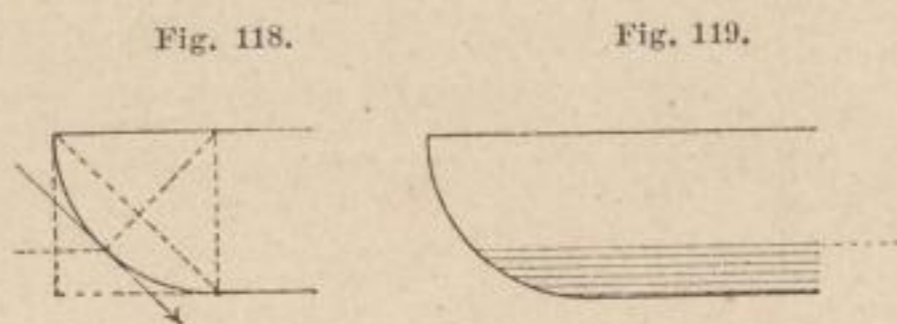
Welche Fälle der Schattenbestimmungen von Kreislinien (siehe Cap. V.)

kommen hier zur Anwendung? Es ist sehr zu empfehlen, die Schatten der durch die Fig. 108 und 109 vorgelegten Objecte auf verticale, aber zur Aufrissebene schief stehende Wandflächen nochmals zu zeichnen, was eine Erweiterung der eben durchgeführten Übungen im Schattenconstruieren bedingt.

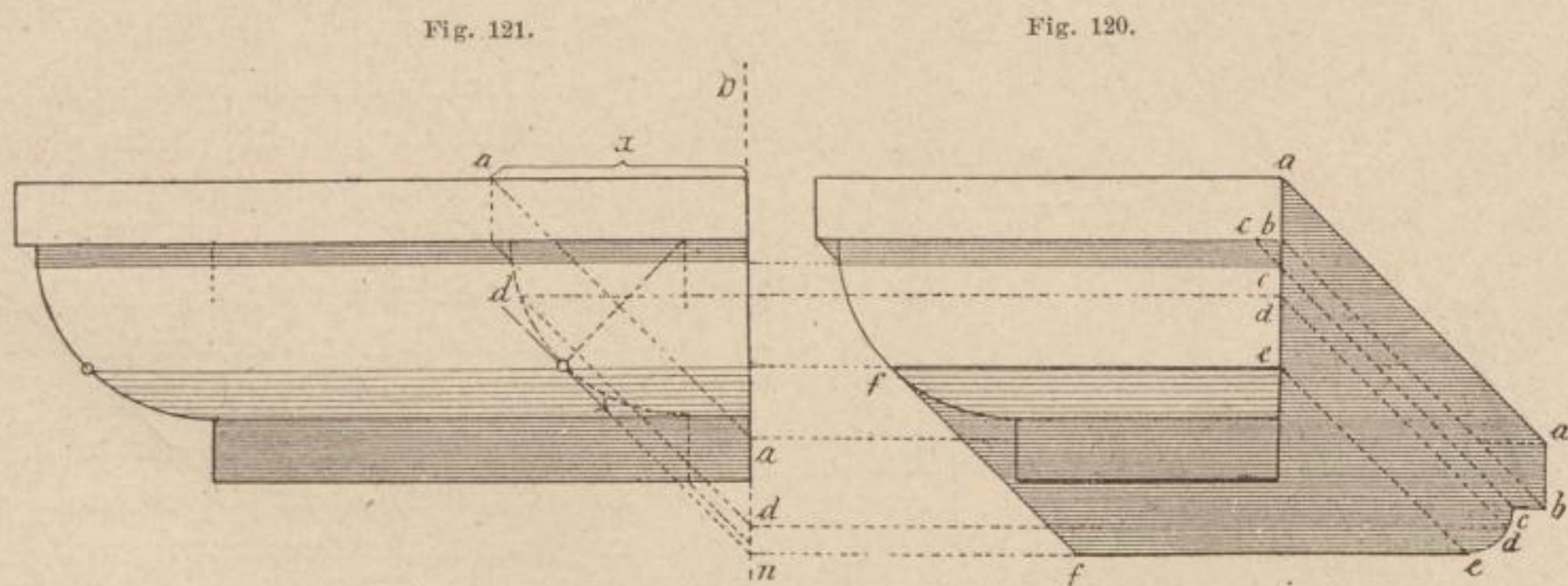
Von ganz besonderer Wichtigkeit für den technischen Zeichner sind die Schattenbestimmungen an Gesimsen.



Unter Gesimsen versteht man hervorragende Einfassungen an Mauern, Wänden oder Wandtheilen, sowie an Öffnungen oder Säulen, auch Pfeilern, die theils als bloße, den Abschluss hervorhebende gegliederte Verzierungen auftreten oder stärker ausladen, um darauf gestellten Gegenständen eine sichere Basis zu bieten.



Sie bestehen aus ebenen, verticalen oder abgeschrägten Flächen oder



aus cylindrischen Rundungen, entweder selbständig für sich gedacht oder in schicklichen Zusammensetzungen, und da zumeist in rechteckiger Wiederkehr.

Fig. 122.

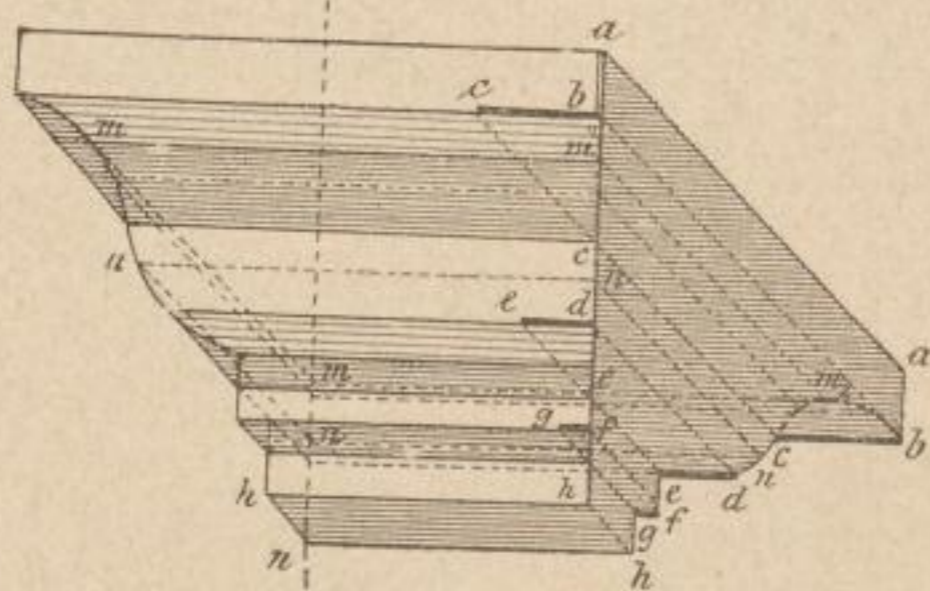


Fig. 123.



Fig. 124.

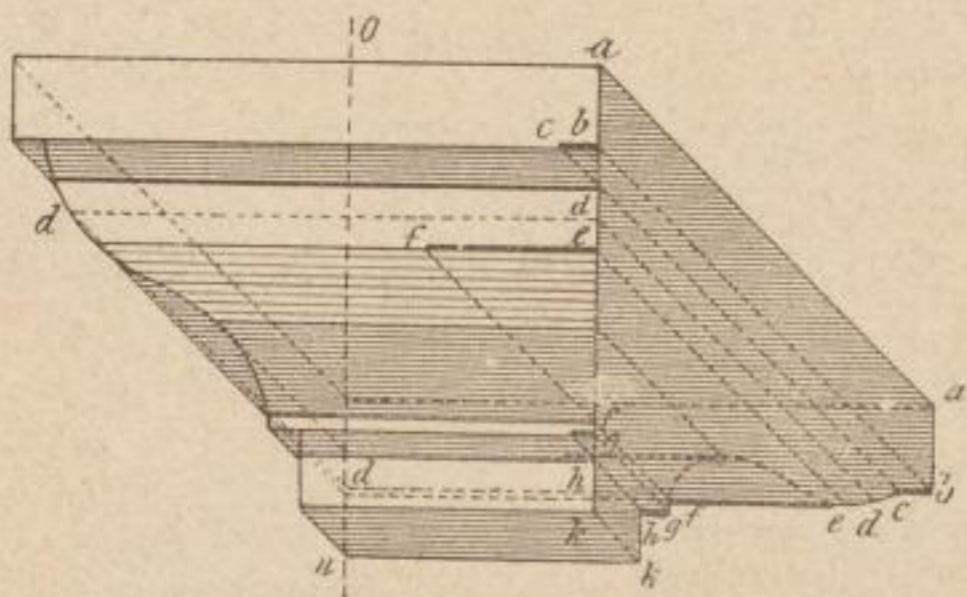
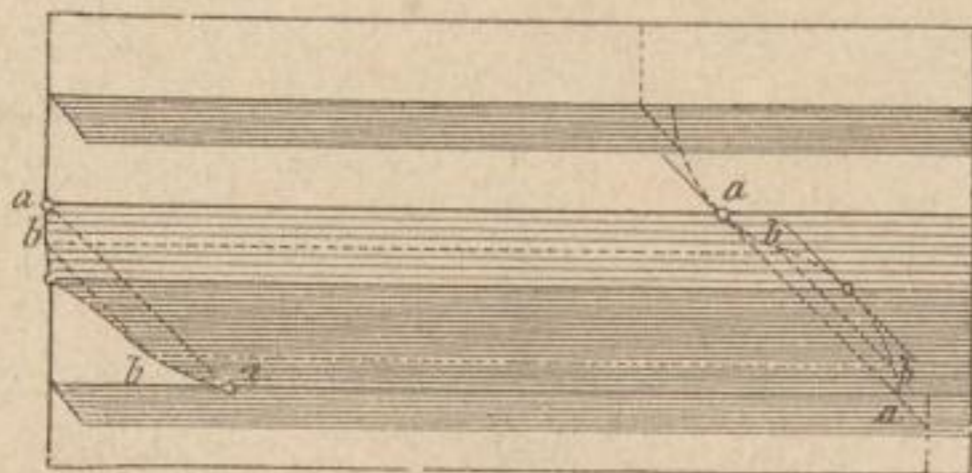


Fig. 125.



Die Fig. 110 bis 119 bringen die Schattenbestimmungen an den einfachen Simsprofilen, deren geometrische Construction durch die Figurenreihe links angegeben ist. Sie zeigen das Plättchen, die Schräge, den Rundstab, die Einziehung oder Ablauf und den Viertelsstab. Die concave Linie des Ablaufs setzt sich mit der convexen Curve des Viertelstäbchens im tangierenden Anschlusse zur Karnieswelle zusammen, wie solche in ihrer doppelt möglichen Gestaltung je als Leitlinie der cylindrischen Karniesfläche beispielsweise in den Fig. 122 und 124 auftritt.

Die Schattenbestimmungen an Gesimsen erfolgen mit Zuhilfenahme ihrer Profile, an welche die Lichtstrahlen tangierend gelegt im Berührungspunkte stets eine Trennungslinie zwischen Licht und Schatten ergeben.

Denkt man sich das durch Fig. 122 dargestellte Gesimsstück durch die Verticalebene no geschnitten und den Umriss des Schnittes um den Aufriss oder die Spur der bezeichneten Raumebene nach links um einen Quadranten gedreht, so ist durch diese Operation das zur Schattenconstruction nöthige Profil gefunden.

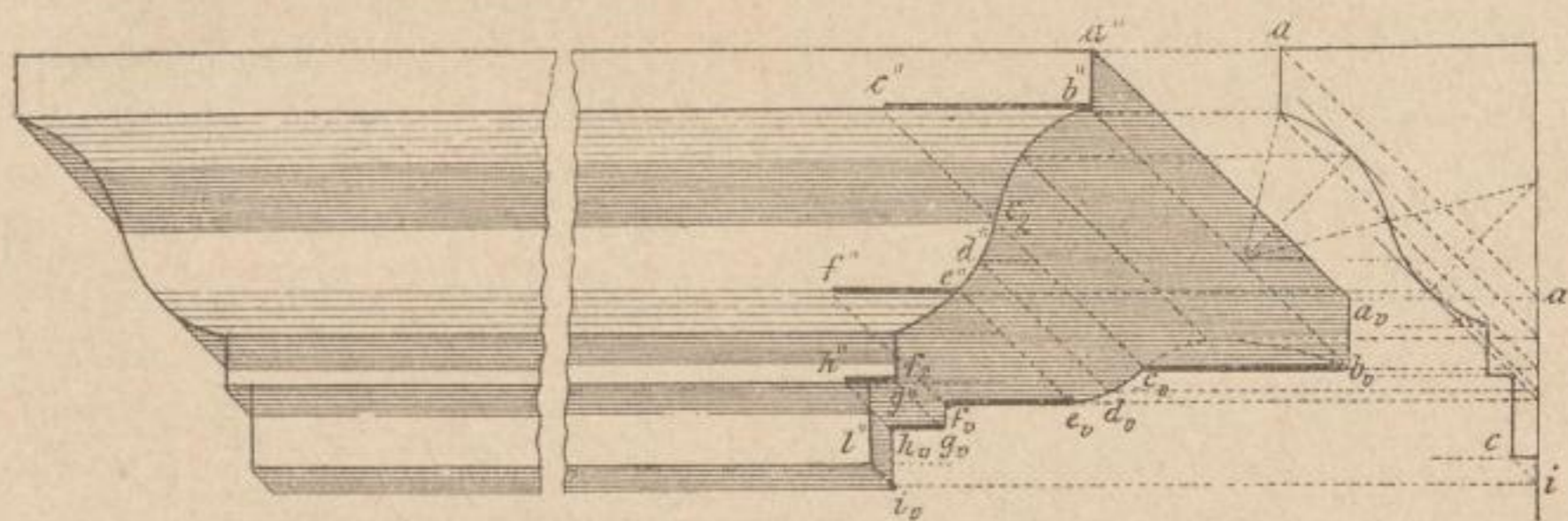
Die horizontalen Entfernungen der einzelnen Glieder des Gesimses von der Geraden

n o geben sodann ihre Ausladungen an. Ganz besondere Aufmerksamkeit erheischt die richtige Zeichnung des Schlagschattens von Simsstücken.

Der Schlagschattenriss besteht nämlich aus geraden und krummen Linien und bezüglich der Erstreckung der ersteren ist folgender Überlegung Raum zu geben.

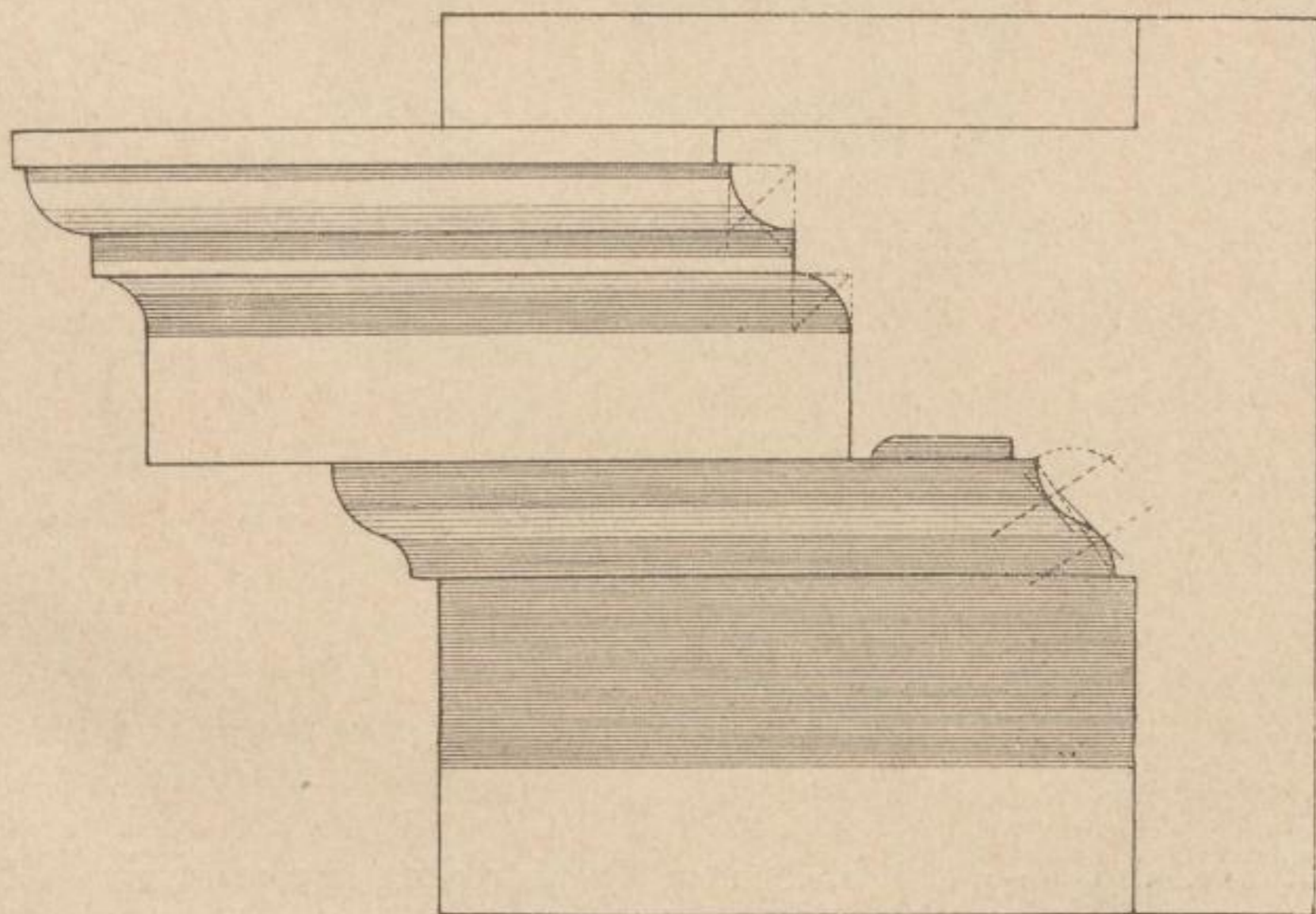
Fig. 127.

Fig. 126.



Betrachten wir in Fig. 122 die schattenwerfende untere Kante des Plättchens, so sehen wir, dass letztere bis zum Punkte *c* ihren Schatten auf der karniesförmigen Cylinderfläche als Mantellinie dieser abbildet. Das restliche Stück *c b* der schattenwerfenden Geraden aber wirft seinen

Fig. 128.



Schlagschatten auf die Wand und zeigt da eine parallele und gleich lange Strecke als Schatten. Dasselbe gilt für die Strecken *ed* und *gf*.

Betrachtet man aber die Figur recht genau, so ist sofort ersichtlich, dass den im Schatten liegenden Profiltheilen geradlinige Begrenzungen des Schlagschattens auf der schattenauffangenden Wand zukommen. Hingegen zeigen die vom Schatten nicht getroffenen

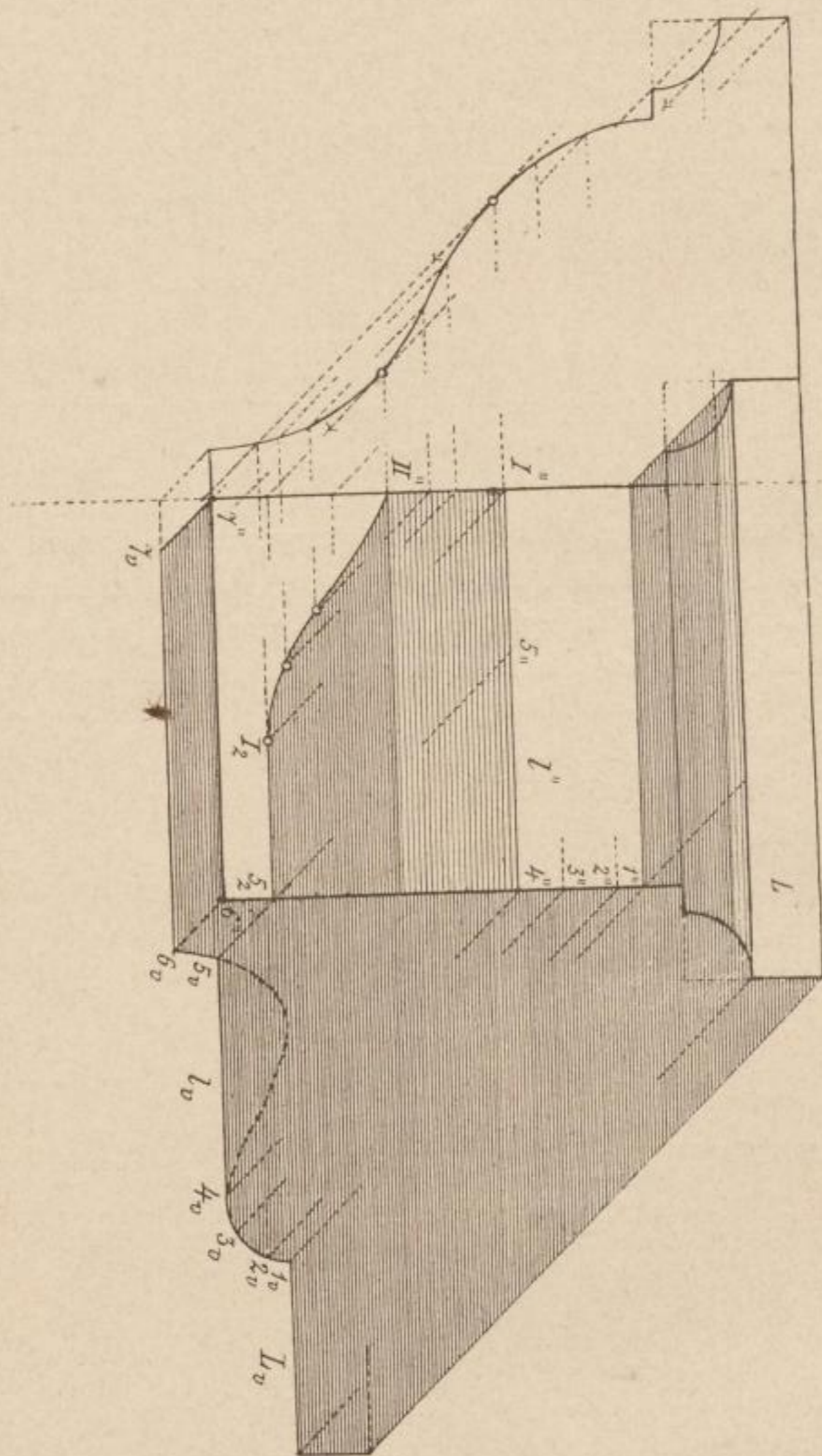


Fig. 199.

Profiltheile, also die weiß bleibenden Profilstrecken, gekrümmte oder gerade Schattenlinien, je nachdem sie entweder selbst gekrümmt oder gerade sind.

Den Profiltheilen *bc*, *de* und *fg* in verticaler Richtung gelesen,

kommen also horizontale Schattenbegrenzungen zu, währenddem die Profilstrecken *ab*, *ef* und *gh*, wieder vertical gelesen, weil sie weiß bleiben, geradlinige, die Curven *end* in Fig. 122 und *ede* in Fig. 124 aber krummlinige Schlagschattenbegrenzen ergeben.

Zur deutlichen Veranschaulichung dieses wichtigen Umstandes wurden die kräftig ausgezogenen Linien in die Figuren eingetragen. (Vergl. ebenso Fig. 120 und Fig. 121!)

Die in der Ansicht gezeichneten Gesimsstücke in den Fig. 123 und 125 sind beidentheils durch Verticalebenen geschnitten. Wir bemerken an beiden zur Linken die Schlagschattenanläufe der aufeinander folgenden Glieder.

Fig. 128 bringt die Schattenconstruction an einem Gebälke dorischer Ordnung, d. h. am Ende des Balken vorstellenden oberen Theiles bezeichneter Säulenordnung.

Fig. 129 zeigt in ausführlicher Art die Schattenconstruction an einer Console, welche aus einer verticalen Wand hervorragt, die unter einem als Projectionsebene aufgefasst ist.

In Fig. 130 sehen wir ein Gesimse von dem Schatten einer vorspringenden verticalen Mauerkante *N* getroffen.

Vergleichen wir Profil und Schlagschattenraumriss an diesem lehr-

Fig. 130.

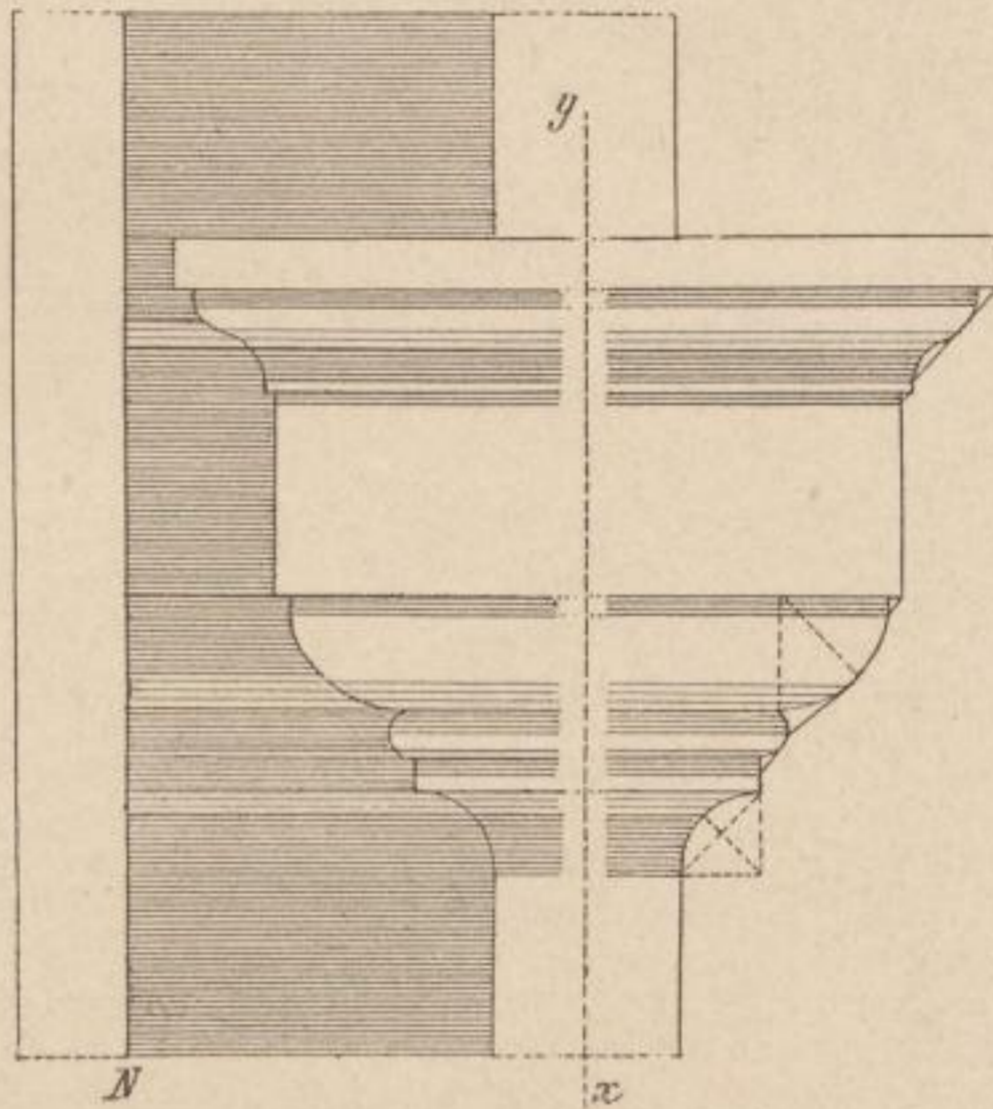
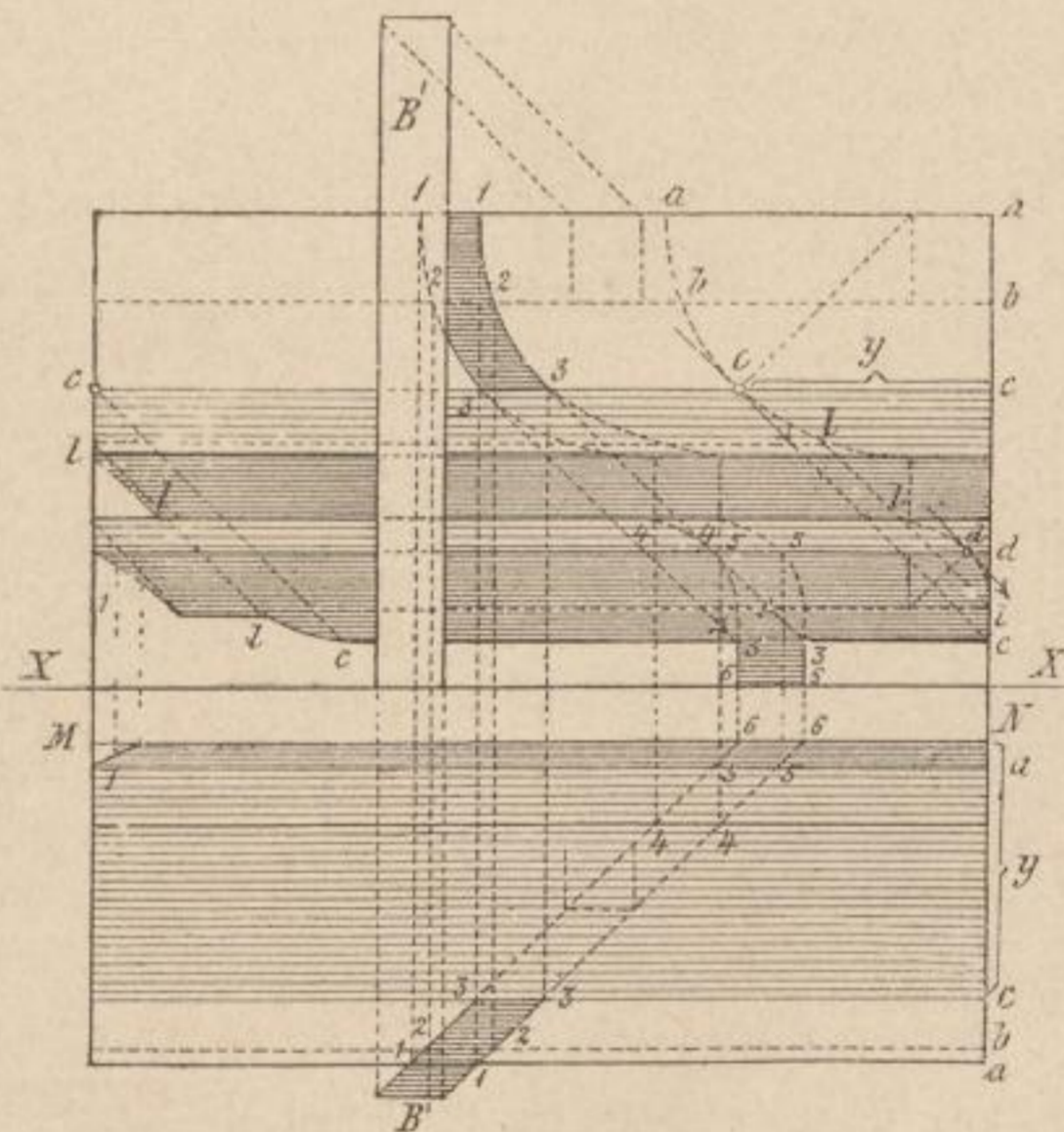


Fig. 131.



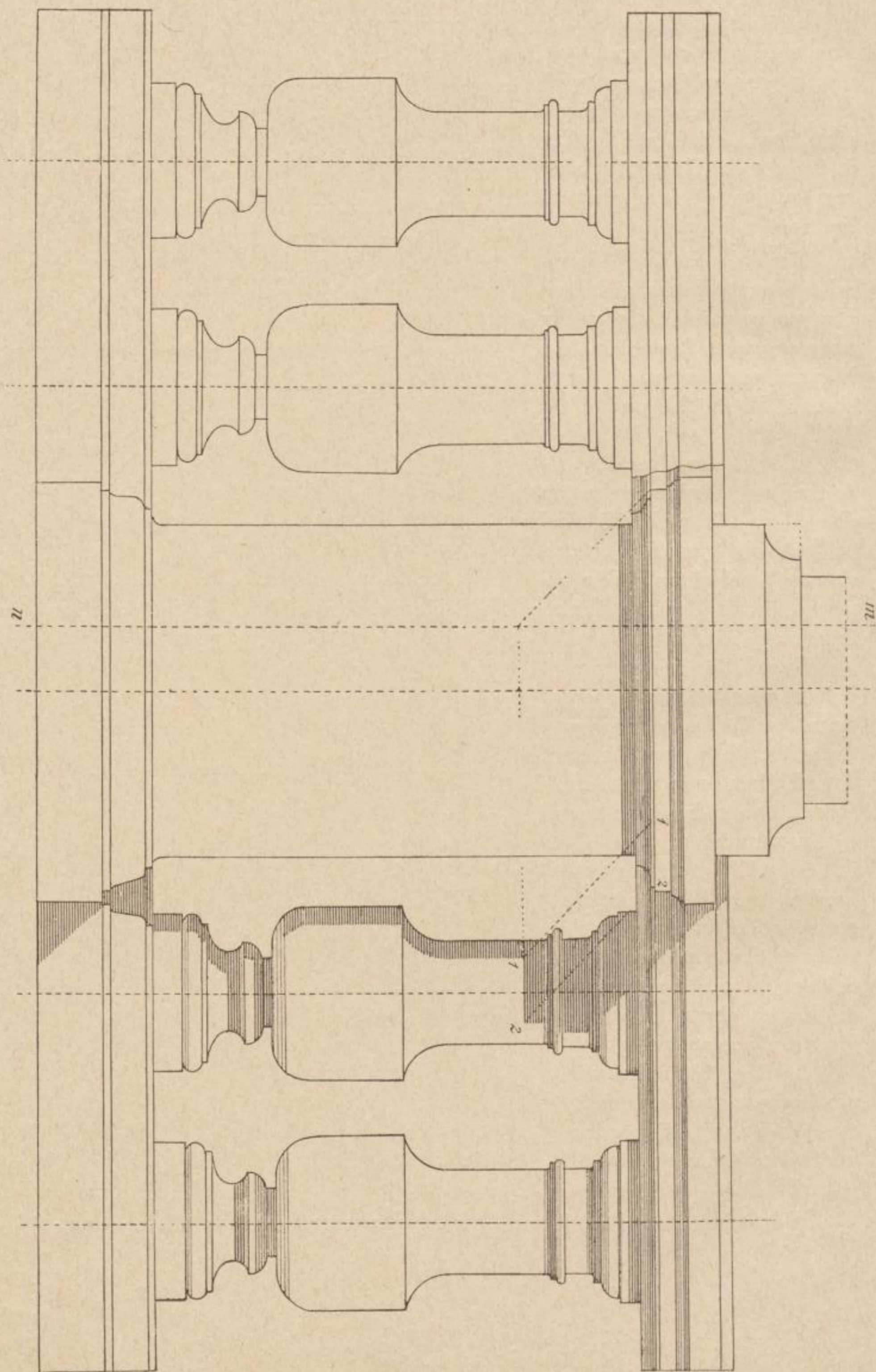
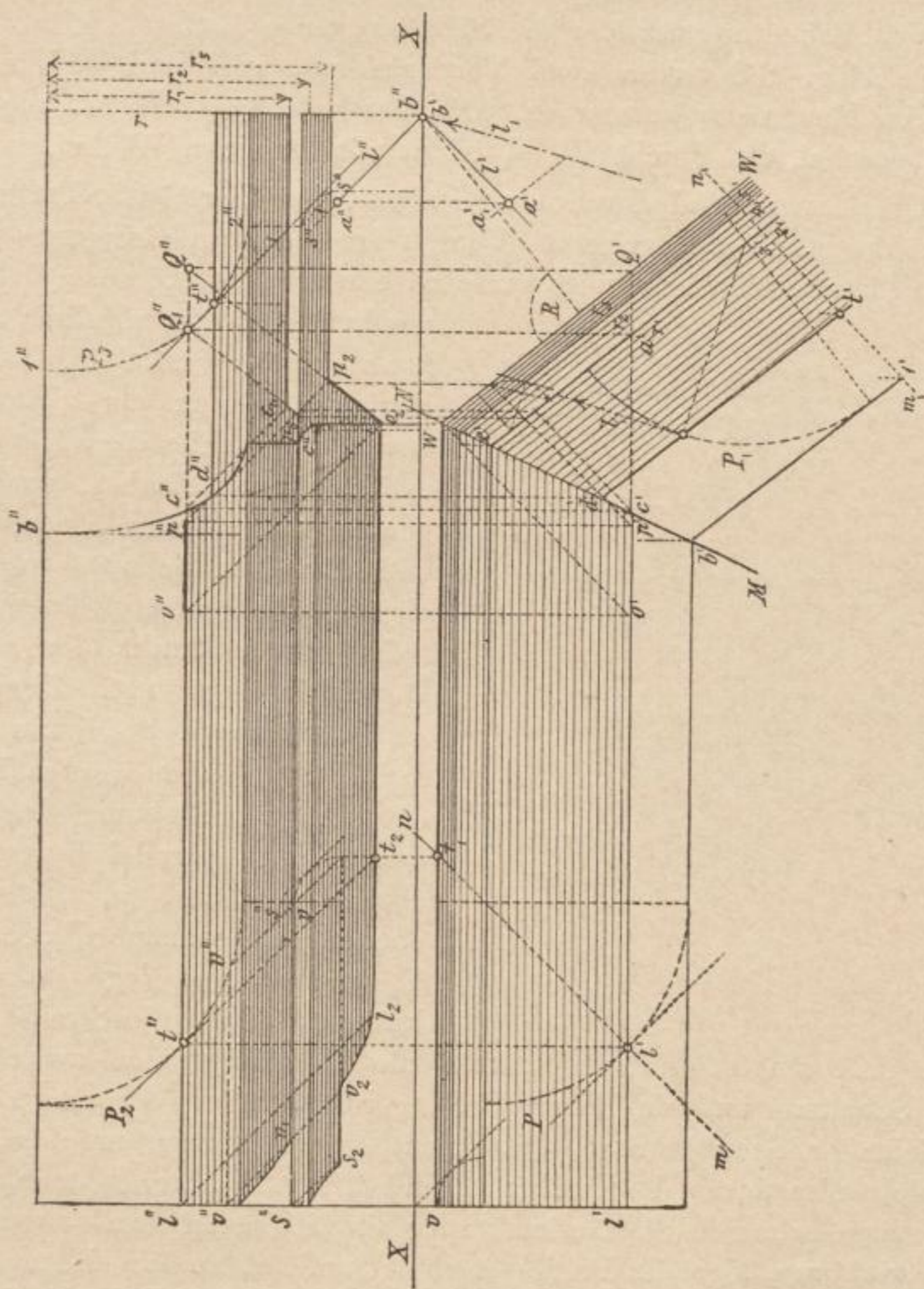


FIG. 132.

reichen Beispiele, so ergeben sich symmetrische Gebilde. Aus der Schlagschattenbreite auf dem Plättchen z. B. kann sohin die übrige Schattenbestimmung gefolgert werden.

Die Schlagschattenbreite auf jedem Gesimstheile gibt somit vollkommen klaren Aufschluss über die Entfernung desselben von der schattenwerfenden

Fig. 133.



Kante *N*. Je weiter eine Verticalfläche hinter dieser liegt, desto mehr springt der Schlagschatten zurück.

In Fig. 131 wirft ein vertical gerichteter Streifen *B* Schlagschatten auf ein aus Viertelstab, Plättchen und Ablauf gebildetes Gesimse.

Das Schattenband ist in diesem Beispiele von den Schnittcurven eingefasst, welche die beiden den Verticalkanten des Streifens B zufallenden Lichtebenen in ihrem Schnitte mit dem vorliegenden Gesimsstücke bilden.

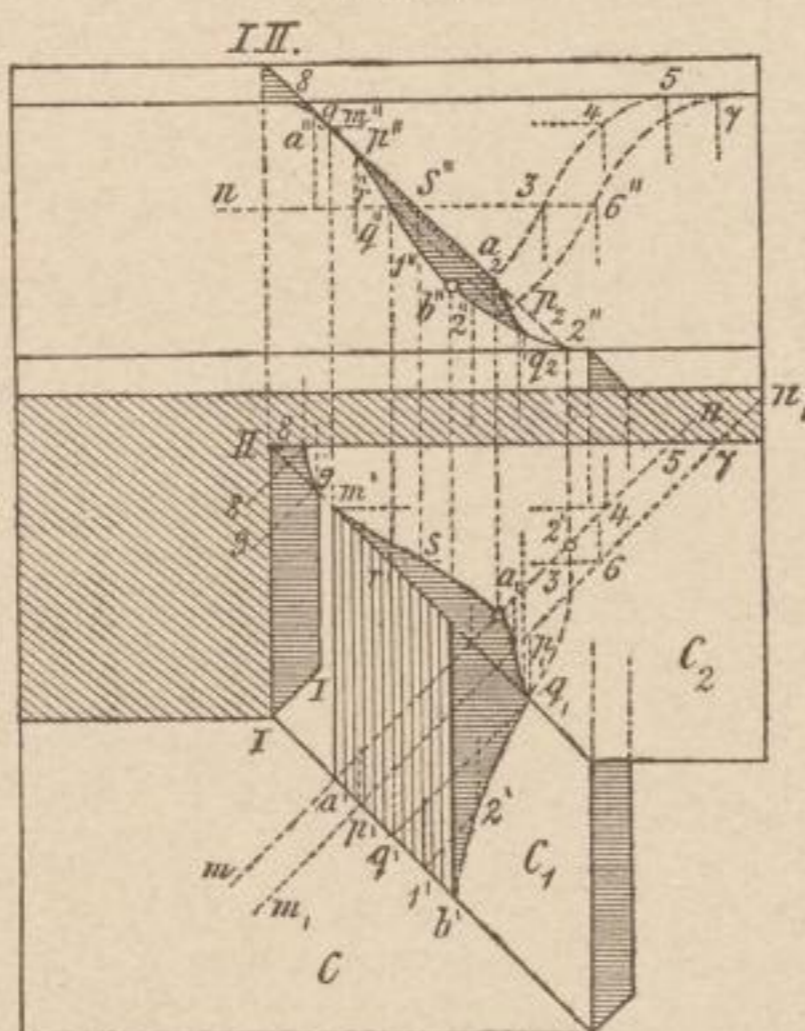
Die in den eben besprochenen Beispielen angewendeten Constructionsarten sind zusammengefasst in Fig. 132 auf die Schattenbestimmung an einer Balustrade (Brustlehne, Geländer) angewendet.

Von Bedeutung ist hier die Schattengrenze 1, 2.

In Fig. 133 treten zwei Verticalebenen vW und WW_1 zu einer stumpfen Mauerecke zusammen. Die Verticalebene vW ist zur Aufriss-ebene parallel, die Flucht WW_1 bildet mit ihr einen Winkel.

Die Mauern sind durch ein Gesimse, aus Viertelstab, Plättchen und Hohlkehle bestehend, gekrönt. Vorerst ist die Durchdringungscurve der beiden zusammenstoßenden Gesimse zu construieren. Diese in $b'b''$ beginnende Durchdringungslinie wird bekanntermaßen erhalten, wenn man Horizontalebene als Schnittebenen anwendet, welche die vorkommenden cylindrischen Flächen nach Erzeugenden schneiden. Je zwei in einer und derselben Schnittebene liegende Erzeugende geben in ihrem Schnitte selbst einen Punkt der verlangten Durchdringungscurve. Der Schatten an den Gesimsleisten kann auf zweifache Art gefunden werden. Man trage entweder zur Richtung des einfallenden Lichtes parallel liegende Lichtebenen mn und m_1n_1 als Schnittebenen an, bestimme die Schnittlinien P_2 und P_3 und lege an deren gekrümmte Theile die Streifstrahlen, die

Fig. 134.

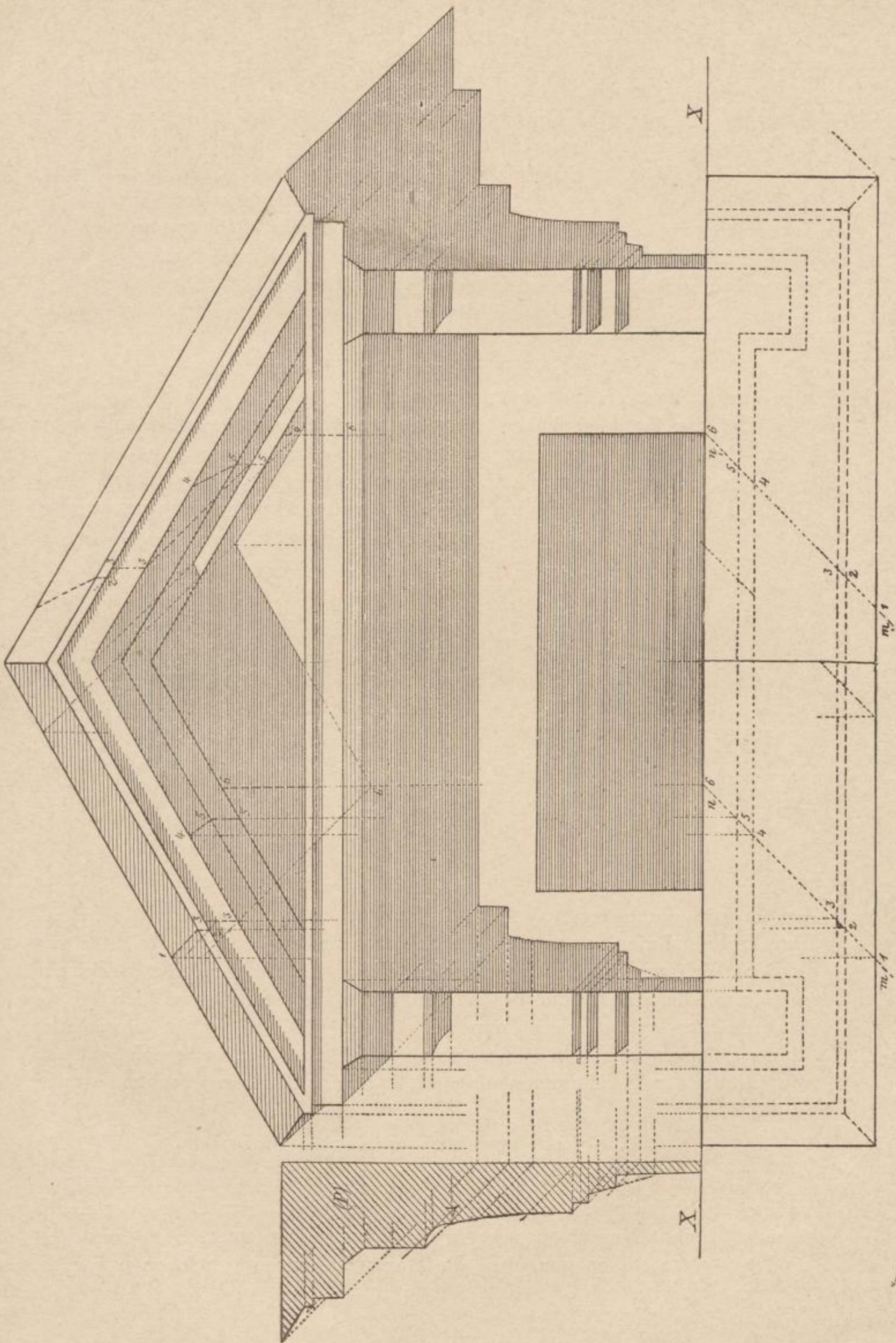


dann in ihren Tangierungspunkten die Trennungslinien zwischen Licht und Schatten und in ihrer Verlängerung, beim Wiederbegegnen bezeichneter Schnittcurven, die Schlagschattengrenzen ergeben, wie dies beispielsweise durch die Punkte t'' und t_2 am Schnitte P_2 ersichtlich wird, oder: man schneide die Gesimskörper durch Ebenen senkrecht auf ihre Längsrichtung, lege die Profile nach P und P_1 in die Ebene des Entwurfes um, gleichzeitig aber auch den Lichtstrahl (siehe l_1 hinsichtlich des Profils P_1 !), und arbeite sodann unter Gebrauch dessen nach eben gegebener Erklärung.

Die richtige Zeichnung der Trennungslinien zwischen Licht und Schatten, sowie der horizontalen Schlagschattengrenzen kann durch das

Die richtige Zeichnung der Trennungslinien zwischen Licht und Schatten, sowie der horizontalen Schlagschattengrenzen kann durch das

Fig. 135.



Antragen der aus dem Grundrisse entnommenen Verticalstrecken r , r_1 , r_2 und r_3 genau controliert werden.

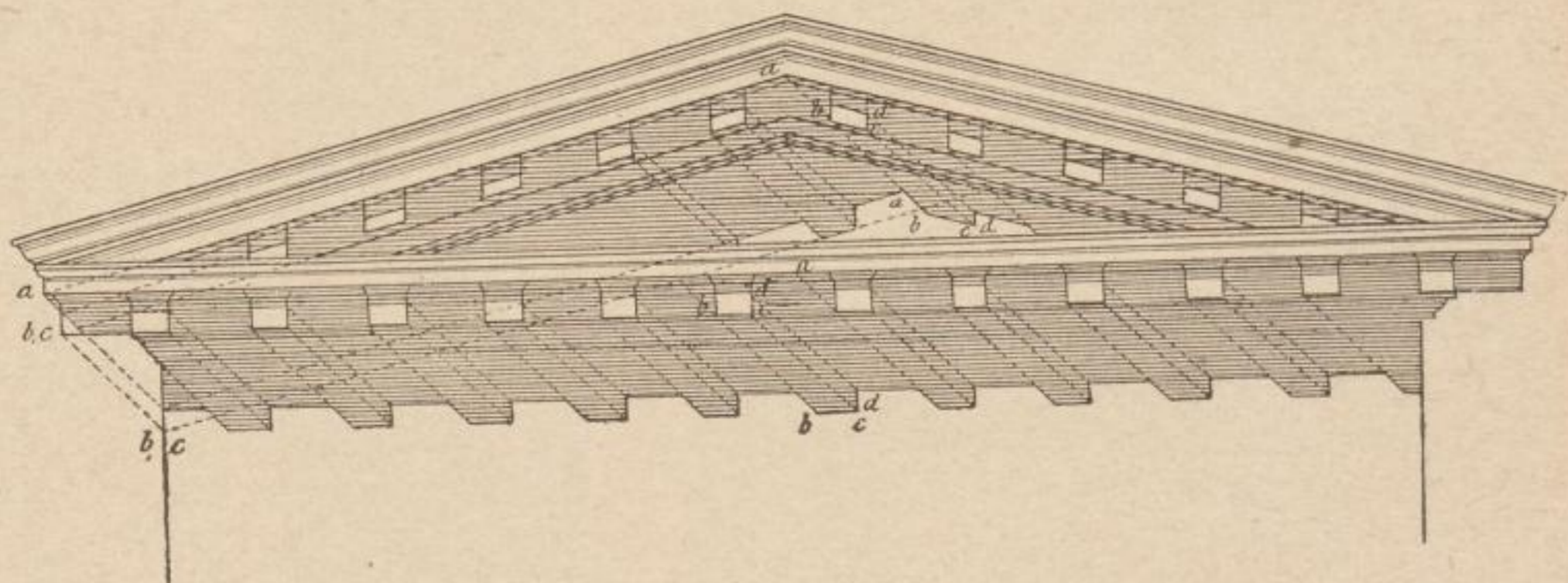
In Fig. 134 ist ein Fußgesimse in Verkröpfung (d. h. hakenförmig, nach einem Winkel gebogen) entworfen. Das Constructionsverfahren ist in der Zeichnung ersichtlich und wird nach dem bereits Vorgetragenen keinen Schwierigkeiten mehr begegnen, wenn die Annahme, wie das der Anfänger immer zu beachten hat, in genügender Größe vorliegt. Für das gegebene Beispiel soll die Zeichnung mindestens in der doppelten Größe vorliegender Figur angenommen werden.

Fig. 135 bringt eine giebelförmige, spitz zulaufende Verzierung mit der durchgeführten Schattenconstruction.

Dieselbe ist in einfacher Art aus ebenen Flächen gebildet mit einer (siehe Profil $P!$) angetragenen Ablaufform.

Zur Schattenconstruction hinsichtlich der gegeneinander geneigten Giebelbalken sind die beiden zur einfallenden Strahlenrichtung parallel

Fig. 136.



liegenden Lichtebenen mn und $m_1 n_1$ zu beachten; an den Aufrissen ihrer Durchschnittslinien lassen sich die Schattenconstructionen in leichter und in der Zeichnung genau angegebenen Weise durchführen. Dieses Beispiel sei hiermit dem Leser zur besonderen Berücksichtigung empfohlen.

Leicht verständlich ist nun auch Fig. 136 und es ist hinsichtlich dieses Beispiels wieder die Bemerkung am Platze, die, bezugnehmend auf die Größe der Zeichnungen über die Aufgabe 134 eingeflochten wurde.

IX. Schattengebung des Kegels, Beispiele.

Legt man (Fig. 137) durch die Spitze des Kegels einen Lichtstrahl, sucht den Schnittpunkt S_h desselben mit der erweiterten Ebene der Kegelsbasis und zieht hierauf aus diesem Punkte die Tangenten $S_h m'$ und $S_h n'$ an letztere, so stellen uns diese die Horizontalspuren von Ebenen vor, die

parallel zur angenommenen Strahlenrichtung liegend, die Kegelmantelfläche in den Selbstschattengrenzen $S m$ und $S n$ berühren.

Alle durch den Kegelscheitel S geführten Lichtebenen schneiden den Kegel nach Erzeugenden, denen beziehungsweise ihrer ganzen Länge nach dieselbe Beleuchtungsstärke zukommt. Die der Kegellachse zufallende Lichtebene bestimmt in ihren Schnittlinien $S p$ und $S o$ die hellsten Erzeugenden auf der direct beleuchteten Mantelfläche sowie im Selbstschatten.

Die beiden Mantellinien $S m$ und $S n$, sowie der dem Lichte zugewendete Basistheil $m p n$ des Kegels bestimmen seine Gesamt-Trennungslinie zwischen Licht und Schatten.

Einen von der Grundrissebene abgehobenen Kegel mit Selbst- und Schlagschatten bringt Fig. 138.

Beachtenswert ist die Erweiterung der Mantelfläche bis zu ihrem Schnitte mit der Grundrissebene.

An einem gestürzten, d. h. mit seiner Spitze nach abwärts gerichteten Kegel, ist die Schattenconstruction in Fig. 139 durchgeführt.

Welcher Bildebene gehört in dem Falle der Kegelscheitel an?

Man bestimme zuerst den Schlagschatten des Basiskreises, hierauf $S v$ und ziehe von diesem Punkte aus die Tangente zu dem Berührungspunkte m_v . Die Strecke $S_h n_h$ bestimmt den Schlagschatten der zweiten Selbstschattengrenze $S n$ der Mantelfläche des Kegels auf der Grundrissebene. Die Punkte

m_v und n_h zurückgeführt, würden uns bei dieser Methode der Zurück-

Fig. 137.

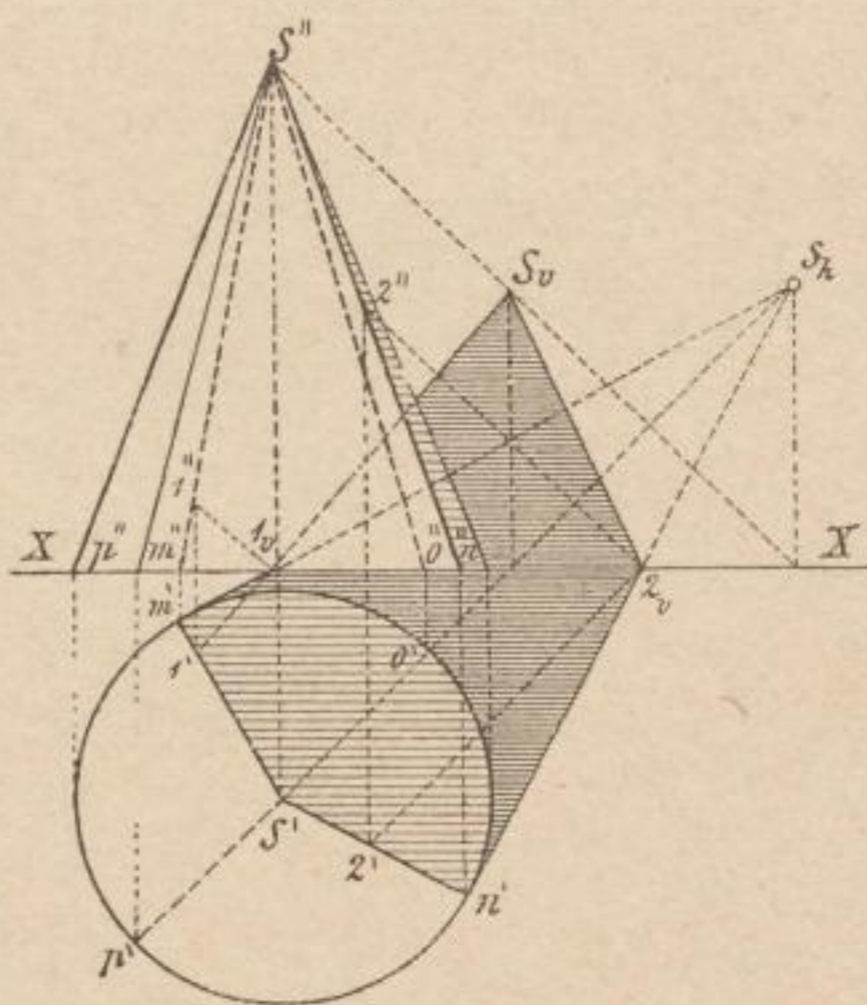
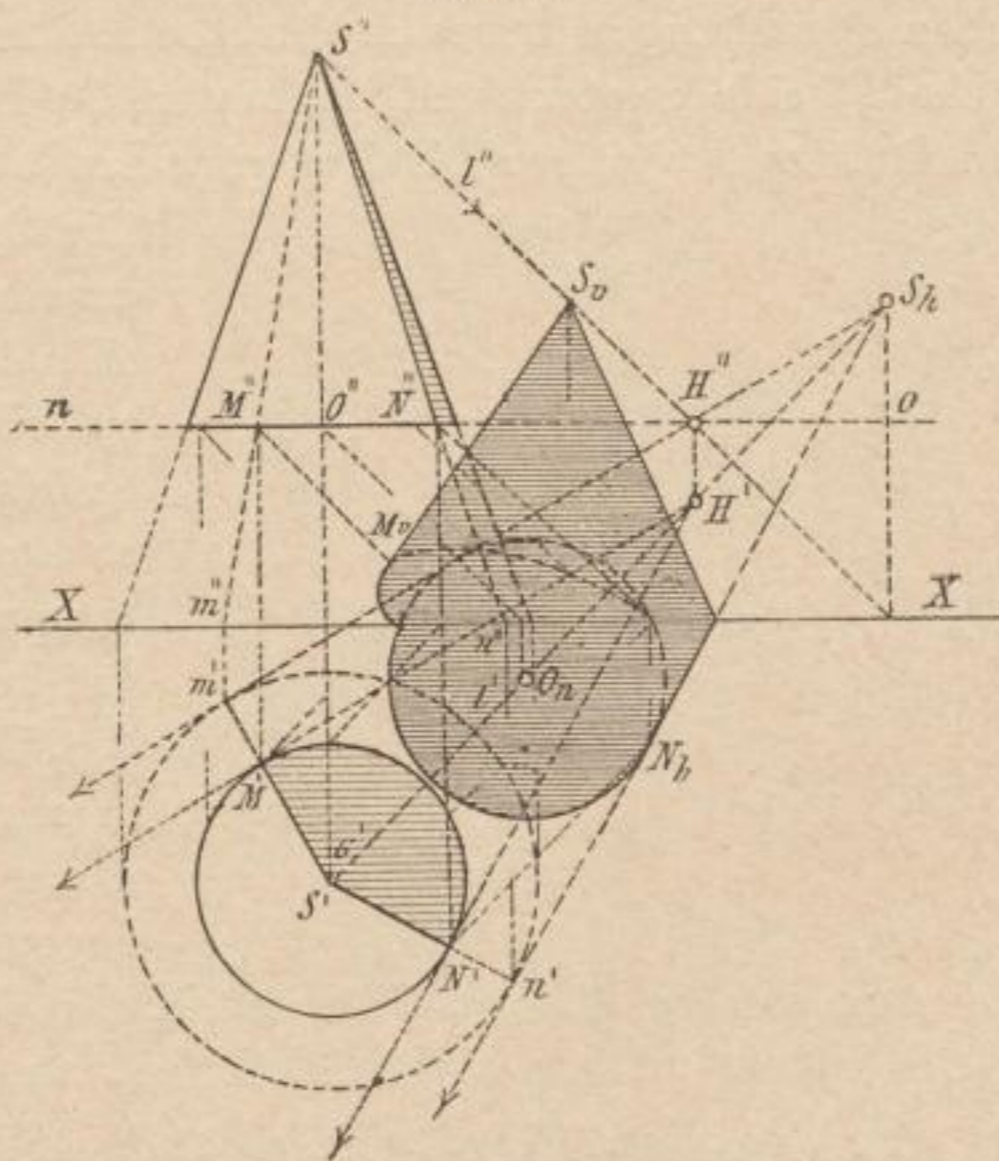
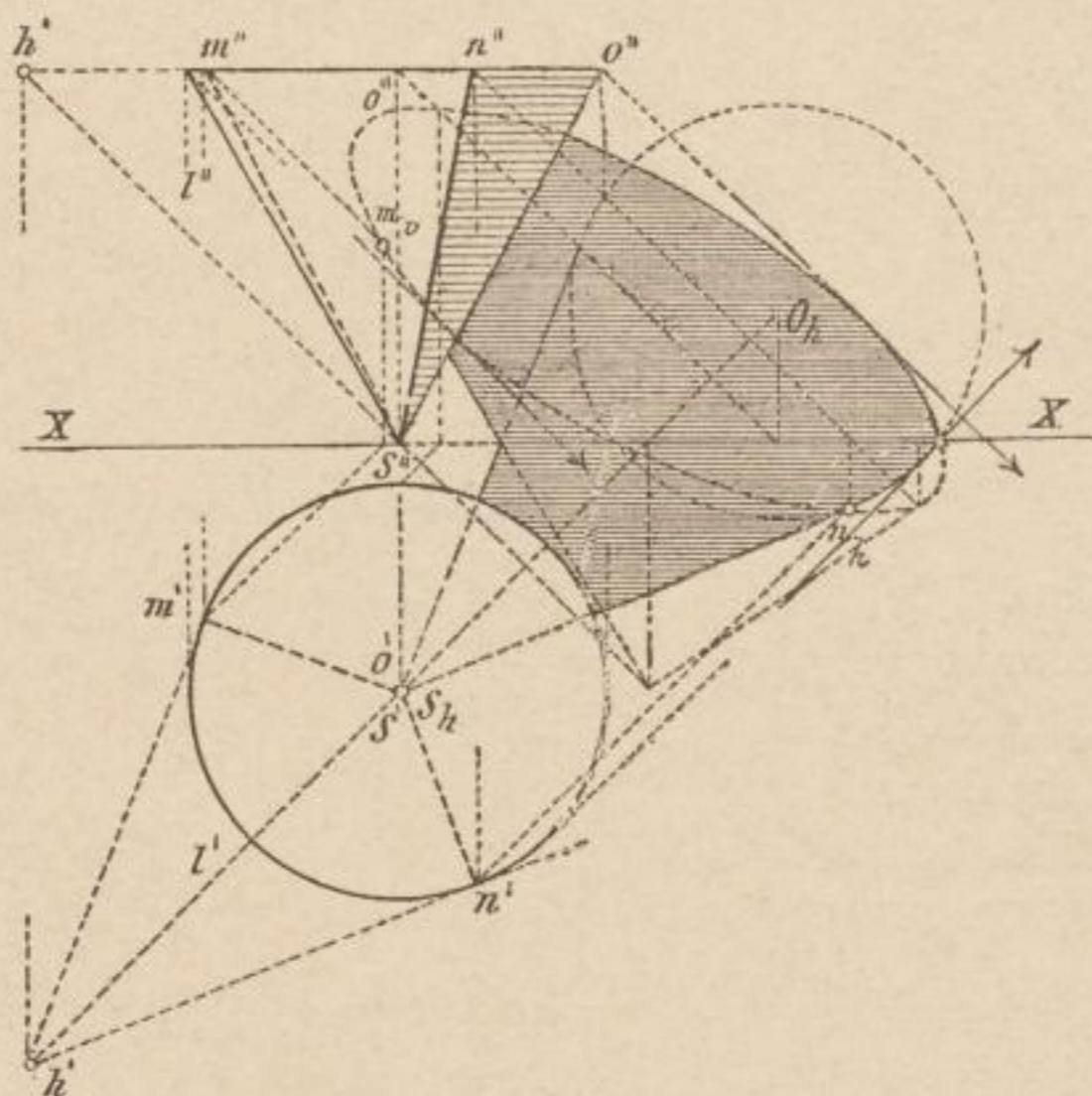


Fig. 138.



construction die Endpunkte $m' m''$ und $n' n''$ der Selbstschattengrenzen auf dem schattenwerfenden Basiskreise des Kegels bestimmen. Beim directen Construieren ist zuerst der Schnittpunkt $h' h''$ des Lichtstrahles, welcher der Kegelspitze zufällt, mit der erweitert gedachten Basisfläche aufzusuchen, hierauf sind von h' aus die Tangenten an die Kegelbasis zu legen, die Punkte m' und n' zu fixieren, sodann die Strecken $m' S'$ und $n' S'$ zu ziehen, deren Aufrisse zu zeichnen und sodann zur Schlag-

Fig. 139.

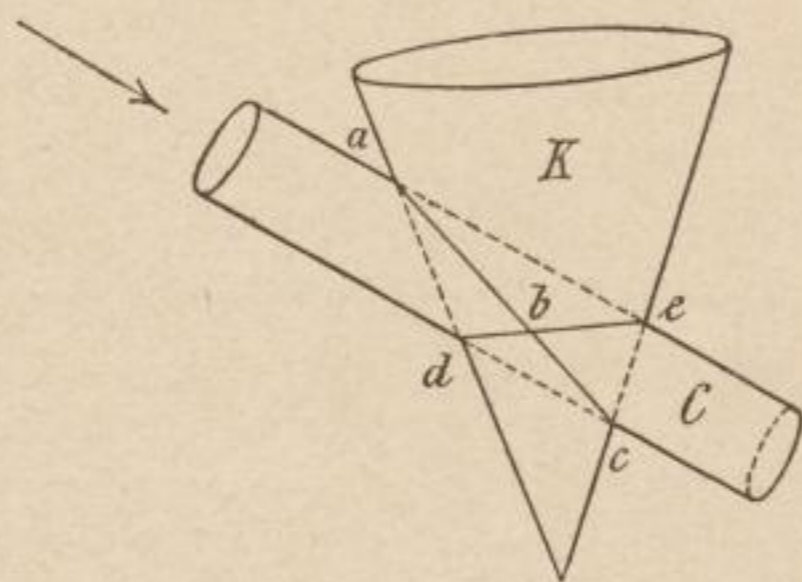


schattenbestimmung zu schreiten.

Handelt es sich um die Bestimmung des Schlagschattens des schattenwerfenden Kegelrandes auf die Innen-

seite der Mantelfläche, so veranschaulicht uns vor-

erst Fig. 140 die räum-



Die Cylinderachse ist zur Aufrissebene parallel liegend gedacht, so dass der elliptische Durchschnitt des Lichtcylinders mit der Kegelfläche in seiner Aufrissprojection als die Strecke $c b a$ erscheint. Das Stück $b c$ dieses Astes entspricht sodann dem Schlagschatten auf der Kegelmantelfläche.

Denken wir uns das Ganze nun in seiner natürlichen Lage, d. h. die Achse des Lichtcylinders unter $35^{\circ} 16'$ gegen die Bildebenen geneigt, so sind

wir nun zufolge Fig. 139 imstande, die Trennungslinien zwischen Licht und Schatten auf der Kegelmantelfläche zu finden.

Am hohlen Kegel (Fig. 141) ergeben sich ihre Endpunkte t und t_1' im Grundriss, folglich das Randstück $t m n t_1$ als schatten-

werfend, welches in der Anschauungsfigur 140 durch db gegeben ist.

Der Schlagschatten dieses Randstückes hat im Innern des Kegels, d. h. auf seinem Mantel, eine Ellipse als Schattenumriss, von welcher in unserer Figur zwei Theile $t' m_1 p'$ und $t'_1 n_1 q'$ ersichtlich sind, in dem der schattenwerfende

Kegelrand auch Schlagschatten auf der Kegelbasis absetzt. Letzterer wird gefunden, wenn man um den Punkt O_h herum mit dem Halbmesser des Basisrandes einen Kreis beschreibt und den Bogen $p' q'$ betrachtet.

Die Punkte m_1 und n_1 in den elliptischen Theilen werden ebenso construirt, wie dies hinsichtlich der Ebenen M und M_1 an der hohlen Pyramide (lese Text zu Fig. 88!) vorgetragen wurde.

Fig. 142 bringt die Zeichnung des Schlagschattens einer Raumstrecke MN auf der Kegelmantelfläche durch punktweises Zurückconstruieren.

Durch Zurückführung des Punktes r_v erhält man die Projectionen r_1 und r_2 des Schlagschattens desjenigen mittleren Punktes r der MN , der Schatten auf der Selbstschattengrenze Sq absetzt. Wollte man den Schlagschatten auf der Kegel erzeugenden Sc gewinnen, so hätte man $S_h d c'$ und hierauf $d S_v$ zu ziehen,

Fig. 141.

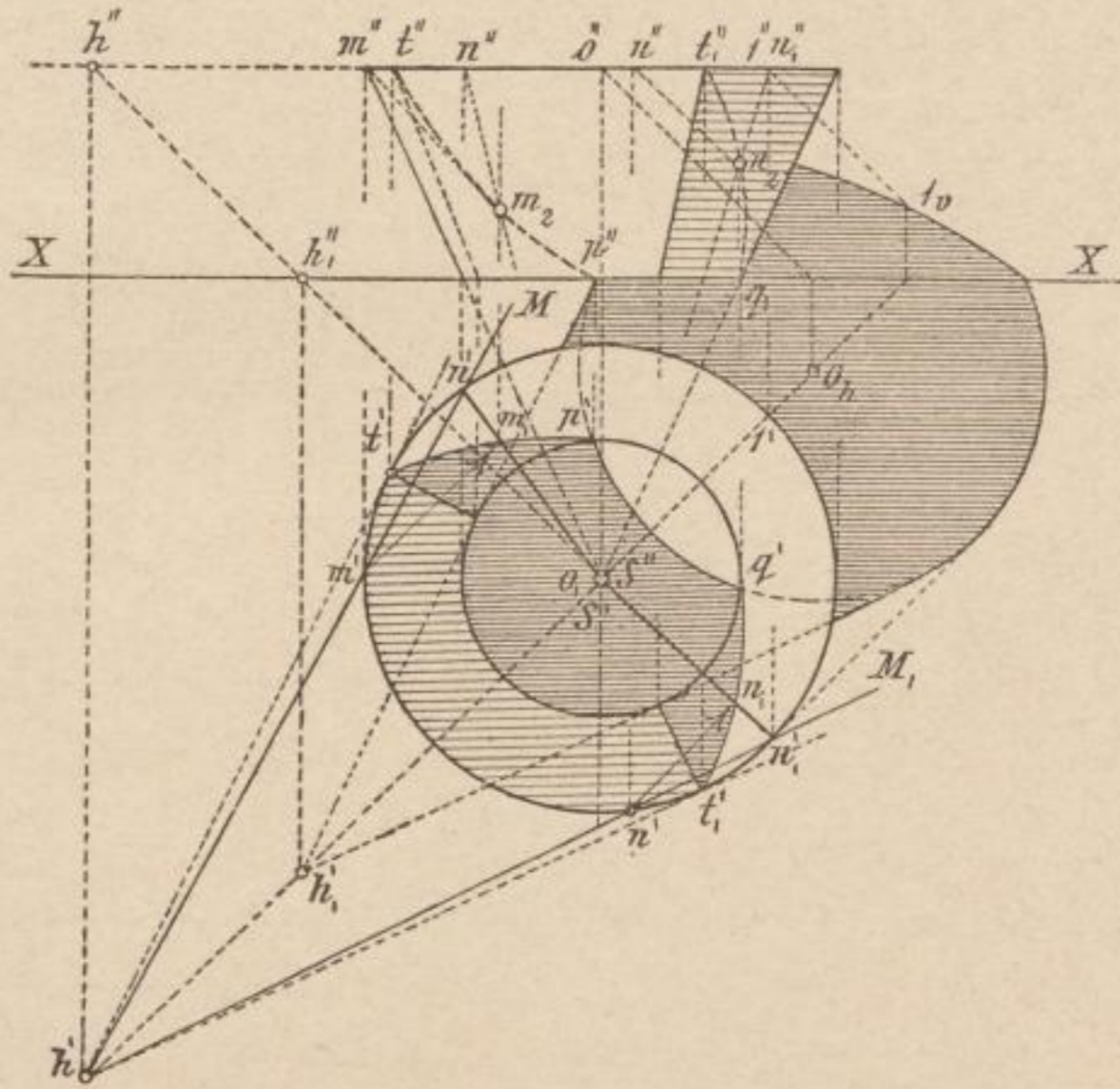


Fig. 142.

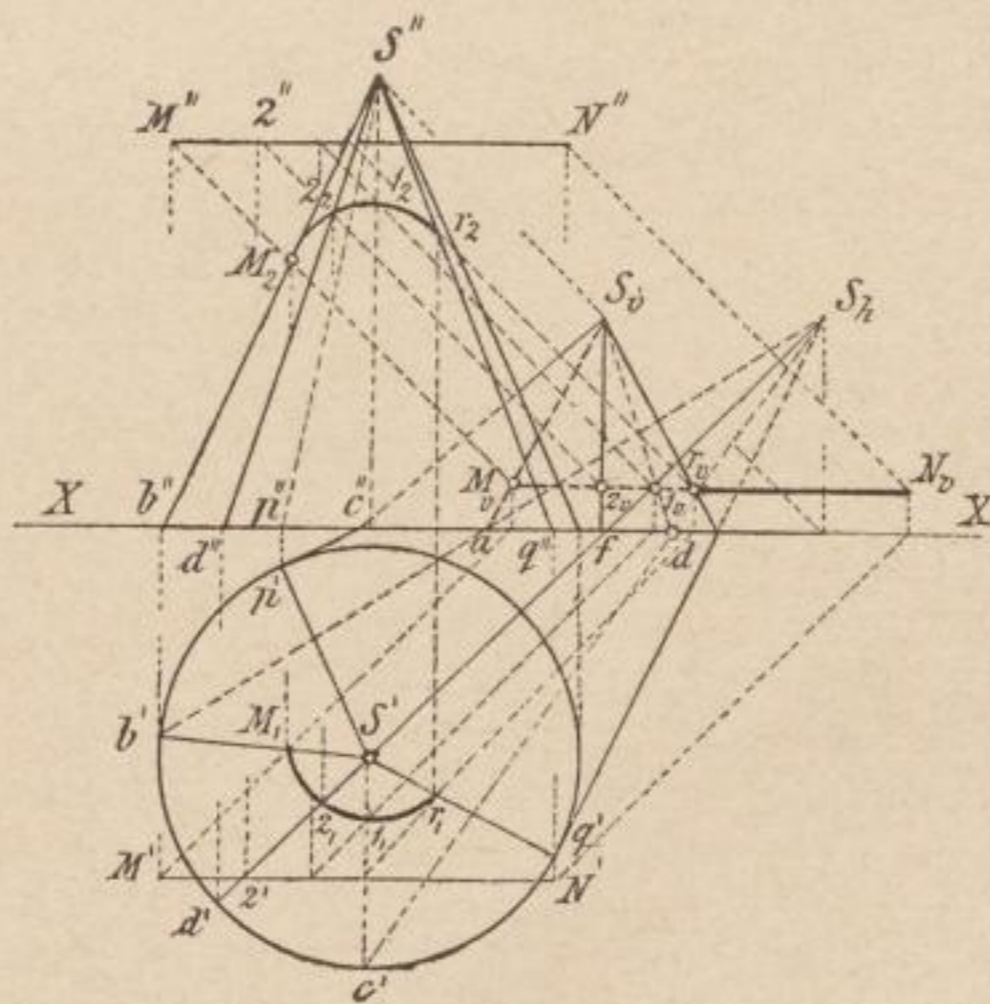
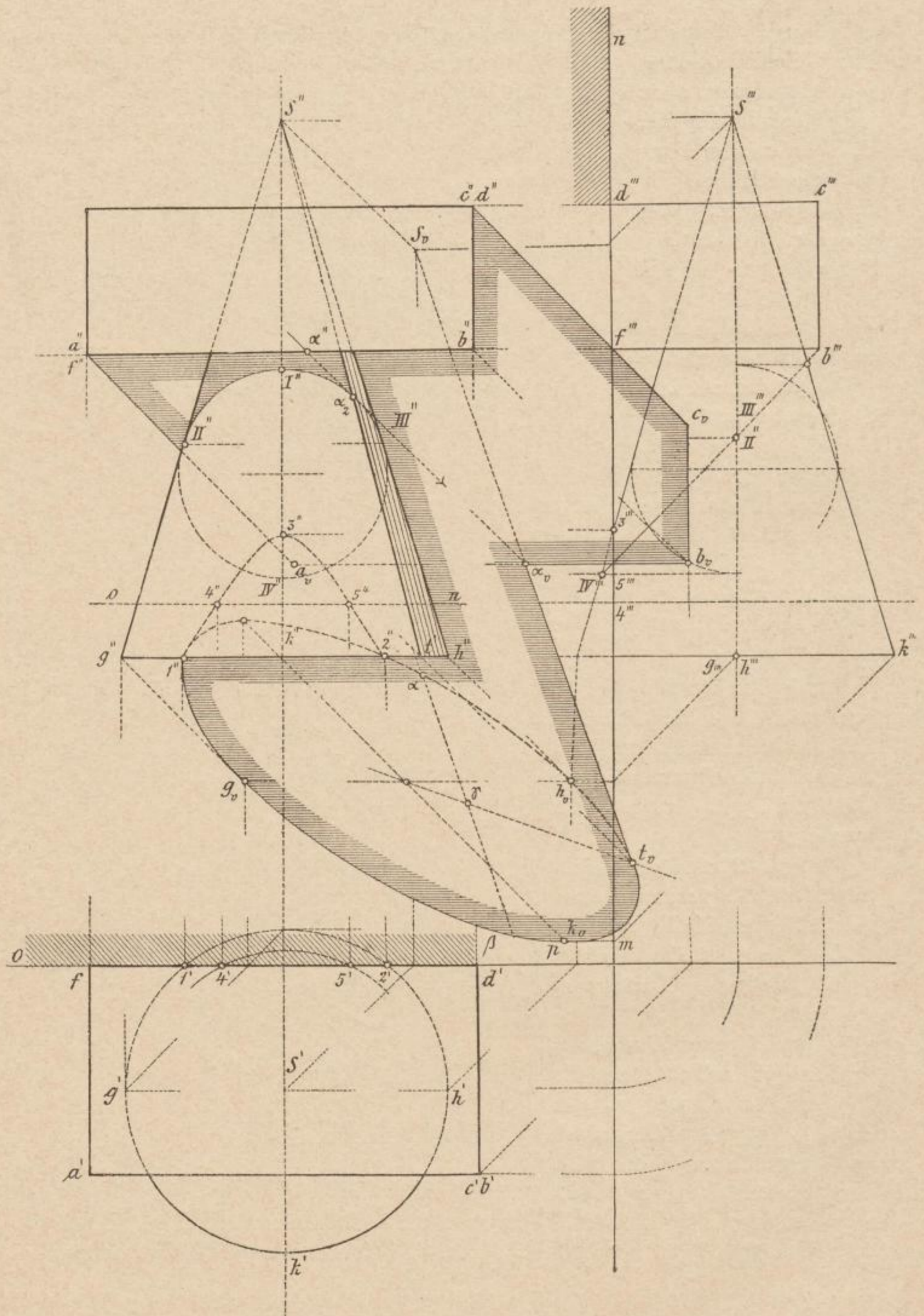


Fig. 143.



den Schnittpunkt letzterer Geraden mit der $M_v N_v$, d. h. Punkt 1_v ins Auge zu fassen und diesen Punkt sodann nach 1_1 und 1_2 zurückzuführen. Zieht man $S_v M_v a$ und sodann $S_h a b'$, so erhält man in $b' b''$ den Fußpunkt derjenigen Kegelerzeugenden, die den Schlagschatten des Anfangspunktes M der schattenwerfenden Strecke auffängt.

Man lese Text zu Fig. 87 und wiederhole die eben vorgetragene Construction für eine gegen die Bildebenen allgemein schief liegende Raumstrecke!

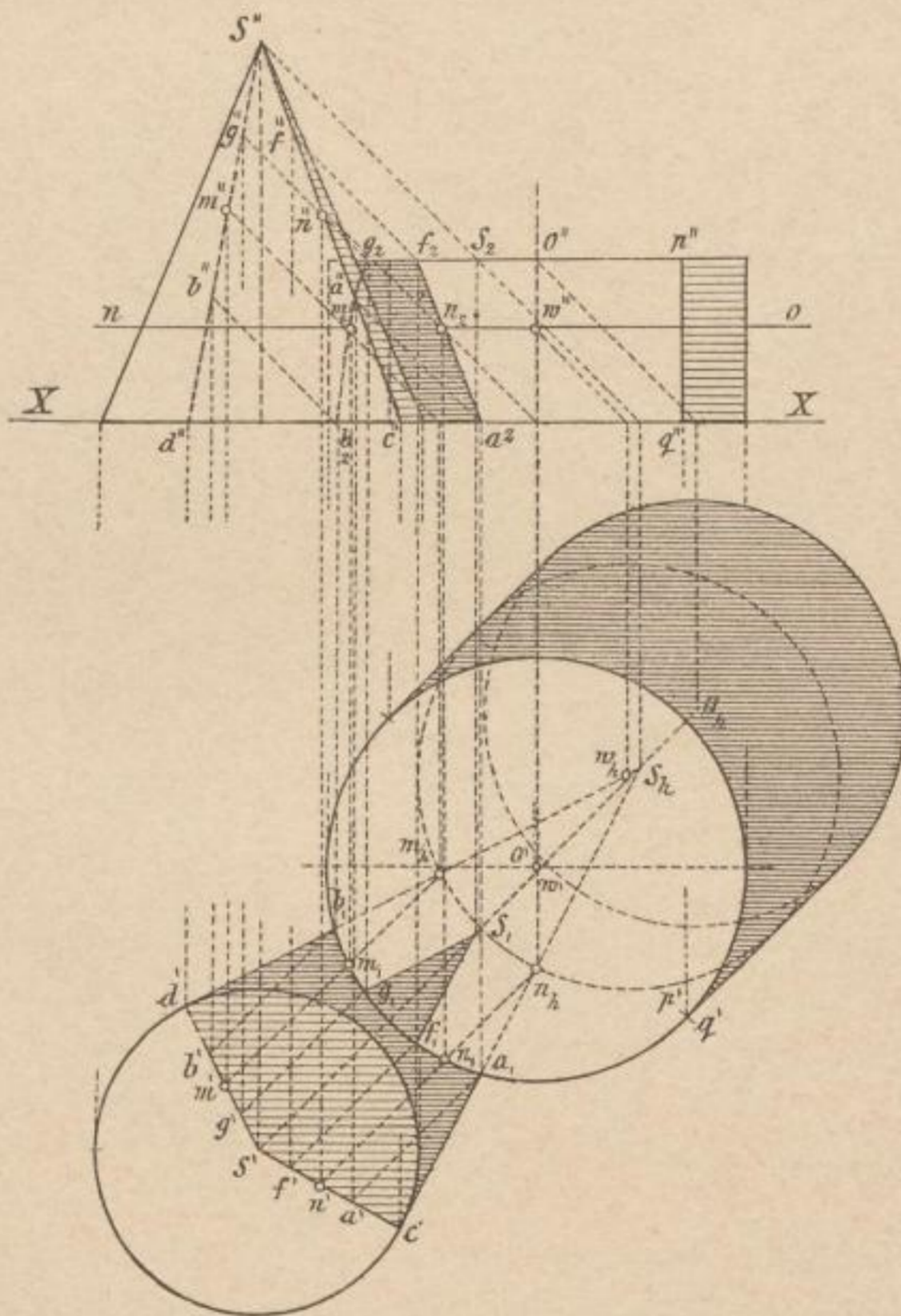
Eine unmittelbare Anwendung des eben besprochenen Falles mit möglichster Constructionsvereinfachung bringt Fig. 143.

Wir finden in dieser die Schattenbestimmung für einen durch eine prismatische Platte gedeckten Kegelstutz durchgeführt. Die Constructions sind sowohl direct als auch unter Zuhilfenahme der Profilprojection des Objects vorgenommen.

Fig. 144. Ein senkrechter Kegel wirft Schatten auf die Grundrissebene und eine cylindrische Platte.

Zeichnet man den Schlagschatten des der Horizontalebene no zukommenden Parallelkreises der Cylinderfläche vom Mittelpunkte $w' w''$, so schneidet dieser den Schlagschatten der Kegelfläche auf der Grundrissebene in den Punkten m_h und n_h , die, zurückgeführt, die Schlagschattenpunkte $n_1 n_2$ und $m_1 m_2$ liefern. In den Punkten $a_1 a_2$ und $b_1 b_2$ trifft der Kegelschatten den Basiskreis des Cylinders und endet auf der Mantelfläche desselben in den der Deckfläche des Körpers zugehörigen Punkten $f_1 f_2$ und $g_1 g_2$. Der Schlagschatten der Kegelspitze kommt der Deckfläche zu.

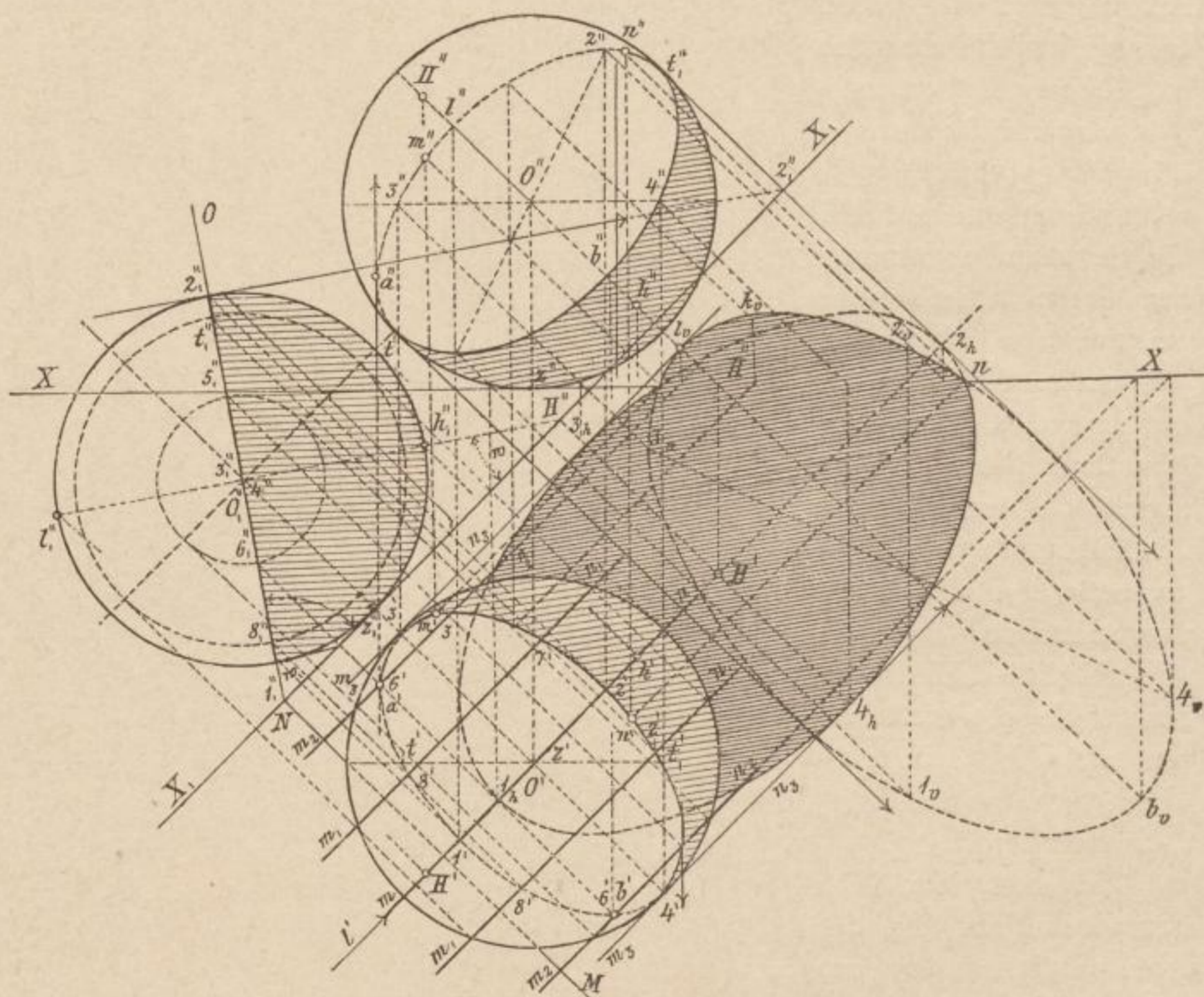
Fig. 144.



X. Schattengebung der Kugel und der Rotationsflächen, Beispiele.

Die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an der Kugel ist ein größter Kugelkreis, dessen Fläche im Centrum der Kugel senkrecht auf der Richtung des einfallenden Lichtstrahls steht. Dieser stellt die Leitlinie eines schiefen Cylinders (des Schattenraumes) vor, dessen Erzeugenden parallel zur angenommenen Richtung des Lichtstrahles liegen. Da letztere mit den Bildebenen Winkel von $35^{\circ} 16'$ einschließt, so ist der Neigungswinkel der Trennungskreisfläche gegen die Bildebenen durch das

Fig. 145.



Complement des eben genannten Winkels, d. i. durch $\sphericalangle 54^{\circ} 44'$, gegeben. Die Projectionen der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an der Kugeloberfläche sind mithin (aus Rücksicht der gleichen Neigung ihrer Ebene gegen die Projectionsebenen) Ellipsen von gleichen Achsenverhältnissen, d. i. Ellipsen derselben Form.

Es ist leicht, ein Modell zur Veranschaulichung des Ebengesagten zu construieren. Man nehme einen Pappendeckel von rechteckiger Form, betrachte die obere Längsseite desselben als Projectionssachse, ziehe zu

dieser eine Linie unter 45° Neigung und befestige in irgend einem (und zwar gegen die obere Rechtecksseite zu gelegenen) Punkte der bezeichneten Geraden einen Draht, der mit letzterer den Neigungswinkel von $35^\circ 16'$ einschließt. Senkrecht an diesen Draht ist nur noch ein kreisförmiger Papierausschnitt anzubringen, der uns sodann die Ebene der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an der Kugel vorstellt.

In Fig. 145 ist die Kugel vom Centrum $O' O''$ mit Hilfe der Seitenrissebene $X_1 X_1$ in Schatten gesetzt.

Man denke sich letztere Ebene in ihrer richtigen Verticalstellung, parallel zur Richtung des einfallenden Lichtes, die Projection der vorgelegten Kugel auf ihr entworfen und die Ebene sodann nach rückwärts zu umgelegt. Dann erscheint ihr Centrum in der Seitenprojection in O_1'' . Um nun die Richtung des einfallenden Lichtes im Seitenrisse zu erhalten, suche man die Horizontalspur H' des dem Kugelcentrum O zukommenden Lichtstrahls, ziehe hierauf $H' H_1'' \perp X_1 X_1$ und verbinde endlich H_1'' mit O_1'' , wodurch die verlangte Lichtstrahlprojection gefunden ist. Die Ebene MNO ist sodann diejenige, der die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten zukommt, indem ihre Grundspur $MN \perp X_1 X_1$ und ihre Aufrissspur NO im Bilde des Kugelcentrums O_1'' senkrecht zur Projection des Lichtstrahls auf der eingeschalteten Seitenrissebene steht.

Denkt man sich die Kugel durch untereinander und zur einfallenden Strahlenrichtung parallele Ebenen $m n, m_1 n_1, m_2 n_2$ geschnitten, so ergeben die Aufrisse ihrer Schnittlinien auf der Ebene $X_1 X_1$ Kreise um das Centrum O_1'' herum, deren Schnittpunkte $1_1'', 2_1'', 5_1'', 6_1'' \dots$ mit der NO durch zur $X_1 X_1$ senkrecht gezogene Geraden in den Grundriss nach $1', 2' \dots$ zu projicieren sind. Erwägt man, dass durch die Einschaltung einer Verticalebene als neue Bildebene die Höhenlage der betrachteten Raumpunkte über der Grundrissebene keine Änderung erfährt, so wird sofort klar, dass beispielsweise der Aufriss von $2''$ gefunden wird, wenn man die durch die Klammer angegebene senkrechte Entfernung des Punktes $2_1''$ von der $X_1 X_1$ auf der Lothlinie aus $2'$ von der X -Achse aus nach aufwärts abträgt. Dies gilt natürlich auch für die übrigen Punkte des Aufrisses der Selbstschattengrenze der Kugel.

Die elliptischen Schlagschattencurven der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten der Kugel sind wieder entweder punktweise oder aus Achsen zu zeichnen.

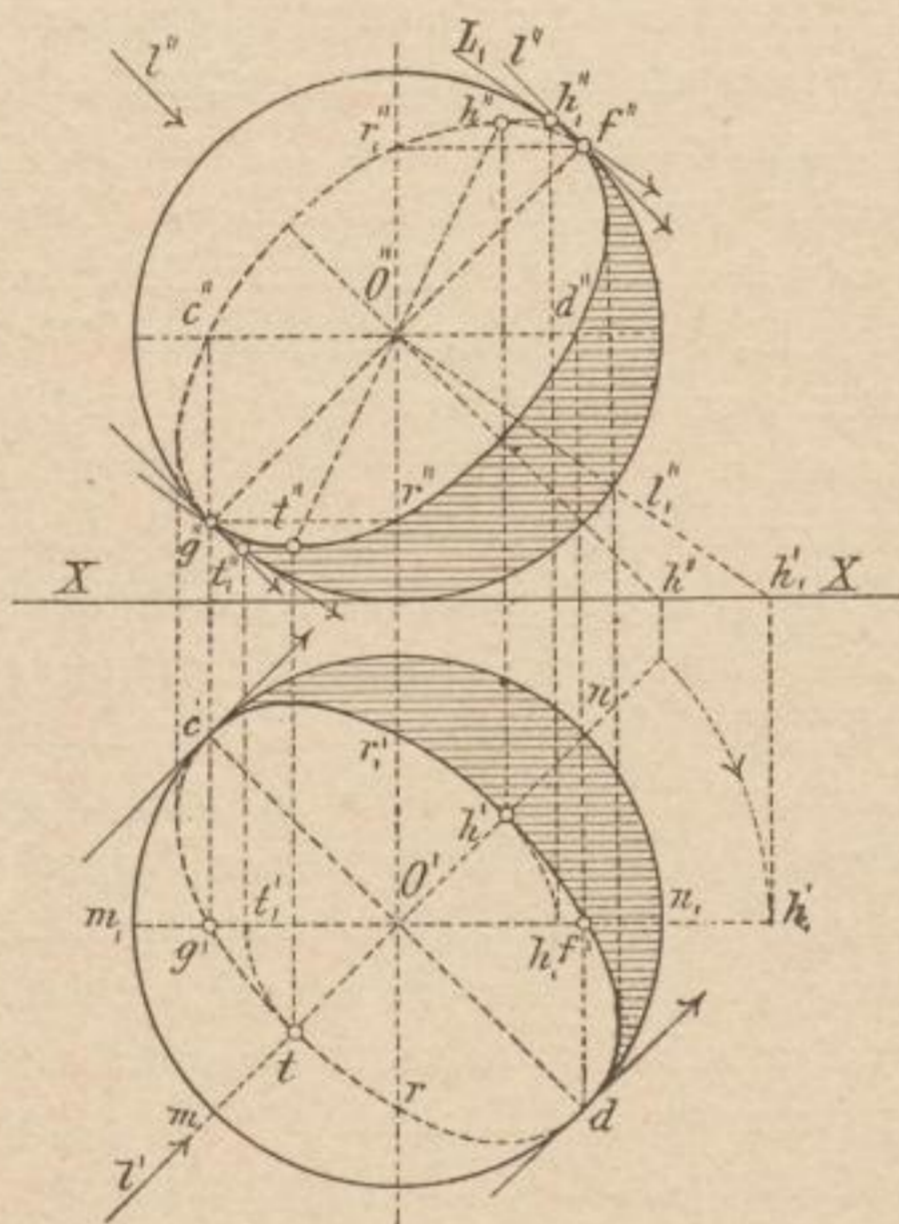
Hierzu lässt sich schicklich die auf der Seitenrissebene projicierte Richtung des einfallenden Lichtstrahls verwenden, wie dies für die Punkte $1_1'', 3_1'', 4_1''$ und $2_1''$ durchgeführt erscheint.

Die Constructionsmethode, nach welcher die Selbstschattengrenze auf der Kugeloberfläche aus 8 Punkten ihres Umfanges bestimmt werden kann, lehrt Fig. 146.

Der höchste und tiefste Punkt der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten auf der Kugeloberfläche (sowie auch auf der Oberfläche jedes anderen Rotationskörpers) liegen in einer dem Lichtstrahle parallelen Ebene, welche die Rotationsachse des Drehkörpers in sich aufnimmt. Die Streifstrahlen, tangierend an den Schnitt dieser Ebene mit dem Umdrehungskörper gelegt, liefern sodann die verlangten Punkte. Die Zeichnung dieser Schnittcurve wird indessen durch eine Hilfsconstruction zumeist umgangen.

Zufolge dieser dreht man die der Strahlenrichtung parallel gestellte und die Drehungsachse der Kugel enthaltende, zur Grundrissebene senkrecht stehende Ebene $m n$ sammt der in ihr liegenden Schnittlinie und sammt dem Lichtstrahle in die zur Aufrissebene parallel stehende Ebene $m_1 n_1$ des Hauptmeridians. Dann gibt der Aufriss der Kugel unter einem den Schnitt selbst an.

Fig. 146.



Legt man also parallel zu l_1'' , also zum Aufriss des parallel zur Aufrissebene gedrehten Lichtstrahls, Tangenten an den Kugelaufriss, bestimmt deren Berührungspunkte t_1'' und h_1'' und zeichnet deren Grundrisse t_1' und h_1' , so braucht man nur noch die so gefundenen Punkte t_1 und h_1 wieder in die Ebene $m n$ zurückzudrehen, um sofort in $t' t''$ den tiefsten und in $h' h''$ den höchsten Punkt der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an der Kugel zu erhalten. Den aus dem Punkte O' mit dem Radius $O' t_1' = O' h_1'$ geschlagenen

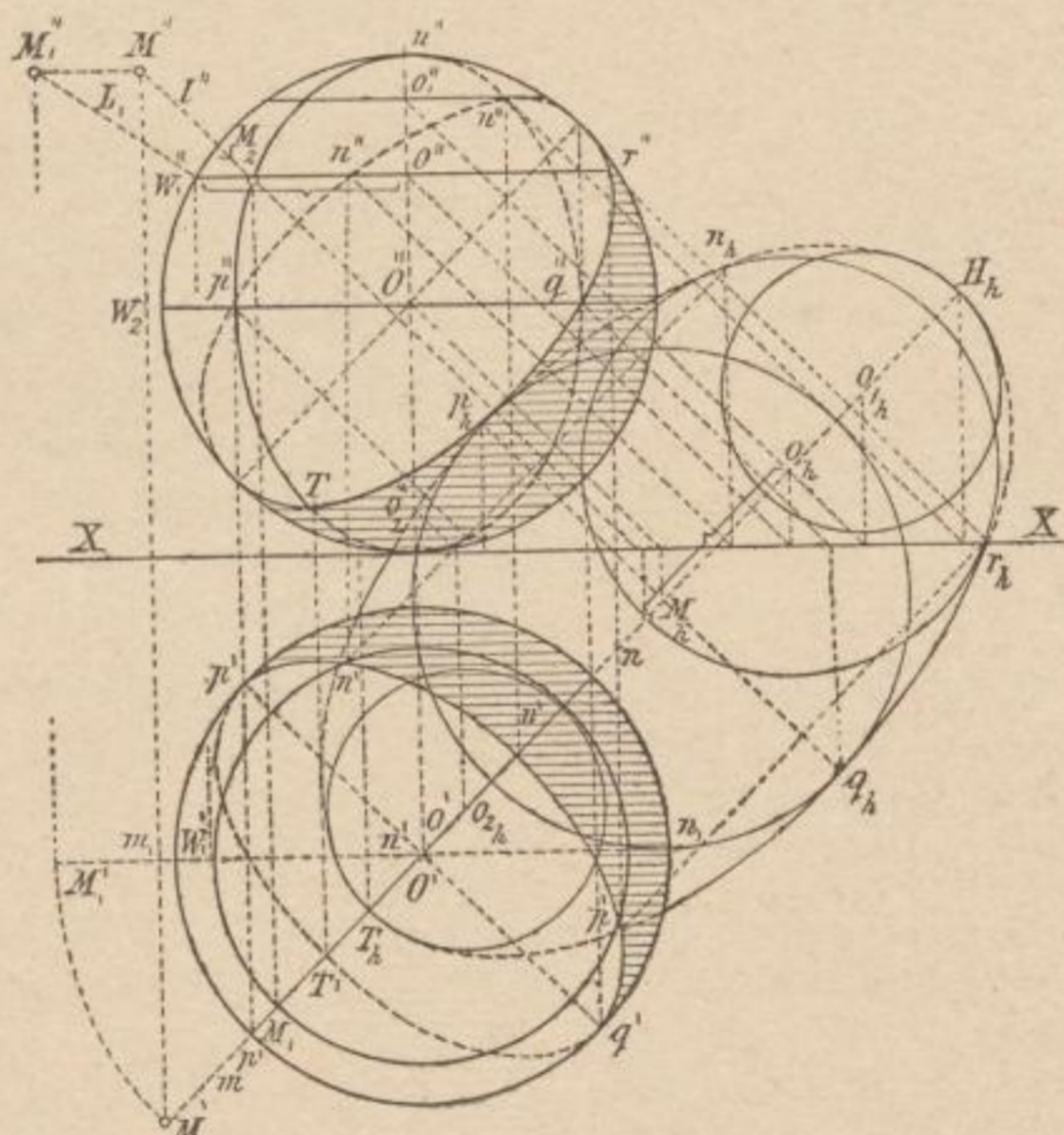
Kreisbogen $t_1' t'$ und $h_1' h'$ entsprechen im Aufriss die horizontalen Strecken $t_1'' t''$ und $h_1'' h''$.

Denkt man sich die Kugel in eine zur Grundrissebene senkrecht stehende Cylinderfläche, deren Basisdurchmesser dem Kugeldurchmesser gleich ist, eingeschlossen, so berührt letztere die Kugeloberfläche nach einem größten Kugelkreise, dessen Ebene im Centrum der Kugel parallel zur Grundrissebene liegt. Die Trennungslinien zwischen Licht und Schatten auf dem Cylindermantel schneiden den gemeinschaftlichen Berührungskreis in zwei Punkten c und d , die, der eben gegebenen Erklärung nach, auch der Selbstschattengrenze der Kugel zukommen. Stellt man sich aber die

tangierende Cylinderfläche in senkrechter Richtung zur Aufrissebene vor, so ergeben sich nach dem Ebengesagten die Punkte g und f der Selbstschattengrenze auf der Kugeloberfläche. Die Punkte r' und r_1' gehören Quadrantenbögen an, die aus O' mit der Strecke $O'g' = O'f'$ einmal nach abwärts, und für Punkt r_1' nach aufwärts geschlagen wurden. Ihre Aufrisse sind die Horizontalen $g''r''$ und $f''r_1''$. Die geradlinigen Verbindungen der Punkte c, d und t, h bestimmen zwei Diameter der Ellipse, aus welchen letztere leicht gezeichnet werden kann. Werden die Strecken $O'c'$ und $O't'$ in mm ausgemessen und die resultierenden Maßzahlen ins Verhältnis gesetzt, so erhält man einen einfachen Ausdruck für das gegenseitige Längenverhältnis der eben genannten Halbachsen. — Zeichne den Schlag Schatten der Kugel auf beide Projectionsebenen unter Zuhilfenahme der 8 Punkte ihrer Selbstschattengrenze oder ihrer Diameterpaare!

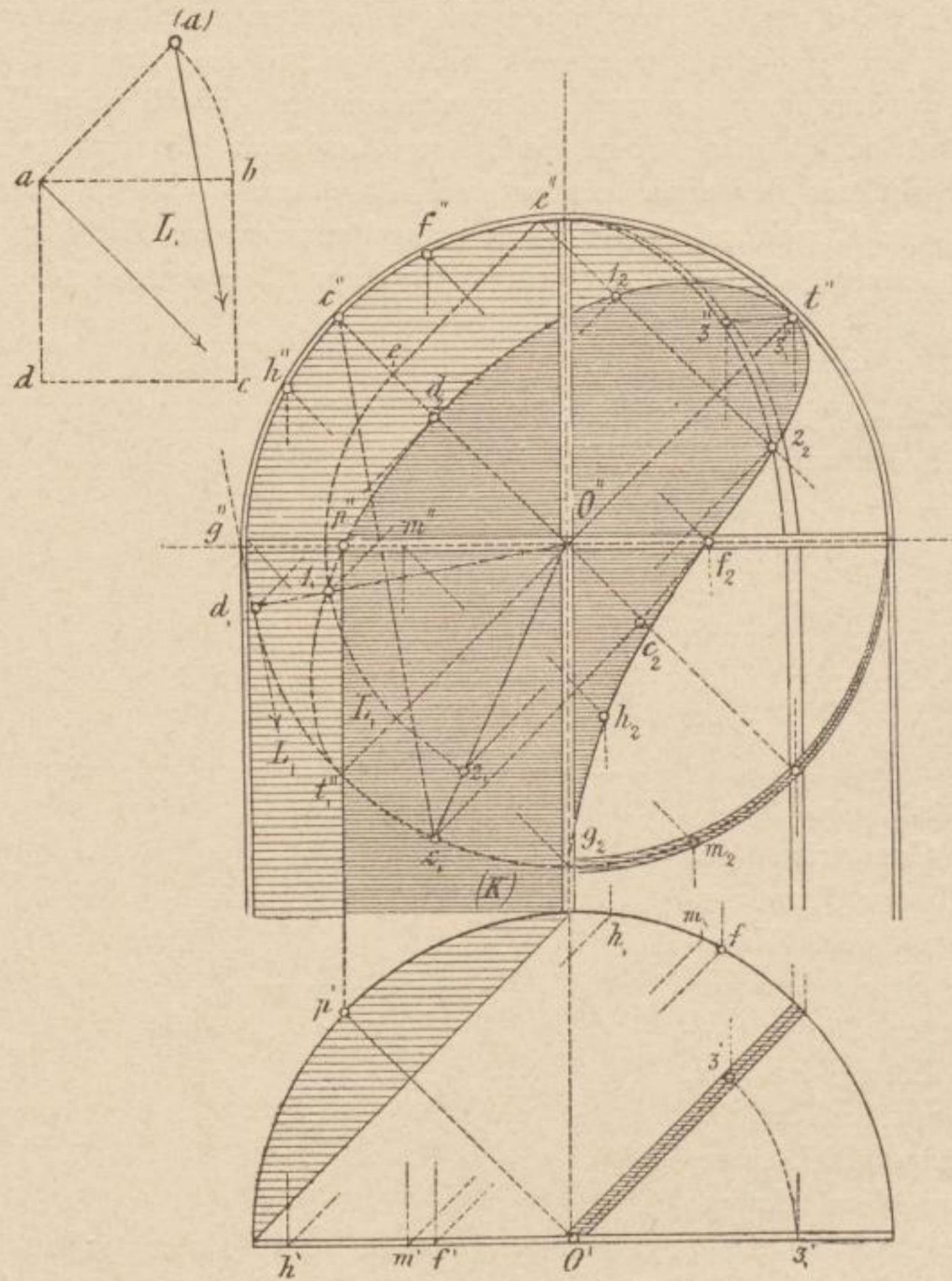
Soll der Schlag Schatten eines durch seine Projectionen $M' M''$ gegebenen Raumpunktes M auf die Kugeloberfläche projiciert werden, so lege man durch ihn den Lichtstrahl und suche den Schnitt seiner Lichtebene mit der Kugeloberfläche auf. Der Schnitt ist ein Kreis, dessen Grundriss das innerhalb der Grundrissprojection der Kugel liegende Stück der Horizontalspur der schneidenden Ebene mn ist und dessen Aufriss eine Ellipse darstellt. Letztere wird vor dem Aufriss des Lichtstrahles in M_2 getroffen, welchem Punkte der Schnitt des aus M_2 herabgelassenen Lothes mit der mn , d. i. Punkt M_1 , als Grundriss entspricht. Die Fig. 147 zeigt auch in dem Falle das Constructionsverfahren, demzufolge der Schlag Schatten von M auf der Kugeloberfläche mit Hilfe des zum Aufrisse parallel gedrehten Lichtstrahles in abgekürzter Art gefunden werden kann. Bemerke ferner den Punkt T , in dem sich die Selbstschattengrenze der Kugel und die der Lichtebene mn zukommende Schnittlinie begegnen! Zeichnet man den Schlag Schatten M_h , so findet

Fig. 147.



sich, dass letzterer in der Peripherie eines Kreises liegt, der als Schlag-
schatten demjenigen Parallelkreise der Kugeloberfläche entspricht, welcher
den Schlagschatten des Raumpunktes selbst aufnimmt. Denkt man sich
eine Reihe von Parallelkreisen auf der Kugeloberfläche angetragen, sodann
ihre Schattenbilder auf der Grundrissebene gezeichnet, so ist wahrzunehmen,

Fig. 148.



dass eine, besagte Kreislinien einschließende elliptische Linie unter einem
auch den Schlagschatten der Kugel selbst auf der Grundrissebene angibt.

Welche Constructionserleichterungen und Vortheile lassen sich nach
dem Ebengesagten in besonderen Fällen erzielen?

Fig. 148 bringt die Schattenconstruction an einer runden Nische.
Ein halber Hohlcyliner mit vertical gestellter Achse und eine tan-

gierend darangesetzte Viertelskugel stellen die innere Wandung der Nische vor.

Wenn wir das auf Seite 39 über die Schattenbestimmung an einem hohlen Halbcylinder Gesagte sinnverwandt auf vorliegendes Beispiel beziehen, hinsichtlich dessen wir die Nischenfläche wieder als materiell existierend zu betrachten haben, so ist uns sofort klar, dass die Curve $t'' 1_2 d_2 p''$ die Selbstschattengrenze an dem sphärischen Theile der Nische und die sich in p'' anschließende Verticallinie die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an der Cylinderfläche vergegenwärtigen; auch ist ersichtlich, dass das Randstück $t f$ Schlagschatten auf die Kugelwandung und das Randstück $f g$ Schatten auf die cylindrische Wölbung wirft.

Um ersteren zu erhalten, denken wir uns die Gerade $c'' 0''$ und deren Fortsetzung als Aufriss einer zum Lichte parallel liegenden und zur Aufrissebene senkrecht stehenden Hilfsebene und deren Schnitt mit der Kugel- fläche durch Drehung auf die Projectionsebene umgelegt. Wird nun an den umgelegten Kreis (K) parallel zur Richtung L_1 des gleichfalls auf die angedeutete Bildebene umgelegten Lichtstrahls eine Berührende gelegt, so ergibt sich d_1 als der dieser zukommende Tangierungspunkt. Aus der Raumlage des betrachteten Objectes wird aber ersichtlich, dass der Punkt c des schattenwerfenden Randes seinen Schlagschatten am tiefsten auf die Kugelwandung projiciert.

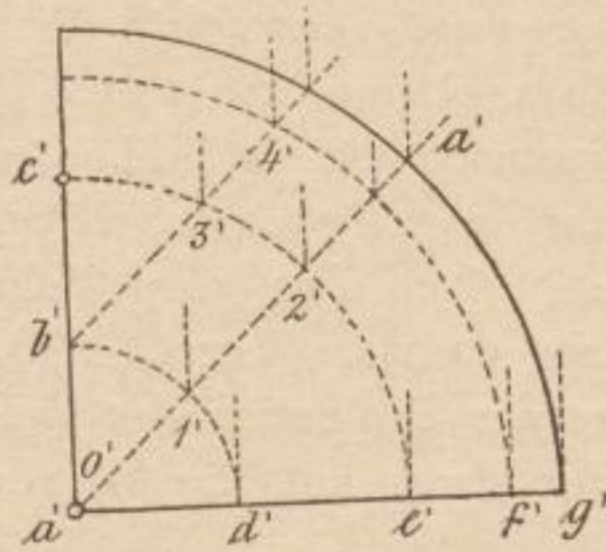
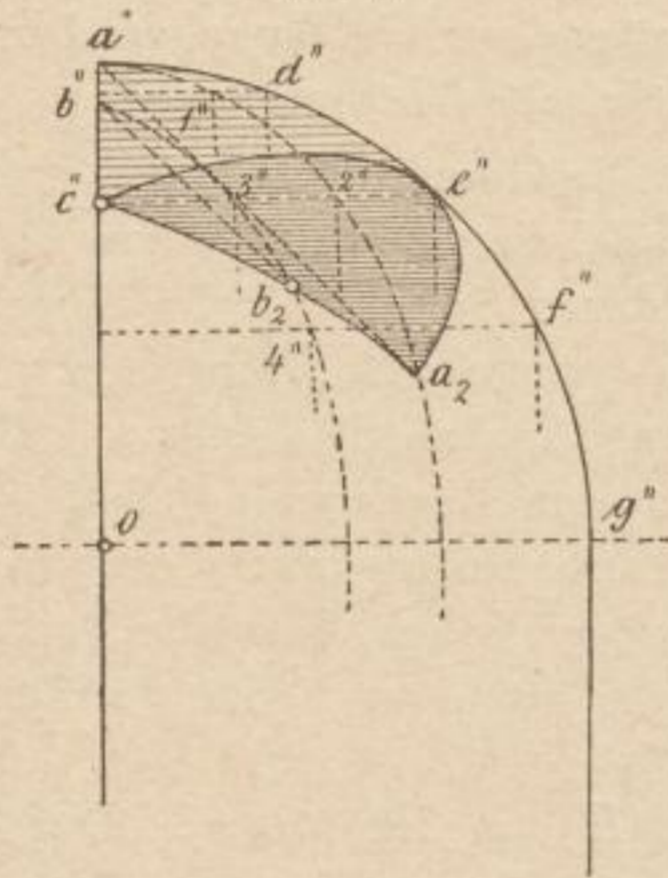
Die Parallele zu L_1 aus c'' aber trifft (K) im Punkte c_1 . Durch Zurückdrehung des Systems gelangen genannte Punkte in Raumlagen, denen sodann d_2 und c_2 als Projectionen entsprechen. Genannte Punkte sind unter einem aber die Endpunkte der halben kleinen Achsen elliptischer Curven, denen die Strecke $0'' t''$ als gemeinschaftliche halbe große Achse zufällt, und es kommt zu bemerken, dass das Ellipsenstück $t'' d_2 p''$ der Selbstschattengrenze, die elliptische Curve $t'' f_2 c_2$ aber dem Schlag- schattenumrisse zukommt. Es ist ferner wichtig, dass die Strecken $d_1 0''$ und $c_1 0''$ auf der Hilfsebene, und zwar erstere die Projection der Selbst- schattengrenze der Kugel, letztere die Projection ihres auf die Wandung fallenden Schlagschattens ergibt.

Schlägt man daher um $0''$ mit einem beliebigen Halbmesser etwa den Kreis $e_1 1_1 2_1$, so ist dieser als Projection einer schneidenden Ebene auf- zufassen, die den Randpunkt e (dessen Aufriss in e'' liegt) in sich aufnimmt. Werden mithin die Punkte 1_1 und 2_1 durch Senkrechte auf den zu t'' parallelen Strahl aus e'' nach 1_2 und 2_2 geführt, so geben letztere Punkte Marken in den vorhin genannten elliptischen Curven an. Indem man nun beliebig viele solche Kreisbogen um $0''$ als Centrum beschreiben kann, so findet man solcherart auch beliebig viele Punkte dieser Curven. Punkt f_2 im Aufrisse, in dem der aus $0''$ gelegte horizontale Durchmesser die ellip- tische Linie schneidet, ist derjenige, welcher als Schattenbild zum Raum-

punkte f auf der Peripherie desjenigen Parallelkreises liegt, in dem sich Kugel- und Cylinderfläche berühren. In f_2 beginnt mithin der Schlagschatten auf der Cylinderwandung, dessen Umriss in der Figur unter Zuhilfenahme der Schlagschattenconstruction für einen Zwischenpunkt h des schattenwerfenden Randes gefunden wurde. In diesem gemeinschaftlichen Punkte f_2 schließen sich die Curven $t'' 2_2 f_2$ und $f_2 h_2 g_2$ aneinander an, haben in ihm mithin dieselbe Tangente.

Zieht man aus dem rechtsseitigen Endpunkte des durch O'' gelegten

Fig. 149.



Diameters eine Senkrechte auf die $c'' c_2$ und denkt sich den Fußpunkt derselben auf genannter Geraden mit I bezeichnet und nennt den Schnitt ihrer Verlängerung mit der verlängerten $O'' c_1 II$, so ist uns dadurch die bestimmte Strecke $I II$ als Kathete des rechtwinkligen $\triangle O'' I II$ gegeben. Errichtet man nun in dem rechtsseitigen Endpunkte des durch O' gezogenen horizontalen Diameters eine Verticale und trägt von diesem Punkte aus die Strecke $I II$ nach aufwärts an, wodurch ein Punkt III gewonnen wird, so braucht man diesen dann nur mit O' durch eine Gerade zu verbinden, um im Schnitte letzterer mit dem Grundrisskreise der Nische den Grundriss von f_2 aufs schärfste zu erhalten. Welche Überlegung liegt dieser Construction zugrunde?

Die Schattenconstruction einer Nische im rechtwinkligen Eck zeigt Fig. 149.

Der rechte Winkel im Grundrisse stellt die Grundspuren zweier Wände oder Außenseiten eines Mauerecks dar, in welches die Nische hineingeschnitten ist. An Gestalt ist

sie gleich der Hälfte der eben besprochenen sphärischen Nische.

Zur Bestimmung der Selbstschattengrenze sowie der Schlagschattencontour wurde hier eine allgemeine Methode angewendet, die darin besteht, dass man die Umdrehungsflächen durch eine Reihe von Lichtebenen schneidet, die zugehörigen Schnittlinien zeichnet und an letztere die Streifstrahlen legt. Die untereinander und aufeinander folgend verbundenen Berührungspunkte dieser Streifstrahlen geben sodann die verlangte Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an. Diejenigen Punkte aber — in denen die Lichtstrahlen, welche einzelnen Punkten des schattenwerfenden Randstückes zukommen, die Schnittlinien ihrer zugehörigen Lichtebenen

treffen — ebenfalls untereinander verbunden, bestimmen den Schlagschatten-
umriss. So liefert z. B. die Lichtebene für den Punkt $a' a''$ die Schnitt-
linie, deren Aufriss durch die Curve $a'' 1'' 2'' a_2$ angegeben ist. Wird an
diese parallel zu l'' eine Berührende gelegt, so bestimmt der Tangierungs-
punkt derselben einen Punkt im Aufriss der Selbstschattengrenze. Der
Aufriss des dem Raumpunkte a zufallenden Lichtstrahles aber trifft die
ebengenannte Curve in a_2 und zeigt darin den Schlagschatten von a auf
der inneren Nischenwandung an. Genau so erscheint die Construction für
den Punkt $b' b''$ des schattenwerfenden Randstückes durchgeführt. Wir
sehen auch in diesem Beispiele wieder, dass der Schlagschatten in den
Punkten c und e beginnt und endet, in denen die Ränder der als materiell
vorhanden gedachten Fläche und die auf der Außenseite derselben vor-
handene Selbstschattengrenze sich treffen.

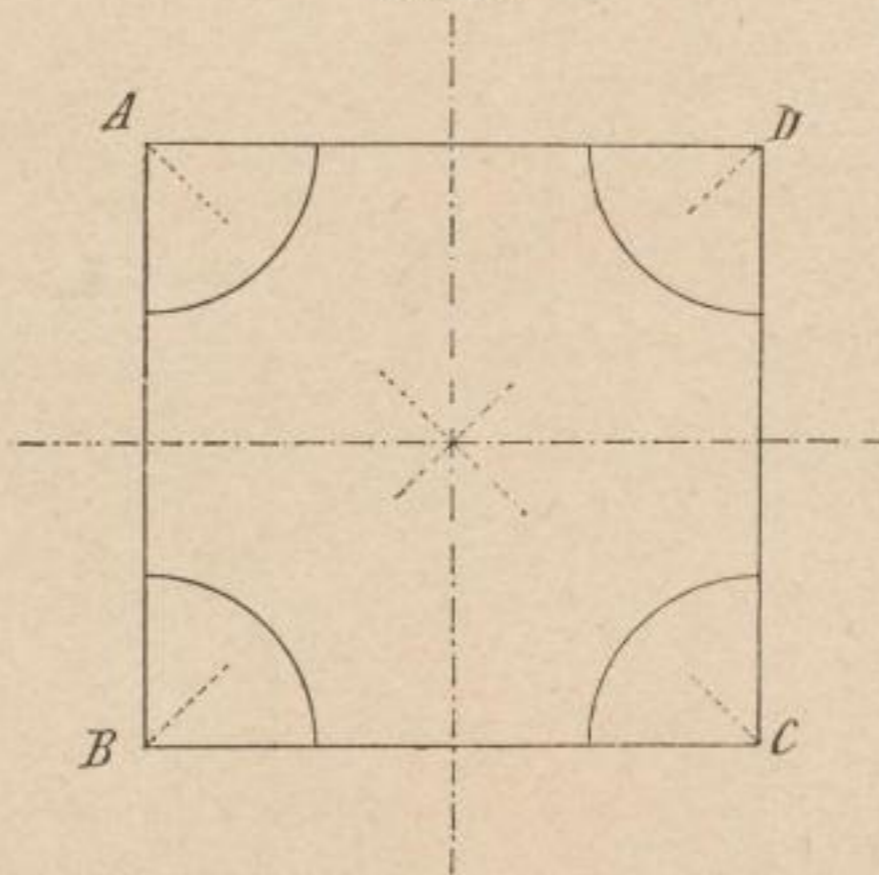
Eine lehrreiche Übung hinsichtlich des eben Vorgetragenen resultiert
aus Fig. 150. Diese stellt den

Aufriss eines Würfels vor, dessen
Ecken als Centren kugelförmiger
Aushöhlungen gedacht sind. Grund-
riss und Aufriss des gedachten
Raumobjectes sind im vergrößerten
Maßstabe anzunehmen und hierauf
die gesammte Schattenconstruction
durchzuführen. Als Detail erscheint
die eben beschriebene Raumform
zuweilen an Möbelfüßen.

Der Schatten auf einer Kup-
pelfläche und deren Ober-
lichte (Fig. 151) gibt die Schatten-
bestimmungen für sphärische Nischen
und Hohlcylinder im Zusammenhange.

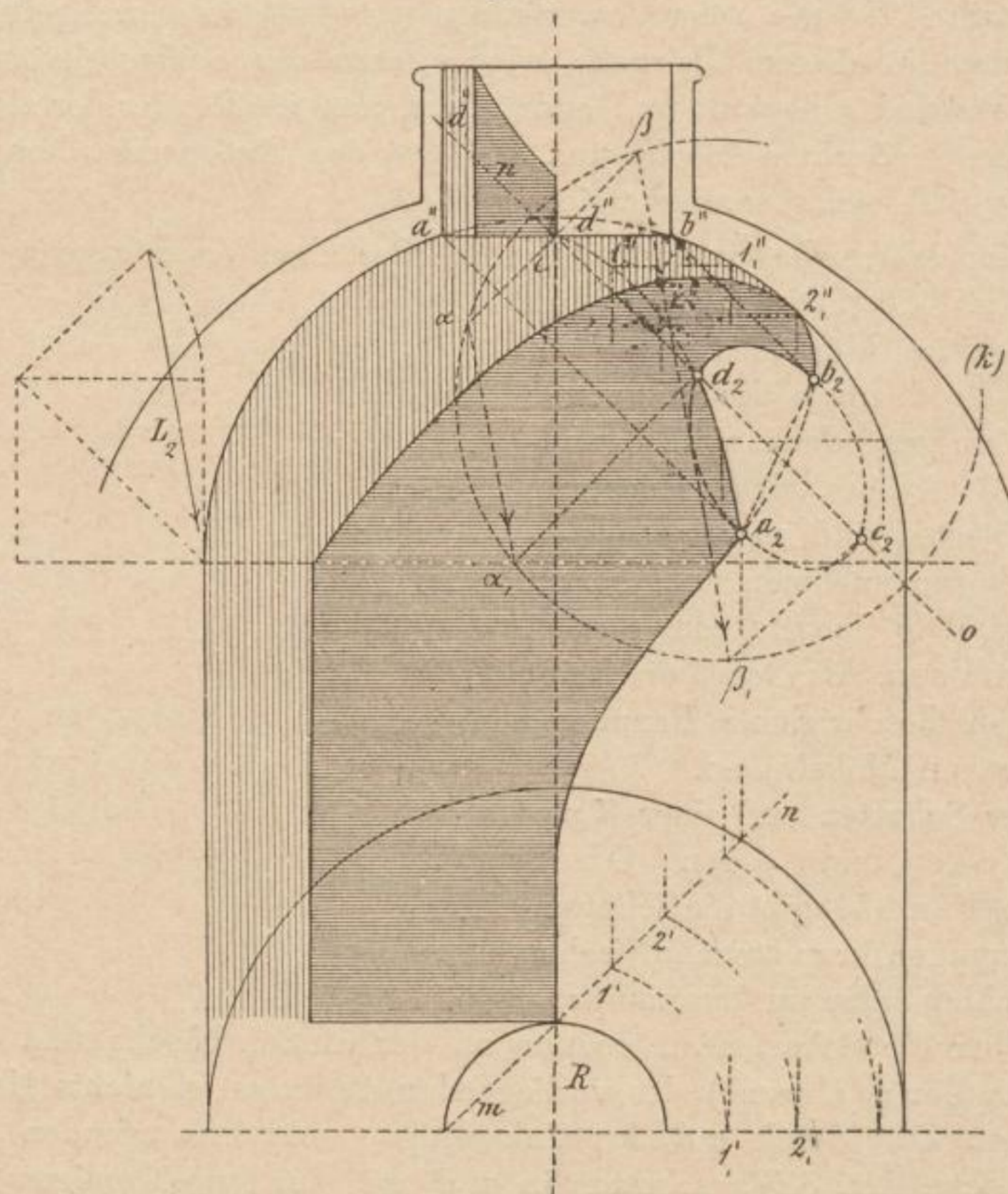
Über die Schattenconstruction an der runden Nische und der cylin-
drischen Zone (Laterne) des vorliegenden Objectes ist nichts Neues mehr
zu sagen. Das Stück $a d$ des linksseitigen schattenwerfenden Laternen-
randes setzt den Schlagschatten in $a_2 d_2$ auf der kugelförmigen Wandung
ab und erscheint als Theilstrecke des Aufrisses der Ebene $m n$
zufallenden Schnittlinie. Bestimme den höchsten Punkt dieser Curve! Von
besonderer Wichtigkeit ist hier die Bestimmung des Schlagschattens für
den Kreis, in welchem die cylindrische Zone die Kugelfläche durchschneidet
und dessen Aufriss durch die Strecke $a'' b''$ gegeben erscheint. Betrachten
wir den Aufriss unserer Figur als den Durchschnitt der Kuppel durch eine
die Mittellinie des Objectes aufnehmende Verticalebene, deren Raumlage
der Aufrissebene parallel ist, so ist klar, dass sodann das Stück $d b$ des

Fig. 150.



bezeichneten Kreises Schlagschatten nach $d_2 b_2$ auf die Kugelwandung entsendet. Über letzteres ist nun Folgendes zu sagen. Die Curve $d_2 a_2 c_2 b_2$ ist die Projection des Durchschnittes der Kuppelwandung mit dem Lichtcylinder, welchem der Kreis $d a c b$ als Leitlinie dient. Dieser Kreis gehört indessen der sphärischen Kuppelfläche selbst an und tritt als der erste Ast der Durchdringung der beiden Flächen auf. Der zweite Ast ist aber wiederum ein Kreis von demselben Durchmesser. Die Projection $d_2 a_2 c_2 b_2$

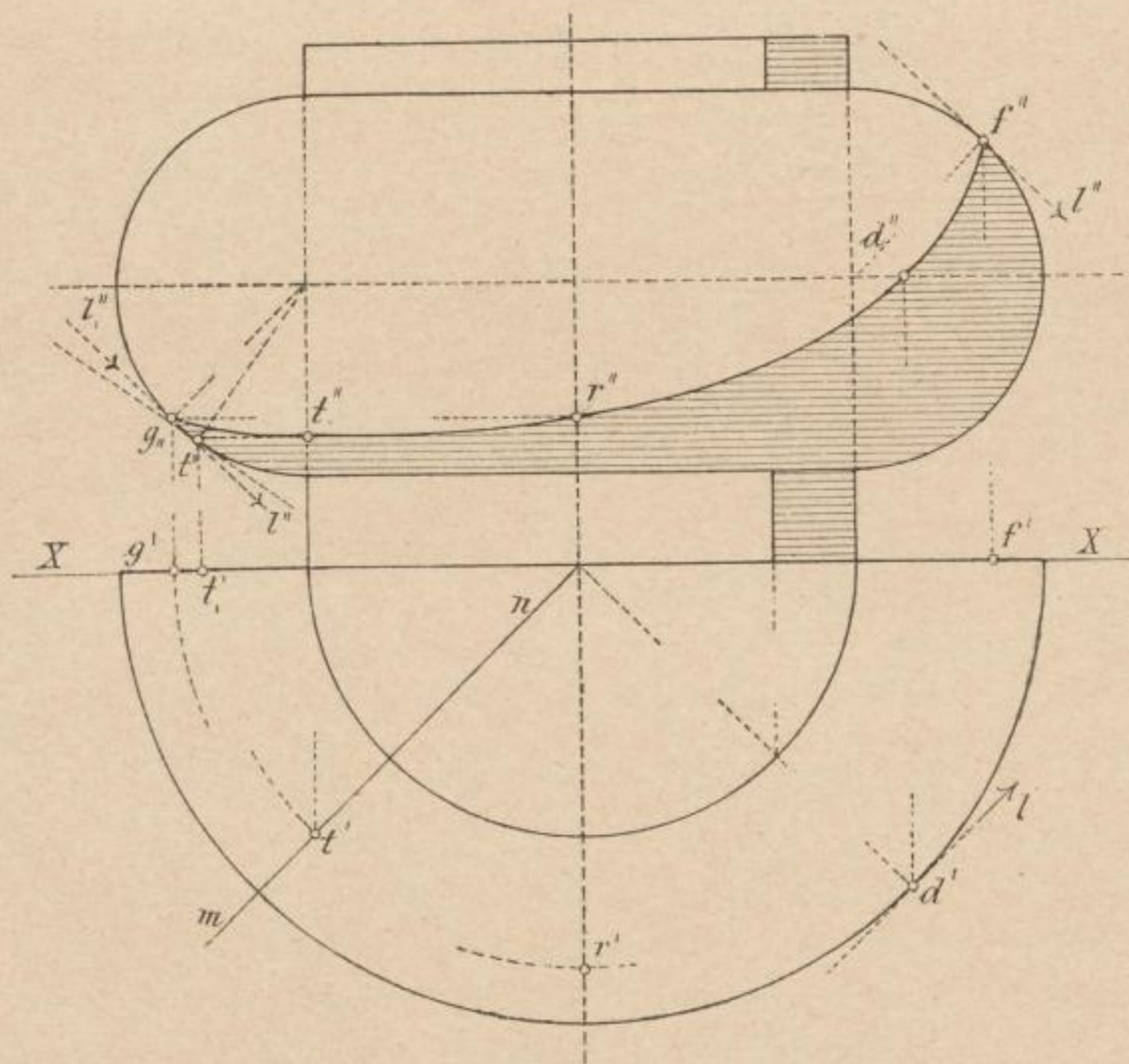
Fig. 151.



ist mithin eine Ellipse, deren großer Diameter dem Durchmesser $a'' b''$ gleichen wird. Nun sind aber $b'' b_2$ und $a'' a_2$ zwei parallele Tangenten der Ellipse und b_2 und a_2 ihre Berührungspunkte; aus diesem Grunde liegt das Centrum der Ellipse in dem Halbierungspunkte der Strecke $a_2 b_2$. Um mithin die Ellipse aus ihren Diametern construieren zu können, brauchen wir eigentlich nur den Endpunkt d_2 des zweiten Diameters zu bestimmen. Betrachtet man den Halbierungspunkt der $a'' b''$, legt durch ihn einen Strahl und sieht diesen als die Projection $n o$ einer auf der Auf-

rissebene senkrecht stehenden Raumbene an, so schneidet letztere die Kuppelfläche nach einem Kreise, der nach seiner Drehung in (K) auf der Projectionsebene in der Umlegung erscheint. Eine im Halbierungspunkte der $a'' b''$ auf die $n o$ errichtete Senkrechte schneidet den Kreis (K) in den Punkten α und β (wobei zu bemerken, dass $c\alpha = c\beta = R$) die durch zur L_2 parallel gezogene Strahlen nach α_1 und β_1 gebracht, nach vollzogen gedachter Zurückdrehung des Systems in Raumlagen erscheinen, denen d_2 und c_2 als Projectionen entsprechen. Die Senkrechten aus α_1 und β_1 auf die $n o$ bestimmen mithin in ihren Fußpunkten d_2 und c_2 die Endpunkte des zweiten Diameters der Ellipse.

Fig. 152.

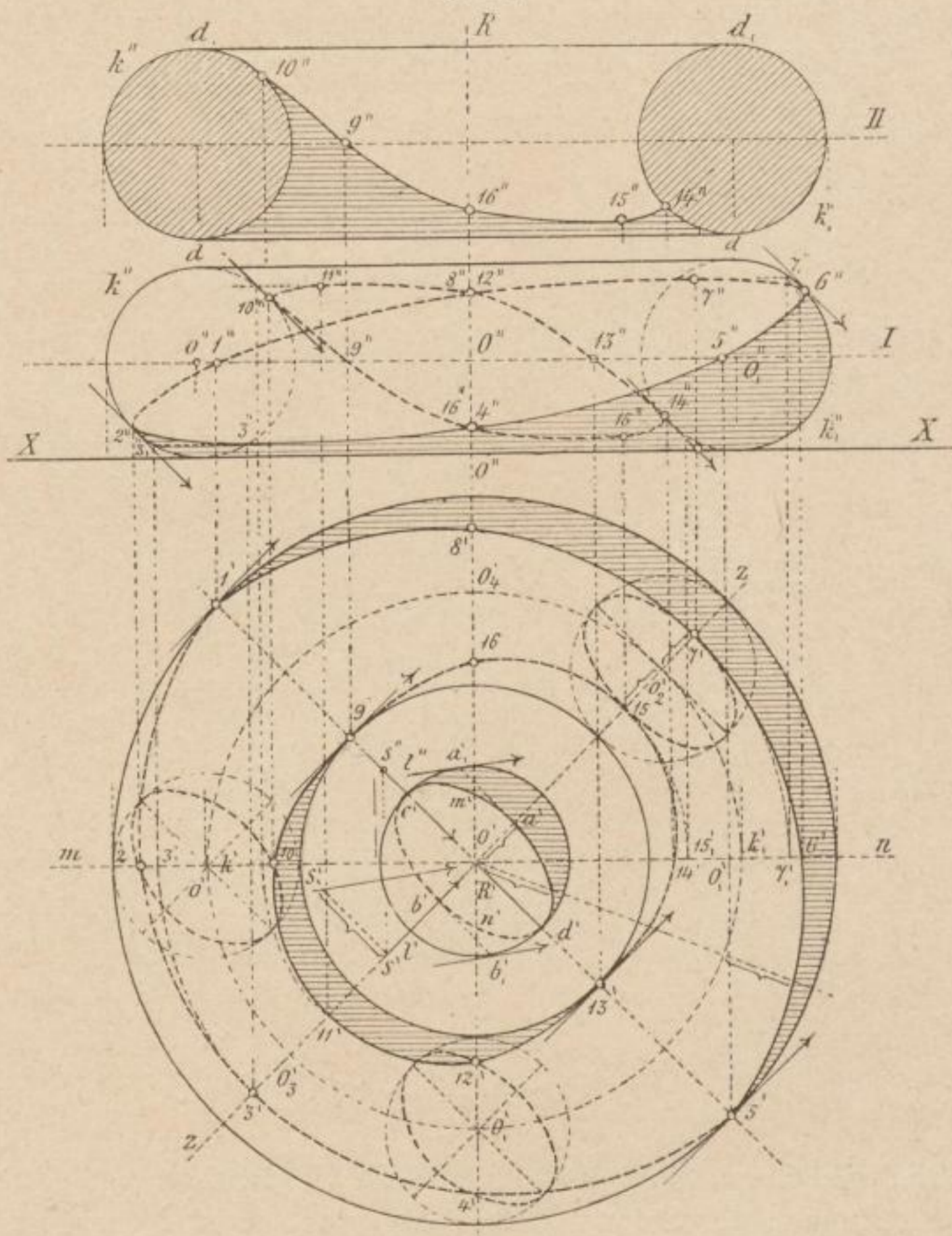


Die Projectionen einer um einen Halbcylinder herumgelegten Wulstfläche mit Angabe der Selbstschattenzonen an beiden Körperformen bringt Fig. 152.

Die aufeinanderfolgenden Punkte g, t, r, d und f der Selbstschattengrenze an dieser Wulstfläche sind analog jenen an der Kugeloberfläche gefundenen construiert, indem, hinsichtlich ihrer Aufrisse, die Punkte g'' und f'' die Berührungspunkte der zu l'' parallelen Strahlen auf dem Hauptmeridiane der Fläche ergeben; d'' stellt den Aufriss desjenigen Raum-

punktes vor, in dem die Selbstschattengrenze der die Wulst nach dem größten Parallelkreise berührenden horizontal projicierenden Cylinderfläche eben bezeichneten Parallelkreis trifft; r'' ist der von g'' hergeleitete und t'' endlich der Aufriss des tiefsten Punktes, der, wie vorhin bei der Kugel gelehrt, in der Schnittlinie der die Umdrehungsachse der Rotationsfläche aufnehmenden Lichtebene $m n$ liegt.

Fig. 153.



Indem die Construction der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an der Wulst im kunstgewerblichen Zeichnen wegen der außerordentlich häufig vorkommenden Verwendung dieser Rotationsform von Bedeutung ist, so ist in der folgenden Fig. 153 eine besondere Art ihrer Construction angegeben, die sich auf den Gebrauch einer rotierenden Kugel stützt.

Um zu einer genauen Erklärung des angedeuteten Falles zu gelangen, betrachten wir vorerst in Fig. 153 die dem Grundriss eingeschriebene Kugelprojection, letztere selbst als Grundriss einer als materiell vorhanden gedachten Sphäre aufgefasst.

Die große Achse der Selbstschattengrenze an letzterer ist im vorliegenden Projectionsbilde durch die in O' auf l' senkrecht stehende Strecke $c' d'$ bestimmt. Eine durch die Verticalachse der Kugel hindurchgelegte Lichtebene schneidet die Sphäre nach einem größten Kugelkreise und die Projectionen a' und b' der Berührungspunkte der ihm zukommenden Streifstrahlen ergeben in ihrer geradlinigen Verbindung die kleine Achse $a' b'$ bezeichneter Selbstschattengrenze. Die indirecte Construction zur Auffindung der Punkte a' und b' ist folgende. Man denke sich genannte Lichtebene sammt dem Lichtstrahl in die Grundrissebene umgelegt, wobei letzterer die Richtung $S_1' O'$ erhält. Den Schnittkreis unserer Verticalebene bringt man nun durch Drehung um seinen horizontalen Durchmesser in die Horizontalebene des Kugelcentrums, so zwar, dass er nun den Kugelumriss in der Grundrissebene selbst deckt. Die zu $S_1' O'$ parallelen Tangenten an diesen liefern die Berührungspunkte a_1' und b_1' , welche Punkte sich durch Parallele zu $c' d'$ nach a' und b' , als den gesuchten Endpunkten der kleinen Achse projicieren. Aus den so gefundenen Achsen lässt sich nun die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an vorgelegter Kugel mit aller Schärfe bestimmen.

Die eben erklärte Construction, auf unser Beispiel angewendet, bringt Folgendes. Die Verticalebene $m n$ hat eine parallele Lage zur Aufrissebene und könnte selbst als Bildebene aufgefasst werden. Diese Ebene nimmt zugleich auch die Rotationsachse des Ringes auf. Sie schneidet unter einem die Ringfläche in zwei Kreisen von den Centren $o' o''$ und $o_1' o_1''$, welche letztere in einer und derselben Horizontalebene liegen.

Nun stelle man sich vor, die Ringfläche sei durch Umdrehung der genannten Kreise um die Rotationsachse erzeugt worden. Dreht sich aber der Kreis vom Centrum $o' o''$ selbst auch um die Verticallinie seines Mittelpunktes, dann erzeugt er eine Kugel von der Größe der vorhin betrachteten. Die Ringfläche tangiert nun die Kugel selbst in dem Kreise o so zwar, dass eine jede an die Kugel tangierend gelegte Ebene, deren Berührungspunkt auf diesem Kreise liegt, in diesem Punkte auch die Ringfläche berührt. Diese Vorstellung kann nun leicht auf alle Punkte der Selbstschattengrenze auf der Ringfläche angewendet werden, indem wir Kugel und Kreis um die Achse der Wulst rotieren lassen. Dabei wird die Selbstschattengrenze der Kugel stets ein größter Kugelkreis bleiben und die Ebenen aller dieser Kreise müssen unter sich selbst parallele Raumlagen haben, indem sie alle zur Richtung des angenommenen Lichtstrahles normal stehen. Nun wird die punktweise Auffindung der Selbstschatten-

grenze im Grundriss leicht verständlich. Denkt man sich nämlich das Kugelcentrum nach $o', o_1', o_2' \dots$ versetzt, dann braucht man von diesen Punkten aus auf den dazugehörigen Diametern nur die Strecken nach beiden Seiten aufzutragen, die sich sofort ergeben, wenn man auf der dem Grundriss eingeschriebenen Kugel jedesmal von ihrem Centrum o' bis zu dem Schnittpunkte des betreffenden Diameters mit der Selbstschattengrenze misst, wie dies z. B. für die Position o_2' durch die Klammern angezeigt erscheint.

Im Aufrisse ist in der oberen Figur der Verticalschnitt der Ebene $m n$ mit dem Ringe dargestellt und die Selbstschattenzone auf seiner Innenfläche angegeben.

Die Beispiele, welche in den folgenden Fig. 154 und 155 behandelt werden, stellen sich als zweckmäßige und häufig vorkommende Anwendungen des im Vorhergehenden zum Vortrag Gebrachten dar.

Fig. 154.

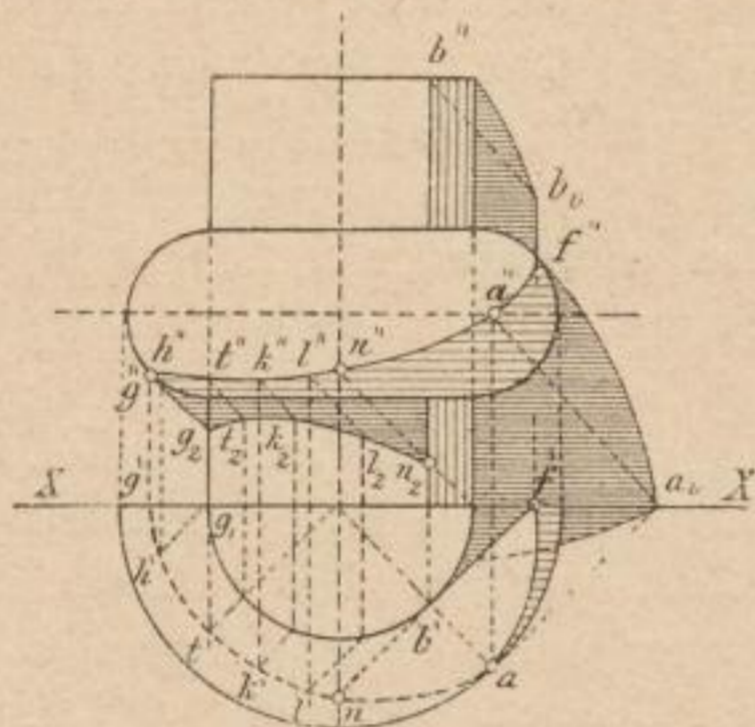


Fig. 155.

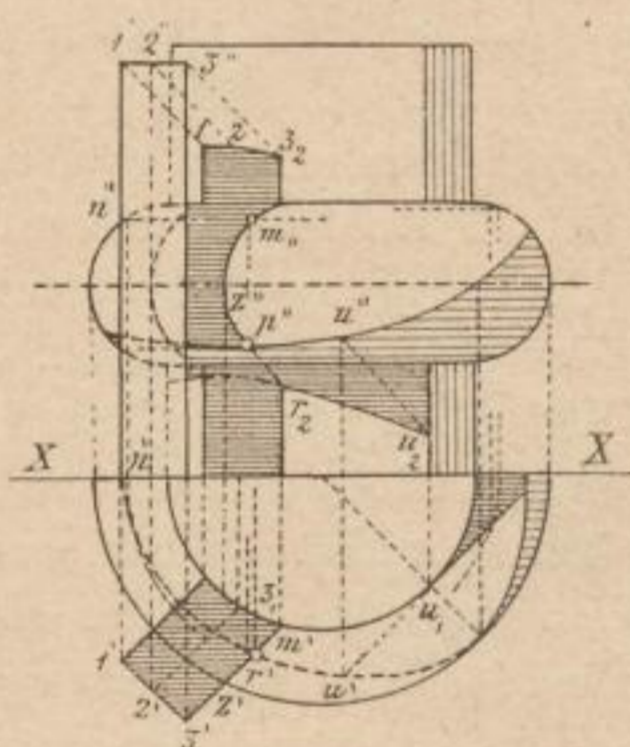


Fig. 154 ergibt die vollkommen durchgeführte Schattenconstruction eines bereits in Fig. 152 durch seine Projectionen angegebenen Objectes.

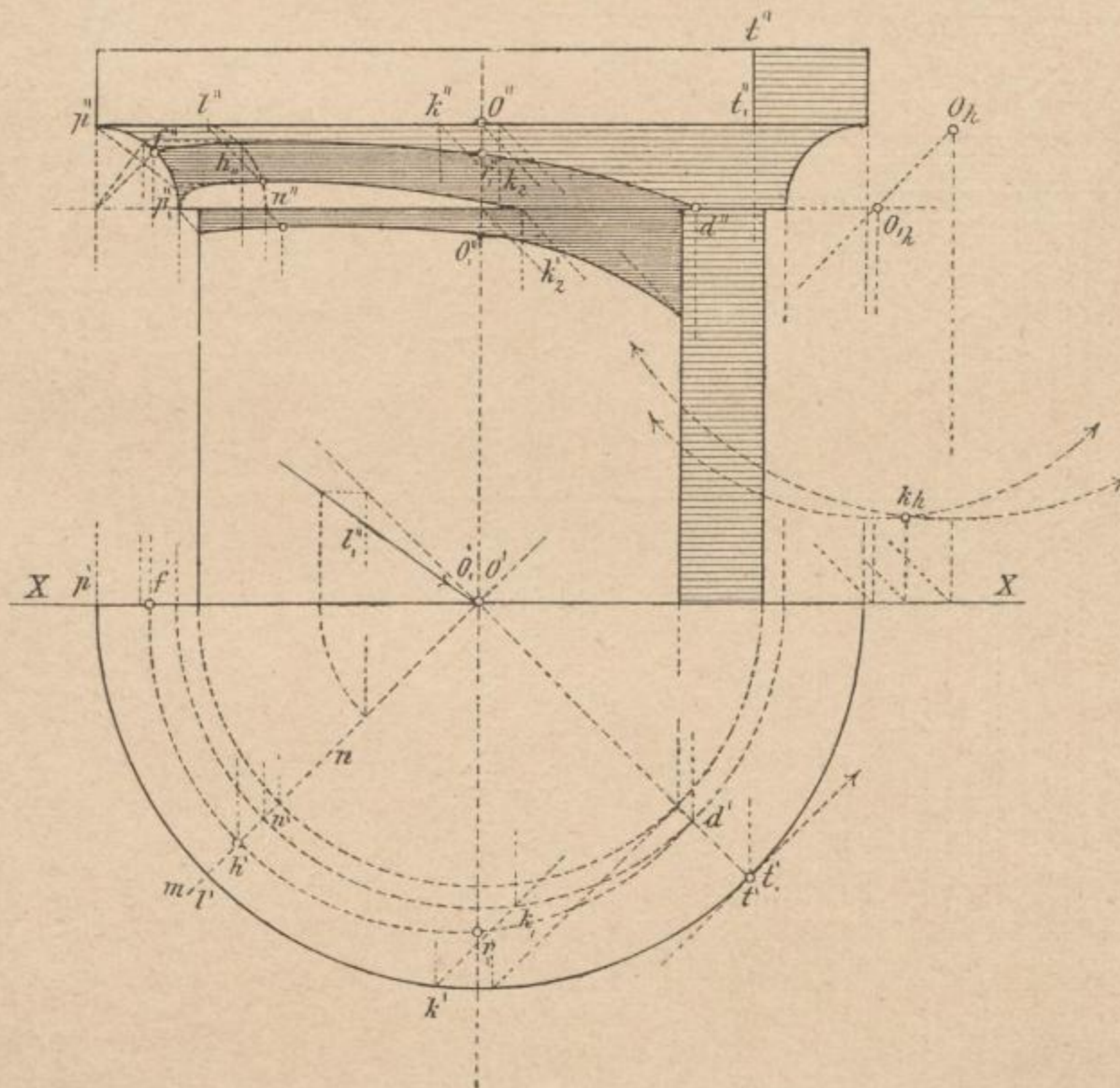
Fig. 155 behandelt einen ähnlichen Fall. Insbesondere ist hier die Construction des Schlagschattens für eine Rechtecksfläche, die senkrecht zur Grundrissebene und schief gegen die Aufrissebene angenommen ist, auf den cylindrischen Schaft und die convexe Krümmung der Wulstfläche ermittelt.

Fig. 156 bringt die durchgeführte Schattenbestimmung hinsichtlich eines Kranzgesimses an einem cylindrischen Schaft. Letzteres besteht aus einer runden Platte mit daran gefügter Hohlkehle. Der Aufriss der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an der Kehle fordert zum Vergleiche mit der Curve $10'' 11'' 12'' 13''$ der Fig. 153 heraus.

Die Construction des höchsten Punktes bezeichneter Selbstschattengrenze ist in diesem Beispiele auch durch die Benützung der Lichtebeane $m n$

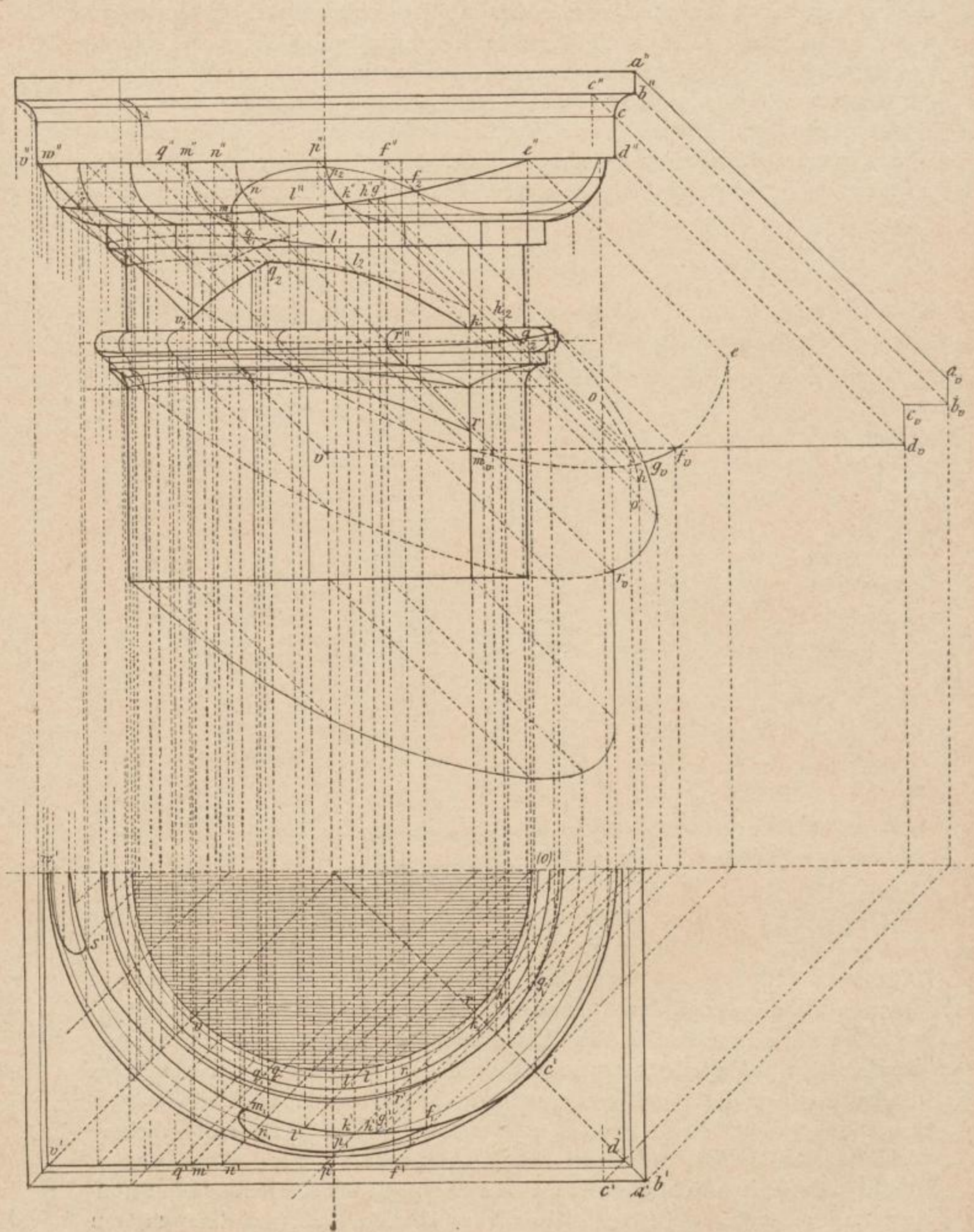
gegeben, welche die Rotationsachse des Objectes in sich aufnimmt. Der Berührungspunkt des Streifstrahles an die ihm zukommende Schnittcurve projiciert seinen Aufriss nach h'' . Der halbkreisförmige Rand der Deckplatte wirft auf die Hohlkehle einen Schlagschatten, dessen höchster Punkt erhalten wird, wenn man aus l'' , als dem obern Endpunkte eben erwähnter Schnittlinie, parallel zum Aufriss des Lichtstrahles eine Gerade zieht, bis diese besagte Schnittcurve wieder erreicht. Zieht man aber aus p'' gleichlaufend zu dem zur Aufrissebene parallel gedrehten Lichtstrahl l_1'' eine

Fig. 156.



Gerade, bis diese den Hauptmeridian der Rotationsfläche trifft und legt dann durch diesen Punkt eine Horizontale, so ist letztere Tangente an bezeichneter Schlagschattencurve. Es ist besonders erwähnenswert, dass die auf solchen Rotationsformen auftretenden Schatten im Raume symmetrisch gegen die Verticalebene $m n$ vertheilt sein müssen. Weitere Schlagschattenpunkte des unteren schattenwerfenden Randes der runden Platte auf die Hohlkehle lassen sich leicht mit Hilfe einer indirecten Constructon ermitteln. Sollte z. B. der Schattenpunkt $k_1 k_2$ auf dem unteren

Fig. 157.



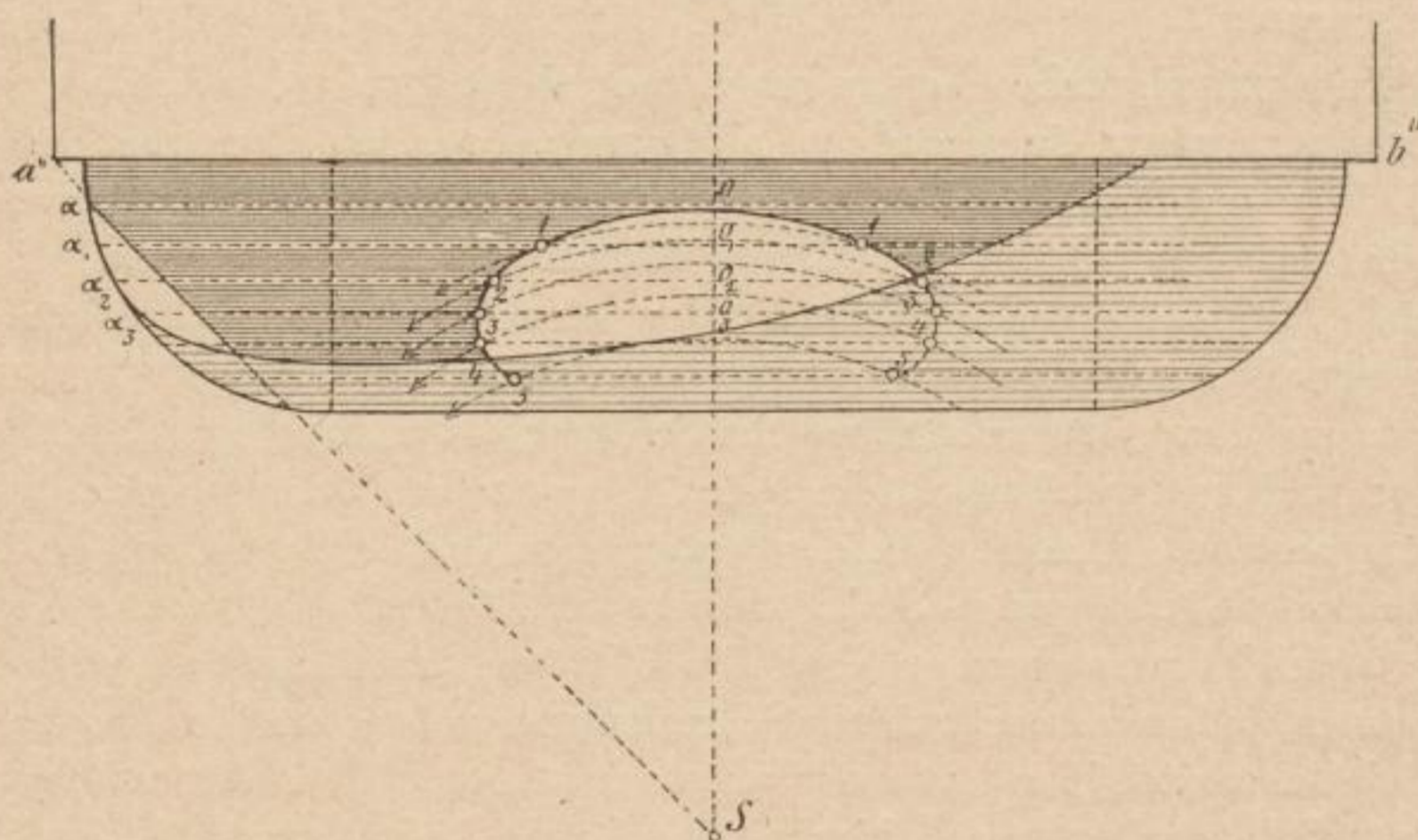
kreisförmigen Rande der Kehle gefunden werden, dessen Centrum in O_1 liegt und welcher den Punkt d der Selbstschattengrenze enthält, so bestimme man O_h und O_{1h} , ziehe um diese Punkte als Einsatzpunkte herum mit den Radien der Kreise O und O_1 Bogen, die sich in dem Punkte k_h durchschneiden, und führe diesen Punkt sodann in gewohnter Weise zurück. Wir erhalten dadurch sofort den Punkt $k' k''$ des schattenwerfenden Randes, der seinen Schatten auf dem untern Rande der Hohlkehle abbildet. Werden noch andere Parallelkreise der letzterwähnten Rotationsfläche in Betracht gezogen und deren kreisförmige Schattenbilder im Grundriss immer durch den Schlagschatten des Kreises O durchschnitten und die aufeinander folgenden Durchschnittspunkte jedesmal zurückgeführt, so kann man solcherart beliebig viele Punkte der betrachteten Curve gewinnen. Dieser Construction kommt selbstverständlich für Rotationsflächen allgemeine Anwendung zu.

Eine mannigfache Verbindung und Verwertung der seither über Rotationskörper zur eingehenden Erklärung gebrachten Constructionsarten sowie ihrer graphischen Wechselbeziehungen zeigen die Schattenbestimmungen an dem in Fig. 157 projicierten Säulenhaupte. An diesem Beispiele ist vorerst der Verlauf der einzeln an den Gliedern des Objectes auftretenden Selbstschattengrenzen genau zu verfolgen. Ferner ist genauestens darauf zu achten, welche Schlagschatten diese auf dem Körper ergeben und aus welchen Stücken sich die einzelnen Schlagschattencurven zusammensetzen. Hinsichtlich des letztern ist jeder Trennungslinie zwischen Licht und Schatten vom Beginne bis zu ihrem Endespunkte nachzugehen. Die Schattenmassen sind in diesem complicierteren Falle nicht mehr durch Schraffen angegeben, um die Construction übersichtlicher und hier deutlicher zu machen. Auch den Zurückführungen aus dem Schlagschatten soll hierbei eingehende Aufmerksamkeit geschenkt werden. Der allgemeinen Schnittmethode unter Gebrauchs parallel zu einander gerichteter Lichtebenen ist hier Beachtung geschenkt worden. Die symmetrische Zueinanderlagerung der an dem vorgelegten Objecte ersichtlichen Schlagschattengrenzen hinsichtlich einer die Rotationsachse desselben aufnehmenden Verticalebene lässt sich im Grundriss der Figur genau erkennen. Die Zeichnung ist mit erreichbarer Genauigkeit durchgeführt und soll hiermit dem besonderen Bemühen des Lernenden empfohlen sein.

Wichtig ist die genaue Construction der Schlagschattencurve, welche die schattenwerfende untere Deckplattenkante $v' d'$, $v'' d''$ auf die untergelagerte Wulstfläche wirft. Um dieselbe so einfach wie möglich und recht genau zu erhalten, ist eine besondere Constructions methode hiefür in Fig. 158 angegeben. Betrachtet man die Mittellinie der letzteren, so ist zu gewahren, dass ein aus dem Punkte a'' ausgehender und zu l'' parallel

gerichteter Strahl die Mittellinie in S trifft. Fasst man nun $a'' S$ als Aufriss derjenigen Lichtebene ins Auge, welche der von dem Raumpunkte a ausgehenden und normal zur Aufrissebene gestellten Deckplattenkante zufällt, so schneidet letztere die Wulstfläche nach einer Curve, die sich zur Linken der Figur als Strecke, im Mittelfelde derselben aber in ihrem zur Mittellinie symmetrischen Bilde projiziert. Um diese nun punktweise zu erhalten, verfähre man, wie nachfolgend angegeben. Wird beispielsweise die horizontale Strecke $\alpha_2 o_2$ in den Zirkel gefasst und mit dieser als Halbmesser aus dem Punkte S als Einsatzpunkt ein Kreisbogen geschlagen, so liefert derselbe in seinem Schnitte mit eben genannter Horizontalen sofort die Punkte 2, 2 der Curve. Fasst man nun eine beliebige Anzahl solcher Aufrisse von der Wulst zukommenden Parallelkreisen ins Auge,

Fig. 158.



so kann man nach steter Wiederholung des beschriebenen Verfahrens leicht hin eine beliebige Anzahl von Punkten betrachteter Curve erhalten, die dann nur noch ordnungsgemäß zu verbinden sind, um sie selbst zu liefern.

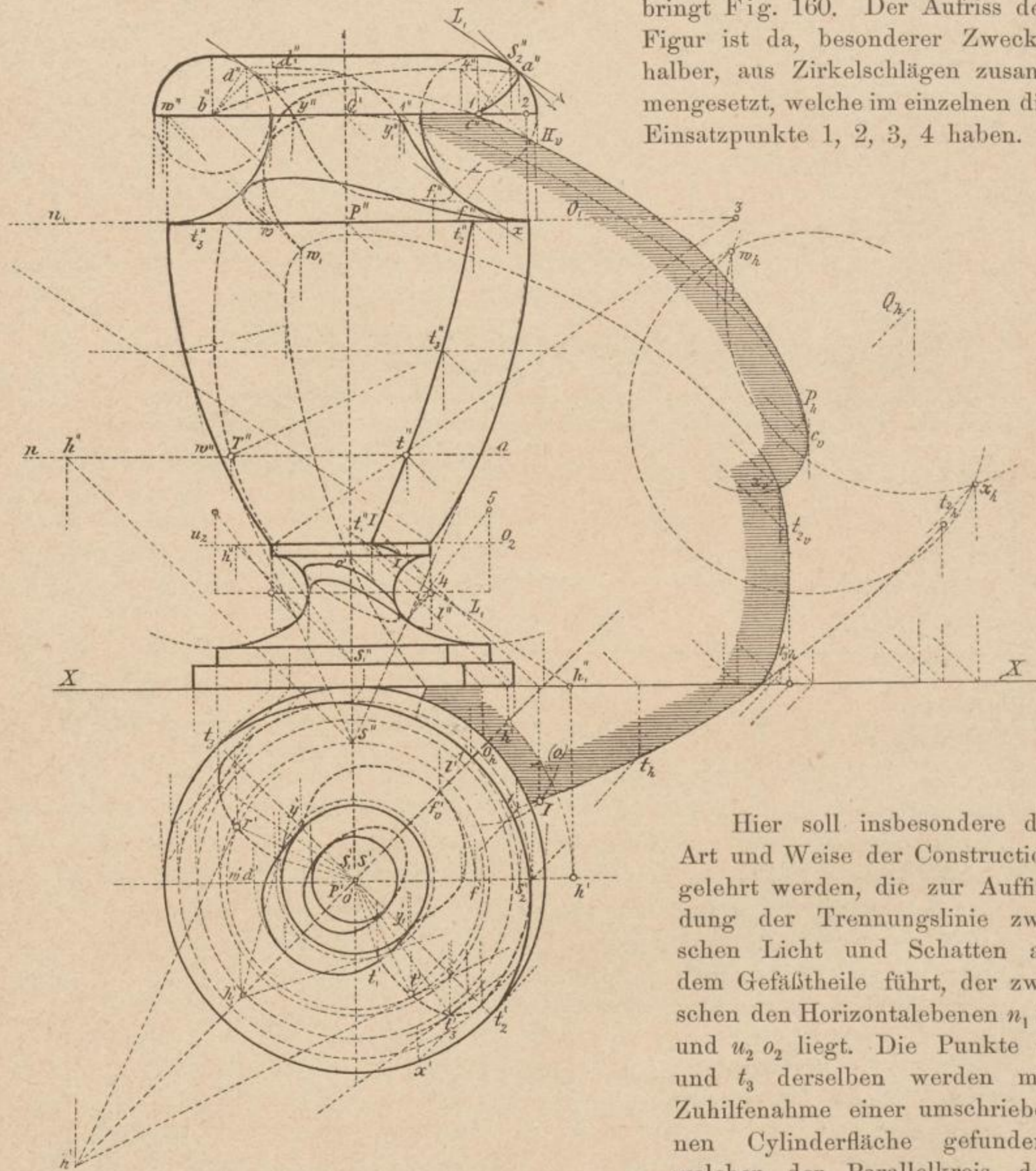
Die an einem reicher profilierten Säulenfuße auftretenden Selbst- und Schlagschatten sind durch Beispiel 159 gegeben.

Bei solchem gesetzmäßig gebauten architektonischen Detail ist stets der Maßstab wahrzunehmen, der dem Entwurfe zugrunde liegt und dessen Einheit durch den Halbmesser des Säulenschaftes bestimmt ist.

Besonders erwähnenswert sind hier einige dem Grundriss der Figur entnommene Zurückconstructions aus dem Schlagschatten, die wichtige Schattenpunkte der Ansicht bestimmen. Hierbei ist nur zu bemerken, dass die mit W bezeichneten Curven auf genannter Bildebene als Schlagschatten den Trennungslinien zwischen Licht und Schatten zukommen, die den beiden Wülsten des Säulenfußes angehören.

Die erstliche Construction der Selbstschattengrenzen ist in diesem sowie in jedem anderen Beispiele Grundbedingung der ferneren Construction.

Fig. 160.



Ein Gefäß in Schatten gesetzt, bringt Fig. 160. Der Aufriss der Figur ist da, besonderer Zwecke halber, aus Zirkelschlägen zusammengesetzt, welche im einzelnen die Einsatzpunkte 1, 2, 3, 4 haben.

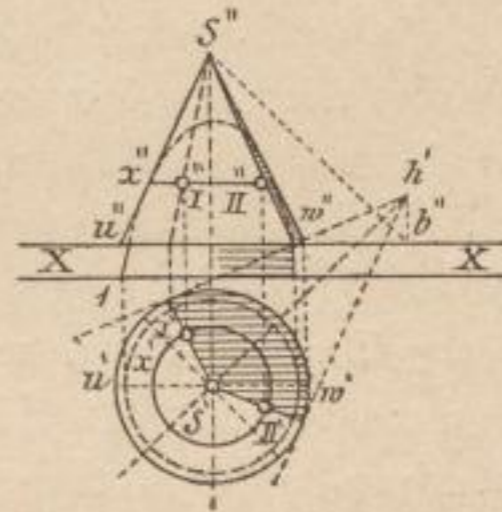
Hier soll insbesondere die Art und Weise der Construction gelehrt werden, die zur Auffindung der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten an dem Gefäßtheile führt, der zwischen den Horizontalebene $n_1 o_1$ und $u_2 o_2$ liegt. Die Punkte t_2 und t_3 derselben werden mit Zuhilfenahme einer umschriebenen Cylinderfläche gefunden, welcher der Parallelkreis der

Horizontalebene $n_1 o_1$ zukommt. Die auf der Außenseite ihres Mantels gezogenen Selbst-

schattengrenzen schneiden eben genannten Parallelkreis in den vorbezeichneten Punkten. Um nun aber mittlere Punkte der Selbstschattengrenze zu erhalten, beachte man Folgendes.

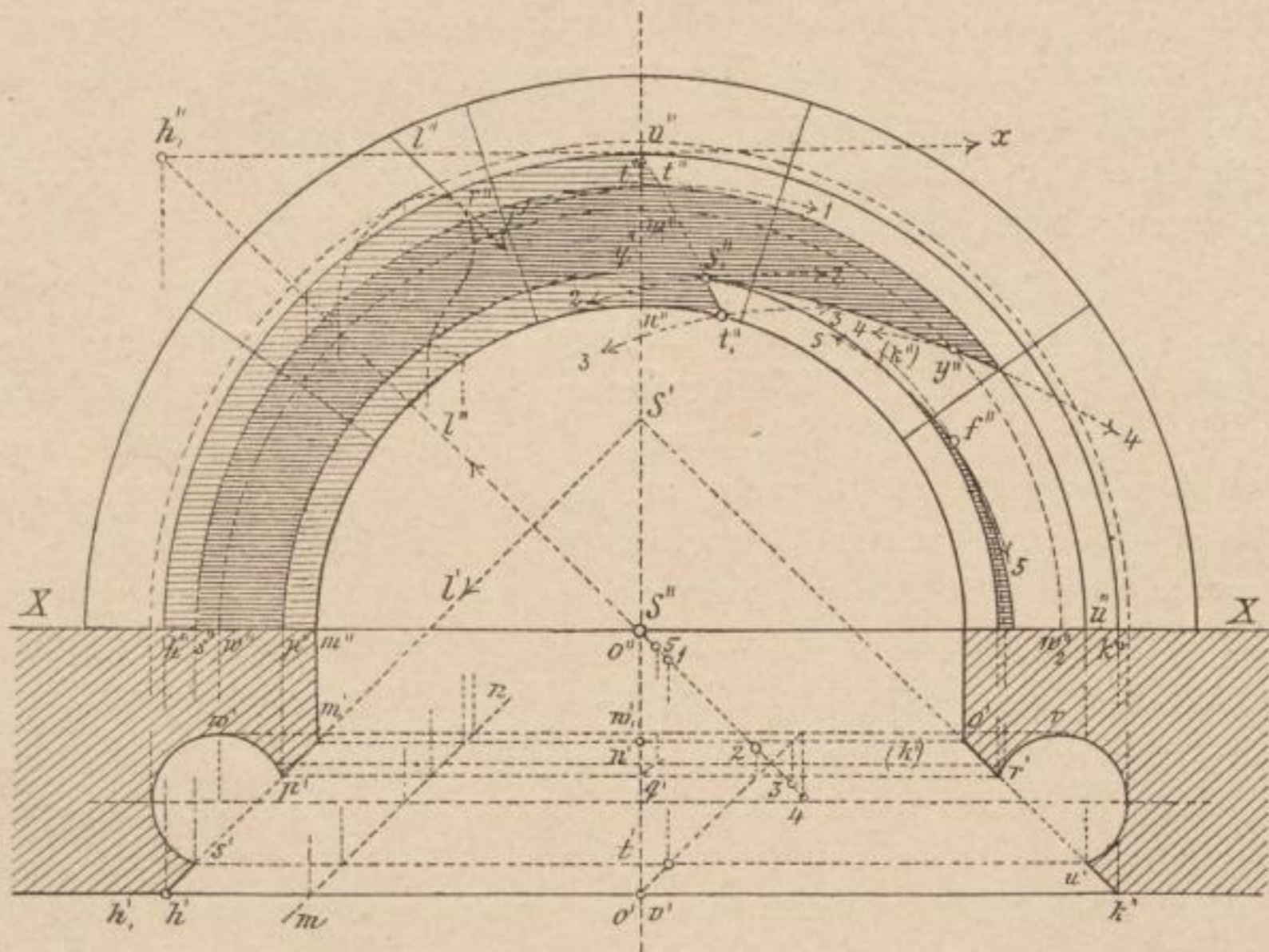
Wird (Fig. 161) einer Rotationsform eine senkrechte Kegelfläche mit gemeinschaftlicher Um-drehungsachse umschrieben, so berührt diese erstere nach einem beiden Flächen gemeinschaftlichen Parallelkreise $x I II$. Denkt man sich nun auf der Mantelfläche des Kegels die Selbstschattengrenzen vorhanden, so schneiden letztere eben bezeichneten Parallelkreis in den Punkten I und II , die unter einem der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten auf der Rotationsfläche zukommen.

Fig. 161.



So wurden die Punkte T und t construiert, wobei indessen eine nach abwärts gekehrte Kegelfläche, deren Spitze nach $S' S''$ projiziert, zur Verwendung gelangte. Durch wiederholte Anwendung dieses Verfahrens können beliebig viele Zwischenpunkte der Selbstschattengrenze einer Rotations-

Fig. 162.



fläche aufgefunden werden. Manchmal benützt man auch berührend eingeschriebene Kugeln zu letzterem Zwecke.

Fig. 162 bringt die Schattenbestimmung an einem Rundbogen, der uns im Aufriss in der Ansicht, im Grundriss aber als Schnitt einer Horizontalebene erscheint, in welcher die Bogenanläufe liegen. Der Bogen selbst

ist innerhalb einer Mauer gedacht, deren Fluchten durch die Verticalebenen $h k$ und $X X$ gegeben sind. Die Leibungsfläche des Bogens kann man sich durch Rotation der Linie $h s w p m$ um die zur Aufrissebene senkrecht stehende Umdrehungsachse entstanden denken.

Die Strecken $h s$ und $p m$ der eben genannten Linie liegen in einer Geraden und treffen nach geschehener Verlängerung die Achse im Punkte S . Während der Rotation beschreiben sie daher Zonen einer Kegelfläche. Die Basis dieser Kegelfläche ist in dem der Aufrissebene parallel gestellten Kreisbogen $h v k$ gegeben. Ein Strahl, durch den Scheitel bezeichneter Kegelfläche gelegt, schneidet die Basisebene derselben im Punkte h_1 ; von diesem Aufriss h_1'' die Tangenten an den Aufriss der Kegelbasis gelegt, bestimmen die Aufrisse der Anfangspunkte der geradlinigen Selbstschattengrenzen auf dem Kegelmantel. Im Punkte v'' beginnt der Aufriss des Schlagschattens im Kegellinnern; dieser endet im Punkte t_1'' . Um letzteren zu erhalten, bedenke man, dass die Ebene $m o$ den Schlagschatten des schattenwerfenden Bogens $h v k$ auffängt. Legt man daher durch das Centrum o einen Lichtstrahl, bestimmt den Schnitt desselben mit der Verticalebene $m o$ im Punkte 3 , setzt im letztern ein, fasst den Radius $o' h'$ in den Zirkel und schlägt oberhalb der $X X$ den Bogen $3 3$, so schneidet dieser den Aufriss $m'' n''$ des Halbkreises in dem gesuchten Punkte t_1'' . Wie wurde mithin der Punkt t'' gefunden? Und wie der Punkt s_1'' ? Der Schatten auf der Hohlkehle, welche durch Umdrehung des Curvenstückes $s w p$ erzeugt wird, beginnt im Aufrisse im Punkte s_1'' .

Die Schlagschattencurve $s_1'' y''$ ist daher als der Aufriss der Schnittlinie zu betrachten, welche der Lichtcylinder (dem der Bogen $h v k$ als Basis zukommt) mit der Wölbungsfläche der Hohlkehle erzeugt. Um dieselbe punktweise zu erhalten, brauchen wir nur wieder einige Parallelkreise der letzteren in Betracht zu ziehen und den Schlagschatten von $h v k$ auf ihnen zu suchen. Betrachten wir z. B. den Parallelkreis, dem das Bogenstück $w'' w_1'' w_2''$ als Aufriss zukommt, so haben wir für dieses den Punkt 4 als Einsatzpunkt zu wählen und aus ihm, wieder mit dem Halbmesser $v' h'$, das Bogenstück $4 4$ zu beschreiben, welches letzteres den Halbkreis $w'' w_1'' w_2''$ im Punkte y'' durchschneidet.

Streng genommen sind hier also immer nur die Constructionen zu wiederholen, welche an den Fig. 106 und 107 zur Anwendung kamen. Auch für den Schlagschatten, den die Hohlkehle auf sich selbst wirft, kommt man mit diesem Verfahren aus. Vergleiche hinsichtlich des Letzterwähnten Punkt f'' !

XI. Über das Schattieren gesetzmäßig gestalteter Körperoberflächen.

Bislang haben wir an unsern Beispielen beim Schattenconstruieren immer nur Selbst- und Schlagschatten wahrgenommen und die eigentlichen Beleuchtungsabstufungen an den betrachteten Flächen nur andeutungsweise berührt, wie dies z. B. in Fig. 92 und weiters in Fig. 137 hinsichtlich der hellsten Erzeugenden auf der Cylinder-, respective der Kegelfläche der Fall war.

Wenn nun auch die Vertheilung von Helligkeit und Dunkelheit auf den Körperoberflächen am besten aus der Anschauung zu entnehmen ist, so kann die Wechselbeziehung zwischen Licht und Schatten im Übergange vom ersteren zum letzteren doch auch auf streng constructivem Wege durchgeführt werden.

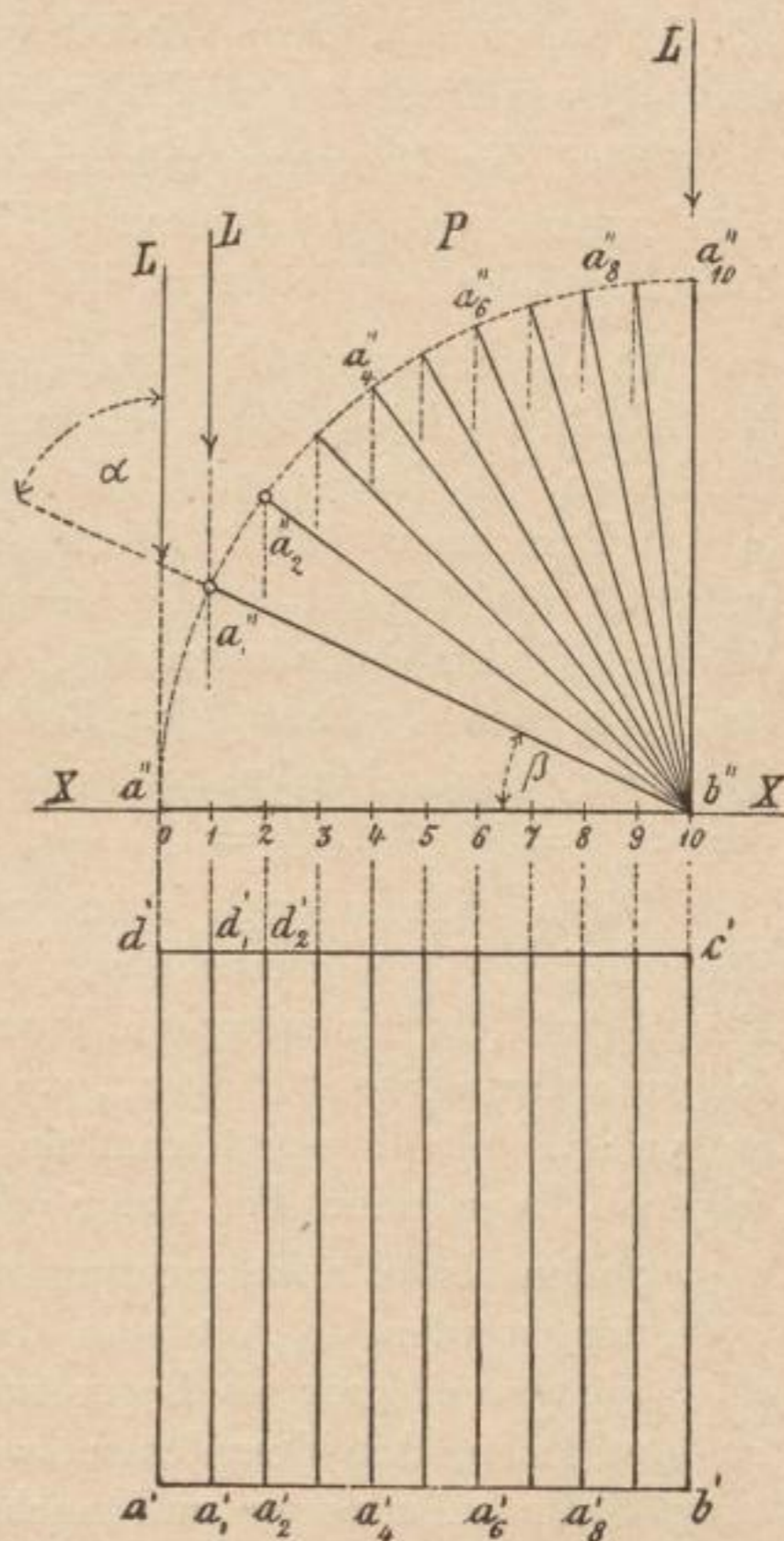
Es sollen hier zwei Verfahrensarten angedeutet werden, durch deren Gebrauch sich die einschlägigen Constructionen ergeben, und zwar a) die Herleitung einer sogenannten zehnteiligen Beleuchtungs-Scala auf Grund des Helligkeitsgrades von Ebenen, die unter gegebenen Winkeln gegen die einfallenden Lichtstrahlen gerichtet sind, und b) die Methode der Normalkugel.

a) Eine Fläche wird umso heller beleuchtet, je mehr Lichtstrahlen sie auffängt, und hinsichtlich dessen ist die Neigung der Lichtstrahlen gegen die zu beleuchtende Fläche von Belang.

Betrachtet man ein im Grundrisse liegendes Quadrat $a' b' c' d'$, $a'' h''$ (Fig. 163), dessen Basis $a b$ parallel zur X-Achse liegt und denkt sich dasselbe von den einfallenden Lichtstrahlen normal getroffen, so ruht auf demselben gleichsam ein Lichtprisma P auf, dessen Horizontalschnitt eben durch das angenommene Quadrat bestimmt ist.

Denken wir uns ferner das Quadrat um seine zur X-Achse senkrecht stehende Seite $b c$ nach und nach um gewisse Winkel gedreht, so wird

Fig. 16



das Lichtprisma auch von Fall zu Fall schmaler, es treffen eine und dieselbe Fläche immer weniger Lichtstrahlen, und darum muss die Helligkeit des beleuchteten Quadrates folgerichtig auch stetig abnehmen.

Mit der Abnahme des Winkelmaßes des Neigungswinkels, den der Lichtstrahl mit der direct beleuchteten Fläche bildet, nimmt mithin die Beleuchtungsstärke der Fläche ab und deren Dunkelheit zu. Eine Fläche wird dem Auge solcherart am hellsten erscheinen, wenn die Lichtstrahlen auf dieselbe normal auffallen und sie wird am dunkelsten sein, wenn die Strahlenrichtung mit ihr parallel ist, d. h. einen Winkel von 0° oder 180° mit ihr einschließt. Dem Winkel von 90° entspricht daher das Maximum, dem \sphericalangle von 0° aber das Minimum der Beleuchtung.

Wird das Maximum mit 0, das Minimum mit 10 bezeichnet, so zählen wir demnach von der größten Helligkeit bis zur vollen Dunkelheit noch Zwischenstufen der letzteren, die mit 1 bis 9 zu markieren sind.

Theilt man also die Strecke $a'' b''$, welche den Aufriss des Quadrates darstellt, in 10 gleiche Theile, entsendet aus den mittleren Punkten 1, 2, 3 . . . 9 Lothlinien, bis diese den Quadrantenbogen über $a'' b''$ aufeinanderfolgend in den Punkten $a_1'' a_2'' \dots$ durchschneiden, so entspricht dann dem Theilpunkte 1 der Winkel α oder dessen Complement β , dem Theilpunkte 2 Winkel α_1 oder Complement $\beta_1 \dots$. Die auffallenden Lichtstrahlen bilden also mit dem Quadrate der Reihe nach die Winkel $\alpha, \alpha_1 \dots$, oder die Quadrate selbst schließen mit ihrer ursprünglichen Lage aufeinanderfolgend die $\sphericalangle \beta = 90 - \alpha, \beta_1 = 90 - \alpha_1 \dots$ ein.

Diese Eintheilung kann nun zur Grundlage einer 10theiligen Beleuchtungs-Scala gemacht werden. Gibt man nämlich der Quadratlage $b'' a_1''$, $b' c' d_1' a_1'$ einen leichten Tushton als Grundton, so müsste der nächstfolgende Grundriss $b' c' d_2' a_2'$, welcher der Raumlage $b a_2$ des Quadrates entspricht, mit diesem Grundtone 2mal angelegt werden, u. s. f. jede folgende Lage einen Ton mehr erhalten.

Sollen also die Beleuchtungsstärken von Ebenen oder von Flächern gefunden werden, so hat man die Neigungswinkel des Lichtstrahls mit allen an dem Körper als Begrenzungsflächen vorkommenden Ebenenlagen zu bestimmen, ihre Complementswinkel hierauf an $b'' a''$ in die Beleuchtungs-Scala aufzutragen und nachzusehen, welcher Dunkelheit (oder wie vielen Grundtönen) derjenige Punkt entspricht, in welchem der zweite Winkelschenkel den Quadrantenbogen schneidet.

Wäre die zu untersuchende beleuchtete Fläche eine krumme Fläche, so hätte man hinsichtlich der Angabe des Helligkeitsgrades einzelner ihrer Punkte die Neigungswinkel zu construieren, welche die Berührungsebenen dieser Stellen mit dem einfallenden Lichtstrahle einschließen, und dann nach dem Vorigen weiter zu arbeiten.

Bei dem Gebrauche dieser Beleuchtungs-Scala oder bei der bloß abschätzungsweisen Beurtheilung des Dunkelheitsgrades einer Fläche hat man auch auf die Lage des projicierenden Auges Rücksicht zu nehmen. Von zwei direct und gleich beleuchteten Flächen z. B. wird diejenige dem Auge heller erscheinen, die ihm näher liegt. Das Gesagte gilt natürlich auch für einzelne Theile der Fläche selbst.

Die im Selbstschatten liegenden Oberflächentheile eines Körpers sollten, weil sie kein direct einfallendes Licht treffen kann, vollkommen und gleich dunkel (so wie die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten) gehalten werden. Nun sind aber die beleuchteten Objecte zumeist von Wänden oder aber von anderen Gegenständen umgeben, deren Oberfläche das auf sie fallende Licht zurückwirft und so kommt es, dass reflectierte Lichtstrahlen die im Selbstschatten liegenden Theile der Oberfläche eines Raumgebildes treffen und diesen so einen gewissen Grad von Helligkeit verschaffen. Auch kann die Farbe der reflectierenden Flächen eine Änderung im Farbenton der Eigenschattenfläche selbst hervorrufen. Derartige Wirkungen der reflectierten Strahlen auf die Selbstschattenmasse des Körpers heißt man Reflex.

Man nimmt an, dass die reflectierten Strahlen den direct einfallenden parallel, aber entgegengesetzt gerichtet sind und legt ihnen eine bedeutend geringere Lichtstärke (etwa die Hälfte jener der direct wirkenden Strahlen) bei. Es werden von den im Selbstschatten liegenden Flächen jene am wenigsten dunkel erscheinen, mit welchen die reflectierten Strahlen die größten Winkel einschließen. Je kleiner mithin die bezeichneten Winkel werden, desto mehr nimmt die Dunkelheit der ihnen zukommenden Flächen zu und an denjenigen Punkten endlich, wo die direct einfallenden und die zurückgeworfenen Strahlen vorbeistreichen, also in der schmalen Zone der Selbstschattengrenze, wird volle Dunkelheit herrschen.

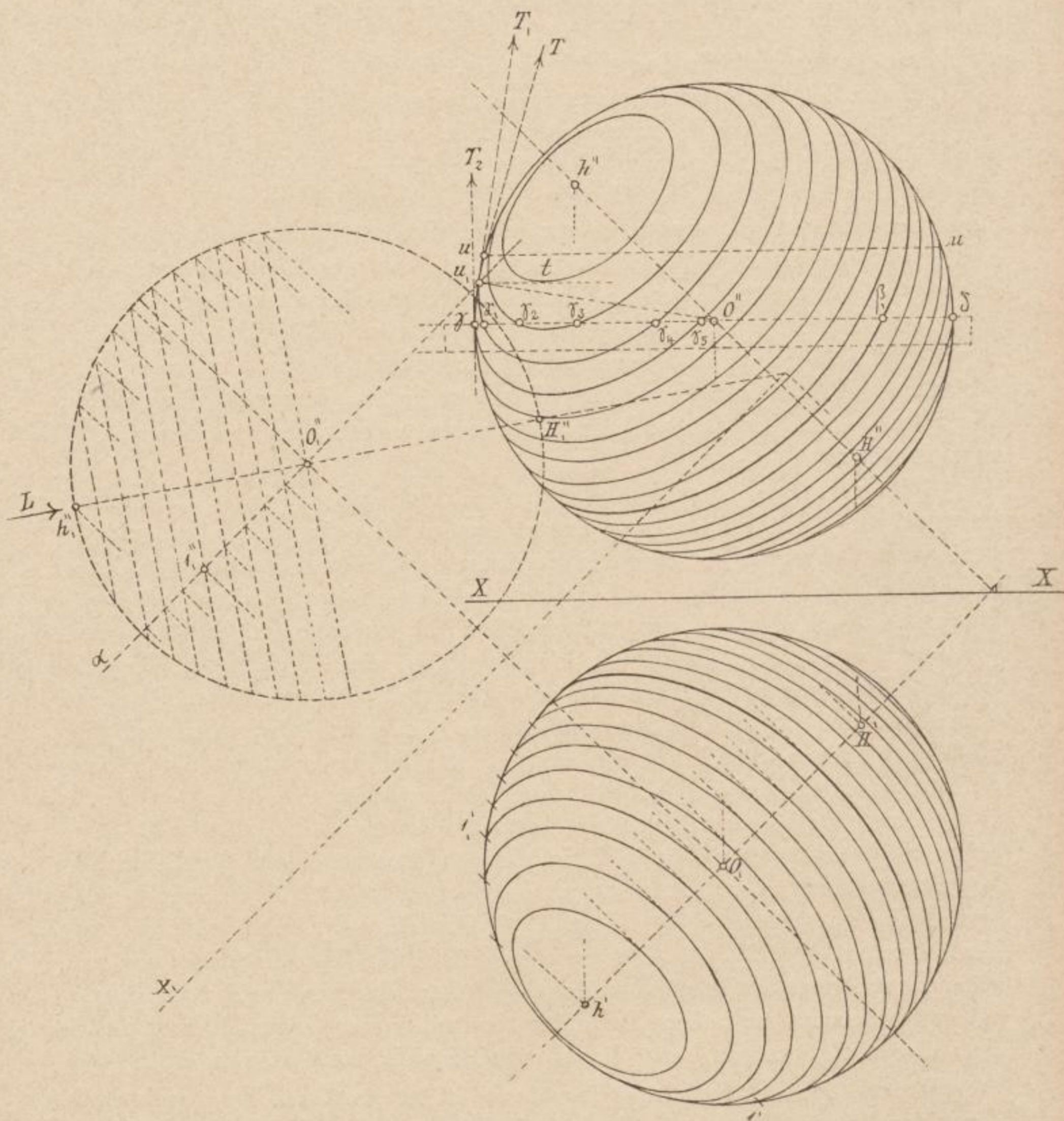
Erhält die hellste Fläche im Selbstschatten, die also unter 90° indirect beleuchtet erscheint, 5 Grundtöne, so kommen dann, der Beleuchtungs-Scala nach, der Fläche unter dem $\sphericalangle a'' b'' a_8'' \dots$ 6 Grundtöne, der Fläche unter dem $\sphericalangle a'' b'' a_6'' \dots$ 7 Grundtöne \dots und endlich der Fläche unter $\sphericalangle 0^\circ \dots$ 10 Grundtöne zu. Die im Selbstschatten liegenden Flächen, die dem projicierenden Auge genähert sind, erscheinen dunkler, die entfernteren aber heller. Es findet hier mithin das Gegentheil von dem über diesen Gegenstand beim direct wirkenden Lichte Gesagten statt.

Hinsichtlich des Schlagschattens ist zu erwähnen, dass sich der Grad der Dunkelheit einer Fläche mit jenem des auffallenden Schlagschattens zur Dunkelheit 10 ergänzt.

Entspricht mithin einer Fläche der Helligkeitsgrad 4 und fällt ein Schlagschatten auf sie, so erhält in dem Falle die Schlagschattenzone außer den 4 Grundtönen der Fläche noch weitere 6 hinzugefügt.

b) Das unter a) besprochene Verfahren kann dazu dienen, in gewissen Fällen die Helligkeitsgrade von Flächen zu bestimmen; es könnte z. B.

Fig. 164.



für ein zur Grundrissebene senkrecht stehendes Prisma oder einen so gestellten Cylinder als ganz leicht anwendbar befunden werden, weil die Ermittlung der nöthigen Neigungswinkel da eine einfache wäre. In anderen Fällen aber, z. B. für eine geneigte Lage obiger Körper, würden die resul-

tierenden Constructionen schwierig, zum mindesten umständlich werden und aus diesem Grunde ist es, vorzugsweise für Fachschulen, zweckmäßiger, die Kugeloberfläche zum Maßstabe der Ermittlung von Helligkeiten anderer Flächen zu gebrauchen.

Diese Methode soll hier nun Erörterung finden, jedoch kann dies nur in einem solchen Umfange geschehen, dass der gründliche und erschöpfende Vortrag an der Schultafel hinsichtlich dieses Capitels als vorausgesetzt zu betrachten ist.

Wir haben bereits gesagt, dass die Wiedergabe der verschiedenen Nuancierungen auf dem direct beleuchteten Oberflächentheile eines Körpers, wie auch jener im Eigen- und Schlagschatten desselben, zumeist durch wiederholte Anwendung leichter und verwaschener Tuschlagen, Aufgabe der Schattierung der Körper ist.

Letztere befasst sich mithin mit der Untersuchung der Umstände, von denen die Helligkeit einer Fläche abhängt, sowie mit der Bestimmung des Maßes derselben für bestimmte Punkte der Fläche selbst. Die verschiedenen Abstufungen in der Beleuchtung erscheinen auf einer Kugelfläche in regelmäßigster Vertheilung und darum ist diese auch unter Betrachtung des Oberwähnten der zweckentsprechendste Behelf zur Darstellung der Beleuchtung anderer, wie immer liegender und gestalteter Flächen.

Eine Kugelfläche, deren Helligkeit in allen ihren Punkten auf Grund constructiver Ermittlungen bekannt ist, gibt die sogenannte Normalkugel. Diese stellt sich nun als ein vorzüglich brauchbares Mittel zur raschen Gewinnung von Curven gleicher Helligkeit auf Rotationskörpern etc. dar.

Eine solche Normalkugel zeigt uns in vollkommener Durchführung Fig. 164.

Zur Bestimmung der Helligkeit hohler (concaver) Flächen hat man eine hohle Normalkugel nöthig. Eine solche verschafft man sich aber ganz einfach dadurch, dass man das Blatt, auf welchem die volle Normalkugel gezeichnet ist, so dreht, dass der Aufriss unten und der Grundriss oben zu liegen kommt. Wie ist dann die Richtung der Lichtstrahlen zu nehmen?

Im Zeichensaale finden wir derartige Normalkugeln in sorgfältigster und eingehendster Durchführung als Anschauungsbehelf vorhanden. Auf so gefertigten Blättern erscheint das Schema der den einzelnen Beleuchtungsnuancen entsprechenden Grundtonstärken in einer separaten Figur ausgedrückt und ferner zeigt ein am unteren Rande dieses Schemas angebrachter rechteckiger Streifen die jedesmalige Tonstärke im Zusammenhange sowie im Übergange zum Reflex und zum Schlagschatten. Eine vollkommen abgetuschte Normalkugel schließt die Figurenreihe und es ist auf Grund letzterer Zeichnung sofort möglich, die Stärke eines gewissen Helligkeitsgrades im einzelnen abzuschätzen.

So durchgeführte Blätter erscheinen dem Schüler als Muster und Gebrauchsanweisungen für alle Folge hinsichtlich jedweder gewünschten Anwendung der Normalkugel zu Zwecken des Schattierens gesetzmäßig gestalteter Körperoberflächen und sind aus diesem Grunde sorgfältig zu bewahren.

In unserer Fig. 164 sind beim Studium derselben, entsprechend der Art der vorhin angegebenen 10theiligen Beleuchtungs-Scala, die den einzelnen Helligkeitscurven von der Selbstschattengrenze der Kugel aus entsprechenden Ziffern, und zwar für die im directen Lichte liegenden Helligkeitscurven mit dem $+$ -Zeichen, hingegen für die im Selbstschatten liegenden mit dem $-$ -Zeichen einzusetzen.

Für den Gebrauch der Normalkugel dienen folgende einleitende Sätze:

a) Legt man an eine Kugel eine Berührungsebene E' parallel zu einer gegebenen Ebene E , und bestimmt den Berührungspunkt t , so hat die Berührungsebene E' dieselbe Helligkeit wie der Punkt t und da $E' \parallel E$, auch Ebene E die Helligkeit von t . Da nun letztere bekannt ist, so kennt man auch die Helligkeit der Ebene E . (Eine erklärende Skizze hierzu wie zu den folgenden Sätzen ist erwünscht.)

b) Verbindet man den Berührungspunkt t mit dem Kugelcentrum durch eine Strecke g , so steht diese normal zur Berührungsebene E' . Da nun $E' \parallel E$, so muss die Senkrechte zur E mit der g parallel sein. Man erhält also den Berührungspunkt t einer mit E parallelen Ebene E' auf der Kugelfläche, wenn man zur Ebene E eine Senkrechte legt, zu dieser durch den Kugelmittelpunkt eine Parallele zieht und den Durchschnitt letzterer mit der Kugeloberfläche bestimmt.

c) Stehen Ebenen senkrecht auf der Aufriss- oder Grundrissebene, so geben die mit ihren Aufriss- oder Grundrisspuren parallelen Tangenten am Aufriss oder Grundriss des Kugelumfanges die Helligkeiten der betreffenden Ebenen an.

d) Für alle Ebenen, die gleiche Neigungswinkel α mit der Grundrissebene einschließen, liegt die ihnen zukommende Helligkeit auf einem horizontalen Parallelkreise, dessen Lage bestimmt ist durch den Berührungspunkt einer Tangente im Aufriss, welcher der gleiche Neigungswinkel α zukommt.

Zufolge Satzes c) kann die Schattierung von zur Grundrissebene senkrecht stehenden Prismen durchgeführt werden. Man lege parallel zu den Grundrissen der aufeinanderfolgenden Prismenseitenflächen Gleichlaufende an den Grundriss der Normalkugel, suche ihre Berührungspunkte auf und lese der Reihe nach die ihnen zukommenden Helligkeiten ab.

Nach Satz d) lassen sich senkrechte Pyramiden schattieren. Die Seitenflächen einer solchen haben alle dieselbe Horizontalneigung α . Dieser Winkel α wird aber durch den Aufriss a derjenigen Seitenfläche

der Pyramide, die zur Aufrissebene senkrecht steht, mit der X-Achse gebildet. Ihre Helligkeit ist daher die desjenigen Punktes p , in welchem eine zu a Parallele den Aufriss der Normalkugel berührt. Um den Helligkeitsgrad der übrigen Pyramidenseitenflächen zu erhalten, schlage man um S' als Einsatzpunkt herum (also um den Grundriss der Pyramidenspitze als Centrum) den dem Punkte p entsprechenden Parallelkreis K der Normalkugel. Die Basiskanten der Pyramide sind unter einem die Grundrisspuren ihrer Seitendreiecke; werden daher von S' aus Senkrechte $x, x_1, x_2 \dots$ zu den einzelnen Basiskanten gezogen und sodann Parallele zu diesen aus dem Mittelpunkte des Grundrisses der Normalkugel gelegt, so schneiden letztere den Kreis K in Punkten $p, p_1, p_2 \dots$, deren Helligkeiten auch die der ihnen zukommenden Pyramidenseitenflächen sind.

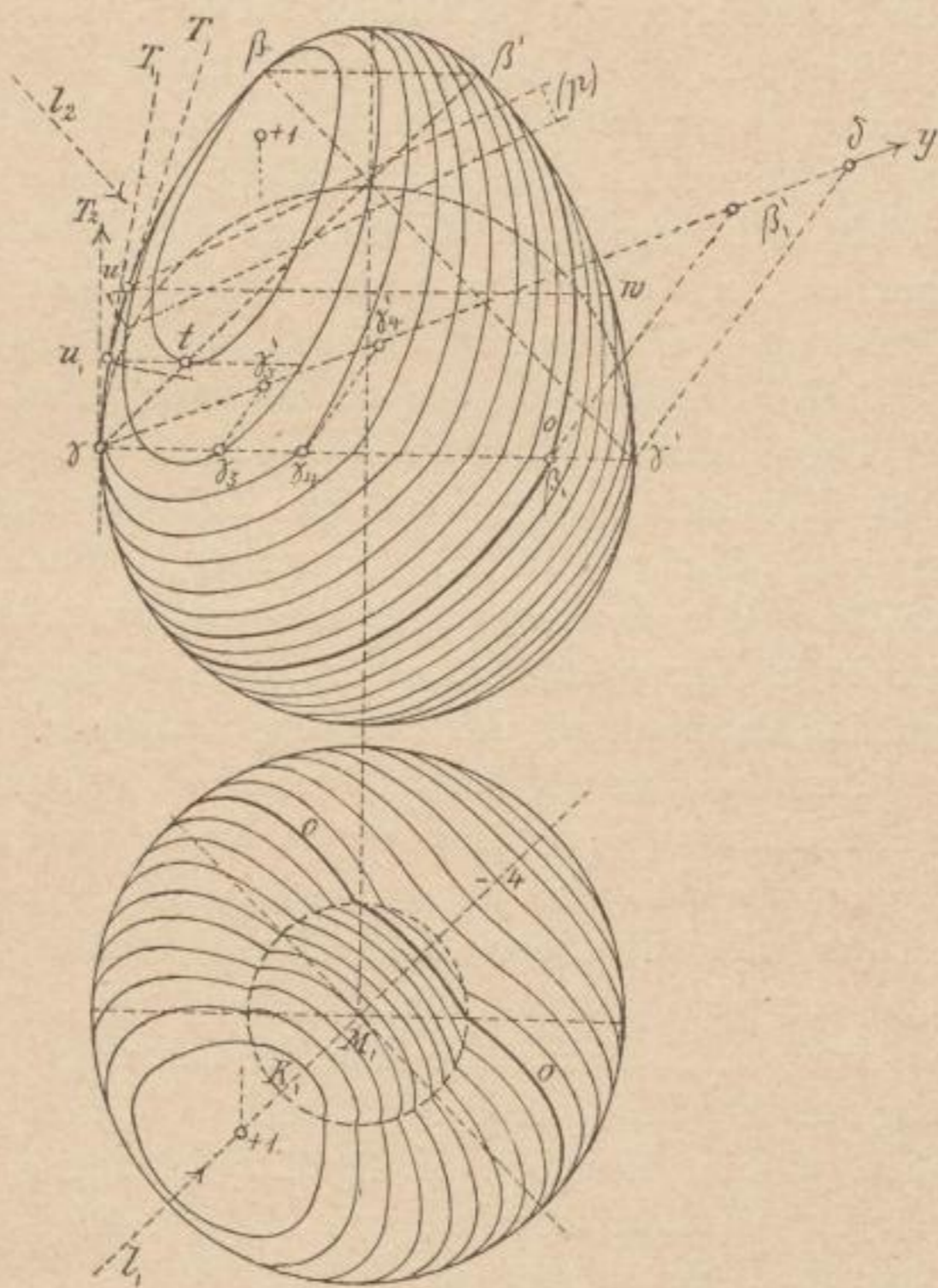
Hinsichtlich der Cylinder- und Kegelflächen ist zu bemerken:

a) Ist die Helligkeit eines Punktes auf einer Cylinder- oder Kegelfläche bekannt, so hat auch die durch diesen Punkt hindurchgehende Mantellinie (Erzeugende oder Seite) dieselbe Helligkeit.

b) Ist der normale Schnitt (Parallelschnitt) eines Cylinders ein Kreis, so findet die Berührung zwischen diesem und einer ihm eingeschriebenen Kugel in einem größten Kreise statt, der senkrecht auf der Cylinderachse steht.

Denkt man sich dem Rotationskörper (Figur 165) einen Cylinder umschrieben, so erfolgt die Berührung des letzteren mit der einpunktigten Kugel nach dem Parallelkreis $\gamma \gamma'$. Der zu diesem Kreise parallele Kreis $\gamma \delta$ der Normalkugel (Fig. 164) liefert demnach die Helligkeitspunkte für die Peripherie, die man nur noch von $\gamma \delta$ auf $\gamma \gamma'$ proportional zu übertragen hat.

Fig. 165.



Die proportionale Übertragung erfolgt mit Zuhilfenahme des $\Delta \gamma \gamma' \delta$, in dem die Seite $\gamma \delta =$ ist dem Durchmesser $\gamma \delta$ der Normalkugel im Aufriss.

Wir bemerken, dass der Punkt β_1 der Trennungslinie zwischen Licht und Schatten zukommt.

Denkt man sich nun noch aus den Helligkeitspunkten $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4 \dots$ der Fig. 165 Mantellinien gezogen, so ist sodann die Beleuchtung des Cylinders bestimmt.

c) Ein Kreiskegel (Drehungskegel) wird von einer ihm eingeschriebenen Kugel in einem Parallelkreise berührt, dessen Ebene senkrecht auf der Achse des Kegels steht. Nun ist aber an den Berührungsstellen die Helligkeit zweier Flächen dieselbe. Da aber die Helligkeit des betreffenden Kugelkreises bekannt ist, so ist damit auch die des Kegels gegeben.

Die wichtigste und allgemeinste Anwendung findet die Normalkugel beim Schattieren von Rotationsflächen.

Tangiert eine Kugel, deren Centrum der Achse des Rotationskörpers angehört, letzteren, so geschieht dies stets nach einem Parallelkreise. Beiden Flächen kommt in diesem Parallelkreise einerlei Helligkeit zu und es handelt sich nur noch darum, auf der Normalkugel den entsprechend liegenden Parallelkreis zu finden und die den einzelnen Helligkeitslinien zukommenden Punkte proportional, wie solches eben gezeigt wurde, auf die Oberfläche des Rotationskörpers zu überführen.

Diese Aufgabe findet mit Gebrauch der gemeinschaftlichen Tangenten T, T_1, T_2 (siehe die Fig. 164 und 165!) erwünschte Lösung. Denn: eine gemeinschaftliche Tangente in einem bestimmten Punkte a am Hauptmeridiane der Umdrehungsfläche wie am Meridiane der eingeschriebenen gedachten Normalkugel, beschreibt in wärender Rotation einen Kegel, dem der Parallelkreis des Punktes a zukommt.

Nun hat, dem vorigen zufolge, die Kegelfläche aber die Helligkeit dieses Kreises. Denkt man sich nun wieder die Normalkugel von dem Rotationskörper getrennt, so wird eine zu der ersteren Tangente parallele Berührungslinie an dem Meridian der Normalkugel einen ähnlich liegenden Punkt a angeben und der durch die Rotation der Tangente nun erzeugte Kegel dem vorigen hinsichtlich seiner Beleuchtung ganz gleich sein. Die zu der Tangente T gehörigen Parallelkreise uu und uw unserer beiden Figuren haben mithin dieselben Helligkeitsverhältnisse und es sind mithin nur mehr die Helligkeitspunkte von uu der Fig. 164 auf uw der Fig. 165 proportional zu übertragen.

Hinsichtlich T_1 ist folgendes zu sagen: Zieht man eine horizontale Tangente an die erste Helligkeitscurve, so erhält man in t den Berührungspunkt derselben. Die Berührende in t trifft in u_1 den Hauptmeridian und diesem Punkte kommt die Tangente T_1 zu. Überträgt man nun die Strecke

$u_1 t$ der Fig. 164 nach $u_1 t$ der Fig. 165, so hat man in t den tiefsten Punkt der ersten Helligkeitscurve aufgefunden. Dieselbe Constructionsweise ergibt sich für alle anderen höchsten und tiefsten Punkte der einzelnen Helligkeitslinien und für den hellsten Punkt h der Kugel selbst.

Wie wird demzufolge der Aufriss h'' des hellsten Punktes der Kugeloberfläche auf die Aufrissprojection einer Rotationsfläche in proportionaler Horizontaldimension gebracht?

Soll an einer Schraubenfläche die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten gezeichnet werden, so trage man Lichtebenen an, suche deren Schnitte mit der Schraubenfläche auf, ziehe an jede einzelne Schnittlinie den zugehörigen Streifstrahl und verbinde die resultierenden Berührungspunkte hierauf ordnungsgemäß.

Soll die Normalkugel auf das Schattieren von Schraubenflächen und gewundenen Flächen Anwendung finden — wie auf die senkrechte Schraubenfläche und die schraubenförmige Wulstfläche, die da zumeist in Betracht kommen — so kann an der Tafel beim Vortrage wohl nur gezeigt werden, wie man unter Gebrauch der Horizontalneigung der Normalen auf einzelnen Schraubenlinien, die man als Schnittcurven der senkrechten Schraubenfläche durch concentrische Cylinder betrachten kann, Punkte gleicher Helligkeit zu finden vermag.

Außer der Vorführung des Constructionselementes bedarf der Lernende da aber einer Unterstützung im Studium, die ihm in diesem Falle am besten durch Wandtafeln, die derartige Beispiele im großen ausführlich behandeln, geboten werden kann. Solche Unterrichtsbehelfe müssen geschaffen werden, wenn die Anwendung der Normalkugel hinsichtlich schwierigerer Körperformen für den Schüler nicht eine zu zeitraubende werden soll. Es ist überhaupt zu bemerken, dass das constructive Körper-schattieren strenge in den Grenzen des Nothwendigen zu halten ist, indem hier, wie nirgend mehr, die Natur die beste Lehrmeisterin für den Lernenden ist.

XII. Ein Wort über die Ausführung der Zeichnungen.

Uns war es in erster Linie darum zu thun, nicht nur die Selbstschattengrenzen der vorgelegten Raumobjecte, sondern auch ihre Schlag-schattenumrisse mit möglichster Schärfe zu erhalten. Darum erscheinen auch letztere im Buche ziemlich stark gehalten. In gewissen Fällen, wie z. B. bei den Studien über Gesimsschatten, wurden einzelne Theile der Trennungslinien zwischen Licht und Schatten und ihre zugehörigen Schattenbilder ganz besonders stark ausgezogen, lediglich zu dem Zwecke, um den Lernenden auf den Einfluss der Ausladungen bezüglich des Schlag-schattenumrisses im einzelnen wie auch in seiner Gesamtförmigkeit aufmerksam

zu machen und die sich da ergebenden Besonderheiten seinem Gedächtnisse einzuprägen. Im ausführenden technischen Zeichnen fallen natürlich diese Dinge weg.

Soll ein Object in Schatten gesetzt werden, so empfiehlt es sich, seine Contour fein zu zeichnen und die construierten Selbstschattengrenzen wie die Schlagschattenumrisse mit blassen und dünnen Tuschlinien ausziehen. Ist dies geschehen, so übergehe man sodann die Schattenflächen mit leichten Tuschtönen in der Art, dass zuerst die Gesamtheit derselben angelegt wird und nach dem Trockenwerden diejenigen Flächentheile, die den Schlagschatten angeben, mit demselben Tone nochmals überlegt werden. Jedes zeitraubende Künsteln sowie die häufige Anwendung von Localtönen ist im technischen Zeichnen zu unterlassen. Ein besonderes Augenmerk ist aber dem Ausziehen der Construction zuzuwenden. Dasselbe soll nicht als mechanische Arbeit, sondern als eine erwünschte Wiederholung des ganzen Zeichenvorganges aufgefasst werden. Von einem Überladen des Blattes mit Constructionslinien muss abgerathen werden. Auf jeder technischen Schulzeichnung sollen aber so viele Hilfslinien vorhanden sein, dass man mit ihrer Hilfe den ganzen zum Resultate führenden Weg der Construction mühelos verfolgen und prüfen kann. Die Hilfslinien können mit rother Tinte oder blassem Tusch, und zwar ununterbrochen (nicht gestrichelt) gezogen werden. Reine Bleizeichnungen sind nur bestens zu empfehlen. Auch Skizzen im kleinen, wobei lediglich auf die wichtigsten Punkte Rücksicht genommen ist, sind ab und zu erwünscht.



Grundzüge der Linearperspective.

I. Einleitung und Durchschnittsmethode, Beispiele.

Wir sagten bereits im II. Bande, Seite 12: Die perspectivische Projectionsmethode sei die ursprüngliche aller Darstellungsarten körperlicher Objecte. Sie lehre den Entwurf ihrer Umrisse auf einer Ebene (Bildebene) von einem bestimmten Gesichtspunkte (Projectionscentrum, Auge) aus. Als das Charakteristische eines perspectivischen Entwurfes erkannten wir bereits an der bezeichneten Stelle des Werkes: dass die Bilder paralleler Raumgeraden, die nicht frontal, d. h. nicht gleichlaufend mit der Bildebene sind, sondern mit letzterer irgend einen Winkel einschließen, sich auf dieser nach genügender Verlängerung in einem und demselben Punkte (dem Fluchtpunkte) vereinigen. Weiters wurde gesagt: Betrachtet man einen perspectivischen Entwurf in lothrechter Richtung und im richtigen Abstände des Auges etwa durch ein Absehen, so bringt derselbe auf das Auge die gleiche Wirkung hervor, wie die Umrisse des Gegenstandes selbst, wenn man in den letzteren eben nur Linien sieht.

Anknüpfend an das Ebengesagte legen wir unseren folgenden Betrachtungen vorläufig eine Methode, die sogenannte Durchschnittsmethode, zugrunde, welche voraussetzt, dass die central zu projicierenden Objecte, das Projectionscentrum und die Bildebene in ihren gegenseitigen Beziehungen durch Grund- und Aufriss gegeben, also orthogonal projiciert erscheinen.

Nebenhende Fig. 166 macht uns die angedeuteten Beziehungen vollkommen verständlich.

Wir haben in ihr die Grundrissebene (in Bezug auf perspectivisches Entwerfen auch Grundebene) *G. E.*, die Aufrissebene *A. E.* Ihr Durchschnitt ist auch da wieder, wie bisher, mit *XX* bezeichnet. Die Bildebene oder die Tafel ist durch die Ebene *mno* dargestellt. *O* ist das Projectionscentrum oder das Auge, *O₁* dessen orthogonaler Grundriss, mithin die Strecke $OO_1 = h$ die Höhe des Projectionscentrums.

Die Strecke mn , in welcher die Tafel (T) auf der Grundebene steht, also ihre Spur auf letzterer, oder ihr Grundriss als solcher, wird *Standlinie* (auch *Grund- oder Fundamentallinie*) genannt.

Betrachten wir nun einen in der Grundebene liegenden Punkt a , so wird derselbe dem beobachtenden Auge sichtbar, wenn aus demselben ein Lichtstrahl in letzteres gelangt.

Denken wir uns aber für diesen einen *Sehstrahl* gesetzt, d. h. eine ideale Gerade S gezogen, die wir schlechthin als projicierende Linie aufzufassen haben, so schneidet letztere die Tafel in a_1 und es ergibt uns solcherart dieser Punkt a_1 das *perspectivische Bild* von a oder dessen *Centralprojection* auf der mno für die beantragte Lage O des Auges. Man kann nun schon aus dem Ebenerwähnten herauslesen, dass die Ausdrücke „*perspectivische Bilder*“ und „*perspectivische Projectionen*“ in einem Sinne gleichbedeutende sind, dass sie für einander gesetzt werden dürfen nur mit der Bemerkung, dass „*Projection*“ als rein geometrischer Begriff zu nehmen ist.

In Fig. 167 stellt die Gerade XX abermals die *Projectionsachse* dar. mno bringt uns die *Bildebene*; mn ist ihr *Grundriss*, no ihr *Aufriss*. Punkte, Strecken und Figuren, die in der Tafel (T) liegen, setzen mithin ihren *Grundriss* in der mn und ihren *Aufriss* in der no ab. Das *Projectionscentrum* erscheint nunmehr in seinen *Projectionen* O' und O'' . Die Strecke $O'q$ zeigt an, wie weit es von der *Aufrissebene* absteht und die Strecke $O''q$ gibt an, wie hoch es über der *Grundebene* liegt. Der in der *Grundebene* liegende Punkt a ist ebenfalls durch seine *Projectionen* $a' a''$ bestimmt. Der dem Punkte a zukommende *Sehstrahl* ist im *Grundriss* durch die Gerade $a' O'$ und im *Aufriss* durch die Gerade $a'' O''$ gegeben. Diese beiden Geraden bestimmen in ihren *Durchschnittspunkten* mit dem *Grund- und dem Aufriss* der *Bildebene* die *Projectionen* a_1 und a_2 ihres *Schnittpunktes* mit letzterer im *Raume*.

Der Punkt $b' b''$ liegt vor der *Bildebene*. Der ihm zukommende *Sehstrahl*, nach rückwärts verlängert gedacht, durchschneidet die *Tafel* in einem Punkte, dessen *Projectionen* durch b_1 und b_2 gegeben werden.

Betrachten wir nun noch die *Lage* des Auges zu der *Tafel* (T) näher, so haben wir zu bemerken: Eine durch das Auge O senkrecht zur *Tafel* gezogen gedachte *Linie* projiciert dasselbe nach Δ , welcher Punkt *Augpunkt* oder *Hauptpunkt* des *perspectivischen Bildes* genannt wird. Der normale Abstand $O \Delta$ des Auges von der *Tafel* heißt die *Distanz* des Auges. In unserer Fig. 167 ist uns der *Augpunkt* durch seine *Projectionen* $\Delta_1 \Delta_2$ dargestellt. Die *Distanz* erscheint in ihr zweimal in *wahrer Länge*, nämlich in den Strecken $O' \Delta_1$ und $O'' \Delta_2$.

Eine durch das Auge und die *Distanz* hindurch gelegte *Horizontalebene* heißt der *Horizont* des Auges. Die *Schnittlinie* HH_1 (Fig. 166)

dieser Ebene mit der Tafel wird der Horizont des Bildes oder die Horizontallinie genannt. Alle Figuren also, die im Horizonte des Auges liegen, erscheinen im perspectivischen Entwürfe in der Horizontallinie HH_1 , stellen mithin dort gerade Linien vor.

Denken wir uns die HH_1 in Fig. 166 projiciert, so deckt ihr Grundriss die Fundamentallinie, ihr Aufriss erscheint in Fig. 167 in Δ_2 als Punkt.

Eine durch das Auge und die Distanz hindurchgelegte lothrechte Ebene heißt Verticalebene und ihr Schnitt VV_1 mit der Tafel Verticallinie. Stellen wir uns diese in Fig. 167 wieder durch ihre Projectionen vor, so deckt ihr Aufriss den Aufriss no der Tafel, ihr Grundriss erscheint in Δ_1 als Punkt. Die Strecke $0''q$ in Fig. 167 gibt die Höhe des Auges an.

Um nun das perspectivische Bild zur Gestaltung zu bringen, denken wir uns in Fig. 167 die Bildebene sammt den in ihr liegenden Centralprojectionen $a_1 a_2$ und $b_1 b_2$ aus der Lage mno in die Stellung $m_1 n_1 o_1$ durch Parallelverschiebung gebracht, hierauf nach der Richtung der im Grundriss angegebenen Pfeile nach links um einen Quadranten gedreht, wodurch sie nun die Aufrissebene deckt und endlich mit dieser in die Ebene der Zeichnung umgelegt. Die Wege, welche die genannten Punkte und neben diesen noch $\Delta_1 \Delta_2$ bei dieser Verschiebung durchlaufen, sind in der Figur im einzelnen durch punktierte und mit Richtungspfeilen näher bezeichnete Linien deutlich veranschaulicht. Die Centralprojectionen von a und b finden wir nunmehr in A und B . Es liegt A oberhalb der XX im Abstände h_1 unter der Horizontallinie; B hingegen findet sich unterhalb der XX . Die Umlegung in Fig. 167 zeigt ferner, dass die Horizontallinie mit der Verticallinie im Augpunkte Δ einen rechten Winkel bildet und dass eine Kreislinie, deren Halbmesser der Distanz gleich genommen ist, bezeichnete Linien in 4 Punkten durchschneidet, von denen die in der HH_1 liegenden insbesondere Distanzpunkte genannt werden. Der links von Δ liegende ist mit D eingetragen.

Die Perspective einer Strecke wird erhalten, wenn die Centralprojectionen ihrer Endpunkte geradlinig verbunden werden. Bezüglich einer Curve ist eine genügende Anzahl mittlerer Punkte in Betracht zu ziehen.

Bei der perspectivischen Darstellung eines Polygons sind die Centralprojectionen seiner Eckpunkte in ihrer natürlichen Aufeinanderfolge miteinander zu verbinden. Das perspectivische Bild eines Körpers endlich wird erhalten, wenn man die Durchschnittspunkte der seinen Ecken zukommenden Sehstrahlen mit der Tafel in derselben Ordnung verbindet, als die ihnen am Körper selbst entsprechenden Raumpunkte in ihrer stetigen Aufeinanderfolge erscheinen.

Nach dem Ebengesagten und mit Bezug über das hinsichtlich der

Fig. 168.

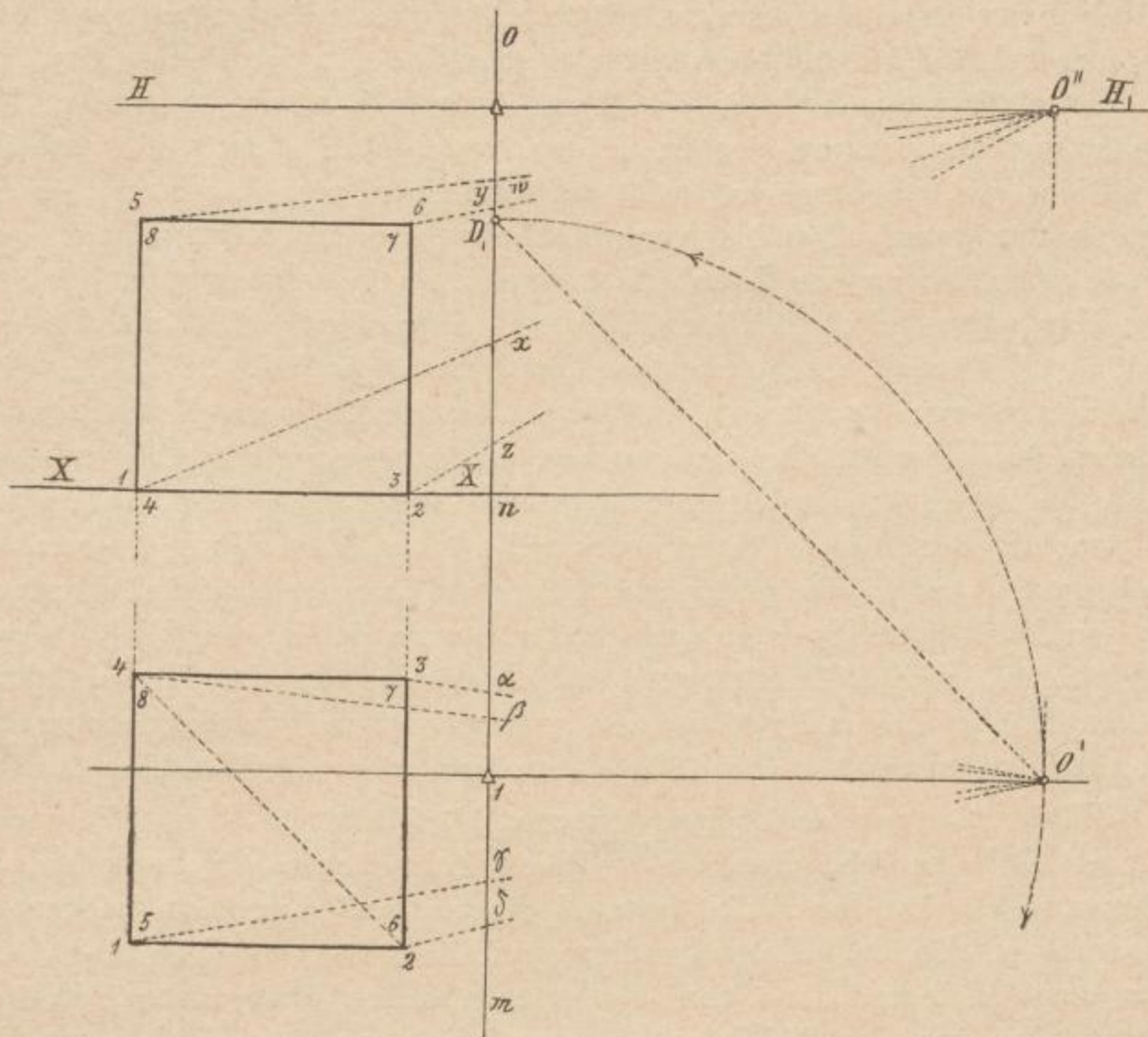
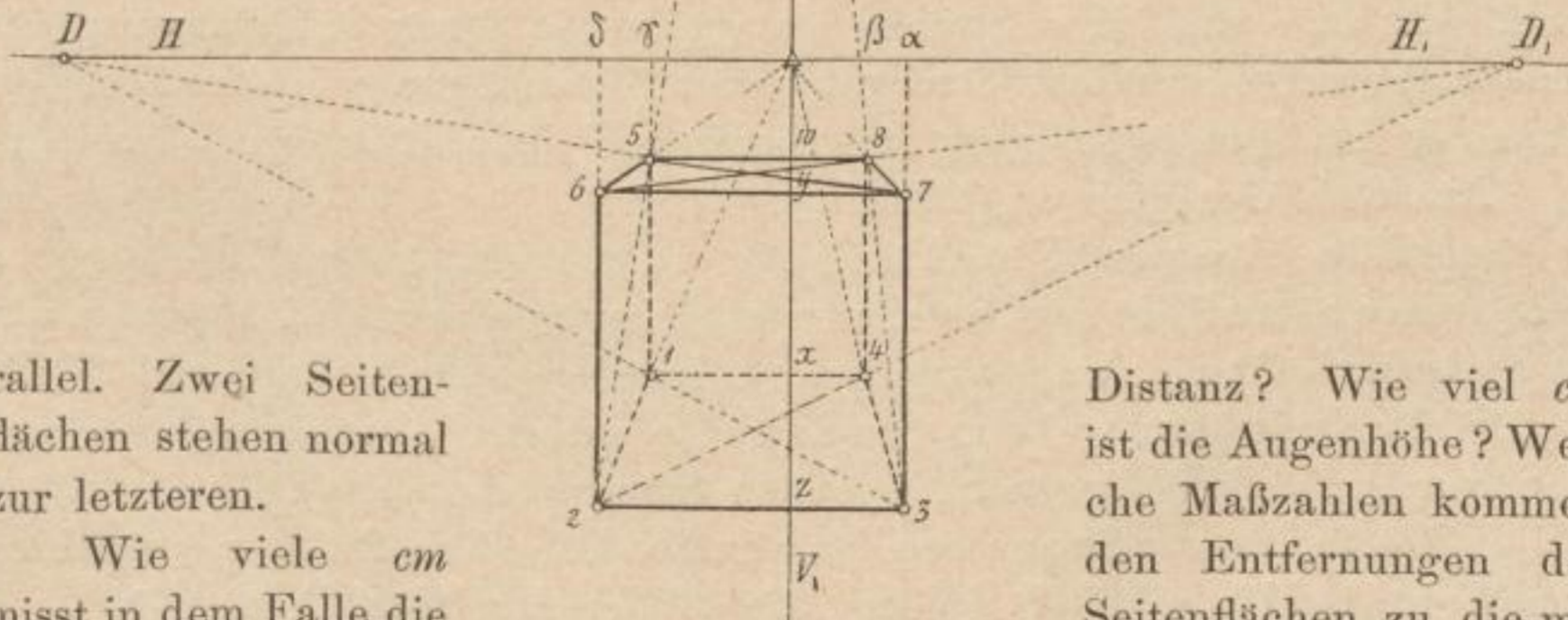


Fig. 169.

Durchschnittsmethode Vorgelegene, ist der in Fig. 168 im Grund- und Aufriss entworfene Würfel in Perspective gesetzt.

Derselbe ist so gestellt, dass seine Grundfläche und seine Deckfläche der Grundebene parallel sind. Zwei Seitenflächen (welche?) liegen der Tafel parallel.



parallel. Zwei Seitenflächen stehen normal zur letzteren.

Wie viele *cm* misst in dem Falle die der Bildebene parallel liegenden, von letzterer aus gemessen?

Distanz? Wie viel *cm* ist die Augenhöhe? Welche Maßzahlen kommen den Entfernungen der Seitenflächen zu, die mit

Man zieht von den Punkten O' und O'' aus die Projectionen der Sehstrahlen, welche Linien den Grundriss $m n$ der Tafel in den Punkten $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und den Aufriss der Tafel in den Punkten w, y, x, z durchschneiden. Zur Gewinnung des perspectivischen Bildes, welches in Fig. 169 erscheint, ward hier ein abgekürzter Constructionsmechanismus gebraucht, indem nämlich der ganze Complex von Hilfslinien, der in Fig. 167 aus der Parallelverschiebung der Bildebene erwuchs, weggelassen wurde.

Man zog nämlich in Fig. 169 die Horizontallinie $H H_1$ und die Verticallinie $V V_1$ und beachtete: dass die Punkte γ und δ , die in Fig. 168 unterhalb von Δ_1 liegen, in Fig. 169 links von Δ aufzutragen kommen und dass die Punkte β und α , die in ersterwähnter Figur oberhalb Δ_1 liegen, in der letzteren Figur rechts von Δ Platz finden. Die Übertragung der Punkte kann zweckmäßig unter Anwendung eines scharf-randigen Papierstreifens geschehen. Trug man nun noch auf den einzelnen, aus den Marken $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ entspringenden Verticallinien der Fig. 169 die zugehörigen (Fig. 168 entnommenen) Abstände von der Horizontallinie ordnungsmäßig auf und verband die so gewonnenen Punkte in steter Aufeinanderfolge, so ward dadurch die Centralprojection des Würfels gefunden.

Betrachten wir das perspectivische Würfelbild in Fig. 169 genau, so zeigt sich erstlich, dass die beiden quadratischen Seitenflächen des Raumwürfels, die der Tafel parallel liegen, auf derselben wieder als Quadrate erscheinen. Diese Quadrate sind indessen verkleinert und zwar umso kleiner, je weiter die ursprünglichen quadratischen Würfel-seitenflächen von der Bildebene abstehen. Das erklärt sich aber aus Folgendem: Die den Endpunkten einer Strecke entstammenden Sehstrahlen schneiden sich in einem Punkte des Auges (Gesichtspunkt) und treten in letzterem zu einem Winkel (dem Gesichts- oder Sehwinkel) zusammen, der natürlich umso kleiner wird, je weiter sich die betrachtete Strecke vom Auge entfernt, weshalb dem Beschauer auch ihre centrale Projection auf der unverrückt angenommenen Tafel umso kleiner erscheinen muss. Was hier von einer Strecke gesagt wurde, lässt sich sinnverwandt auch leicht auf sämtliche Strecken einer Umrissfigur, wie hier auf den Perimeter des Quadrates, sowie überhaupt auf jede Raumfigur, beziehen.

Aus dem Gesagten ergibt sich:

a) Alle ebenen Flächen, die zur Tafel parallel liegen, erscheinen auf derselben verkleinert, aber in ihren richtigen Verhältnissen; ein Quadrat wieder als Quadrat, ein Kreis wieder als Kreis. Ein weiteres Studium der mehrfach bezeichneten Figur führt zur Aufstellung der nachfolgenden Sätze:

b) Lothrechte Strecken haben lothrechte Bilder, parallel zur Verticallinie $V V_1$. Vergl. die Bilder der Würfelkanten 1, 5 — 4, 8 — 2, 6 — 3, 7!

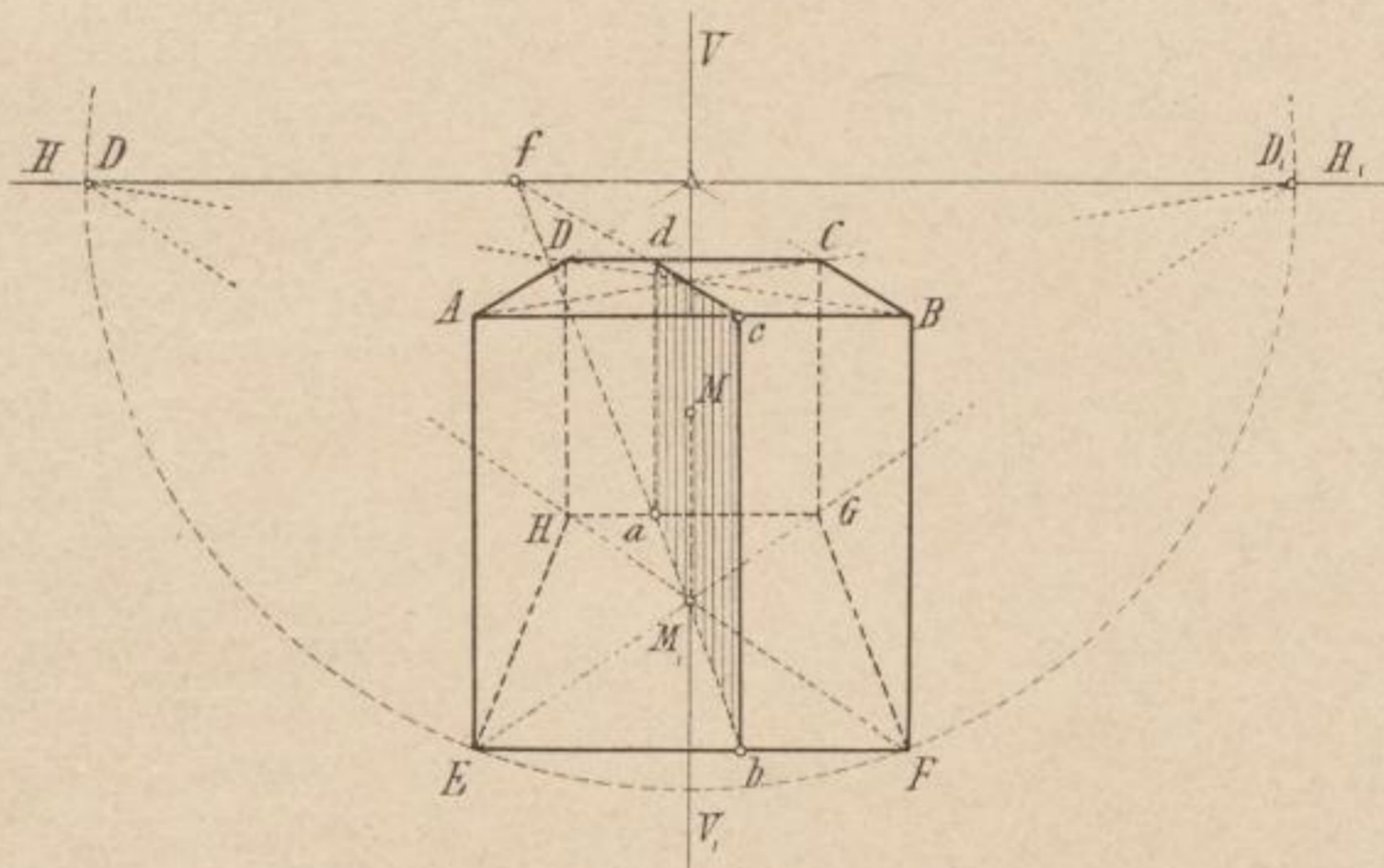
c) Horizontale Strecken, welche parallel zur Bildebene sind, haben horizontale Bilder, parallel zur Horizontallinie HH_1 . Vergl. die Centralprojectionen der Kanten 5, 8 — 6, 7 — — 1, 4 — 2, 3!

d) Strecken, die zur Tafel senkrecht stehen, vereinigen sich im perspectivischen Bilde im Augpunkte Δ . Vergl. die Perspektiven der Würfelkanten 6, 5 — 7, 8 — 2, 1 — 3, 4!

e) Strecken, die unter 45° gegen die Bildebene geneigt sind, geben centrale Projectionen, deren Verlängerungen die Distanzpunkte treffen. Vergl. die Centralprojectionen der Diagonalen der Seitenflächen des Würfels.

f) Horizontale Strecken, welche weder zur Tafel senk-

Fig. 170.



recht stehen, noch Winkel von 45° mit derselben einschließen, noch parallel zu ihr liegen, sondern irgendeinen Winkel mit ihr bilden, geben centrale Bilder, deren Verlängerungen sich in einem Punkte der HH_1 treffen. Vergl. diesfällig die Bilder der Strecken ab und dc in Fig. 170!

g) Die Centralprojectionen von beliebig gelegenen Raumstrecken (denen mithin eine der im Voranstehenden bezeichneten Lagen nicht entspricht), vereinigen sich nach geschehener Verlängerung in einem Punkte der Tafel, in ihrem Fluchpunkte. Vergl. hinsichtlich dessen die Perspektiven der parallelen Würfelkanten in Fig. 171!

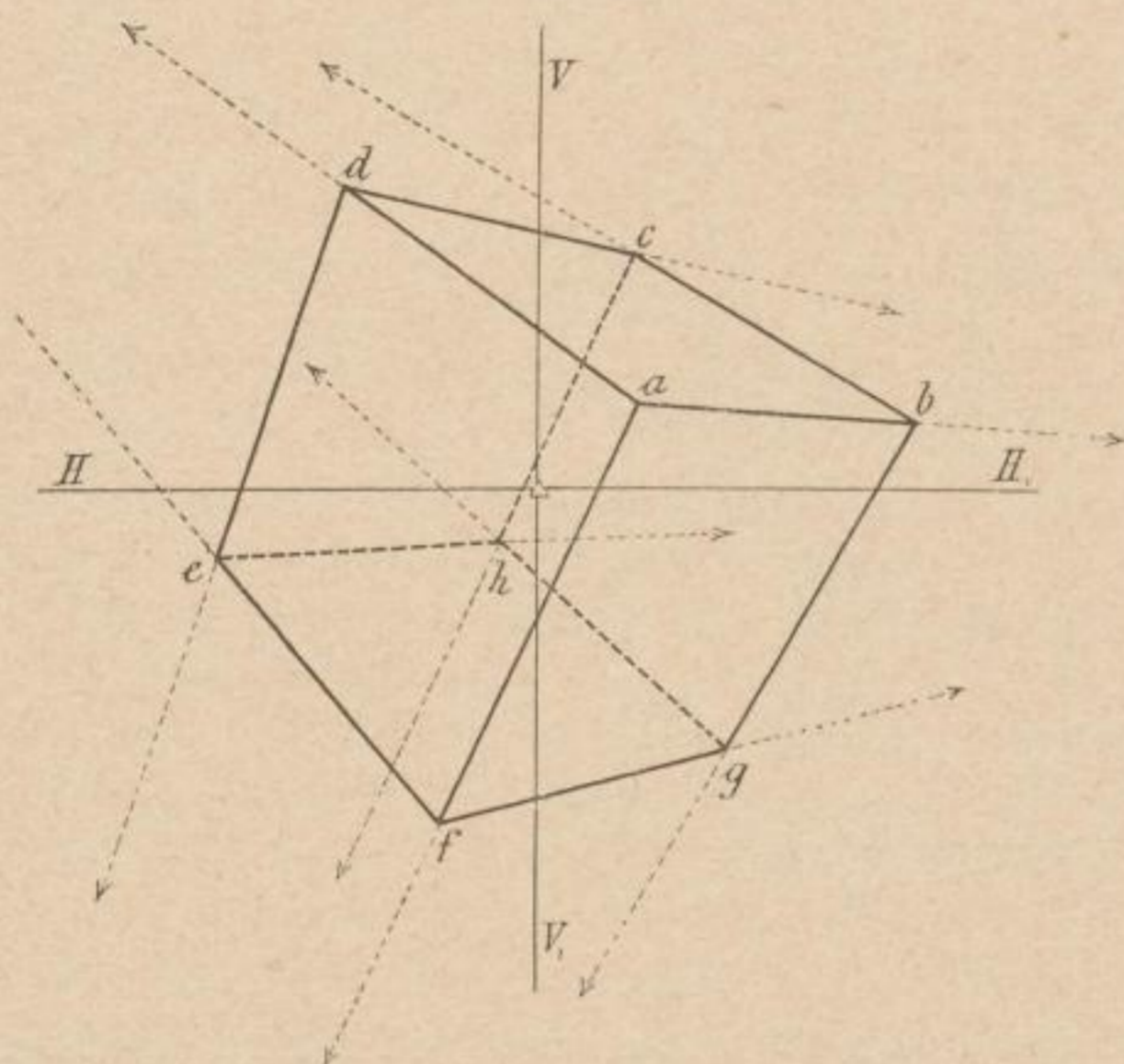
h) Punkte, Strecken und Figuren, die in der Tafel liegen, sind stets auch ihre eigenen centralen Bilder.

So kann z. B. angenommen werden, dass der Eckpunkt h der Fig. 171 in der Bildebene liegt.

Im constructiven Zeichnen ist es nun unbedingt nöthig, die Fluchtpunkte für parallele Raumstrecken, die als Körperkanten gegeben erscheinen, zeichnerisch mit aller Schärfe zu ermitteln. — Für den Anschauungsunterricht eignet sich hierfür die von dem Verfasser vorgeschlagene Fluchtpunkttafel.

Der Fluchtpunkt eines jeden Systems von parallelen Strecken ergibt sich auf der Tafel da, wo letztere von dem Sehstrahle getroffen wird, welcher parallel zu dem gegebenen Liniensysteme durch das Auge gelegt ist und Parallelstrahl heißt.

Fig. 171.



So finden wir z. B. den Fluchtpunkt D_1 in Fig. 168 für alle zu den Strecken 2, 4 und 6, 8 möglichen parallelen Linien nach dem Ebengesagten construiert. Weitere Figuren bringen Ausführlicheres hierüber.

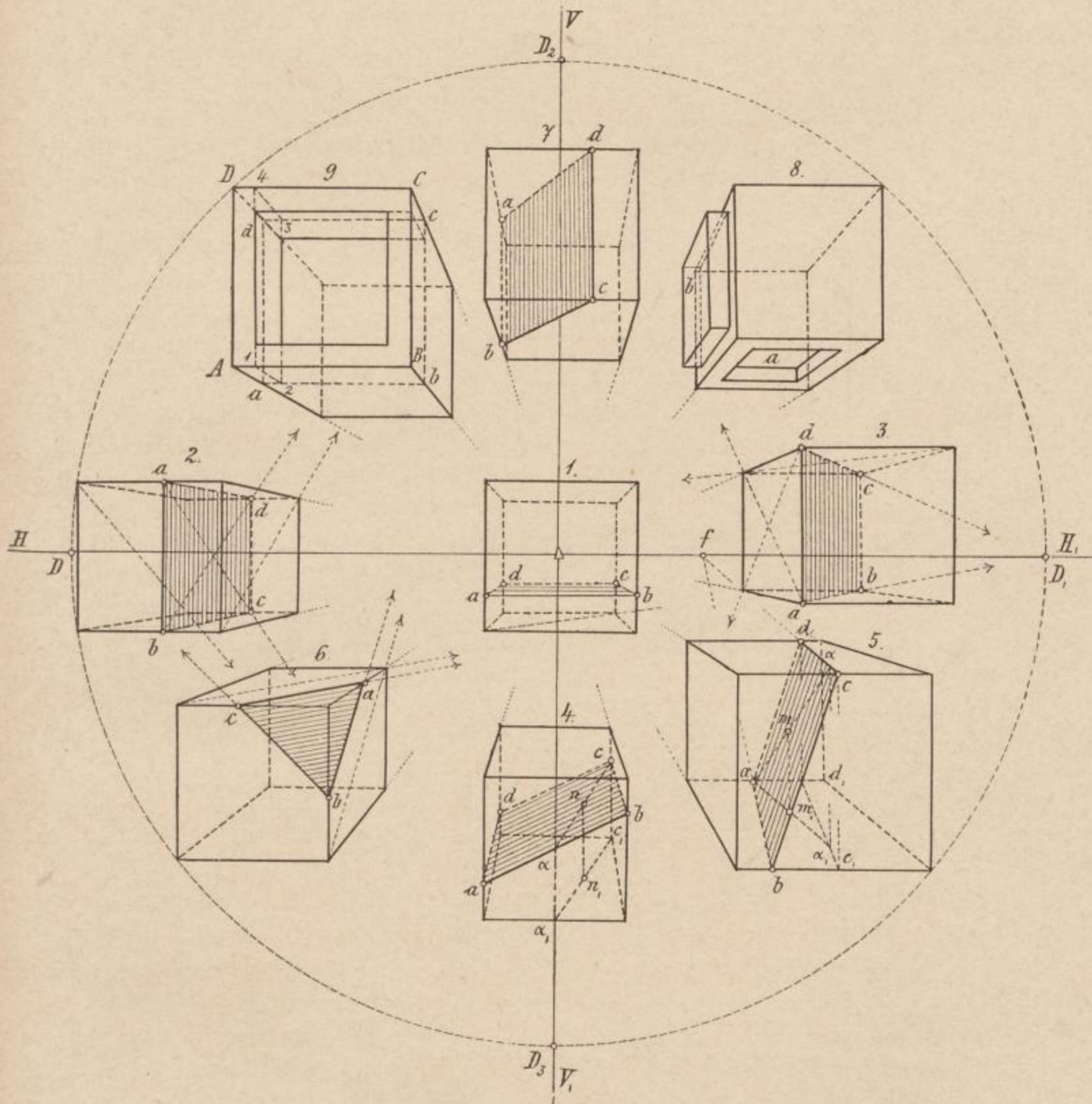
Werden die Abmessungen $\Delta_1 \alpha$, $\Delta_1 \beta$, $\Delta_1 \gamma$, $\Delta_1 \delta$ auf der $m n$ (Fig. 168) in doppelter, dreifacher ... Größe aufgetragen, so bleibt der perspectivische Entwurf richtig. Dies

ist ein sehr bemerkenswerter Umstand, weil er uns gestattet, von jedem gegebenen Objecte eine richtige Perspective in beliebiger Größe zu erzielen. Nach diesem kann mithin unter Gebrauch der Durchschnittsmethode von einem Objecte ein großer perspectivischer Entwurf gewonnen werden, wenn dessen Grund- und Aufriss auch verhältnismäßig klein gezeichnet vorliegt. Gerade für den kunstgewerblichen Zeichner ist dies höchst beachtenswert.

Betrachten wir wieder Fig. 170 recht genau, so finden wir, dass die Centralprojectionen $E F G H$ und $A B C D$ der unter dem Horizonte des Auges liegenden und zu diesem parallelen Quadrate im perspectivischen Entwurfe gegen die Horizontallinie $H H_1$ ansteigen. Wir haben mithin

Draufsicht auf letztere, wie etwa auf den Fußboden, auf Tische etc. Das Quadrat, im Horizonte des Auges gelegen, gibt sich im Bilde als Strecke in der HH_1 . Die Quadrate oberhalb würden uns indessen in

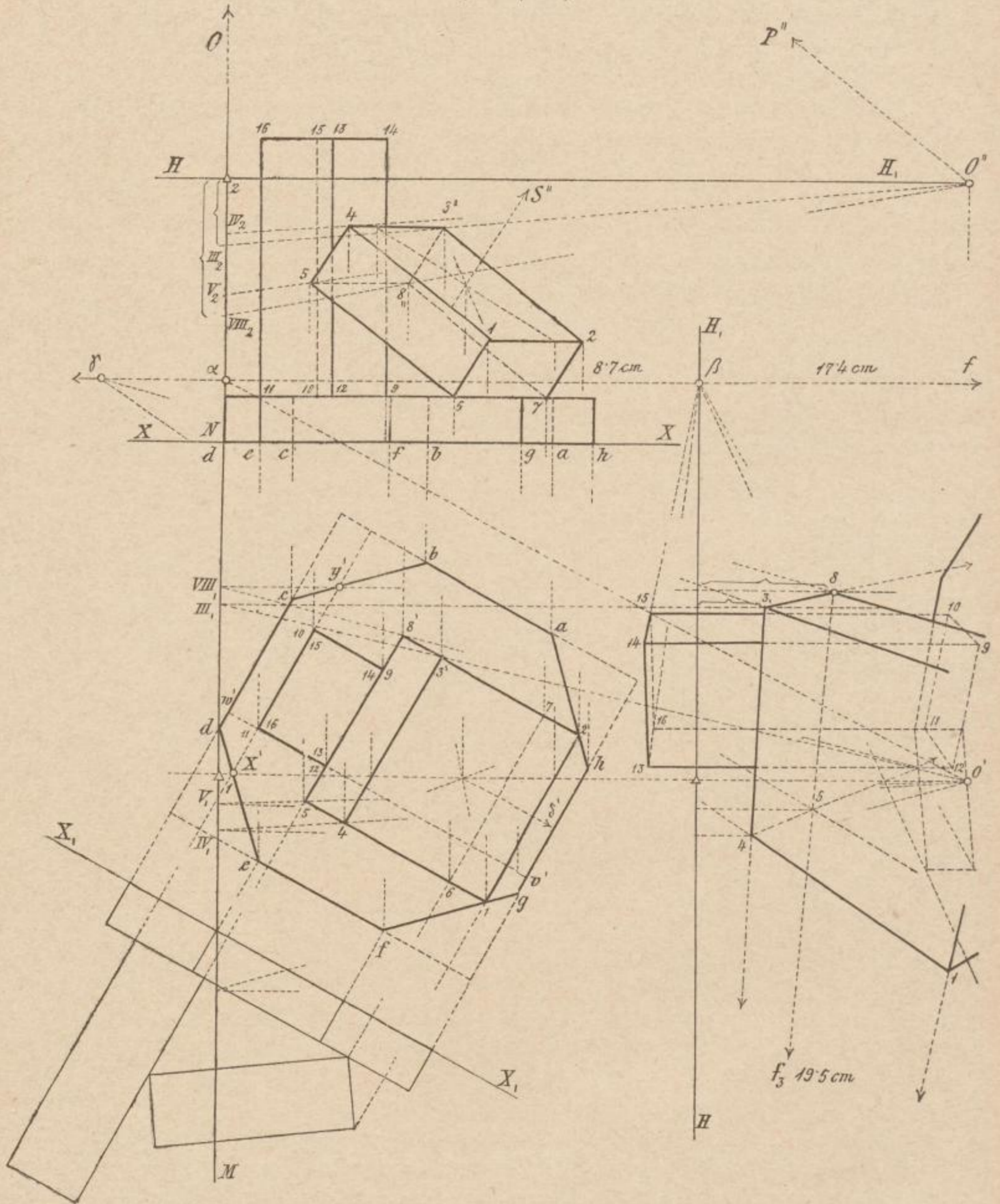
Fig. 172.



Druntersicht erscheinen, ihre perspectivischen Projectionen neigen sich gegen die HH_1 . So wäre die Zimmerdecke zu zeichnen.

Nun empfehle ich dem Leser das Studium der durch Fig. 172 gegebenen Sammelaufgabe mit 9 Einzelfiguren aufs angelegentlichste.

Fig. 173 a) u. b).

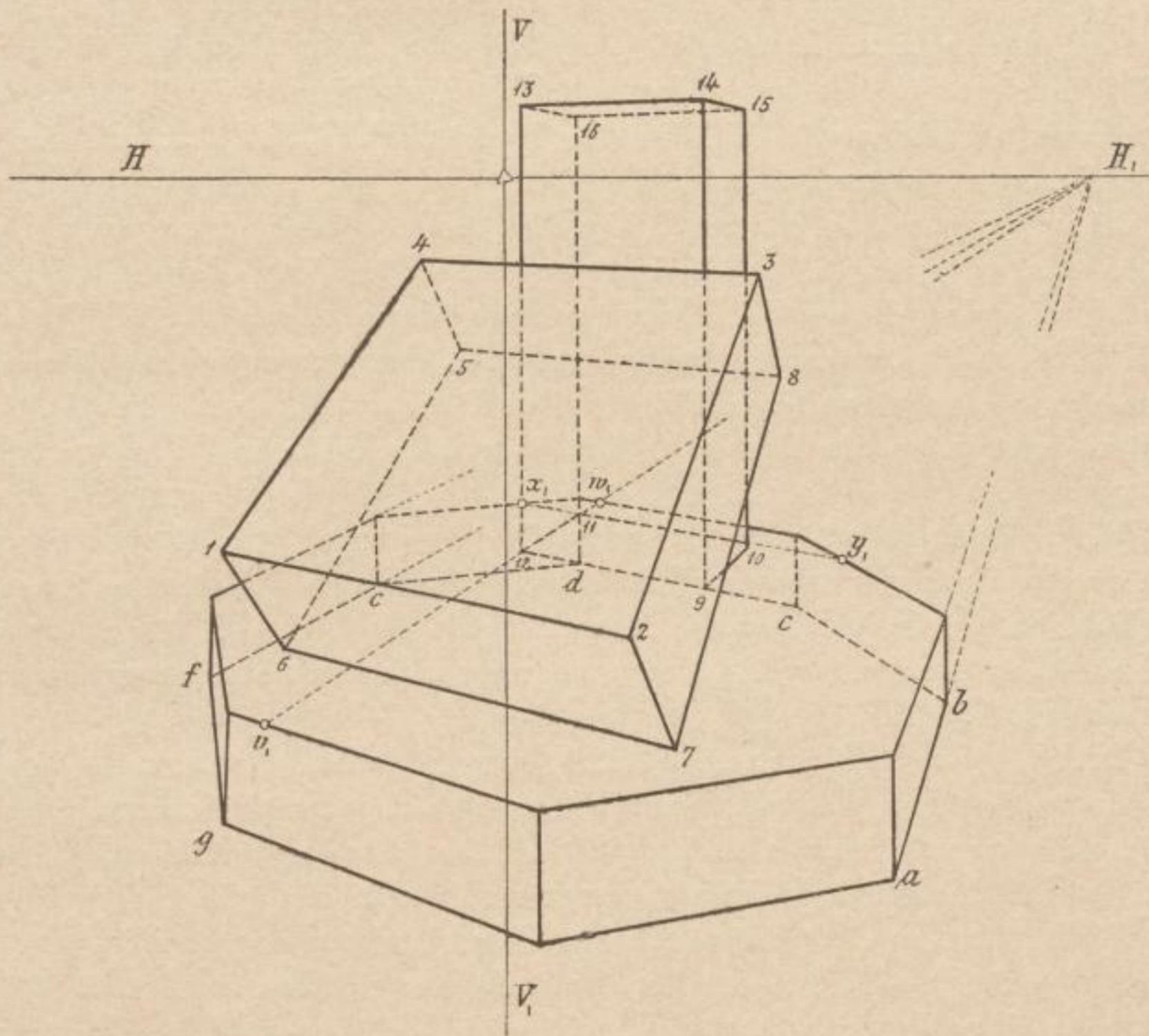


Wir haben hier Würfel in Drauf-, An- und Druntersicht gezeichnet und an jedem Bilde eine Specialconstruction durchgeführt.

Nach dem bereits Vorgetragenen, insbesondere unter Anrufung der Sätze a) bis h), Seite 94 und 95, sind die einzelnen Constructions leicht zu lesen. Dieses Bild bietet eigentlich eine Zeichenart, welcher die Bezeichnung „Construieren im Cubus“ gegeben werden kann.

Man betrachte z. B. Fig. 172 (4). Einschiefer Schnitt durch den Würfel ist in ihr projiciert. In der Schnittfläche $a b c d$ liegt ein Punkt n . Betrachten wir die untere Basisfläche des Würfels als einen Theil der Grundebene,

Fig. 174.



so ist die Aufgabe die: den Grundriss des Punktes n zu ermitteln. Nun liegt aber n in der beliebig gezogenen Geraden αc , die sich auf der Grundebene in der Strecke $\alpha_1 c_1$ erkennen lässt. Die Lothlinie aus n trifft aber die letztgenannte Gerade im Punkte n_1 .

Man zeichne Quadrate in Überecksstellung nach der Art der vorliegenden, in sogenannter Augpunkt-Perspective entworfenen Quadrate, ebenso Würfel und wiederhole ähnliche Detailconstructions, wie in Fig. 172.

Eine Körpergruppe, nach der Durchschnittsmethode in Perspective gesetzt, bringt Fig. 173. Den vollständigen perspectivischen Entwurf zeigt Fig. 174. In Fig. 173 a) und b) ist eine Zeichenart durchgeführt, nach welcher die Abmessungen auf dem Grundriss der Tafel wegfallen, also eine weitere Vereinfachung der Durchschnittsmethode gegeben.

Die Körpergruppe selbst besteht aus einer achteckigen prismatischen Platte, welche ein vierseitiges Parallelepiped trägt. In schräger Lage gegen beide Objecte ist eine prismatische viereckige Platte und zwar so angenommen, dass letztere mit der Kante 6 7 auf der Grundplatte fußend, mit der Kante 5 8 aber an das Parallelepiped gelehnt gedacht ist, so wie dies aus dem Seitenrisse der Figur auf einen Blick erhellt.

Nun denke man sich die Fig. 173 a) so gedreht, dass die Bildebene MNO horizontal zu liegen kommt. Die Grundrisse $O' 8'$, $O' 3' \dots$ der Sehstrahlen schneiden die MN in den Punkten $VIII_1, III_1 \dots$, aus denen Verticallinien zu entsenden sind.

Nimmt man, wie in Fig. 173 b), HH_1 beliebig an und trägt von dem Punkte aus, in welchem die Verticale aus $VIII_1$ die HH_1 durchschneidet, nach abwärts das durch die Klammer angegebene Stück $\Delta_2 VIII_2$ aus der Fig. 173 a) an, so erhält man sodann in s_1 das perspectivische Bild der Raumecke 8 der vierseitigen Platte. Der Punkt $VIII_2$ wird im Aufriss erhalten, wenn man die Gerade $O'' 8''$ bis zum Schnitte in $VIII_2$ mit der NO verlängert.

Fig. 174 zeigt uns das Gesamtbild der vorgelegten Körpergruppe nach dessen Entkleidung von allen Constructionslinien. Es ist selbstverständlich, dass beim Gebrauche dieser Methode die Linien $O' 8'$ und $O'' 8''$ nicht wirklich gezogen werden, man begnügt sich vielmehr immer mit den Punkten $VIII_1, VIII_2 \dots$

Durch Parallelverschiebung der Bildebene kann man ferner den perspectivischen Entwurf nach Fig. 174 in jeder beliebigen Größe erhalten. Sehr rasch kann eine Perspective nach der Durchschnittsmethode mit Gebrauch der Fluchtpunkte gewonnen werden. Diesfällig ist zu beachten:

Zieht man aus O' parallel mit dem Liniensysteme $ab - fc - 14, 15 - 9, 10 - \dots$ eine Gleichlaufende, so trifft letztere die MN im Punkte α . Die Verticale aus α schneidet die HH_1 der Fig. 173 b) im Fluchtpunkte β für alle die eben genannten Strecken.

Es wäre der Fluchtpunkt für die Raumstrecken 2, 3 — 7, 8 — 1, 4 — 6, 5 zu construieren. Man zieht aus O'' eine Parallele P'' zu ihren Aufrissen, welche die verlängerte NO in einem Punkte schneidet, der $8 \cdot 7 \text{ cm}$ über Δ_2 liegt. Werden diese $8 \cdot 7 \text{ cm}$ daher von β nach γ angetragen, so ist sofort in γ der Fluchtpunkt für die genannten Körperkanten gefunden.

Zieht man aus O'' eine Parallele zur Strecke $3'' 8''$, so schneidet dieselbe die MN in einem Punkte, welcher $17 \cdot 4 \text{ cm}$ unter Δ_2 liegt. Trägt

man daher 17.4 cm von β nach abwärts, so resultiert der Fluchtpunkt für genannte Körperkanten.

Der Fluchtpunkt für das Liniensystem $13, 14 - 16, 15 - 4, 3 - 5, 8 - 1, 2 - \dots$ liegt 19.5 cm links von β auf der HH_1 der Fig. 173 b); denn eine Parallele zu den Grundrissen genannter Strecken aus dem Punkte O' schneidet die MN in einem Punkte, der auf ihr 19.5 cm links von Δ_1 liegt.

Das Arbeiten mit den Fluchtpunkten ist unbedingt nöthig, weil durch dieselben den perspectivisch projicierten Strecken die mathematisch richtige Lage im Bilde gegeben wird. Es ergeben sich ferner durch sie belangreiche Constructionsvereinfachungen, auf die der Zeichner beim Darstellen selbst aufmerksam wird. Das Antragen der Fluchtpunkte mit dem Maßstabe endlich, so wie dies eben gezeigt wurde, kann nur bestens empfohlen werden.

Von besonderer Wichtigkeit ist im perspectivischen Zeichnen:

a) Die Stellung des betrachteten Objectes zur Bildebene, b) die Wahl des Horizontes, c) die Lage des Augpunktes, d) die Größe der Distanz.

Hierüber ist zu sagen:

a) Zeichnet man ein Object in frontaler Stellung (wie z. B. die einzelnen Würfel in Fig. 172), d. h. so, dass die vordere und die rückwärtige Seitenfläche desselben zur Bildebene parallel liegt, so trägt eine derartige Darstellung unbestritten den Charakter einer das Auge weniger ansprechenden Gleichartigkeit zur Schau. Die vordere Fläche des Entwurfes gibt das Bild des orthogonalen Aufrisses, die zur Bildfläche senkrecht stehenden Linien verschwinden im Augpunkte, mit einem Worte, eine solche Augpunkt-Perspective hat etwas Starres, Unbewegliches an sich. Einen viel gewinnenderen Eindruck aber empfängt der Beschauer, wenn das Object, etwa wie durch Fig. 174 gegeben, in schiefer Stellung gegen die Tafel gezeichnet erscheint. Durch eine so geänderte Stellung des Objectes zur Bildfläche erfahren die Linien des Entwurfes eine belangreiche Veränderung. Nur mehr die verticalen Kanten des Objectes sind von der Lageveränderung ausgeschlossen. Die horizontalen Linien zielen nunmehr, entsprechend ihrer geänderten Richtung gegen die Tafel, nach verschiedenen Fluchtpunkten auf der Horizontallinie HH_1 , wodurch die Perspective allein schon eine Mannigfaltigkeit im Linienflusse, sowie eine anregendere Wirkung erzielt. Aus diesem Grunde ist es rätlich, die Objecte in gedrehter Stellung gegen die Tafel perspectivisch aufzunehmen, und zwar so, dass die Flächen, auf welche das besondere Augenmerk gerichtet ist, im Entwurfe möglichst breit erscheinen.

b) Was die Lage des Horizontes anbetrifft, so ist zu bemerken, dass letztere auf dem Bilde unter einem die perspectivische Darstellung des Gesichtskreises selbst ist, welcher sich in weiter Ebene, namentlich aber

bei einer Aussicht auf die See, in einer scharfen Linie zu erkennen gibt. Die perspectivische Bedeutung des Horizontes liegt ferner darin, dass er für alle horizontalen Ebenen dasselbe ist, was der Fluchtpunkt für parallele Linien. Alle unter dem Auge liegenden Flächen scheinen in der Tiefe gegen den Horizont anzusteigen, wie Wasserflächen, Fußböden, Tischplatten, Bank- und Sesselflächen. Alle über dem Auge sich ausdehnenden Flächen, wie Zimmerdecken, senken sich scheinbar gegen den Horizont, so dass derselbe als Fluchtlinie aller horizontalen Ebenen erscheint. Seine Wahl ist demnach von großer Bedeutung für den perspectivischen Entwurf. Wohl liegt diese ganz im Belieben des Zeichners. Indessen ist darauf hinzuweisen, dass bei Darstellungen, wornach Gegenstände auf einer wagrechten Ebene erscheinen, wie etwa beim Entwurfe eines möblierten Zimmers, der Horizont ja nicht zu hoch liegend angenommen werden darf, indem dann der Fußboden zu stark ansteige und die Möbel dem Beschauer sonach in einer unnatürlich gezwungenen, den Ausdruck des sichern Standes störenden Stellung, gleichsam vornüber entgegenfallend, erscheinen müssten. Zu sagen wäre noch, dass eine Perspective dann immer einen günstigen Eindruck machen wird, wenn die Augenhöhe mit dem Horizonte des Bildes möglichst übereinstimmt.

c) Es ist ohne Frage zweckentsprechend, den Augpunkt in die Mitte des Bildes zu legen, d. h. in diejenige verticale Linie, welche das Bild in zwei gleiche Hälften theilt, indem sich ja der Beschauer bei Betrachtung des letzteren immer mitten vor dasselbe stellen wird. Nur in gewissen Fällen, beispielsweise zur Vermeidung einer nicht erwünschten Symmetrie etwa an einer Augpunkt-Perspective, ist es erlaubt, den Augpunkt etwas zur Seite zu rücken. Im übrigen wird seine Wahl durch die frontale oder schräge Ansicht beeinflusst, in der die abgebildeten Objecte zur Bildebene angenommen sind. Im letzteren Falle z. B. kann der Augpunkt immer mitten ins Bild gelegt werden.

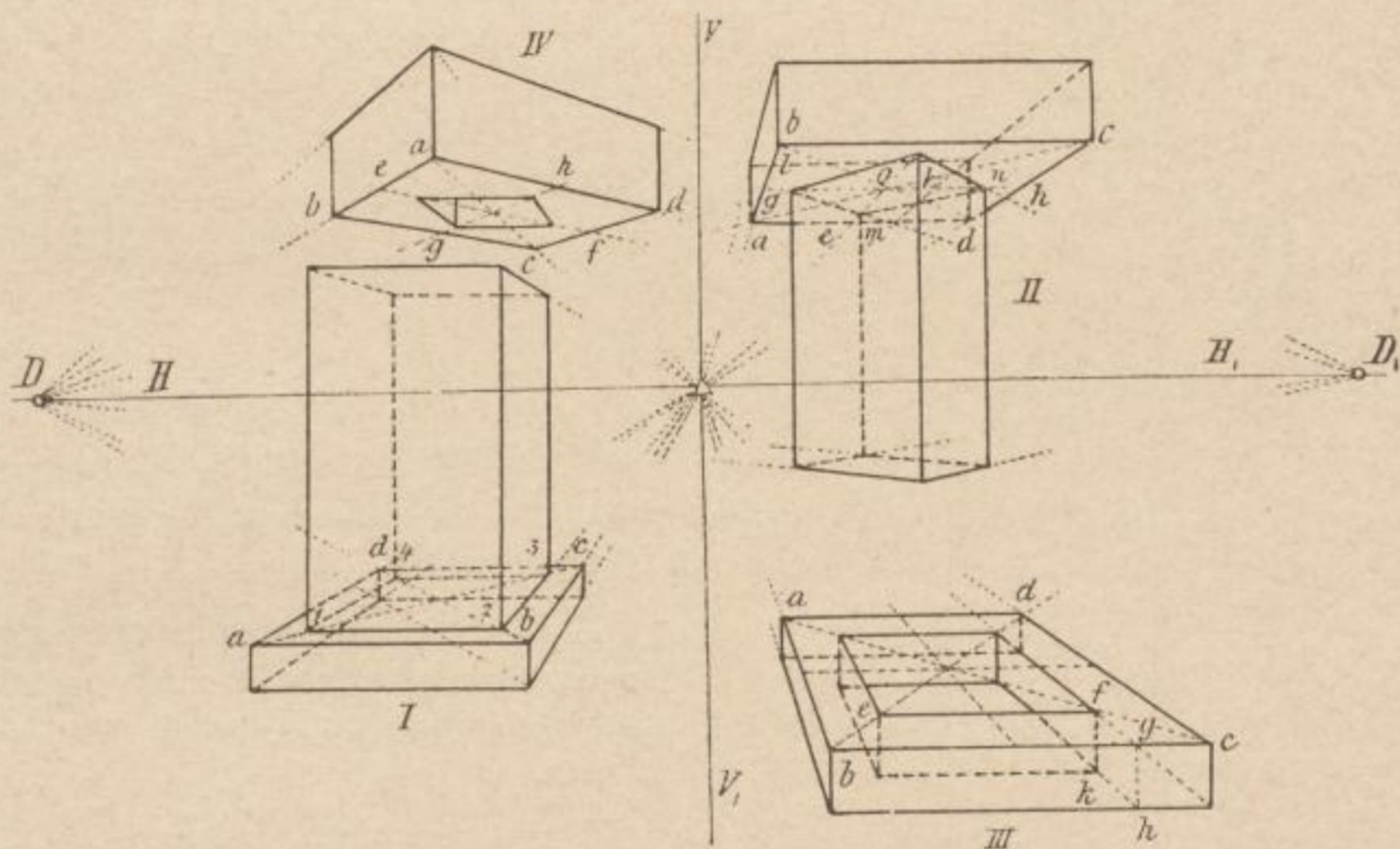
d) Bei der Betrachtung eines perspectivischen Entwurfes oder eines Bildes soll man einen solchen Standpunkt wählen, von dem aus man das Ganze zu überblicken vermag, ohne den Kopf dabei wenden zu müssen. Erfahrungsgemäß wird dies erreicht, wenn man sich in einem Abstände vor das Bild stellt, welcher seiner Diagonale entspricht. Und so groß sollte auch die Distanz angenommen werden. Wichtig aber ist die Erwähnung des Umstandes, dass bei Zeichnungen von der geringsten Dimension, wie bei Miniaturbildern, die Distanz nie kleiner genommen werden darf, als die natürliche Sehweite $0,25\text{ m}$. Diese Vorschrift muss beim Copieren von Entwürfen in kleinerem Maße wohl beachtet werden.

Nach diesen, für den Zeichner wichtigen Fingerzeigen haben wir, an den Gegenstand anknüpfend, zu bemerken, dass mit Zuhilfenahme eines kleinen Apparates Perspektiven mechanisch gefertigt werden können. Dieser

besteht aus einem Rahmen, in welchem eine Glastafel eingeschnitten ist und welche letztere selbst auf einem viereckig zugerichteten Brette befestigt erscheint. Auf das Brett werden die abzuzeichnenden Gegenstände gestellt, währenddem die Glastafel als Bildebene dient. Man überstreicht die Glastafel vor dem Gebrauche mit Gummiwasser und kann dann mit lithographischer Kreide darauf zeichnen. So könnte man beispielsweise Gegenstände der Natur perspectivisch auf den Fensterscheiben entwerfen, wenn man sein Auge immer unverwandt an einer Stelle beließe.

Wir haben bereits gelernt, dass es für die perspectivische Wirkung eines Entwurfes einerlei ist, ob die Bildebene vor oder hinter dem dargestellten Objecte angenommen wurde. In letzterem Falle resultiert eine

Fig. 175.



vergrößerte Zeichnung. Man kann sich mithin ein vorgelegtes Modell auch auf die Schultafel als Bildebene perspectivisch projiziert denken.

Bei den folgenden Beispielen hat der Lernende vor Allem auf die Stellung der betrachteten Körper gegen die Bildebene Bedacht zu nehmen.

Wir betrachten erstlich Fig. 175.

Beispiel I zeigt uns eine aufruhende vierseitige Ecksäule in Augpunkt-Perspective. Wie wurde die Grundfläche 1, 2, 3, 4 desselben der Deckfläche der prismatischen Platte eingeschrieben, wenn der Punkt 1 in der Diagonale ac beliebig liegend angenommen wurde?

In Fig. II ist ein gedecktes Prisma gezeichnet, das in Überecksstellung zur Bildebene gedacht ist.

Fig. 176.

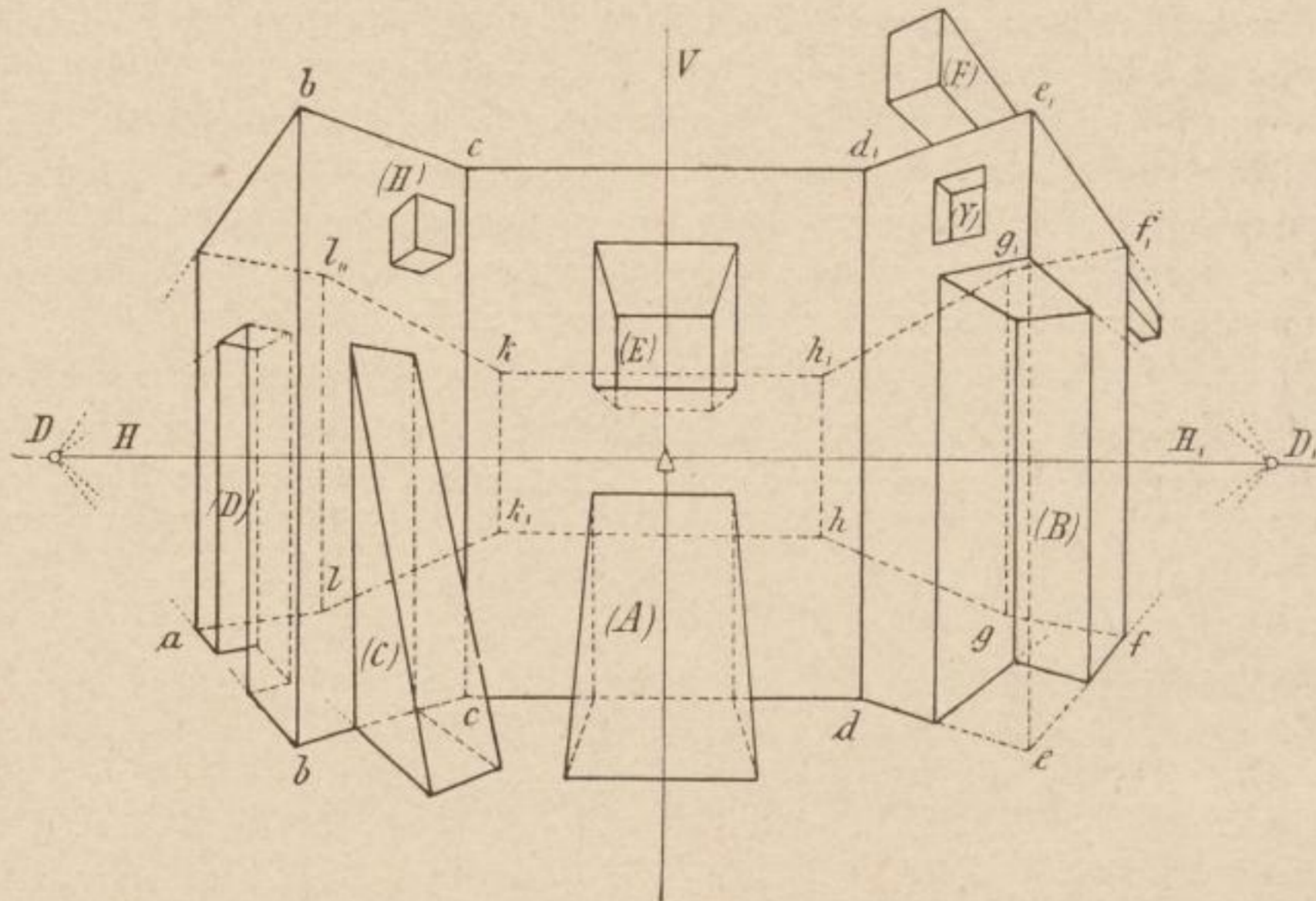


Fig. 177.

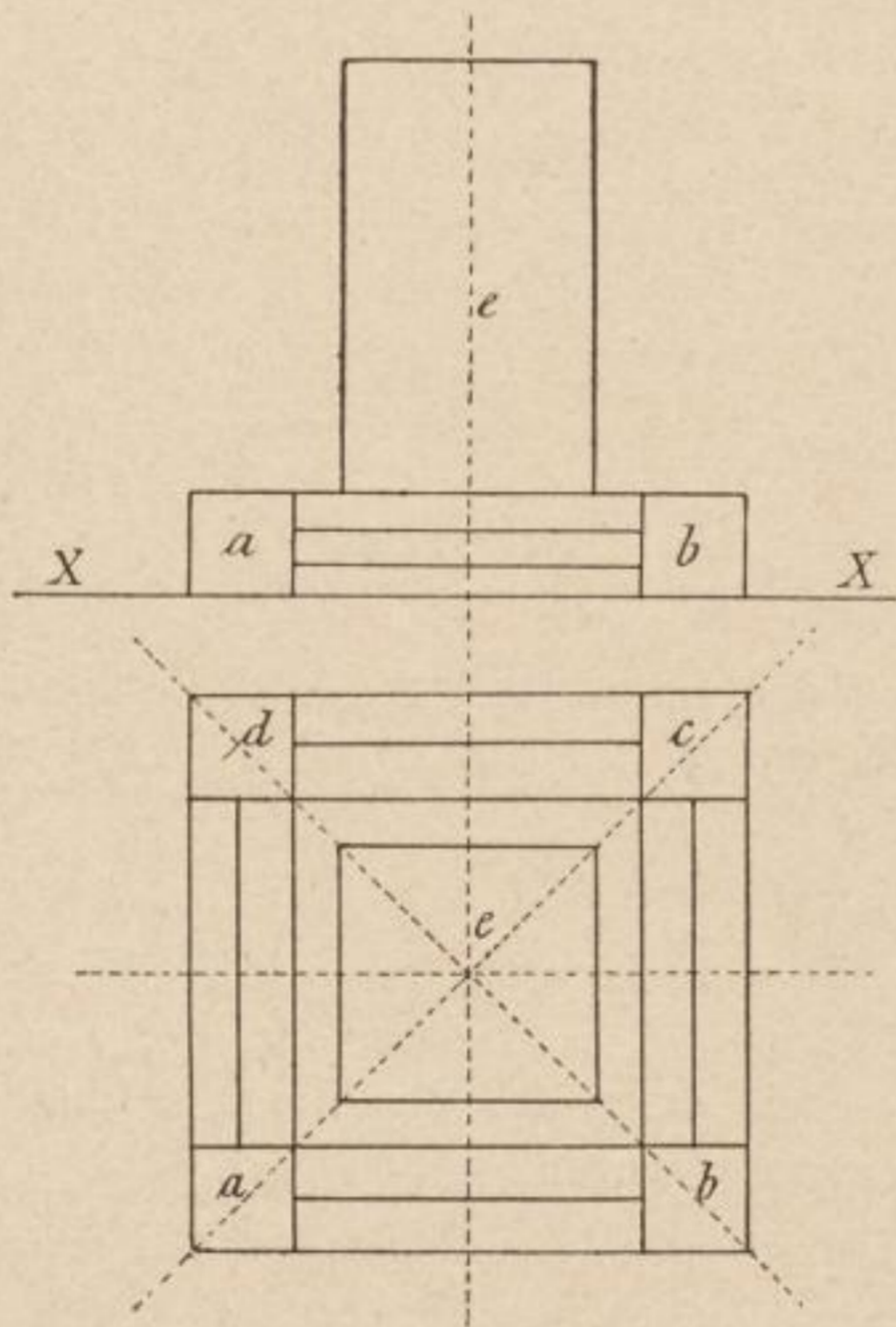


Fig. III bringt eine durchlochte Platte in Draufsicht, Fig. IV endlich eine durchlochte Platte in Druntersicht.

Lehrreiche Detailconstructions ergeben sich an dem durch Fig. 176 zur Ansicht gebrachten Körpergebilde.

Man beachte die Basis $a b c d e f \dots k l a$ desselben genau und verfolge die Fluchtlinien der einzelnen parallelen Seiten derselben. Welcher orthogonale Grundriss entspricht der eben genannten Basisfigur? Wie sieht eine diesfällige Skizze aus?

Schlägt man sowohl in Fig. 175 als auch in Fig. 176 mit dem Stücke $\triangle D = \triangle D_1$ als beantragter Distanz Kreislinien, so findet man, dass in beiden Fällen die perspectivische Darstellung im

Ganzen innerhalb dieser Kreise zu liegen kommt. Die Distanz ist mithin für diese Objecte richtig gewählt und kein Theil der Figuren ergibt eine perspectivische Verzerrung. Eine um $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ größer genommene Distanz würde den Darstellungen nicht abträglich sein, wohl aber ein auch nur um ein Unbedeutendes kleineres Distanzmaß.

Fig. 177 bringt ein viereckiges Postament, von welchem in Fig. 178 die Perspective entworfen ist. Das Ganze besteht aus einem Podium mit darauf ruhender vierkantiger Ecksäule.

Das Podium als solches wird an seinen Ecken durch Würfel gebildet, zwischen denen eine Abtreppung angebracht ist. In welche Stellung muss das durch Fig. 177 im Grund- und Aufriss gezeichnete Modell gegen die Tafel gebracht werden, damit sich

Fig. 178.

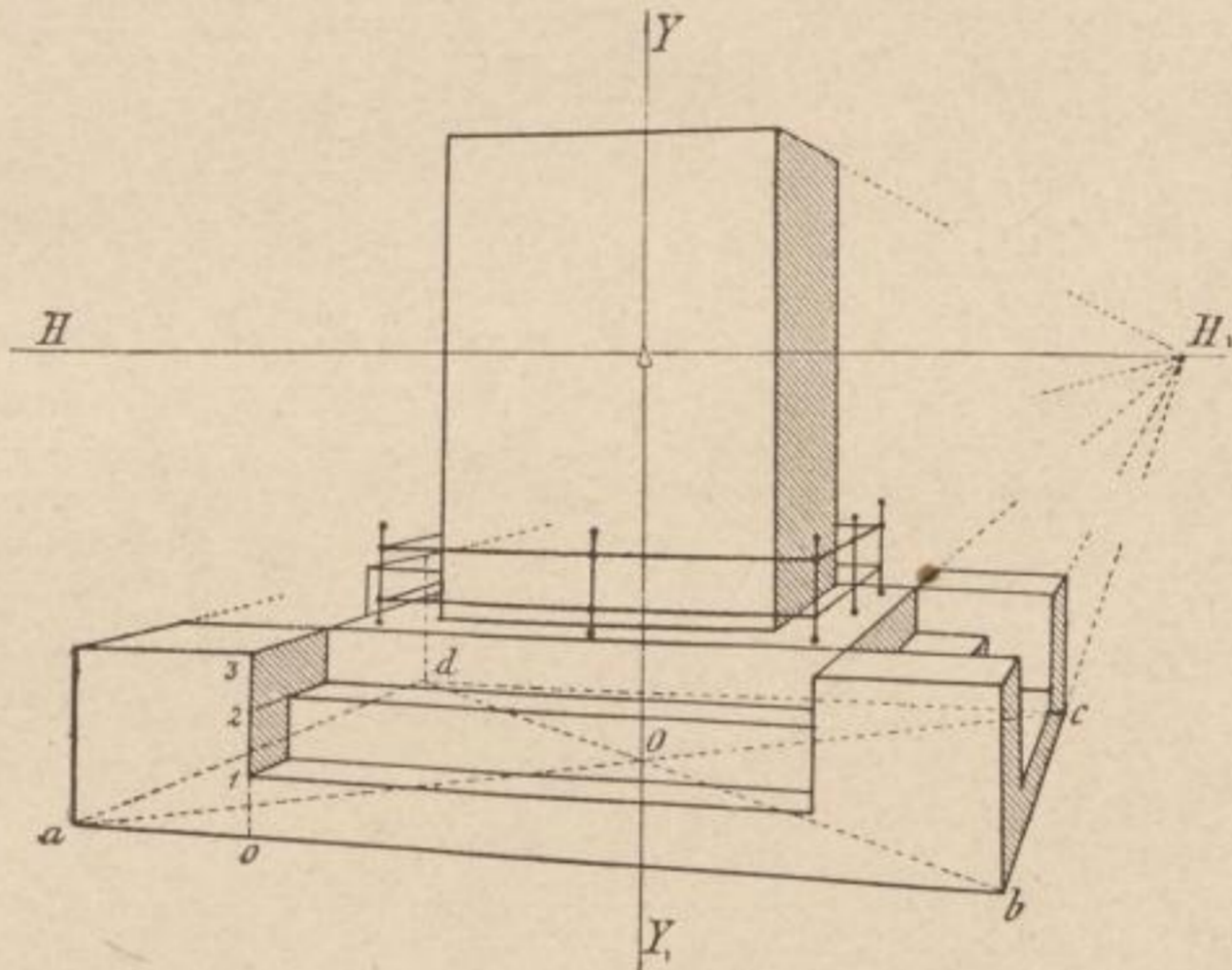
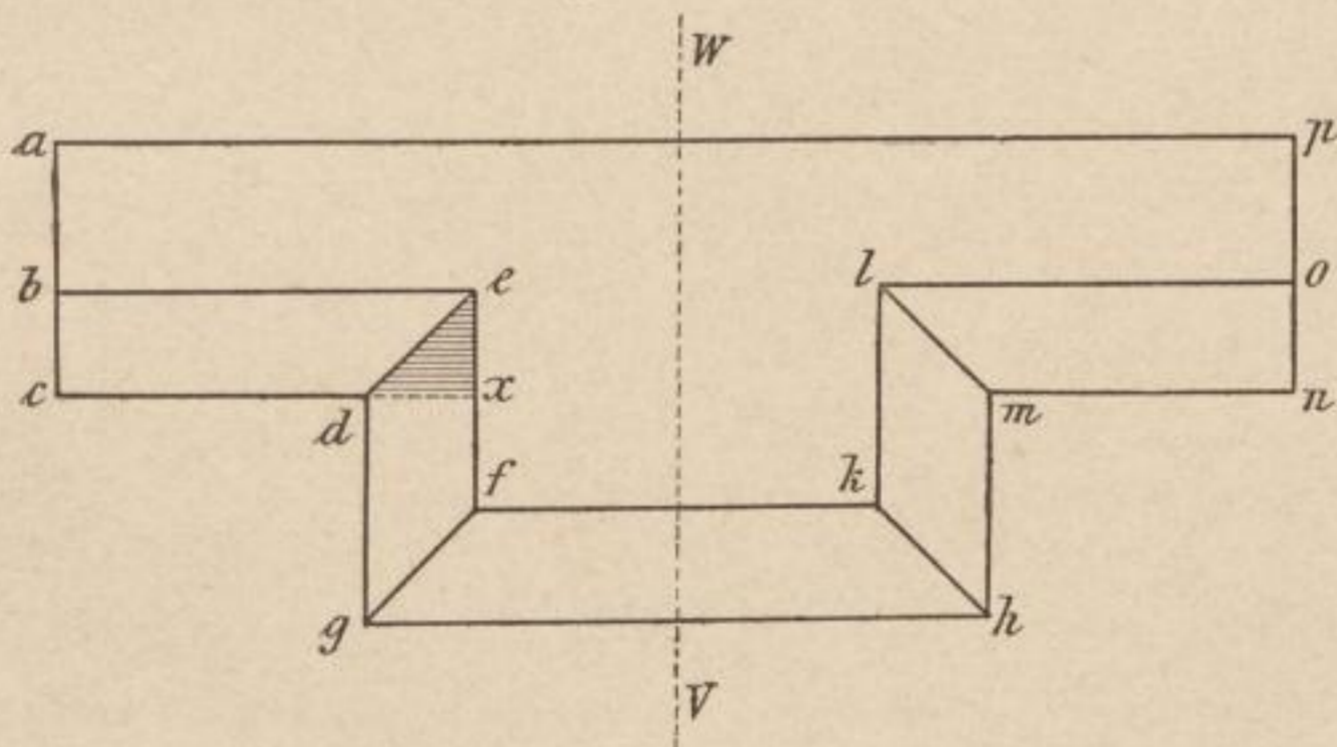


Fig. 179.



dem Auge ein der Fig. 178 ähnliches Bild ergebe? Betrachtet man die letztgenannte Figur genau, so ist ersichtlich, dass die aufeinanderfolgenden Stufenhöhen, die in der Linie 0 3 in gleicher Abmessung erscheinen, sich je nach ihrer Tiefe in Verkürzungen ergeben, denen die Theilstrecken 0, 1 — 1, 2 — 2, 3 als Grundmaße zukommen. Dieses lehrt uns, dass

Tiefendimensionen an einem perspectivischen Entwurfe von Maßstäben hergeleitet werden können, von deren Construction im folgenden Abschnitte gesprochen werden wird.

Fig. 179 zeigt uns im Grundrisse (Horizontalschnitt) eine Wand, aus welcher ein Pfeiler *efkl* hervortritt. An der Wand zieht sich ein Sockel

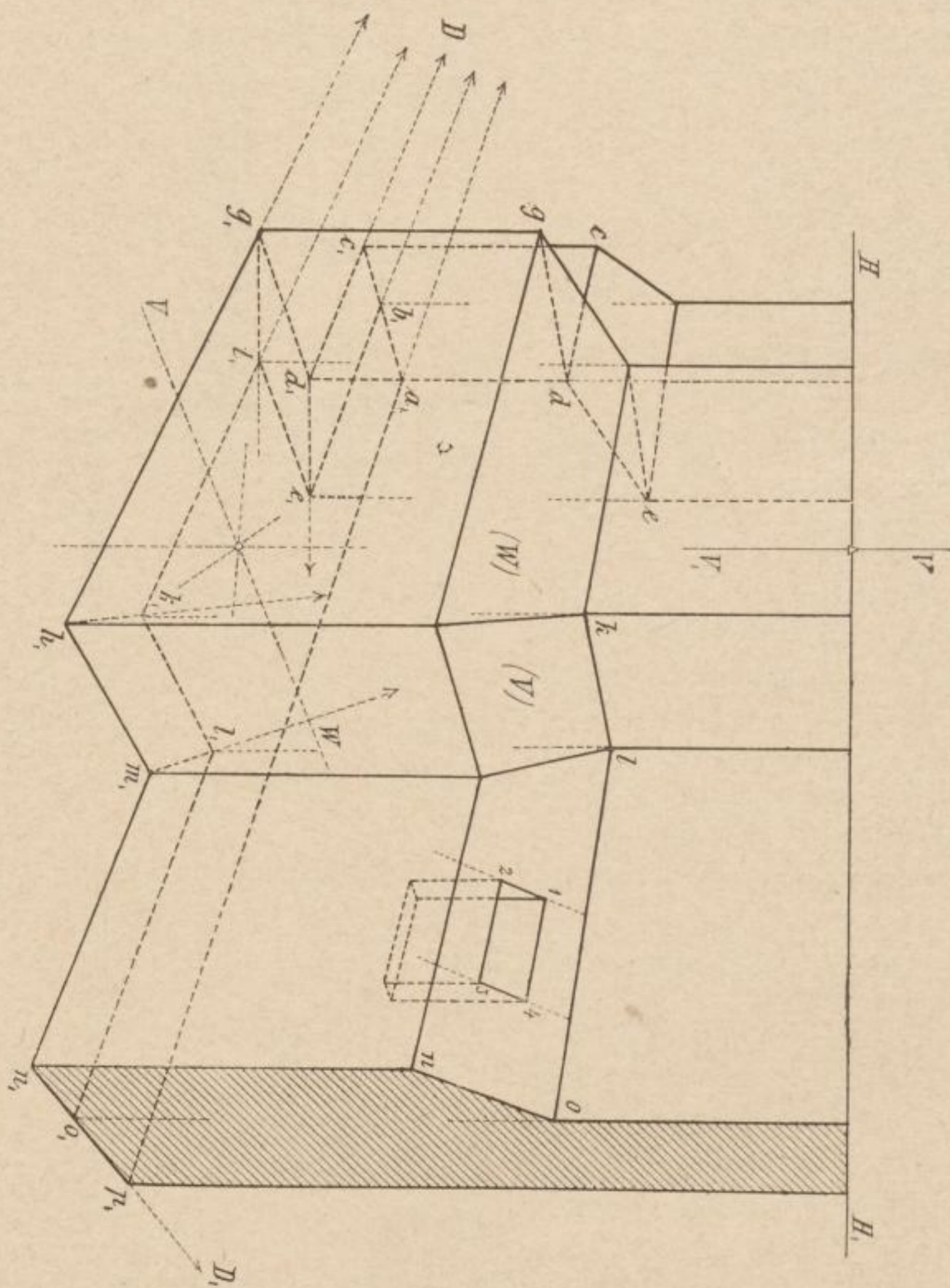


Fig. 180.

mit einem in einfacher Abschrägung angetragenen Fußgesims hin, beides in rechteckiger Wiederkehr gegeben.

Das vergrößerte perspectivische Bild dieses Objectes bringt Fig. 180. Letztere ist aus dem perspectivischen Grundrisse entsprungen. Welche

Stellung hat das Modell zur Bildebene? Wodurch war es möglich, auf Grund von Fig. 179 das vergrößerte perspectivische Bild zu zeichnen? Was bedeuten die in der Figur mit D und D_1 eingetragenen Fluchtlinien? Welche Constructionsvereinfachungen ließen sich mit den ihnen zukommenden Fluchtpunkten erzielen? Nach welchem Punkte zielt die Strecke $m_1 l_1$? Welche Lage zur HH_1 hat die Strecke $d_1 e_1$ und was ist hinsichtlich ihrer bemerkenswert? Beachtenswert erscheint die Überschneidung der sichtbaren Begrenzungslinien zur Linken der Figur. In der Abschrägung lon ist die Basis 1, 2, 3, 4 einer verticalen Vertiefung angegeben.

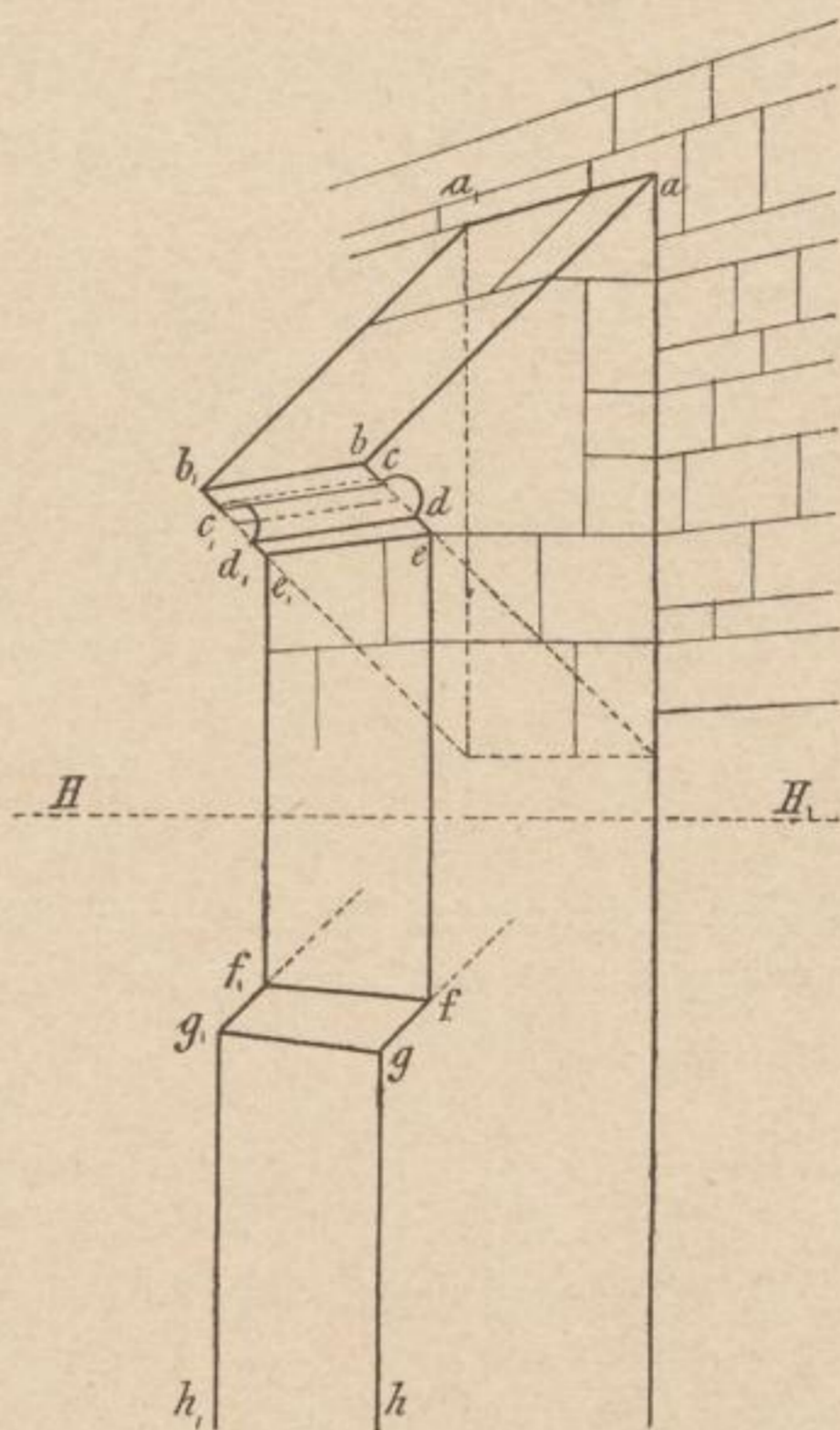
Der Strebepfeiler, der durch Fig. 181 dargestellt ist, wurde so angenommen, dass seine beiden Seitenflächen parallel zur Bildebene liegend erscheinen.

Demnach lässt sich aus dem angenommenen Profil $abcdefgh$ das zu diesem parallel liegende einfach gewinnen. Die Linien, aus den Punkten $a, b, c \dots$ gezogen, vereinigen sich im Augpunkte. Wird nun Punkt a_1 construiert oder beliebig gewählt, so hat man dann nur laut Satzes a), Seite 94, die Strecken $a_1 b_1 \parallel ab$, $b_1 e_1 \parallel be \dots$ zu ziehen, um den Gesamtumriss zu erhalten.

a) Ziehe eine Horizontale als Achse XX , zeichne oberhalb derselben das Profil $abcd \dots$ auf, nehme hierauf eine horizontale Strecke hh_1 als Breite des Pfeilers im Grundriss an, zeichne mit Hilfe dieser und des Profils Grund- und Aufriss des ganzen Objectes und trage, der Fig. 181 entsprechend, die Bildebene mno und die HH_1 sowie Δ_1 und Δ_2 an!

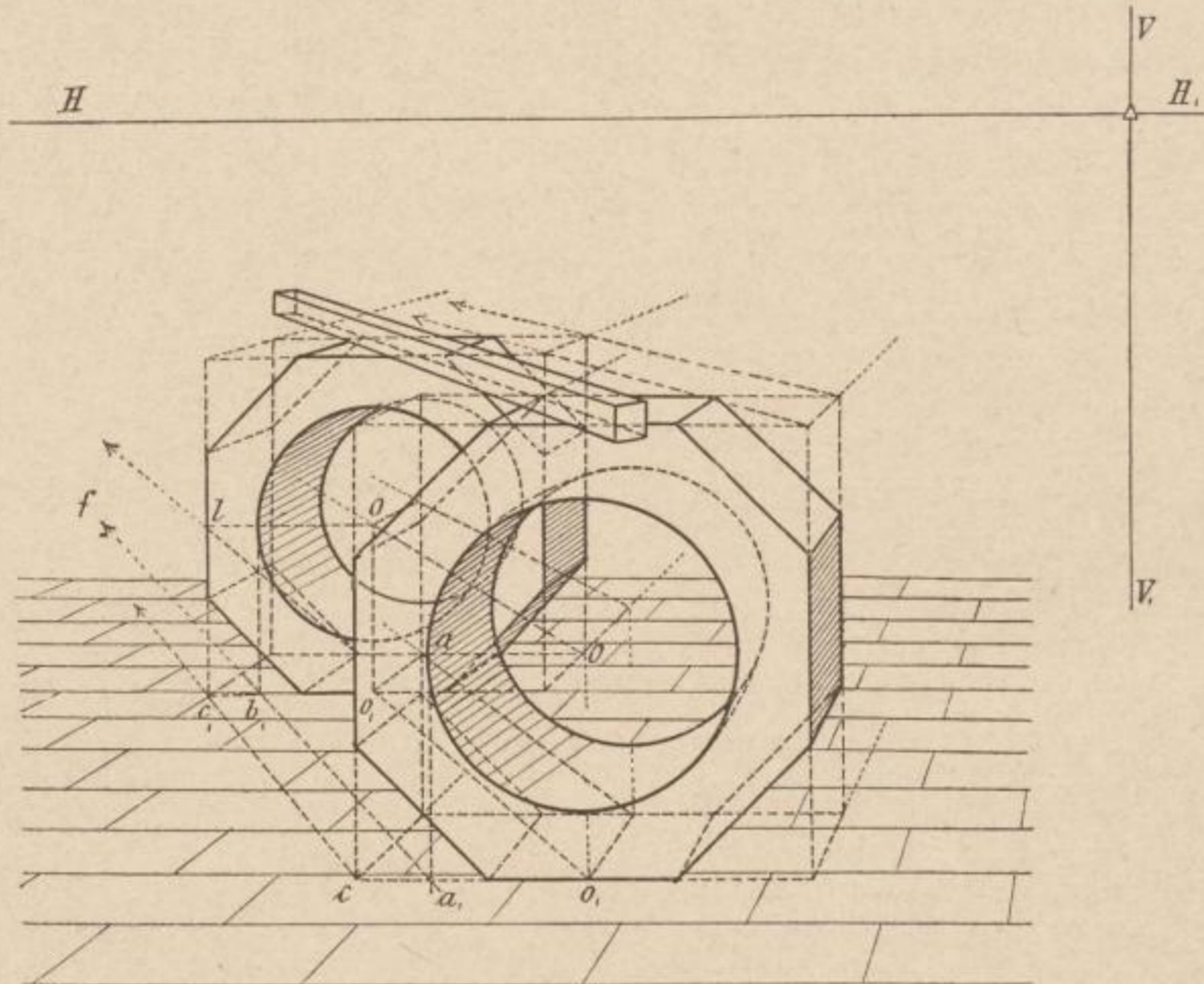
Fig. 182 stellt uns das Bild von zwei regelmäßigen prismatischen Platten vor, die in ungleichen Abständen von der Bildebene und zwar hintereinander so angenommen erscheinen, dass ihre vorderen und rückwärtigen Begrenzungsflächen der Bildebene parallel liegen. In den Platten sind cylindrische Durchlochungen angebracht. Wie gestalten sich in dem

Fig. 181.



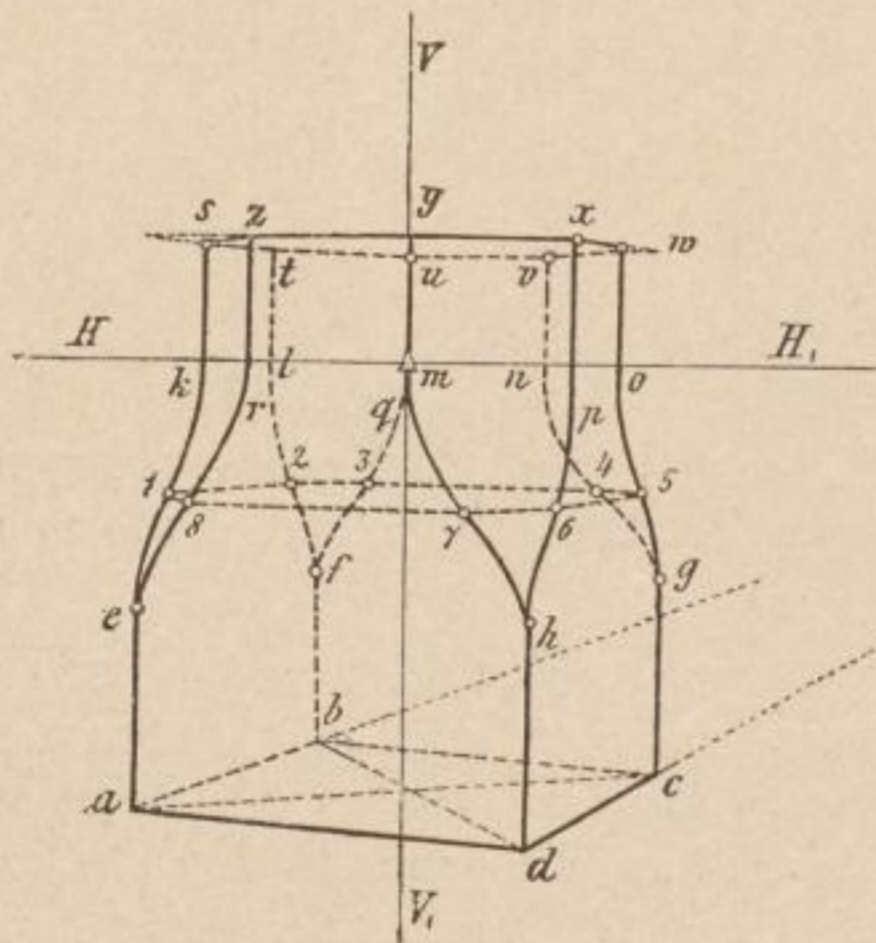
Falle die Basisumrisse derselben? Durch die erste Öffnung gewinnen wir Aussicht auf die zweite Platte. Die Figur zeigt ferner noch ein vierkantiges

Fig. 182.



Stäbchen, das auf den Deckflächen beider Platten aufruht. Was für eine Raumlage kommt dem letzteren zu?

Fig. 183.



In Fig. 183 ist ein Pfosten abgebildet, an welchem der Übergang aus dem quadratischen in den regulär achteckigen Querschnitt durch karniesförmige Abschrägungen erzielt ist.

Grund- und Aufriss dieses Körpers, sowie dessen durch das Bild ausgedrückte Stellung zur Tafel sind leicht zu übersehen.

Soll nun auf Grund vorgelegter Orthogonalprojektionen dieses Objectes letzteres in Perspective gesetzt werden, so genügen hierzu die Centralprojektionen der Quadrate $abcd$, $efgh$ und die Bilder der

regulären Achtecke 1, 2, 3, 4 . . . 7, 8 — $k, l, m . . . q, r$ — $s, t, u . . . z$ s. Durch diese gewinnt man in den aufeinanderfolgenden Eckpunkten der Achtecke sowie in den vier Ecken e, f, g, h des zweiten Quadrates hinsichtlich jeder der an dem Körper ersichtlichen Curven vier Punkte, aus denen sich letztere ungezwungen ziehen lassen. Man arbeite auch in diesem Falle wieder mit den Fluchtpunkten und verwende alle mit deren Hilfe sich ergebenden Constructionserleichterungen.

Die Gewinnung des perspectivischen Bildes der durch Fig. 184 gegebenen Console ist sofort zu übersehen, wenn man hinsichtlich dieser Figur das über Fig. 181 unter α) Gesagte in Betracht nimmt.

Ebenso ersichtlich ist die punktweise Construction der Curven, die in Fig. 185 an dem Gesimsstücke auftreten. Der Entwurf einer das Object in orthogonaler Projection vorstellenden Skizze ist da vor allem nothwendig.

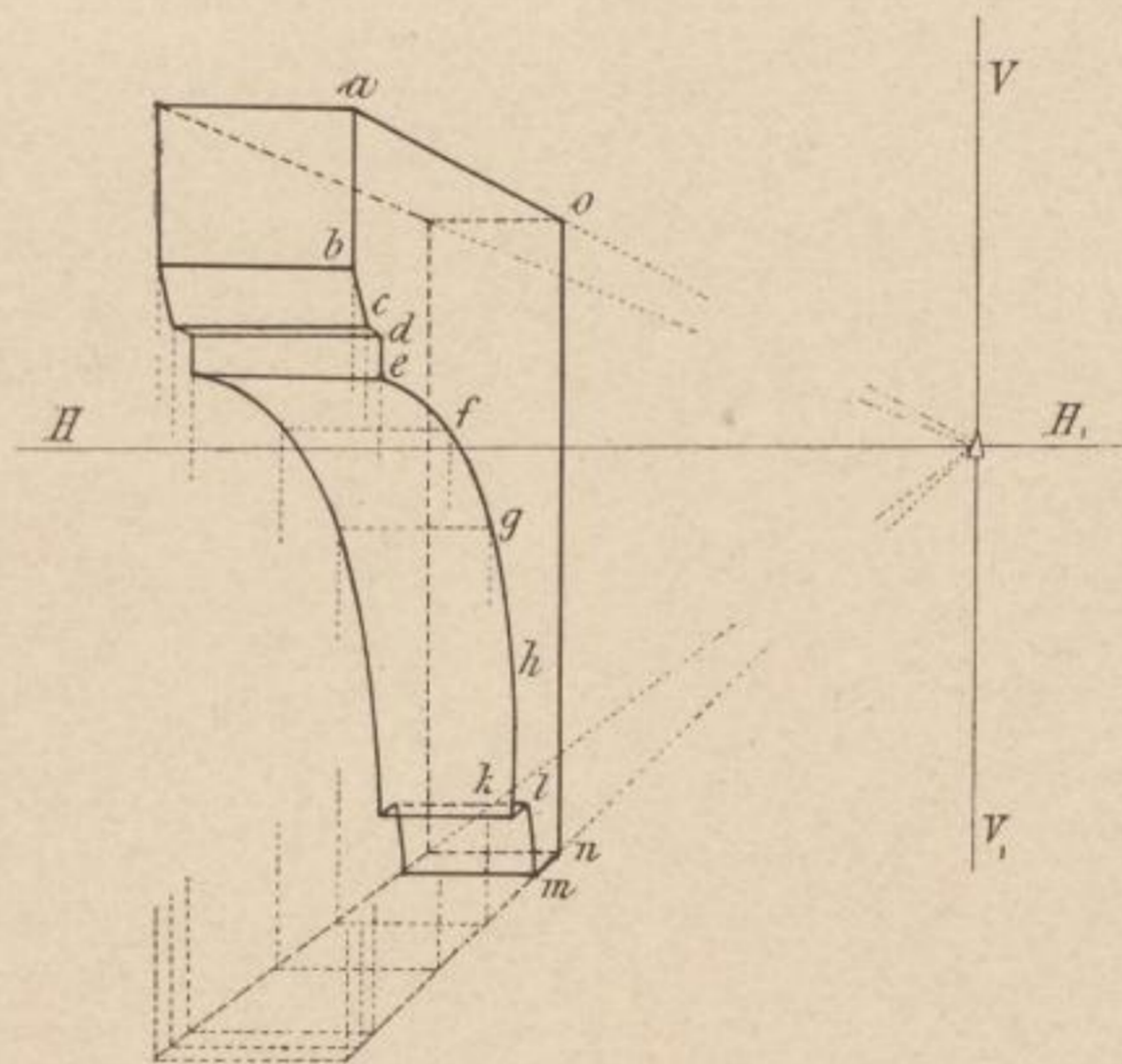
Einen Cylinder in allgemein schiefer Lage zur Tafel bringt Fig. 186.

Man umschrieb der Walze ein quadratisches Prisma, dessen Basis-kante dem Walzendurchmesser gleich genommen wurde. In die Central-projectionen der Grund- und Deckfläche wurden Ellipsen eingeschrieben und an letztere Berührende, die dann die scheinbaren Umrisse des Cylinderbildes ergeben, gelegt.

Welche von den beiden Basisflächen des Cylinders ist der Tafel zugewendet? Die Gerade p, p gehört der Mantelfläche der Walze an, Punkt A liegt in ihr, mithin gehört letzterer der Umfläche der Walze selbst an. Wie wird ein Kegel perspectivisch projiciert? Welche Beziehung zur Kegelmantelfläche weist der auf der Kegelerzeugenden Sr liegende Punkt B auf?

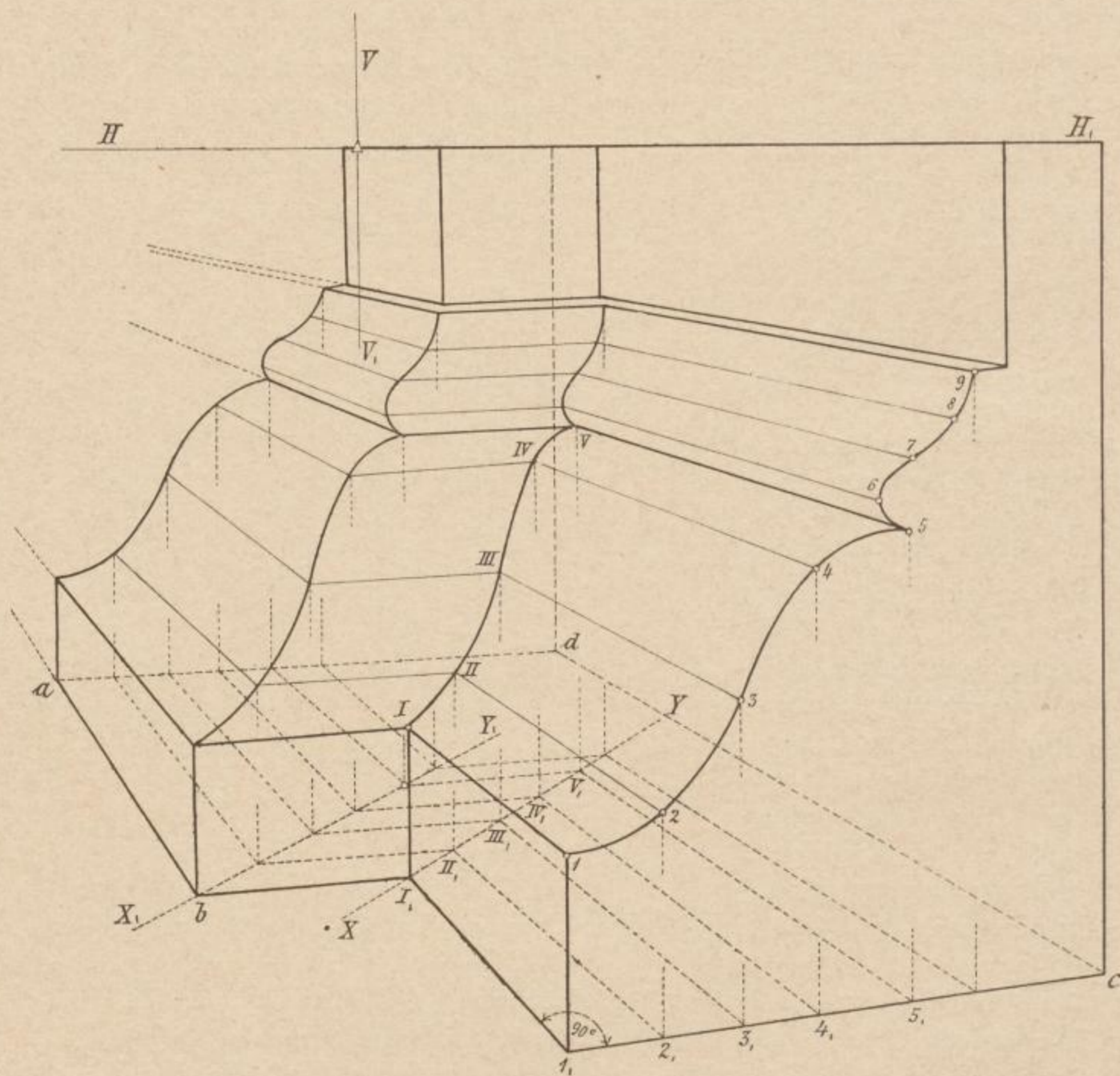
Eine gerollte Cylinderfläche wird in Fig. 187 gegeben. Welche der beiden Begrenzungscurven liegt der Bildfläche näher? Welche von den beiden Curven ist mehr gewölbt und warum?

Fig. 184.



Sollen Walzen und Kegel nach der Anschauung gezeichnet werden, so bedarf der Lernende einer Nachhilfe hinsichtlich der richtigen Darstellung der den Basisflächen umschriebenen Quadrate. Zu diesem Zwecke ist es rätlich, an die Basisflächen quadratische Papierausschnitte, deren Seiten dem Walzen-(Kegel-)Durchmesser gleich sind, mittelst Heftnägeln

Fig. 185.



so anzubringen, dass die Mittelpunkte der Quadrate mit den Mittelpunkten der Kreisflächen zusammenfallen.

Hinsichtlich der Einzeichnung der Ellipsen in die perspectivischen Bilder der quadratischen Figuren ist Folgendes zu bemerken: ist die Ausdehnung derselben keine große, so sind die Ellipsen nach dem Gefühle freihändig einzutragen. Ist der Fluchtpunkt vorhanden, so gehe man nach

Figur 125 des I. Theiles vor. Sind die Fluchtpunkte der Quadratseiten aber nicht vorhanden, so ist nur Fig. 127 des I. Theiles, II. Auflage, zu verwenden, indem nach ihrer Construction weder Parallellinien noch irgendwelche Einteilungen der Quadratseiten nöthig erscheinen.

Von ganz besonderer Wichtigkeit sind die folgenden zwei Fig. 188 und 189. Dieselben bringen die Entwürfe von Durchdringungen, welche darthun, dass der Constructionsmechanismus derselben von jenem der orthogonalen und schiefen Projectionsart nicht abweicht.

Es wäre das Quadrat $abcd$ und das ihm eingeschriebene $efgh$ auf Grund eines vorliegenden Grundrisses gezeichnet. In der Verticalen aus O wären die Punkte S und S_1 als Pyramidenspitzen angenommen und folgend die beiden Pyramiden selbstentworfen. Fig. 188.

Soll nun Punkt I des Körperschnittes gefunden werden, so beachte man,

Fig. 186.

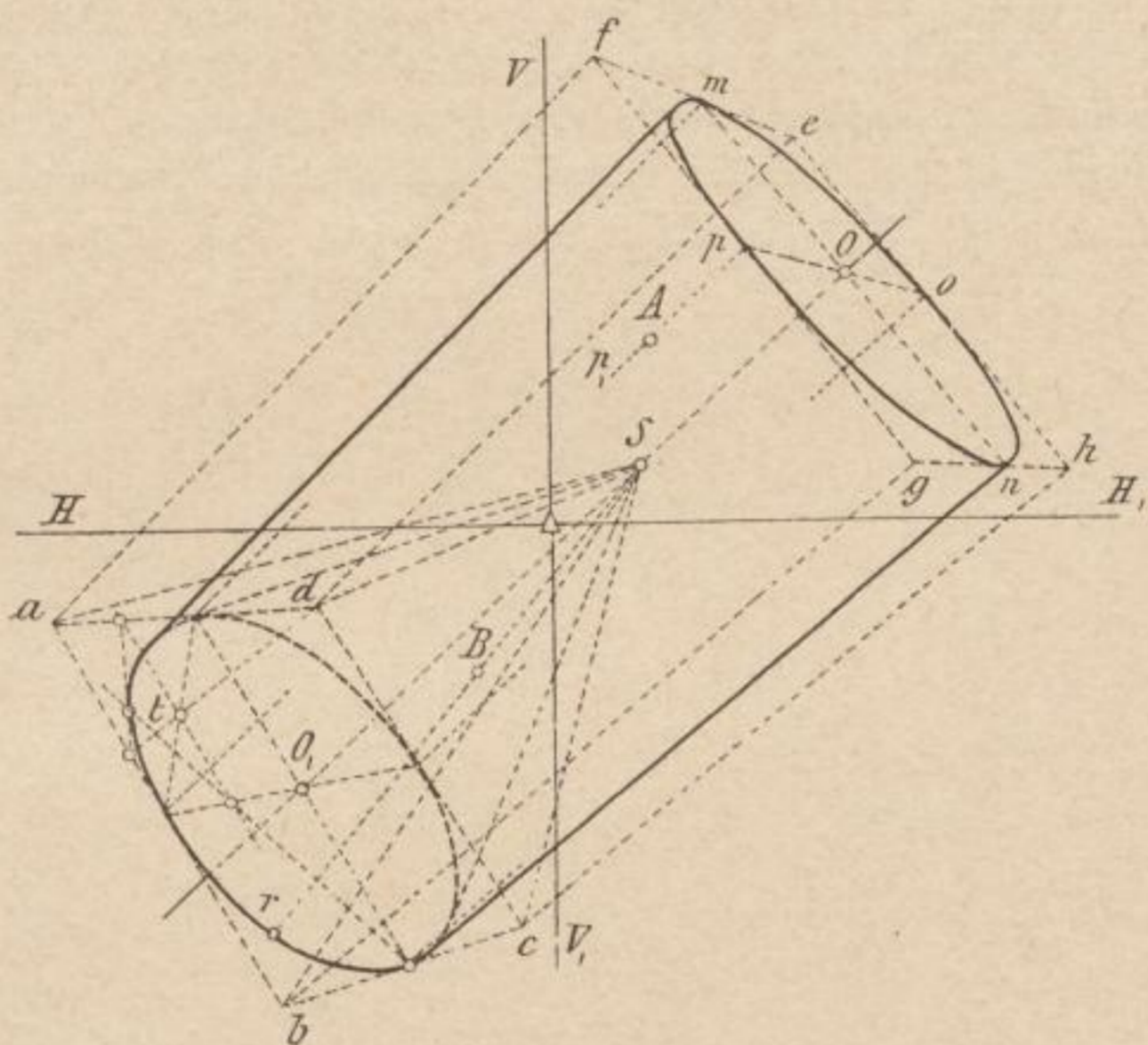
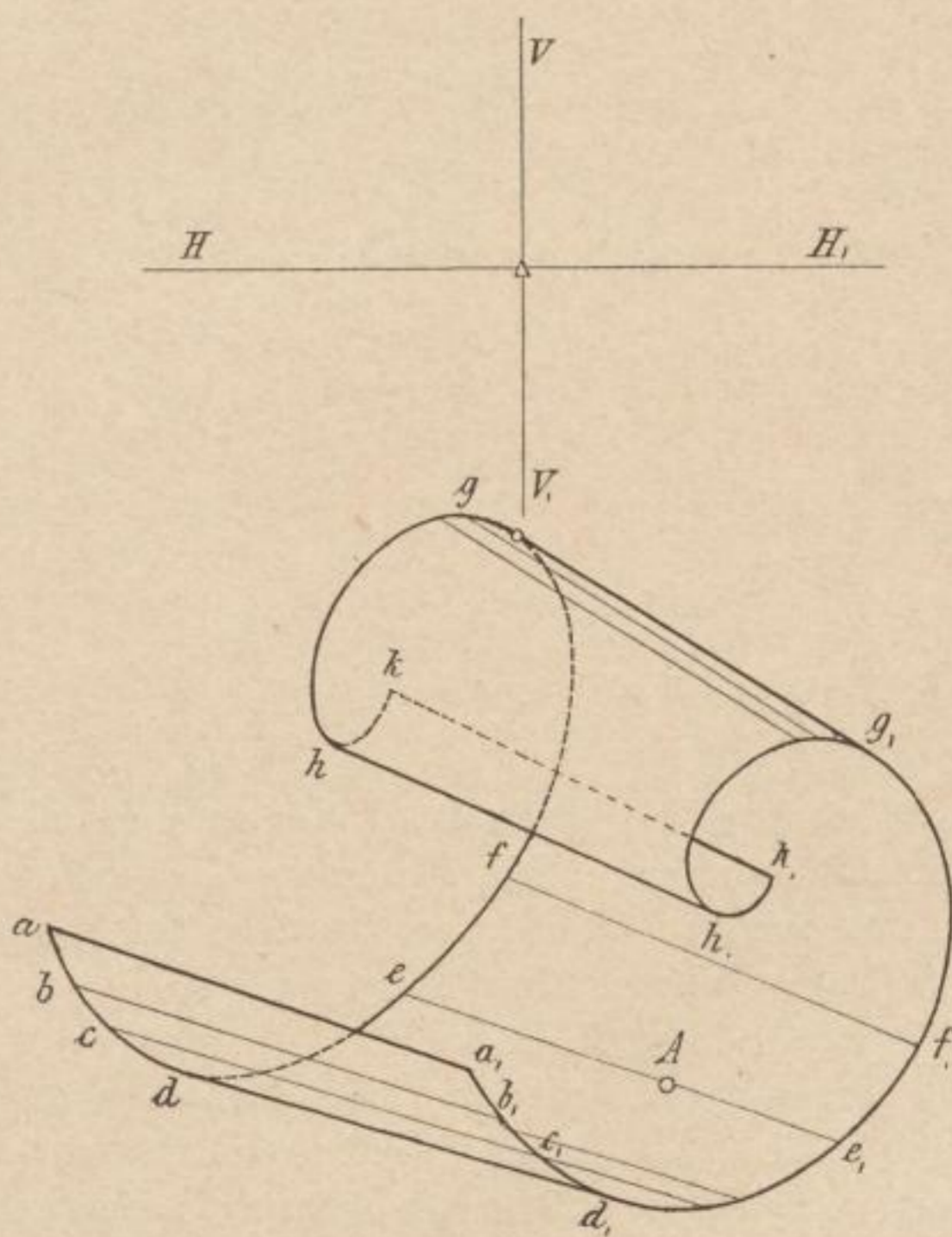
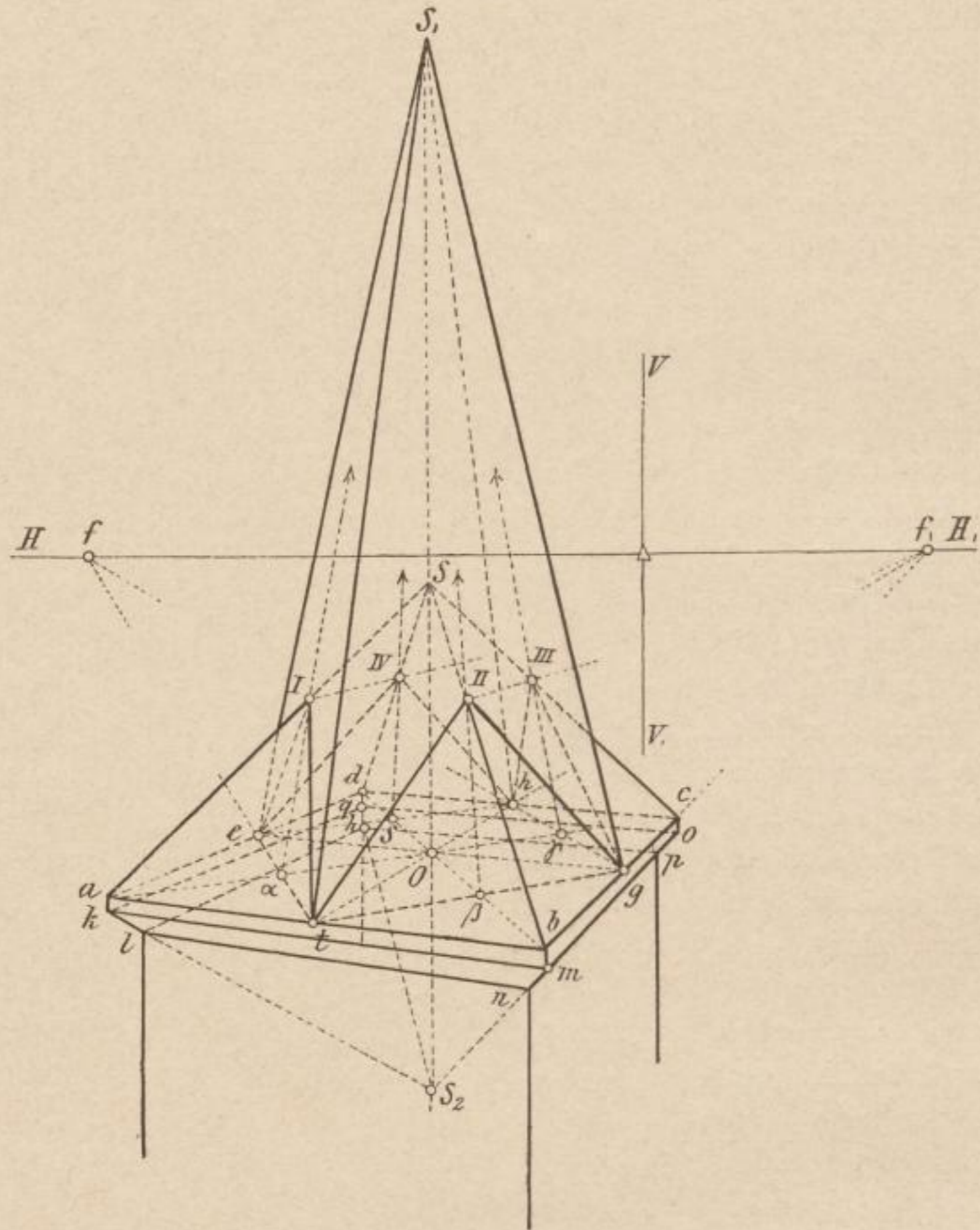


Fig. 187.



dass sich der Grundriss der Sa in der Strecke Oa darstellt. Denkt man sich mithin den Diagonalschnitt nach der Spur ac durch das Object gelegt, so nimmt derselbe sowohl die Pyramidenkante Sa , als auch die Schnittlinie $S_1\alpha$ auf. Beide Geraden aber schneiden sich in dem verlangten Punkte I. Auf ähnliche Weise wird die durch Fig. 189 gegebene

Fig. 188.



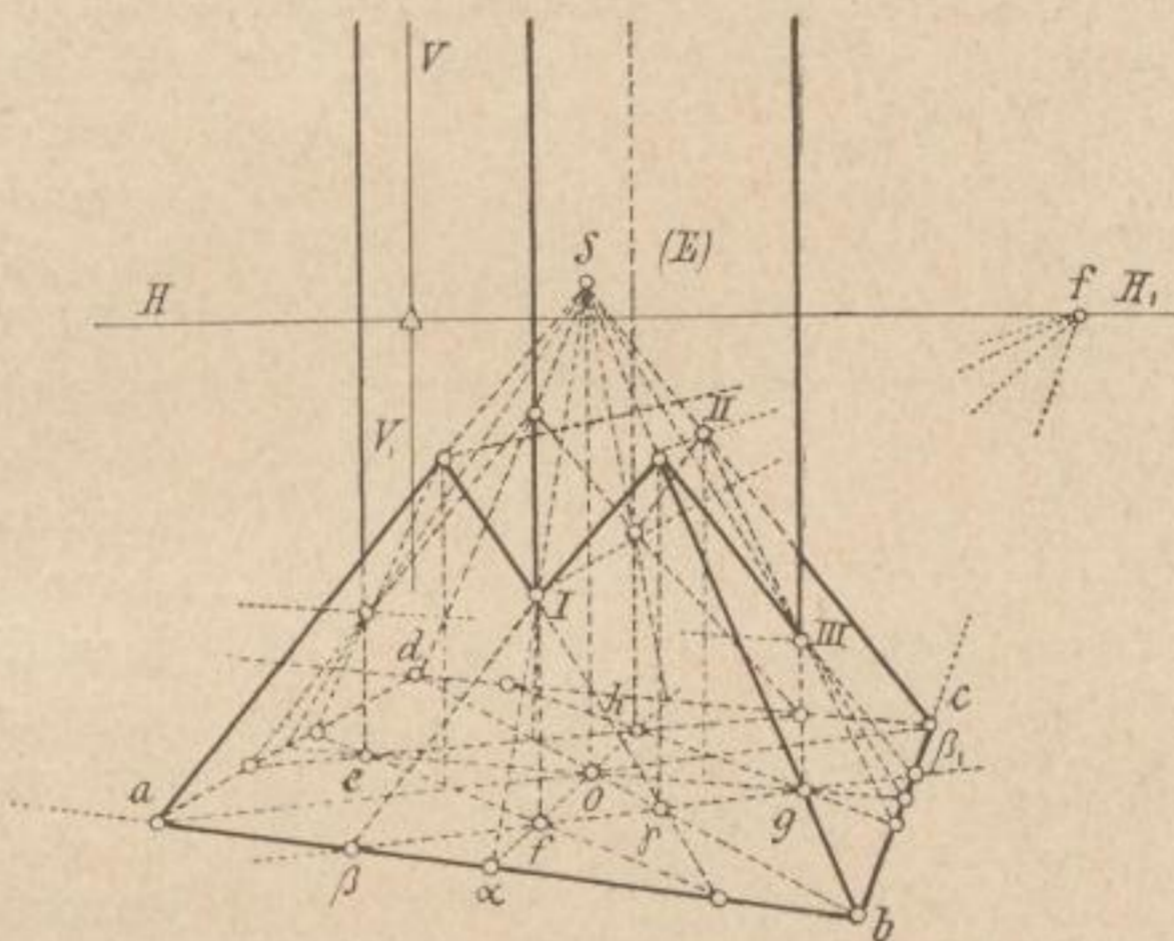
Durchdringung fertiggestellt. Wie wurden die Körperkanten kl, mn in Fig. 188 erhalten? Trage eine verticale und eine horizontale Ebene als Schnittebene an und zeichne das Schnittpolygon in die Figur ein!

Die im Voranstehenden gegebenen Beispiele zeigen, dass der Durchschnittmethode eine allgemeine Anwendbarkeit zukommt. Jedes durch seine Projectionen oder im Modelle vorhandene Object lässt sich nach derselben mit mathematischer Richtigkeit zeichnen, wenn das Zeichenfeld der Fluchtpunkte halber ein entsprechend ausgedehntes ist und wenn

Genauigkeit und Sorglichkeit die Hand leiten. Indessen ist nicht zu verkennen, dass der bezogenen Darstellungsart eine gewisse Umständlichkeit anhaftet, die beim Entwerfe kleinerer kunstgewerblicher Gebilde vielleicht als Nachtheil empfunden werden könnte.

Auch können die für das vereinfachte Construieren sonothwendigen Fluchtpunkte nicht immer auf das Papier gebracht werden. Diese Nachtheile erscheinen aber in dem Falle noch gewichtiger, wenn eine halbwegs große Distanz vorliegt. Wir besprechen mithin im Anschlusse hieran eine zweite perspektivische Constructionsart, welche den Gebrauch reducirter Distanzen zulässt.

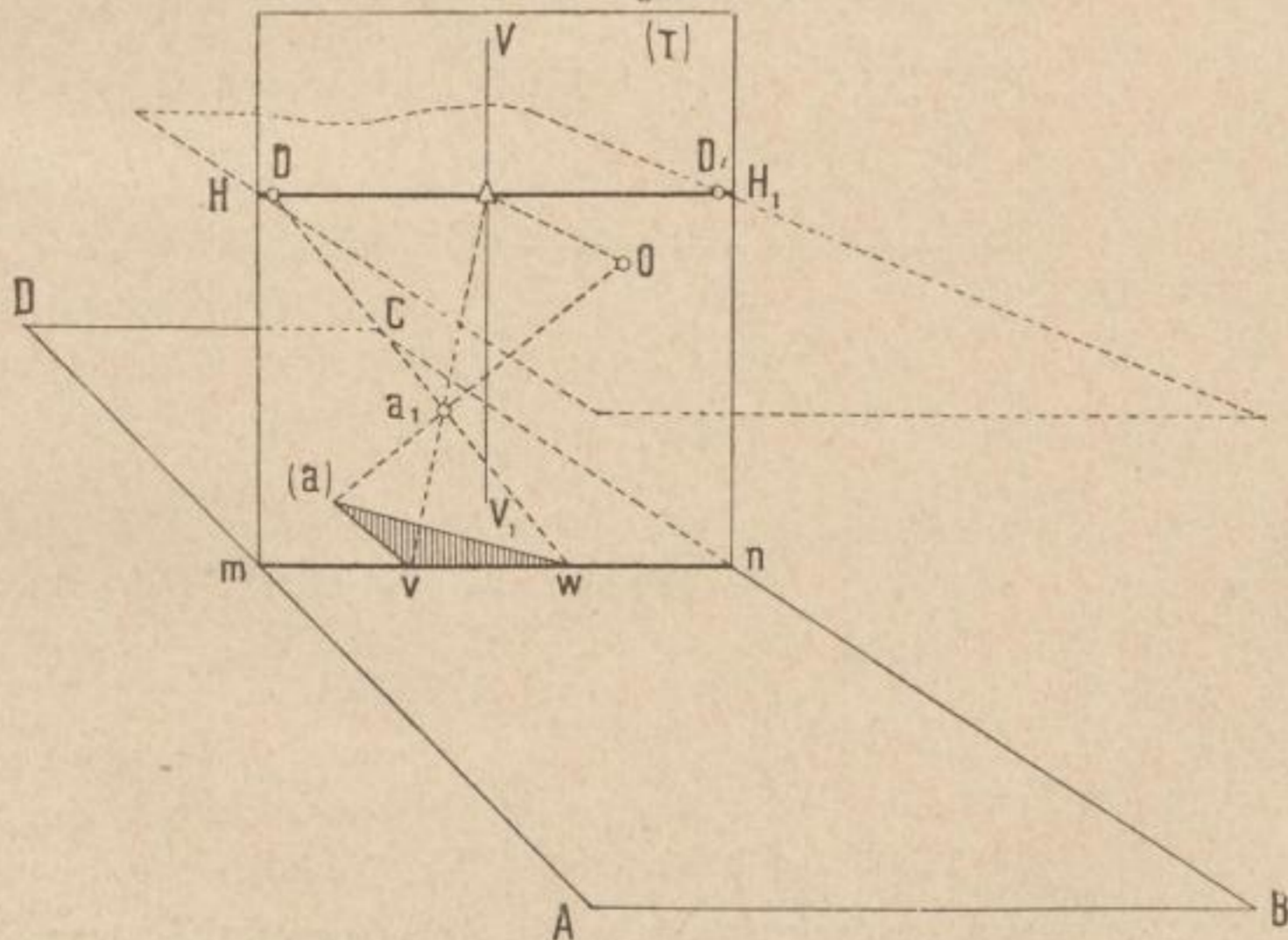
Fig. 189.



II. Distanzmethode. Beispiele.

Auch diese Methode setzt voraus, dass das perspektivisch zu zeich-

Fig. 190.

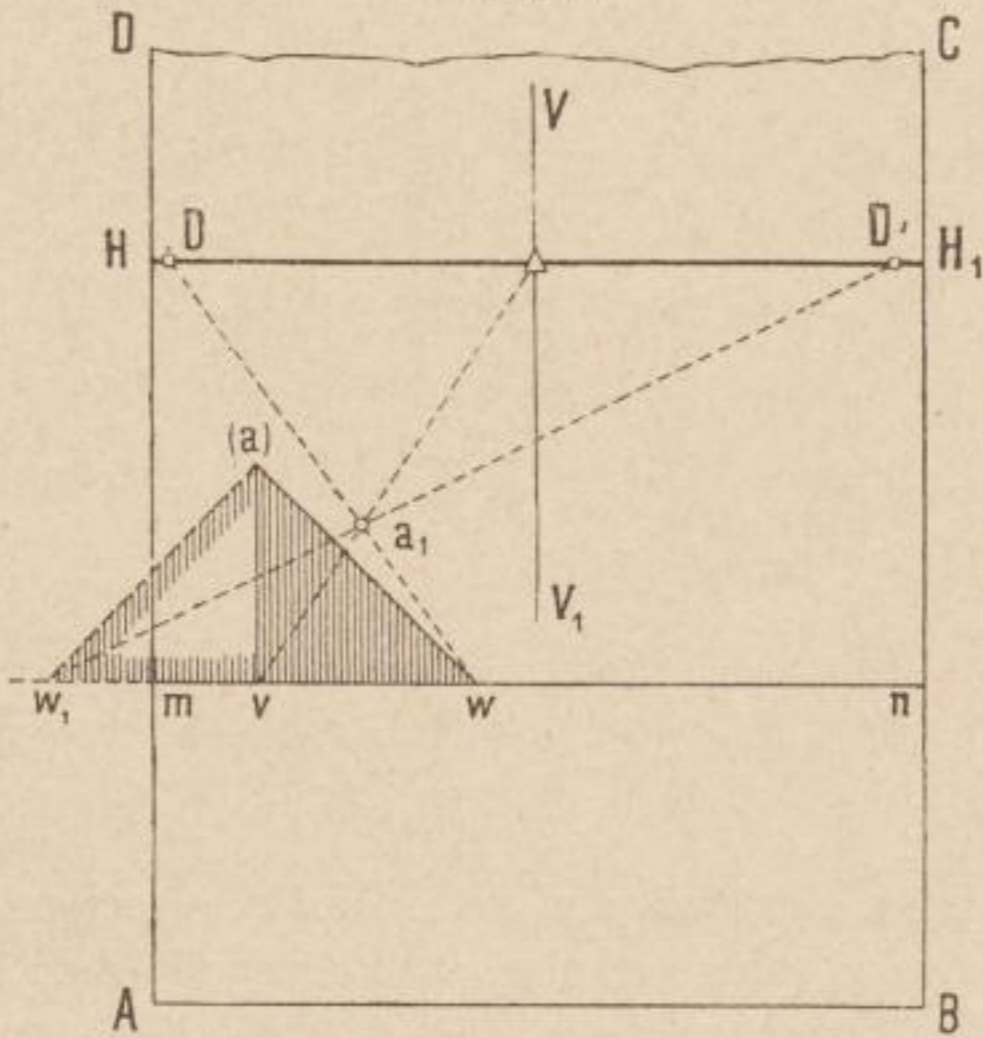


nende Object durch Grund- und Aufriss gegeben ist. Sie erscheint aber

dadurch handsam, dass die Centralprojectionen der einzelnen Punkte mit Hilfe des gleichschenkl. rechtwinkligen Dreieckes leicht gefunden werden können.

Um diesbezüglich klare Vorstellungen zu erwecken, nehme man

Fig. 191.

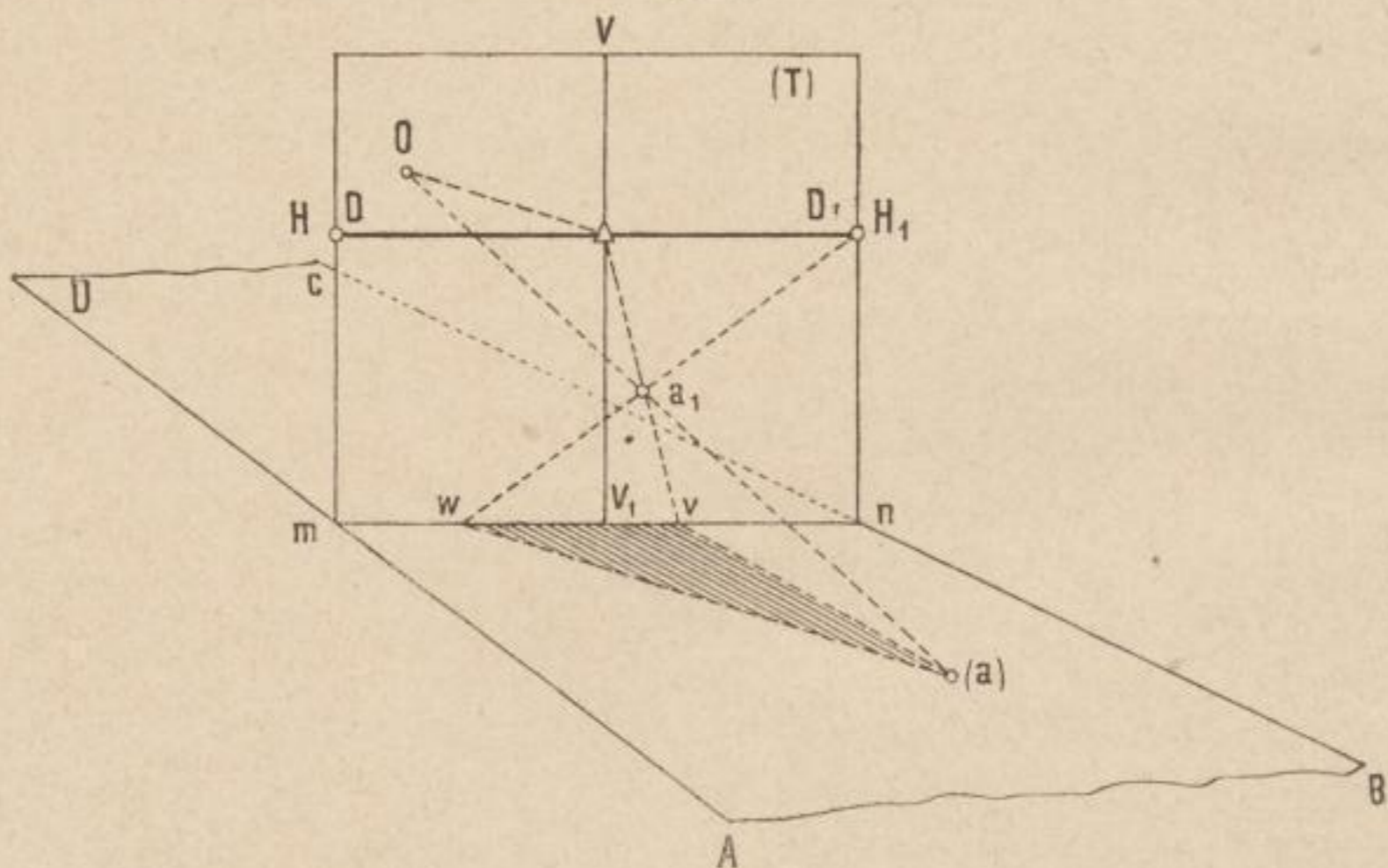


(Fig. 190) die Ebene $ABCD$ zur Grundebene. Die horizontal liegende Linie mn gibt dann den Grundriss oder die Spur der Tafel (T) (Standlinie, Fundamentallinie). Denkt man sich nun die Tafel um die Gerade mn nach rückwärts in die Grundebene umgelegt, so erscheint dann die Gerade mn und HH_1 horizontal und parallel zueinander, wie es Fig. 191 anzeigt.

Ist O (Fig. 190) das Projectionscentrum, (a) ein in der Grundebene liegender Punkt, so kann seine Centralprojection a_1 , d. i. der Durchschnitt seines Sehstrahles $(a)O$ mit der Tafel

(T) mit Hilfe zweier in der Grundebene gezogenen Geraden $(a)v$ und $(a)w$ ermittelt werden. Beide dieser Geraden gehören einem rechtwinke-

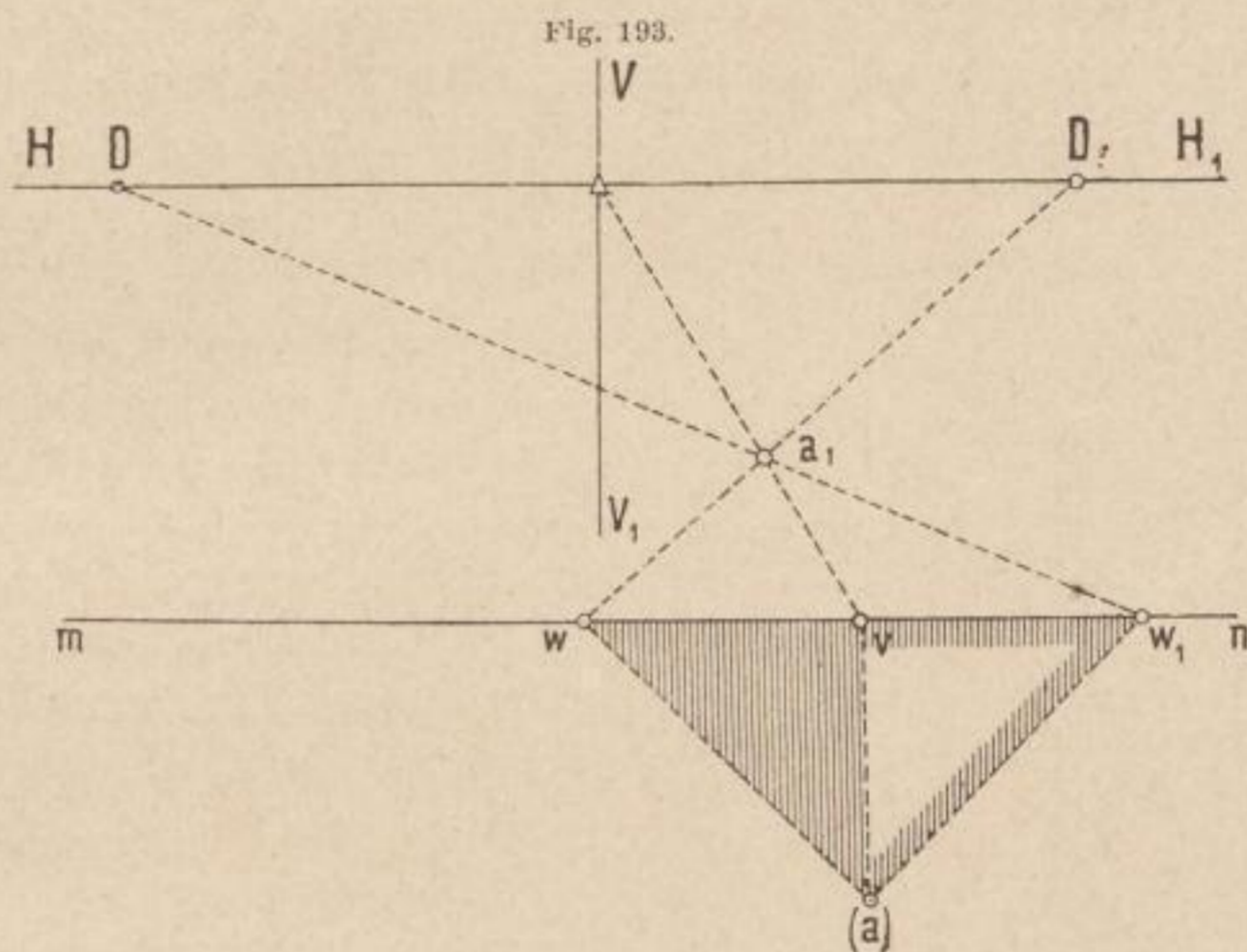
Fig. 192.



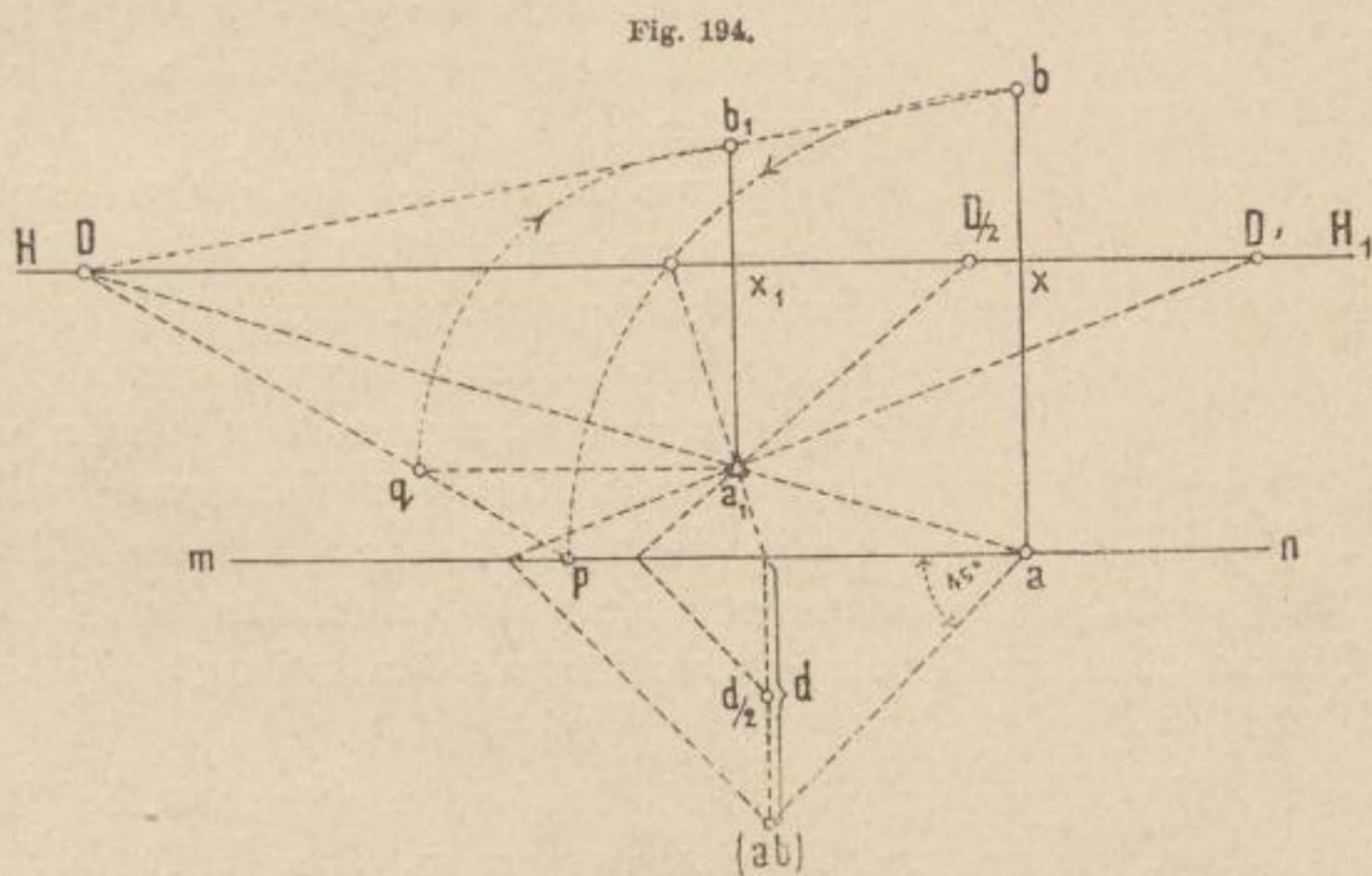
ligen gleichschenkligen Dreiecke $(a)vw$ als Seiten an und zwar ist die Seite $(a)v$ senkrecht zur Tafel gerichtet und flieht mithin nach dem

Augpunkte. Die unter 45° gegen die Tafel geneigte Hypotenuse verschwindet im Distanzpunkte. Beide Fluchtlinien aber durchschneiden sich in dem gesuchten Punkte a_1 . Fig. 191 stellt den zugehörigen Liniencomplex auf der Zeichenfläche vor. In Fig. 190 liegt das Projectionscentrum (O) vor der Bildebene und (a) hinter derselben.

Die Abbildung des Modells (Fig. 192) stellt einen ähnlichen Fall dar, nur ist hier die Lage von O und (a) eine andere. Drücke sie in Worten aus! Die Construction bleibt im ganzen dieselbe wie in dem eben vorgeführten Beispiele, nur erscheint das $\triangle (a) v w$ jetzt unterhalb der Fundamentallinie, wie dies Fig. 193 deutlich zur Ansicht bringt.



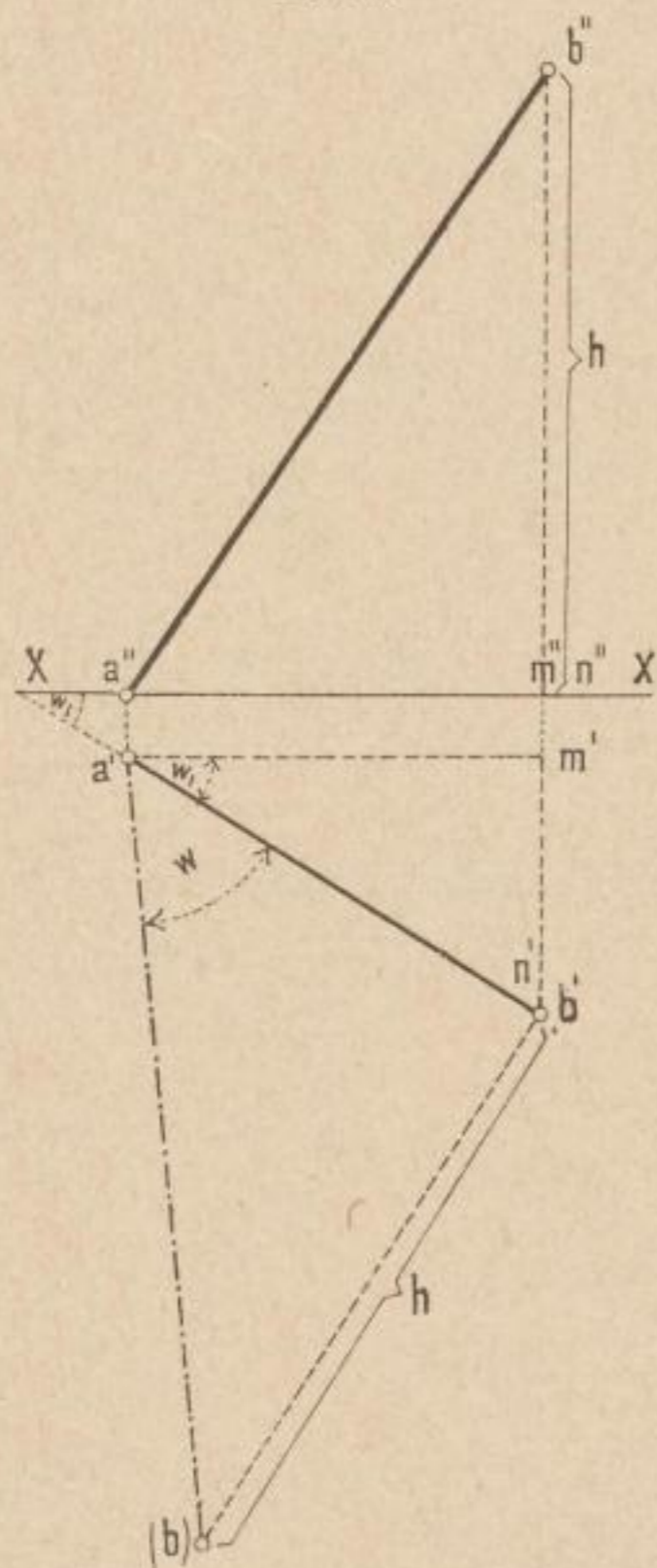
Nebenstehende Fig. 194 bringt uns die Fundamentalaufgabe der Distanzmethode: Eine Gerade von der Länge x hat die Entfernung d von der



Tafel; es ist ihre dieser Distanz entsprechende perspectivische Länge zu ermitteln oder es ist zu dem gegebenen geometrischen Lothe x das zugehörige perspectivische Loth x_1 , auf die Distanz d bezogen, zu construieren.

Man errichte in dem Punkte a der Fundamentallinie eine Verticale und trage auf diese von a aus die gegebene Länge x an. Verbindet man nun b mit D , so ergibt der Durchschnitt der Geraden $D b$ mit dem Lothe aus a_1 den Punkt b_1 und $a_1 b_1 = x_1$ stellt dann das perspectivische Bild von x vor, d. h.: die Gerade x , welche um die Distanz d von der Tafel entfernt ist, erscheint dem Auge auf dieser in der Länge von x_1 . Die Strecke x stellt also das geometrische und x_1 das zugehörige, der Distanz d angepasste, perspectivische Loth vor. Was für eine Figur

Fig. 195.



stellt $a b b_1 a_1$ in der Wirklichkeit vor und wie ist ihre Ebene zur Tafel gerichtet?

Man kann das perspectivische Loth x_1 auch auf folgende Art finden: Das geometrische Loth x wird auf die Standlinie von a nach p aufgetragen, also $a p = a b$ gemacht und hierauf die Gerade $D p$ gezogen, welche durch eine Horizontale aus a_1 in q durchschnitten wird. Zuletzt wird $a_1 q$ in verticaler Richtung nach $a_1 b_1$ aufgetragen.

Das vorliegende Beispiel lehrt uns, dass man an der Standlinie Strecken in wahrer Größe auftragen darf. Wenn wir demnach die Strecke $a b$ in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile theilen und von den mittleren Punkten sodann Fluchtlinien nach D ziehen, so wird dadurch auch $a_1 b_1$ verhältnißgleich eingetheilt und so ist ein Höhenmaßstab entworfen.

Bisweilen ist die Distanz so groß, dass die Distanzpunkte nicht mehr auf die Ebene der Zeichnung fallen. Um auch in solchen Fällen die Constructionsvortheile der Distanzmethode zu gebrauchen, trägt man von Δ aus, je nach dem zur Verfügung stehenden Raume die halbe, die Drittel-, Viertel-Distanz...

auf die $H H_1$ auf. Natürlich müssen dann von den Distanzen d der einzelnen Punkte dieselben Theile genommen werden. Vergl. $D/2$ und $d/2$ in Fig. 194!

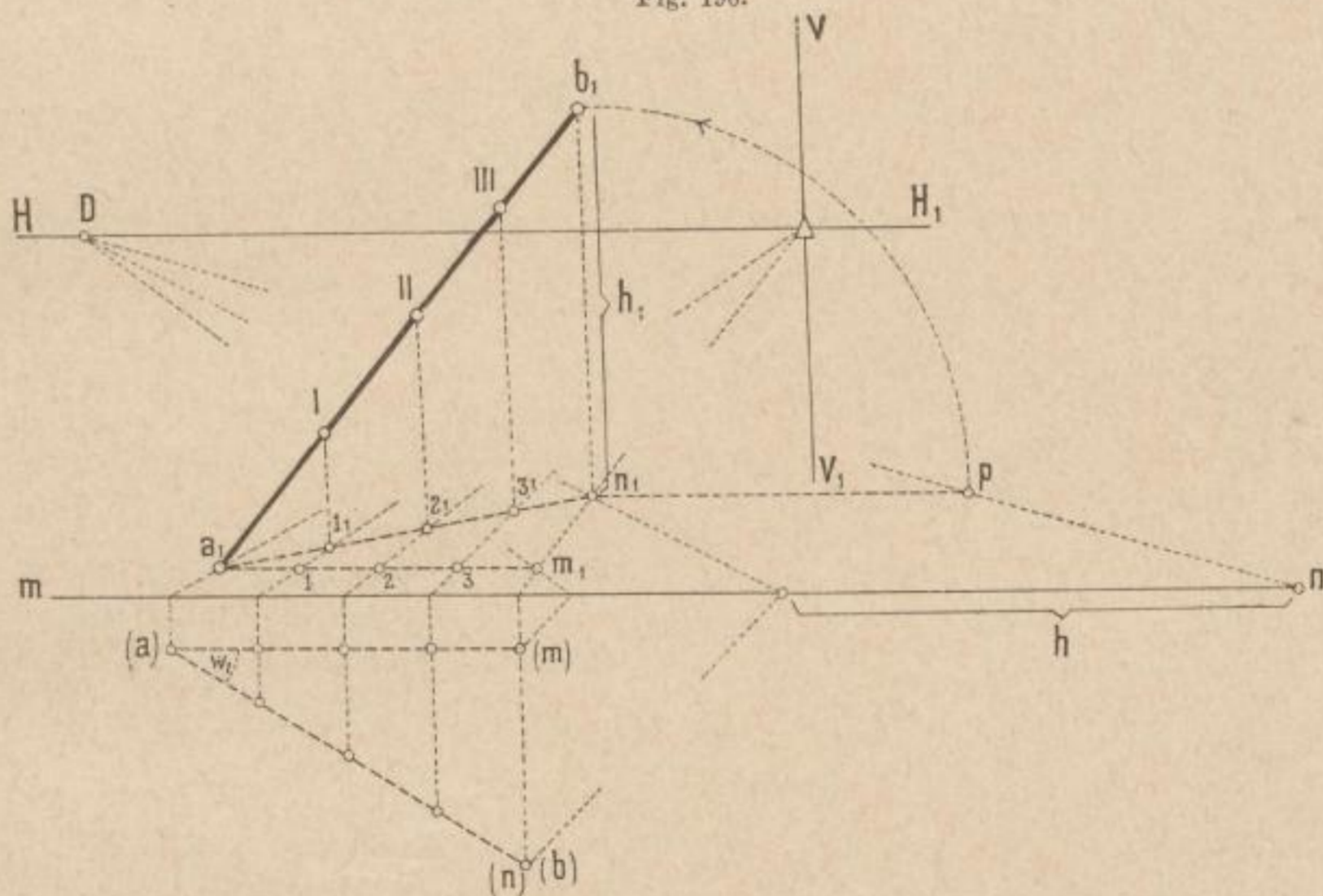
In Fig. 195 ist eine gegen beide Projectionsebenen schief liegende Gerade $a b$ durch Grund- und Aufriss angegeben. Die Lage des Grundrisses $a' b'$ gegen die X -Achse ist durch das Dreieck $a' n' m'$ fixiert, dessen Kathete $a' m'$ parallel zur X -Achse liegt und dessen Hypotenuse eben der Grundriss $a' b'$ ist. Dem im Raume sich befindenden Endpunkte b der

Geraden kommt die senkrechte Entfernung h über der Grundriss-ebene zu.

Wird das genannte Dreieck in derselben Lage, die es in Fig. 195 hat, auch im Beispiele 196 angenommen, so zwar, dass die Kathete (a) (m) parallel zur Fundamentallinie $m n$ zu liegen kommt, so erscheint es perspectivisch durch das Dreieck $a_1 m_1 n_1$ dargestellt. Wird ferner zu dem geometrischen Lothe h des Punktes b das zugehörige perspectivische Loth h_1 aufgesucht, so gibt dann $a_1 b_1$ das perspectivische Bild der vorgelegten Raumstrecke $a b$ an.

Wird hierauf der Grundriss der Geraden durch die mittleren Punkte $1, 2, 3$ in vier gleiche Theile getheilt und werden aus diesen Theilpunkten sodann lothrechte Linien gezogen, so erscheint schließlich auch die per-

Fig. 196.



spectivische Linie $a_1 b_1$ in den Punkten I, II und III in vier gleiche Theile eingetheilt. Das eben besprochene Beispiel lehrte uns eine wie immer geneigte Gerade zu theilen und perspectivische Maßstäbe nach festgelegten Richtungen zu ermitteln.

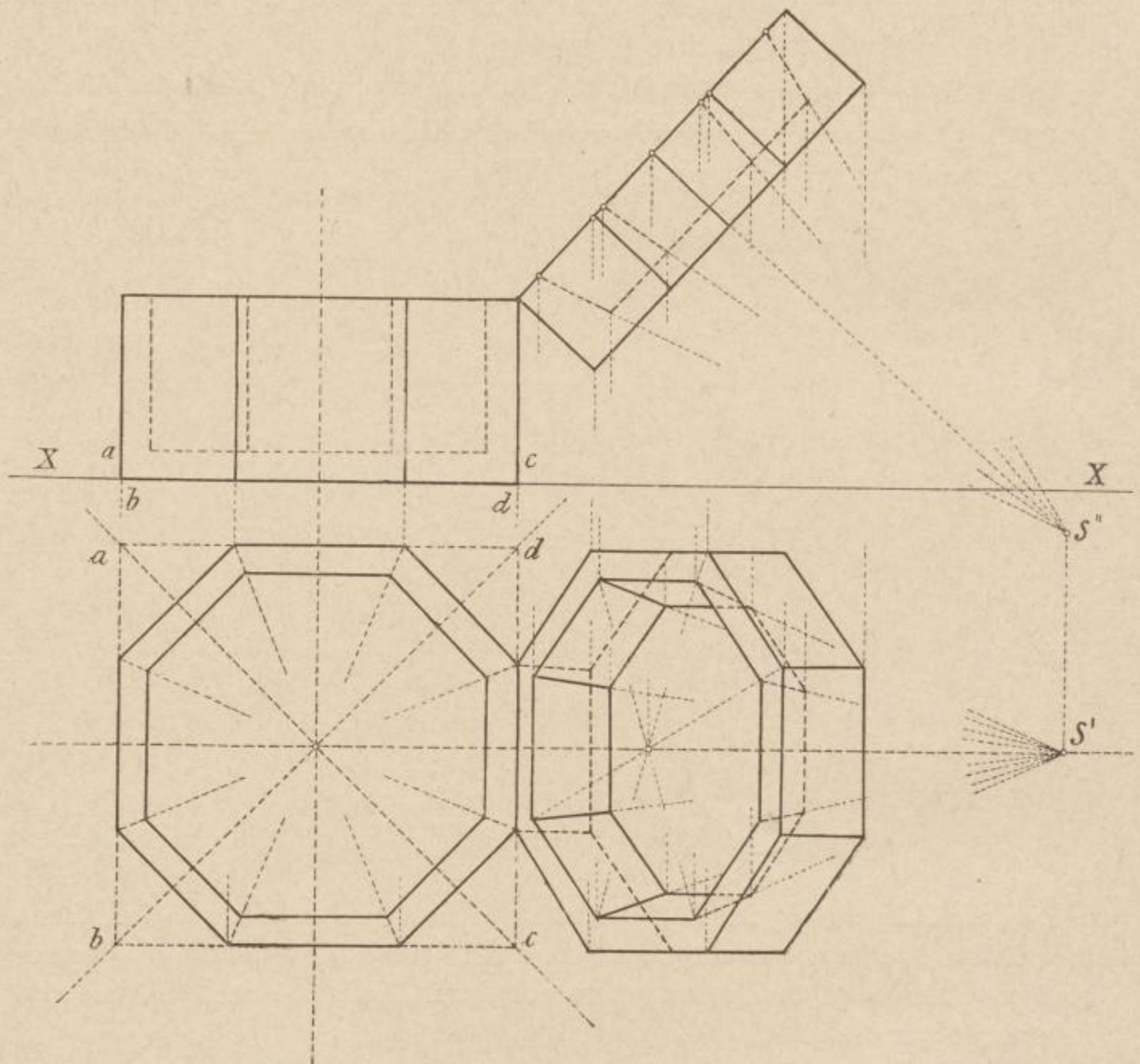
Wir sind nun schon imstande, alle die Beispiele, die wir gelegentlich der Durchschnittsmethode angaben, auch nach der Distanzmethode durchzuführen, indem dieser eine gleiche, ausnahmslose Anwendbarkeit zukommt. Was hinsichtlich auf Curven, polygonale Figuren, Kreise und Körperformen auf Seite 92 bei Besprechung der Durchschnittsmethode Bezügliches gesagt wurde, hat auch hier volle und uneingeschränkte Giltigkeit.

Um nun dem Lernenden zu einer tüchtigen Übung zu verhelfen schließen wir hier eine Reihe von Beispielen an, die zunächst unter strictem

Gebrauch von Grund- und Aufriss vorgelegter Objecte allmählig zum freien Gebrauche perspectivischer Maßstäbe führen sollen.

Fig. 197 bringt uns eine Cassette in Grund- und Aufriss dargestellt. Wir finden an diesem Objecte ein regelmäßiges achteckiges ausgeschnittenes Prisma mit vertical gerichteten Seitenkanten und ferner eine prismatische Platte in geneigter Stellung, die eine pyramidenförmige Aushöhlung auf-

Fig. 197.



weist. Um nun das perspectivische Bild (Fig. 198) zu erhalten, nehme man HH_1 , $VV_1 \Delta$ und D an und lege endlich noch die Fundamentallinie $m n$ parallel zur HH_1 . Nun zeichne man entweder den Grundriss der Fig. 197 unterhalb der Standlinie oder man trenne den Grundriss von Fig. 197 ab und bringe ihn etwa mittels Heftnägeln oder durch Anpicken unter letztere. Die Perspective der Fig. 198 zeigt, dass das vorgelegte Object in gedrehter Stellung gegen die Bildebene entworfen ist. Nun ist die Frage: Ist der

Fig. 198.

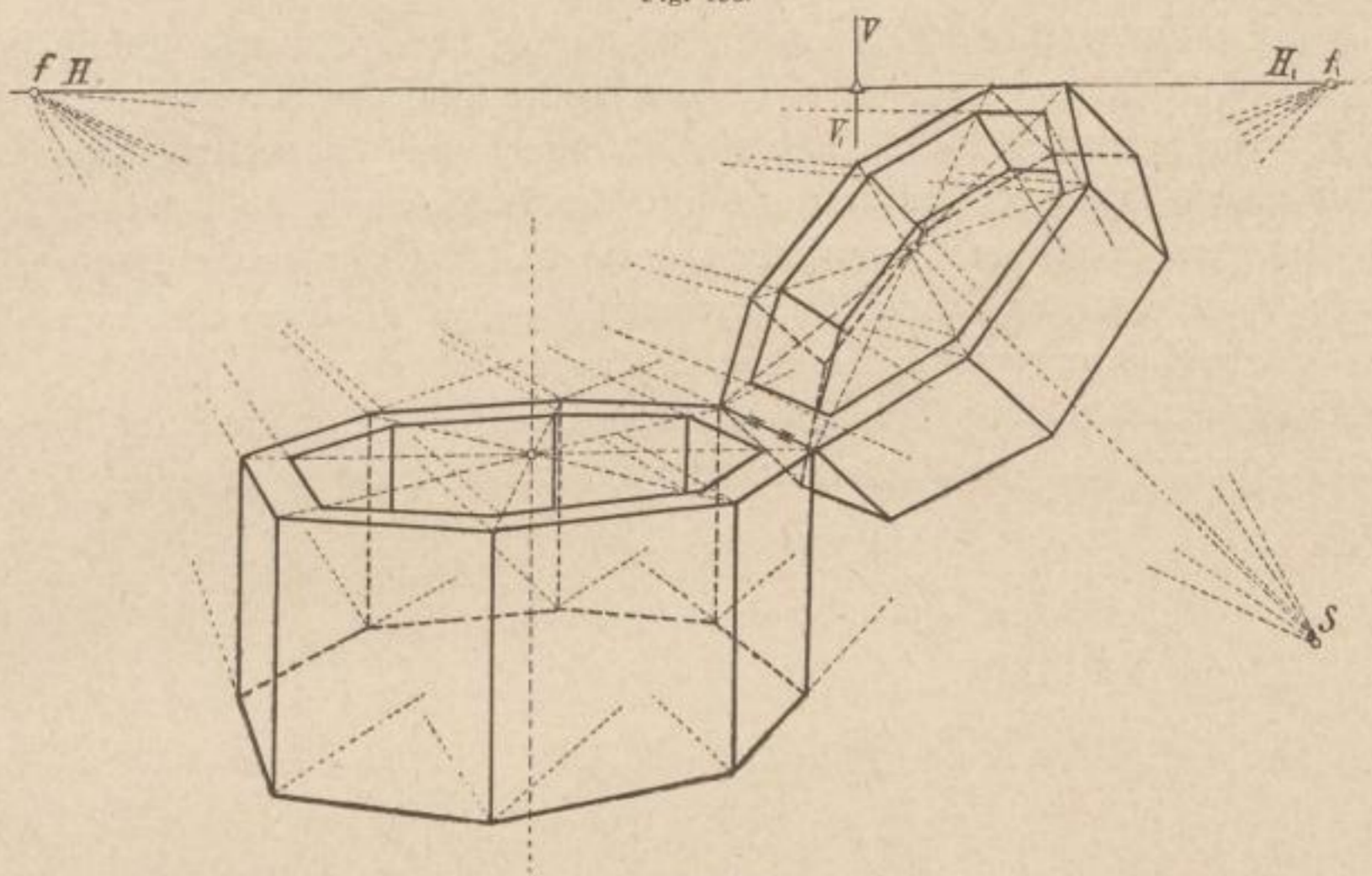
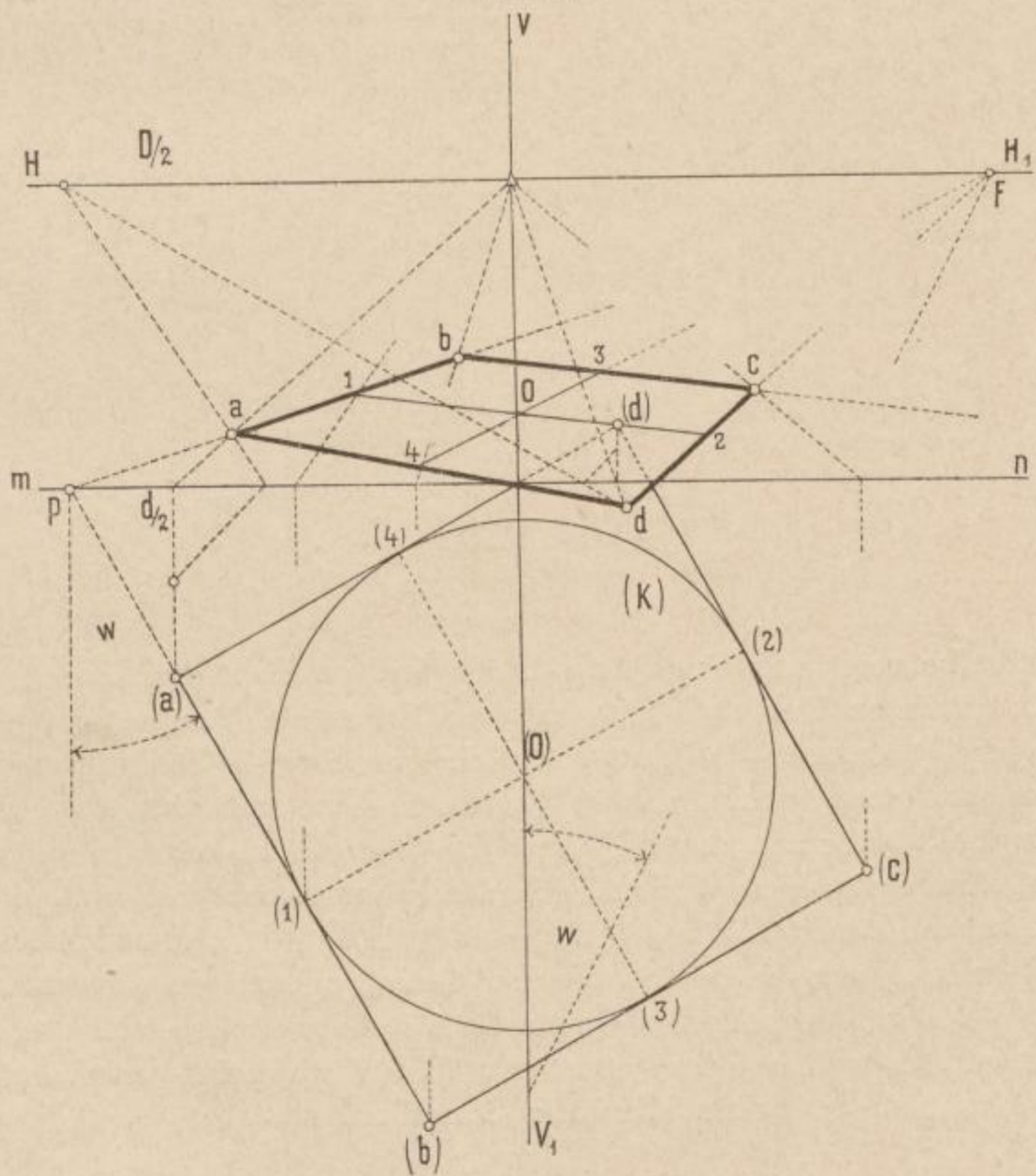


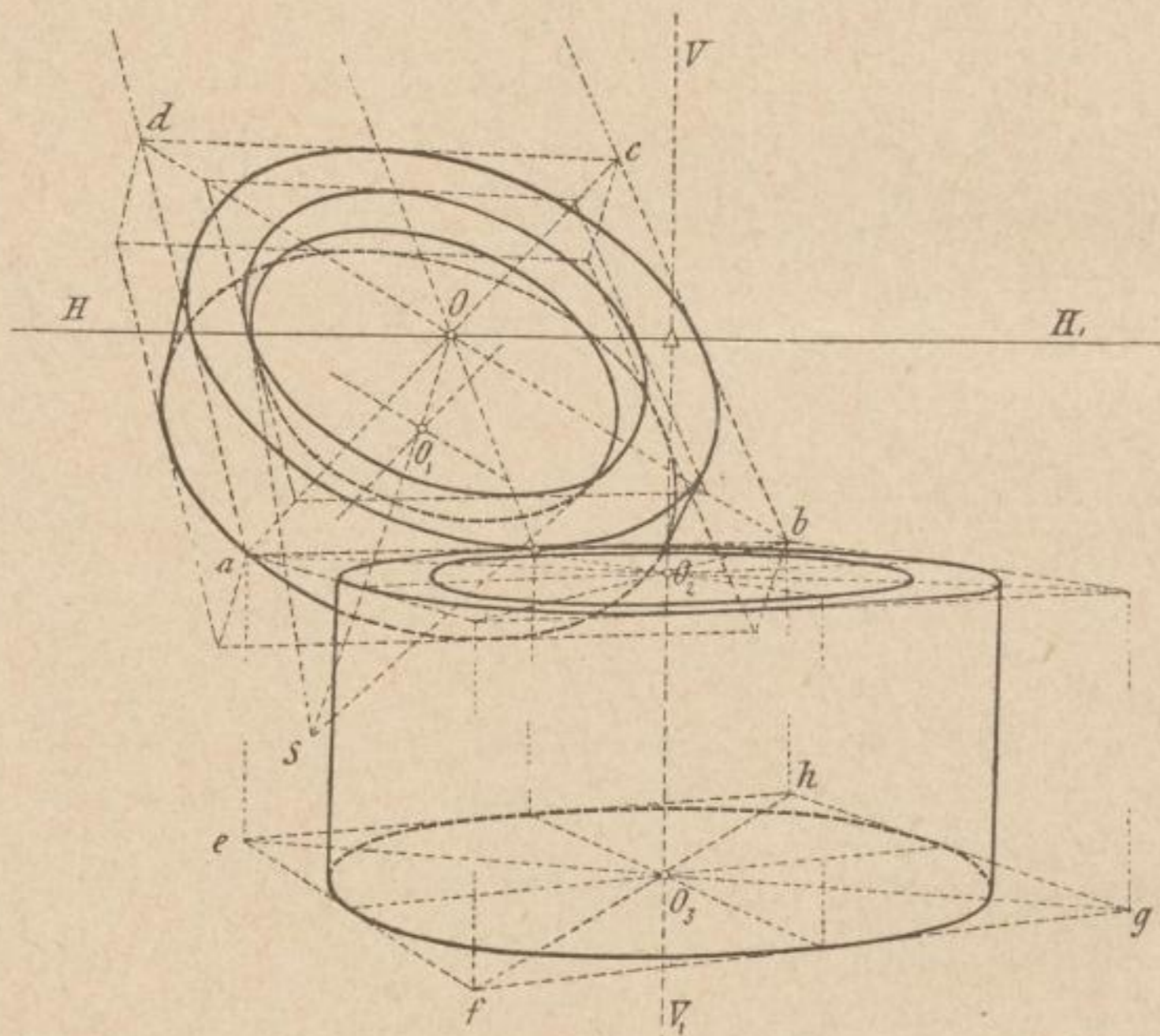
Fig. 199.



Deckel der Cassette der Bildebene zu- oder von letzterer abgewendet gedacht? Wie muss in einem oder dem anderen Falle der Grundriss zur Standlinie gelegt werden? Hat der Horizont eine besondere Lage und durch welches Merkzeichen an der Fig. 198 ist seine Höhe genau fixiert? Diese Fragen muss sich der Lernende beim Anblick jeder Perspective vorlegen und erst nach ihrer Beantwortung und der so gewonnenen Klarheit der Anschauung weiter ins Detail eingehen.

Um indessen solchen Erwägungen nachzuhelfen und um dem Schüler eine Stütze hierin zu bieten, sei ihm das Studium der Fig. 199 besonders empfohlen.

Fig. 200.



Dieselbe zeigt uns ein Quadrat mit eingeschriebenem Kreise. Das Quadrat ist unter Gebrauch der halben Distanz in Perspective gesetzt. Indem der Gegenstand des Entwurfes hier in schräger Stellung zur Bildebene angenommen wurde, was im weitesten Sinne aufzufassen ist, konnte der Augpunkt mitten in das Bild und die Verticallinie durch das Kreiscentrum hindurchgelegt werden. Man sehe nun scharf die Lage der geometrischen Linien $(a)(d)$, $(b)(c)$ und $(a)(b)$, $(d)(c)$ hinsichtlich auf die mn an und vergleiche den Verlauf ihrer zugehörigen Centralprojectionen. Welcher Eckpunkt des Quadrates ist am weitesten von der Tafel entfernt und in welcher Lage zur mn finden wir sein perspectivisches Bild? Es ist zu bemerken, dass die Standlinie mn den Grundriss der

Figur durchschneidet. Der Eckpunkt (d) liegt ober ihr, seine Perspective d erscheint unterhalb. Daraus ergibt sich, dass in diesem Falle die Fluchtlinien nach abwärts zu verlängert werden mussten, um zum Schnitte zu gelangen. Dies ist ein sehr wichtiger Umstand, indem durch das Hindurchlegen der mn durch den Grundriss einer Figur solcherart eine vergrößerte perspectivische Zeichnung erzielbar ist.

In der Figur ist endlich noch der Fluchtpunkt F für die Quadratseiten (a) (b) und (c) (d) ermittelt. Der Complementswinkel w hinsichtlich ihrer Neigung zur mn wurde an die VV_1 in einem Punkte als Scheitel angelegt, welcher $2 D/2$ unterhalb Δ liegt. Der verlängerte zweite Winkelschenkel trifft dann die HH_1 im gesuchten Fluchtpunkte F . Wenn man sich nun Tafel, Horizont und Auge in richtiger Lage und noch dazu den Parallelstrahl zu den genannten Quadratseiten gezogen denkt, was folgt daraus im Hinblick auf eben bezeichnetes Antragen des $\sphericalangle w$?

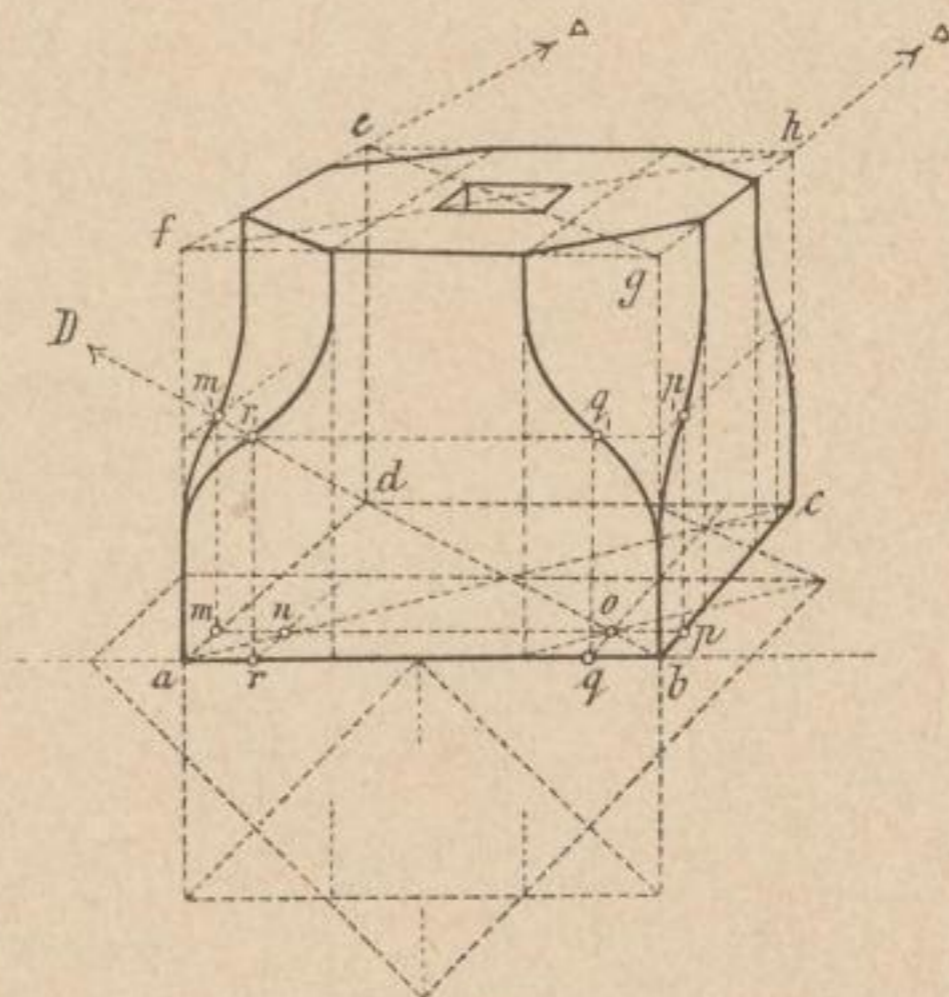
Ein hohles cylindrisches Gefäß mit kegelförmig ausgeschnittenem und zurückgeschlagenem Deckel stellt Fig. 200 vor.

Horizont und Verticallinie haben in dem Falle eine genau bestimmbare Lage. Bezeichne letztere!

Der Vorgang zur Herstellung der Perspective ist derselbe, wie er in den Fig. 197 und 198 befolgt wurde.

Ein gothisches Fußgestell, das aus dem quadratischen Grundriss $abcd$ mittelst angebrachter karniesförmiger Abschrägungen in den regelmäßig achteckigen ausläuft, bringt Fig. 201. Unterhalb der Fundamentallinie wurde der halbe Grundriss des Gegenstandes gezeichnet. Die in der Tafel liegende Seitenfläche kann als gegeben betrachtet werden. Wird vom Punkte r eine Fluchtlinie nach Δ gezogen, so schneidet letztere die Diagonale ac und bestimmt in ihrem Schnitte mit dieser den Punkt n . Die Horizontale aus n schneidet die Quadratseite ad im Punkte m . Die Erzeugenden der Karniesfläche sind unter 45° gegen die Tafel geneigt, folglich kommt ihnen der Fluchtpunkt D zu. Wird daher aus r_1 ein Strahl nach dem eben bezeichneten Punkte gezogen und letzterer mit einer Lothlinie aus m durchschnitten,

Fig. 201.

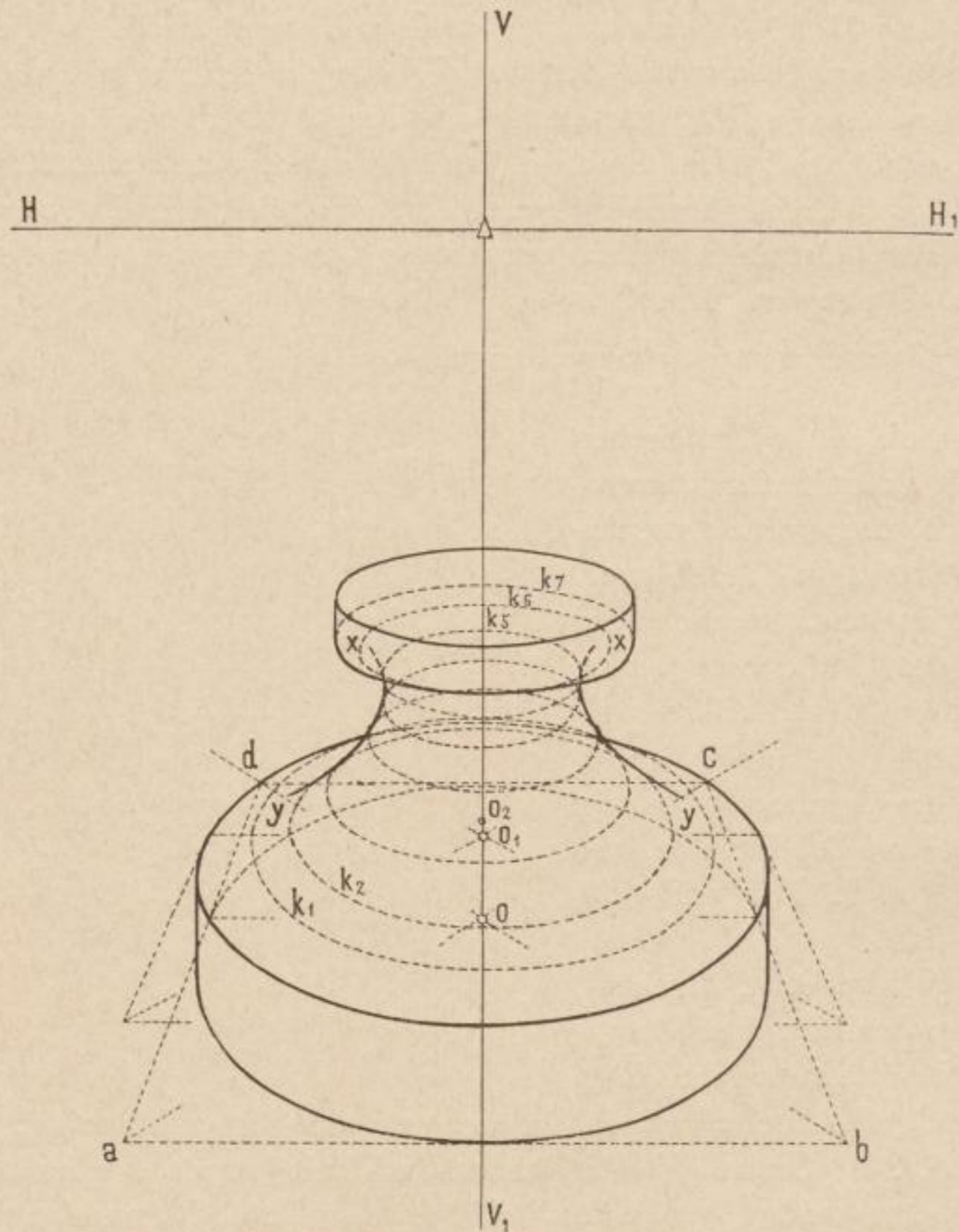


so ist der Punkt m_1 als Contourpunkt der zweiten Begrenzungslinie der cylindrischen Abschrägung gefunden. Auf welche Art wurde p_1 construiert?

In Fig. 202 ist die Perspective eines Fußgestelles, also eines Rotationskörpers, dargestellt. Das Object selbst besteht aus einer Einziehung und zwei cylindrischen Plättchen.

Die Verticalebene geht durch die Umdrehungsachse und das entwickelte Bild zeigt eine Draufsicht. Die Construction ist mit Hilfe von

Fig. 202.



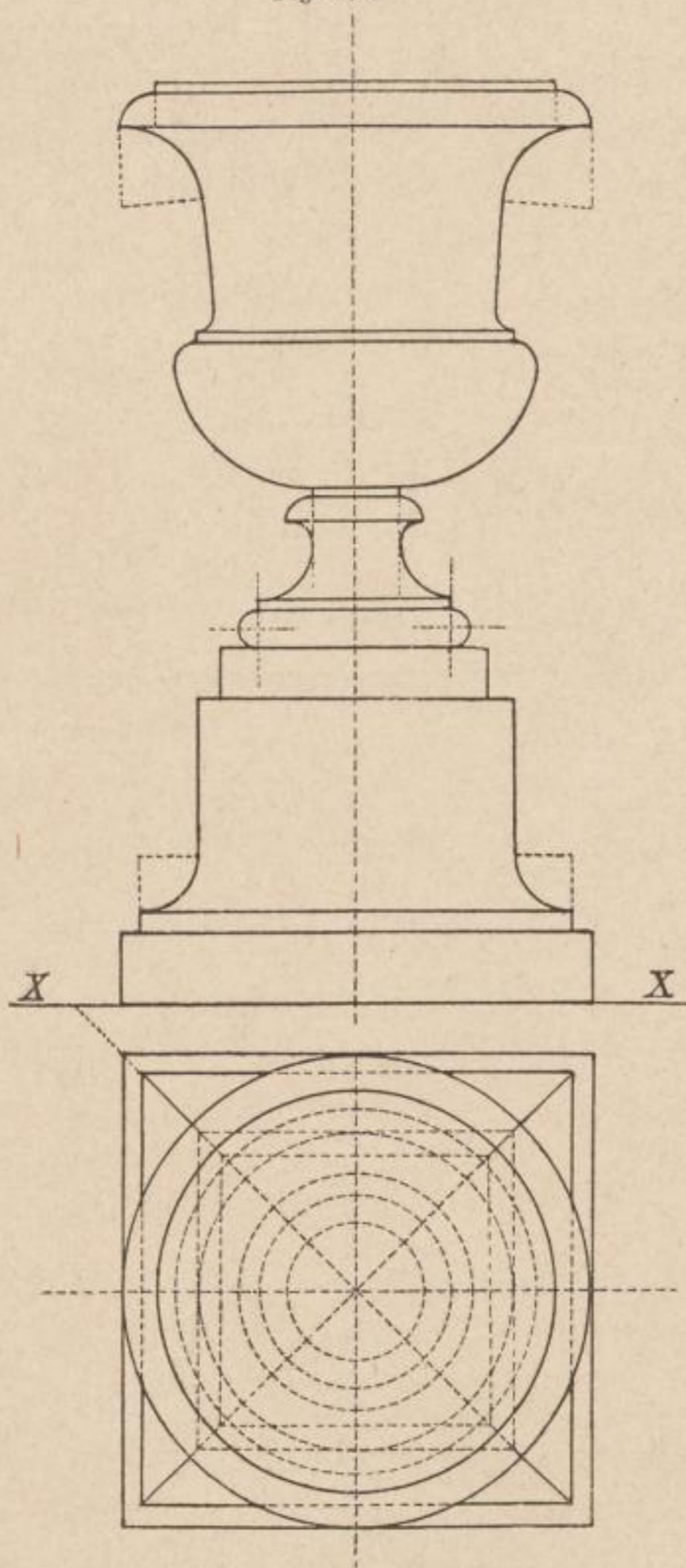
Parallelkreisen durchgeführt. Man denke sich den Gegenstand in Grund- und Aufriss projiziert. Sodann nehme man in der Fläche der Einziehung eine Anzahl von Parallelkreisen an, die im Aufriss als Strecken zwischen den scheinbaren Umrissen, im Grundrisse aber als Kreise erscheinen. Die Centralprojectionen der den aufeinanderfolgenden Parallelkreisen entsprechenden Quadrate sind mit Zuhilfenahme eines Distanzpunktes leicht zu zeichnen. Die Parallelkreise erscheinen im perspectivischen Bilde als

Ellipsen und die berührenden Curven xy an letztere bestimmen die Contour der Rotationsfläche. Wir bemerken an der Figur, dass an der stärksten Krümmung der Einziehung die Parallelkreise in größerer Anzahl erscheinen und da zeigt es sich denn, dass ihre Perspektiven an einer gewissen Grenze hinsichtlich ihrer Größe rasch zunehmend, über die vorangehenden zurückgreifen, wodurch der durch die Curven xy angedeutete Umriss der Rotationsform in seinem ununterbrochenen Zuge eine Unterbrechung erleidet. Die Endpunkte x, x besagter Curven liegen beispielsweise in derjenigen Zone des Bildes, welche durch die Parallelkreise k_5 und k_6 eingeschlossen wird. Am unteren Ende der Einziehung kann die Curve xy nur mehr an den Parallelkreis k_2 tangierend gelegt werden, indem der folgende k_1 diesen bereits vollkommen umschließt. Derartige Erscheinungen werden mit einem Kunstausdrucke „Überschneidungen“ genannt.

Zu bemerken wäre noch, dass es nicht nothwendig ist, die Ellipsen $k_1, k_2 \dots$, d. h. die Bilder der angenommenen Parallelkreise ganz zu zeichnen. Es genügt, wenn ihre Curvenstücke an den Scheiteln vorhanden sind, um an diese mit ausreichender Genauigkeit den Umriss in Gestalt der Linien xy ziehen zu können. Dies berücksichtigt, erscheint der Entwurf eines solchen Rotationskörpers nach den bislang vorgetragenen Methoden keineswegs als zeitraubend.

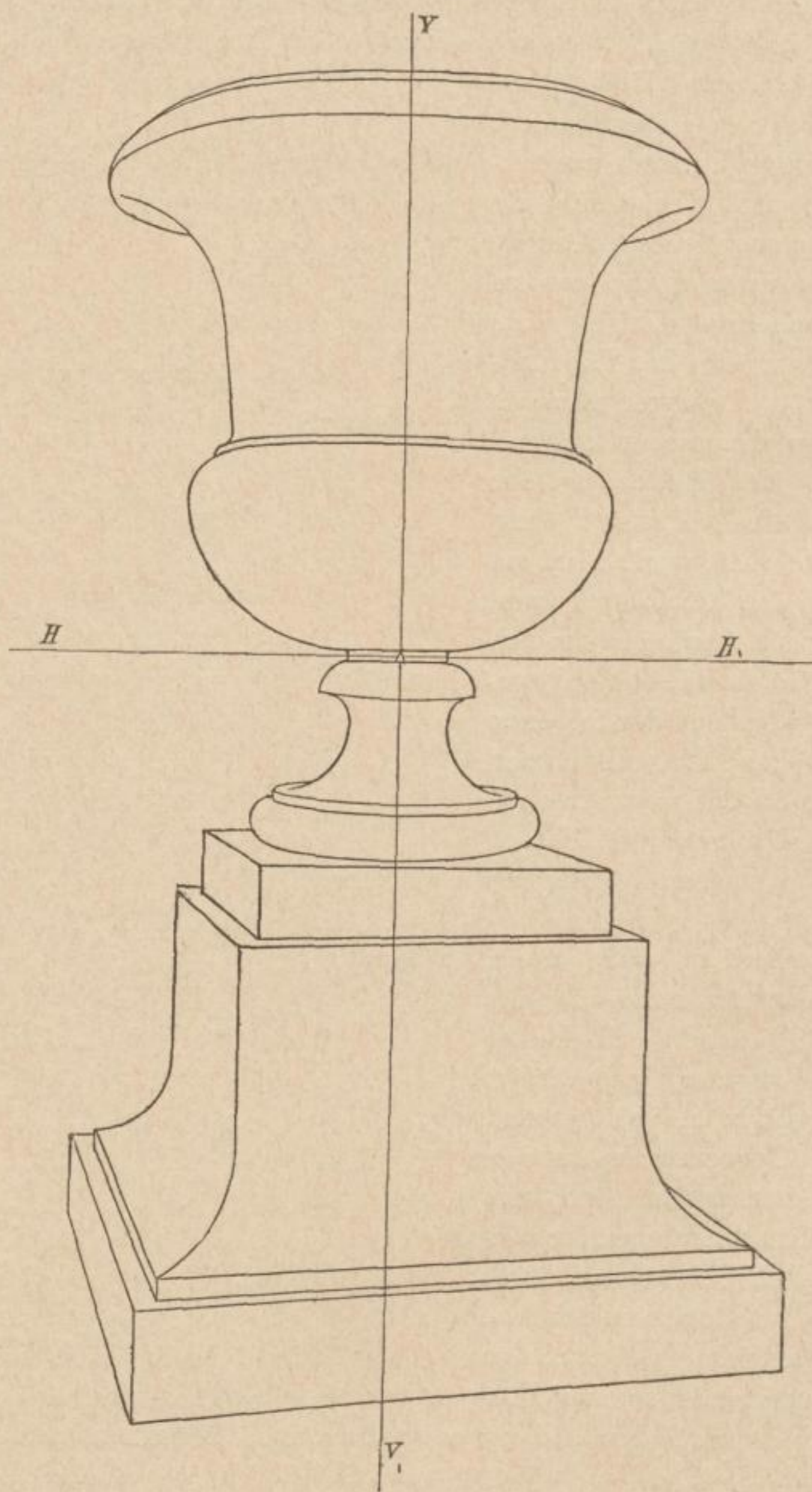
In mannigfacherer Art kommen die eben beregten Überschneidungen an der Vase (Fig. 204) vor, welche durch Fig. 203 im Grund- und Aufriss gezeichnet ist.

Fig. 203.



Auch in dem Falle wurde die Verticalebene durch die Rotationsachse

Fig. 204.



hindurchgelegt, wodurch ein perspectivischer Entwurf hervorgerufen wird, wie dieser hinsichtlich seiner Umrisse dem Auge bei Betrachtung eines

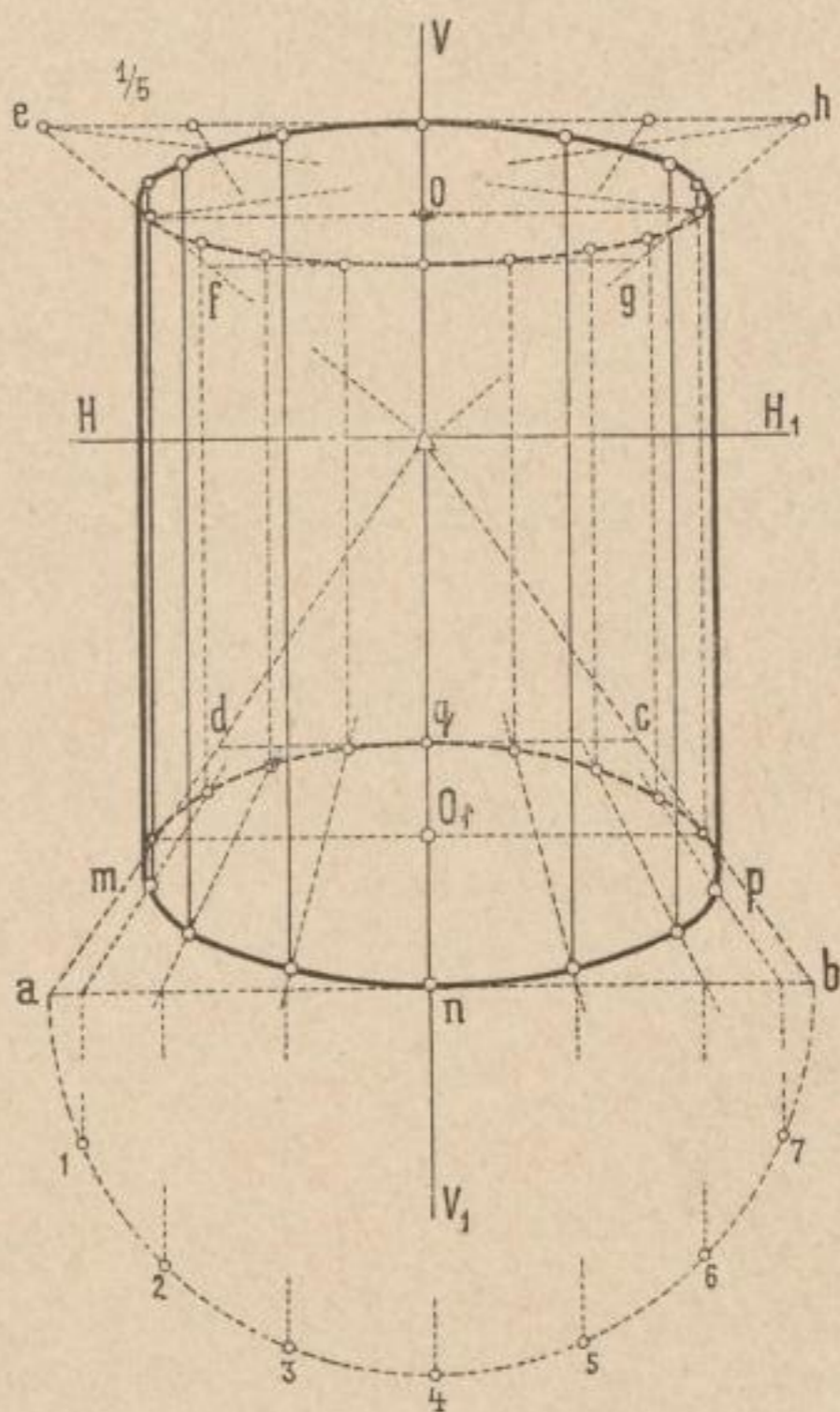
derartigen, in der Natur vorhandenen Objectes thatsächlich erscheinen würde. Die Linie $V V_1$ ist Symmetrale in Bezug auf den Umriss des Umdrehungskörpers und nimmt unter einem den Mittelpunkt der Basisfläche des abgebildeten Gegenstandes auf. Der Horizont ist mitten durch das cylindrische Riemchen gelegt, welches den Vasenkörper mit dem Fuße verbindet.

Unter Betrachtung des hier über die Lage der Verticalebene beim Entwurfe von Rotationskörpern Gesagten wird es verständlich, dass der perspectivische Umriss einer Kugel in allen Fällen durch die Kreislinie zum Ausdruck gebracht werden kann.

Fig. 205 stellt das Bild einer Walze vor, in welchem der Basisfläche Drauf- und der Deckfläche Druntersicht zukommt. Die Erzeugende n des Mantels liegt in der Tafel. Die halbe Cylinderbasis ist mit ihrer Achteiltheilung unterhalb der Standlinie gezeichnet. Die den einzelnen Theilungspunkten zukommenden Sehnen stehen senkrecht zur Bildebene, folglich vereinigen sich ihre perspectivischen Bilder im Augpunkte. Die Durchschnitte der letzteren mit der perspectivischen Linie der Cylinderbasis bestimmen auf dieser Peripheriepunkte, denen in der Wirklichkeit derselbe Winkelabstand zukommt. Ein gleiches gilt von den Mantellinien, die aus ihnen gezogen werden. Denkt man sich nun noch Parallelkreise in gleichen Abständen auf dem Cylindermantel entworfen, so ist die Umfläche des Körpers sodann mit einem Liniennetze bedeckt, in welches sich Figuren, die auf dem entrollten Mantel des Cylinders gezeichnet sind, leicht einschreiben lassen.

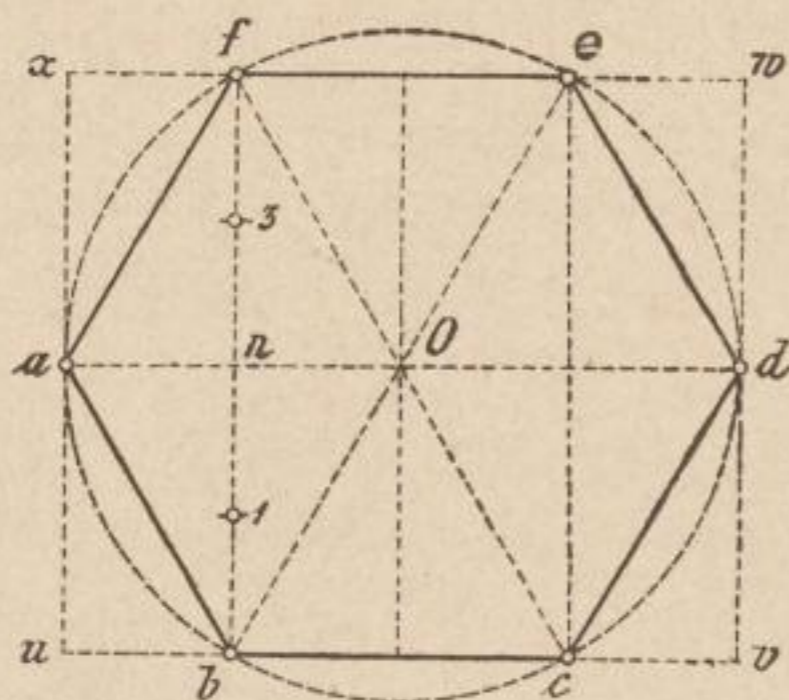
Auf diese Art — und mit Gebrauch von Meridiancurven — kann man die Oberfläche jedweden Rotationskörpers mit einem solchen Liniennetze überziehen, das dann zur Basis eines freihändigen Entwurfes dienen kann. Eine schickliche Anwendung hiervon ließe sich behufs Decorierung des Vasenkörpers in Fig. 204 erzielen.

Fig. 205.



In Fig. 206 erscheint ein regelmäßiges Sechseck entworfen, dem ein Rechteck $u v w x$ umschrieben wurde. Außerdem sind in dasselbe zwei Hilfslinien $b f$ und $c e$ eingetragen, von denen erstere in vier gleiche Theile getheilt ist.

Fig. 206.

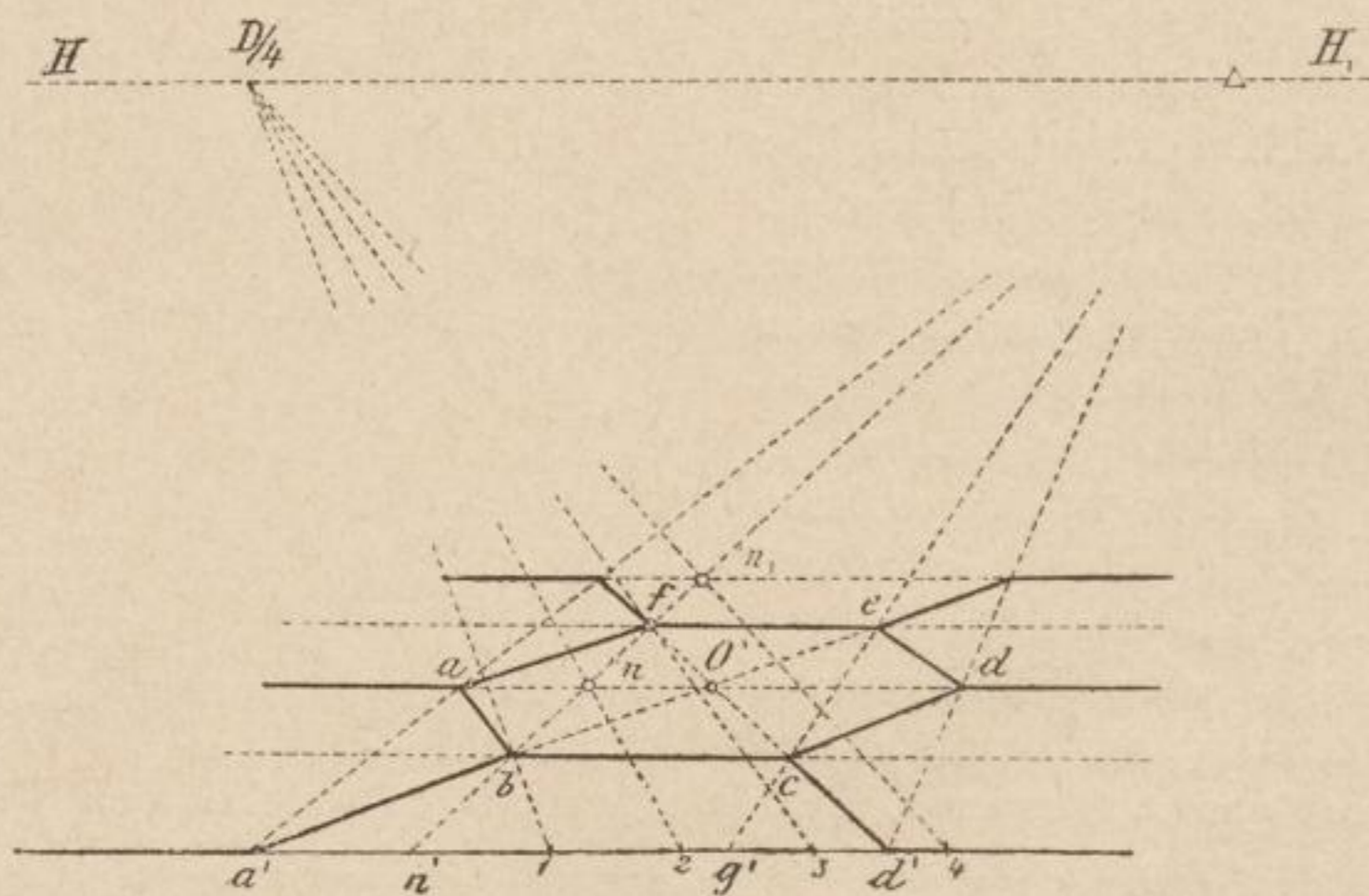


Dieses Sechseck soll als Element zum perspectivischen Entwurfe einer aus sechseckigen Platten oder Backsteinen bestehenden Pflasterung verwendet werden. Geometrisch betrachtet, reducirt sich die Aufgabe auf die Darstellung einer Reihung von bezeichneter Polygonalform.

In Fig. 207, welche die perspectivische Ermittlung des Bildes bringt, ist die Horizontallinie $H H_1$, der Augpunkt, die Standlinie und schließlich die Viertel-distanz angezeigt.

Auf der Grundlinie der Fig. 207 hat man die Eintheilung u, b, c, v der Fig. 206 nach a', n', g', d' aufgetragen.

Fig. 207.

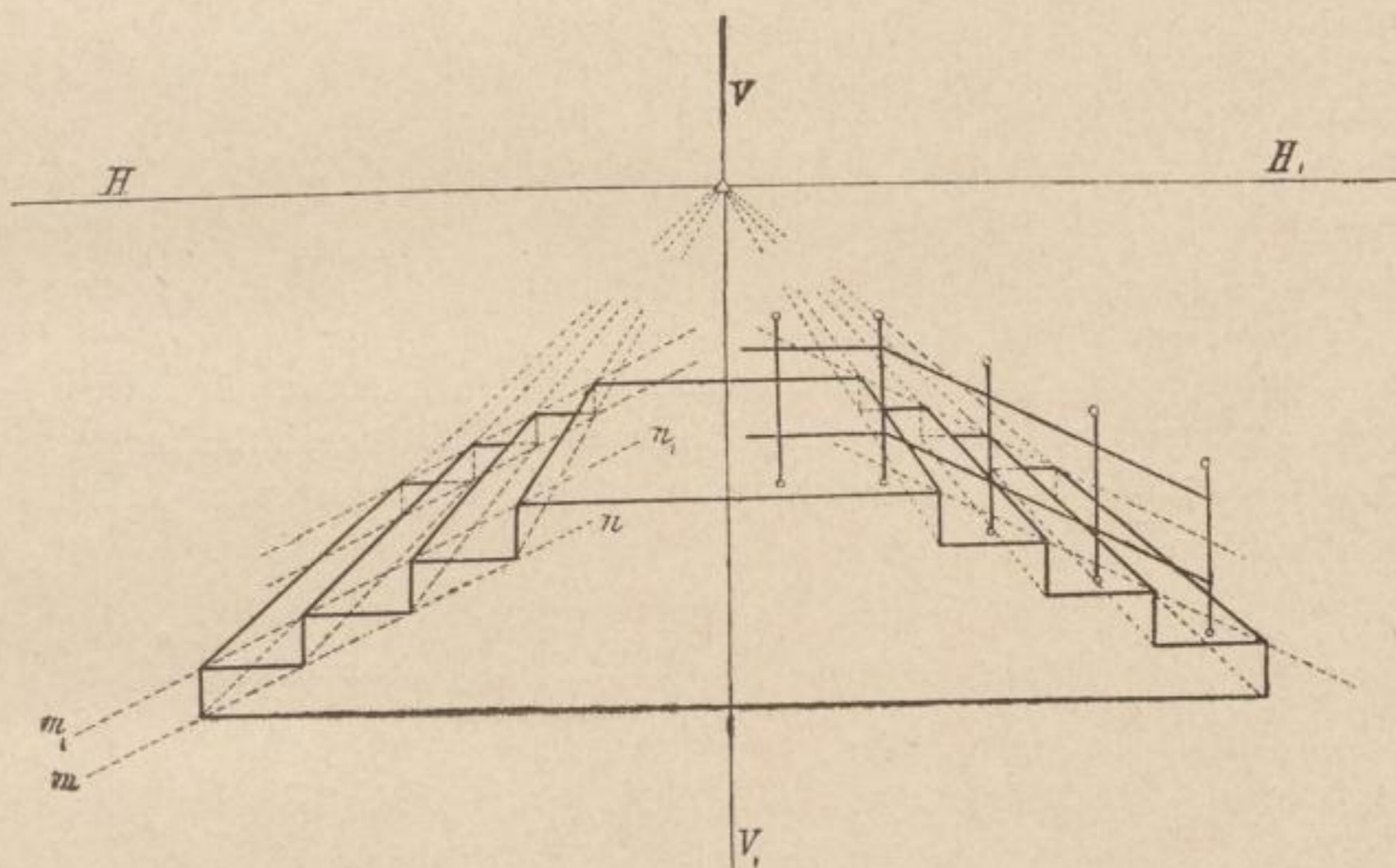


Da die Strecken $u x, b f, c e$ und $v w$ senkrecht zur Tafel liegen, so sind die aus a', n', g', d' nach Δ gezogenen Linien mithin ihre perspectivischen Fluchtlinien. Nun hat man — unter Berücksichtigung, dass die Perspective mit Hilfe von $D/4$ zu ermitteln ist — die vier gleichen Theile der Strecke $b f$ (Fig. 206) von n' nach 1, 2, 3, 4 (Fig. 207) anzulegen und

sodann $1 D/4$ zu ziehen. Die Strahlen $n' \Delta$ und $1 D/4$ schneiden sich in dem Punkte b . Die ferneren Punkte 2, 3, 4 ergeben schließlich die Tiefeneintheilung n, f, n_1 , durch welche Punkte aufeinanderfolgend Horizontallinien zu ziehen sind. Die Wiederholung der Eintheilung an der Standlinie gibt sodann die Fortsetzung eben bezeichneter Construction.

Die Zeichnung eines aus Quadraten bestehenden Musters kann keiner Schwierigkeit unterliegen. Man legt die Quadratseite an die Standlinie, zieht aus ihren Endpunkten Linien nach Δ und aus dem rechts liegenden Eckpunkte eine Linie nach dem linken Distanzpunkte, wodurch im Zusammenschnitte mit der erstlich zum Augpunkte gezogenen Geraden und der eben bezeichneten das perspectivische Bild der dritten Ecke des

Fig. 208.

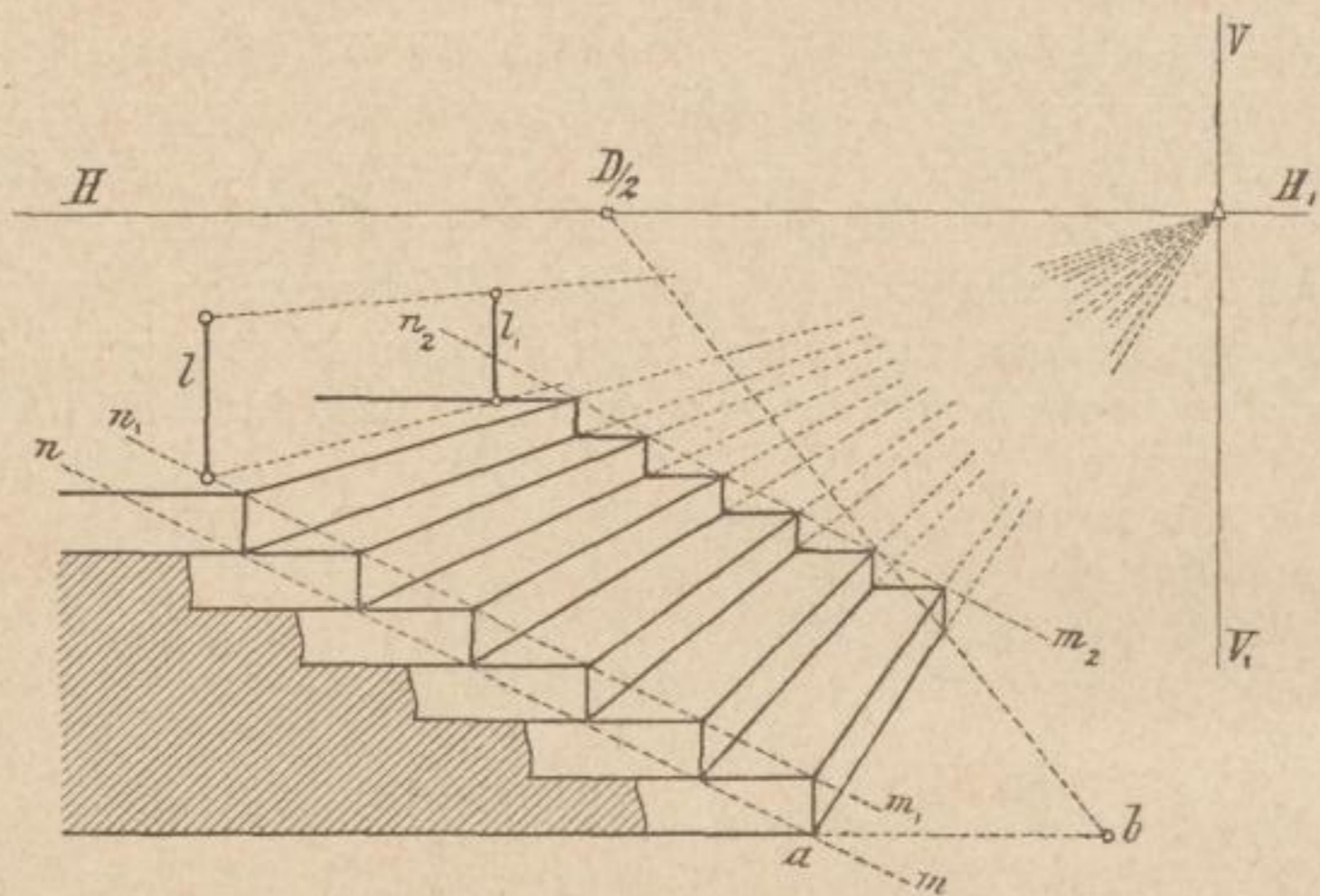


Quadrates resultiert u. s. f. Durch wechselweises Stärkerausziehen der einzelnen auf die Halbierungspunkte der Quadratseiten fallenden Begrenzungslinien kann das quadratische Muster mit der „Voll- auf Fug“stellung der Seiten gegeben werden. Wird aus dem Mittelpunkt des Quadrates eine Horizontale gezogen und ferner eine Linie nach Δ , so schneiden diese beiden Strahlen die vorgezeichneten Quadratseiten in vier Punkten, die, untereinander verbunden, das eingezeichnete Quadrat in seiner „Über-eckstellung“ bringen. Welches sind die Fluchtpunkte für die daraus resultierenden Linien?

Die Gewinnung des Tiefenmaßstabs für eine Reihung von regelmäßigen Achtecken ist nach Fig. 207 sofort verständlich und desgleichen die Zeichnung seiner Seiten im perspectivischen Bilde, wenn man erwägt,

dass diese paarweise parallel, senkrecht und nach beiden Seiten unter 45° gegen die Bildebene geneigt liegen.

Fig. 209.



Nach dieser Anleitung fällt es nun nicht mehr schwer, irgendein derartiges vorgelegtes Muster für Pflasterungen, Feldereinteilungen von geometrischen Figuren, Mäanderstreifen, überh. Ornamenten, zu entwerfen.

Fig. 210.

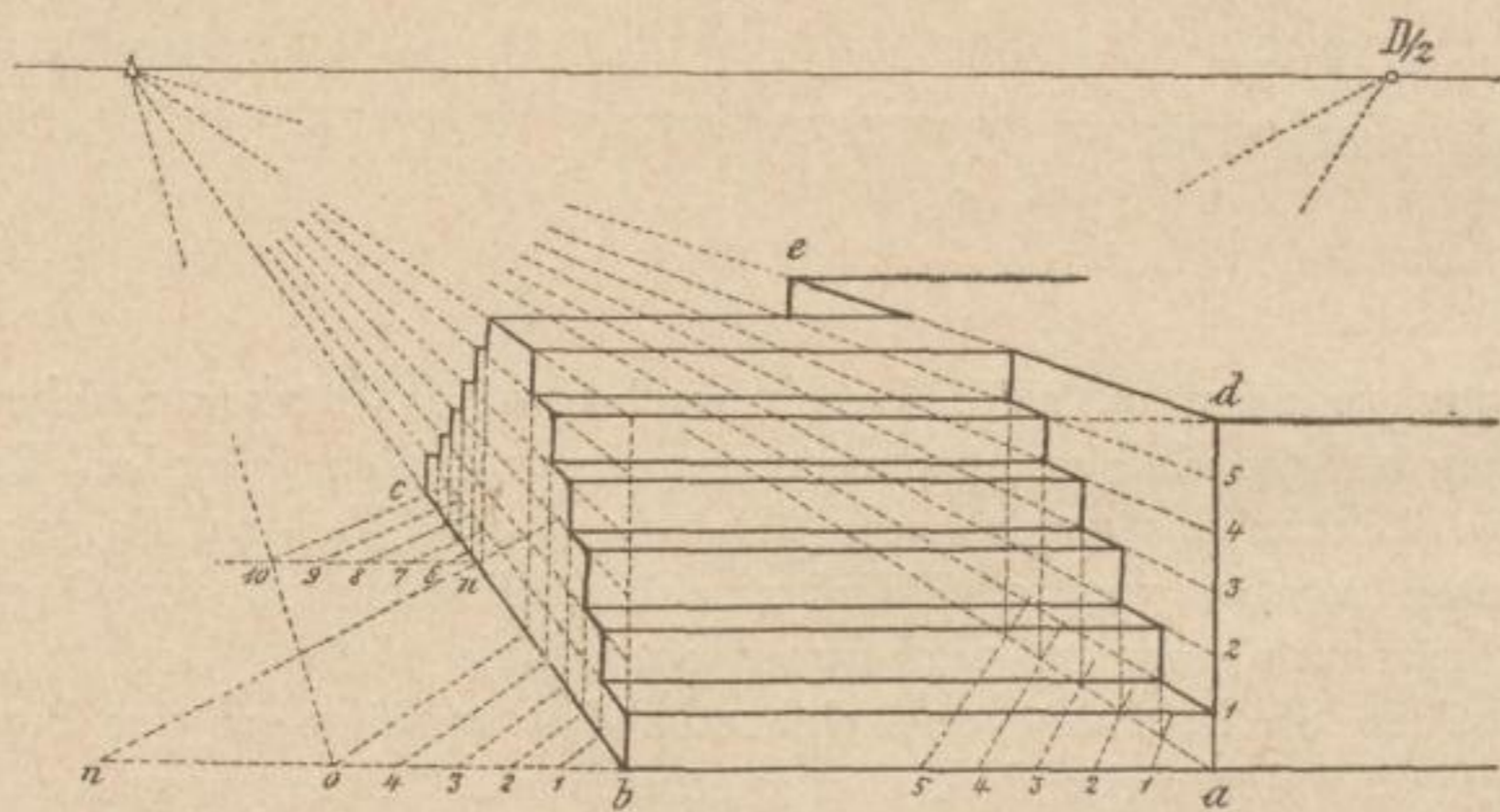


Fig. 208 stellt einen Stufenkörper in Augpunktperspective entworfen vor.

Die Tiefendimension des Ruheplatzes könnte in diesem einfachen Beispiele beliebig gewählt werden. Aus dieser lässt sich dann die rückwärtige

Begrenzung des Objectes leicht darstellen. Welche Lage haben die Linien $m n$ und $m_1 n_1$ zur Bildebene?

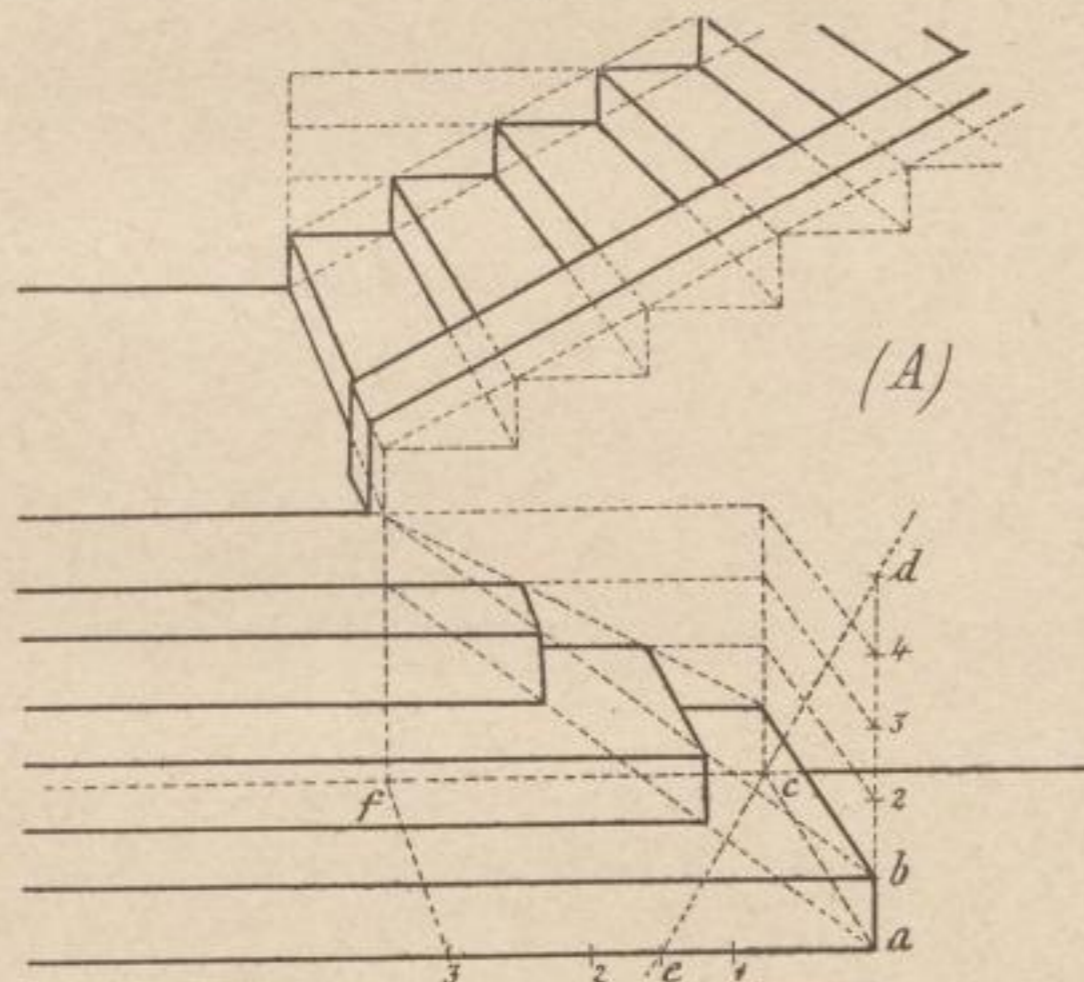
Die Hälfte rechts des eben besprochenen Beispiels mit seitlich angenommenem Standpunkte bringt Fig. 209. Die Distanz für ihre Durchführung ist mit $D/2$ gegeben. Das Geländerstäbchen l erscheint an dem entgegengesetzten Rande des Podestes in der Dimension l_1 .

Eine Freitreppe mit doppeltem Antritt bringt Fig. 210.

Die vorderste Stufenfläche wurde als in der Tafel liegend betrachtet. Angenommen ist ferner, dass die Breite der Stufen das doppelte Maß ihrer Höhe beträgt.

Indem die Zeichnung mit halber Distanz ausgeführt ist, so muss $b_1 = 1, 2 = 2, 3 = \dots$ gleich der Stufenhöhe genommen werden. Der Strecke $o n$ ist zudem die halbe Breite des Ruhplatzes zu geben. Man nehme in irgendeinem Punkte des Auftrittes der ersten Stufe eine verticale

Fig. 211.



Strecke an und bestimme ihre verglichene Höhe für irgendeinen auf dem Podeste angenommenen Standort. Diese Aufgabe gibt einen Fingerzeig für den Gebrauch eines Höhenmaßstabes in Bezug auf das Figurenzeichnen und ist darum sehr beachtenswert.

Hinsichtlich des Beispiels Fig. 211 ist zu sagen, dass auch für dieses wieder die vordere Steigungsfläche der ersten Vorlegestufe zum Ausgangspunkte des perspectivischen Entwurfes ge-

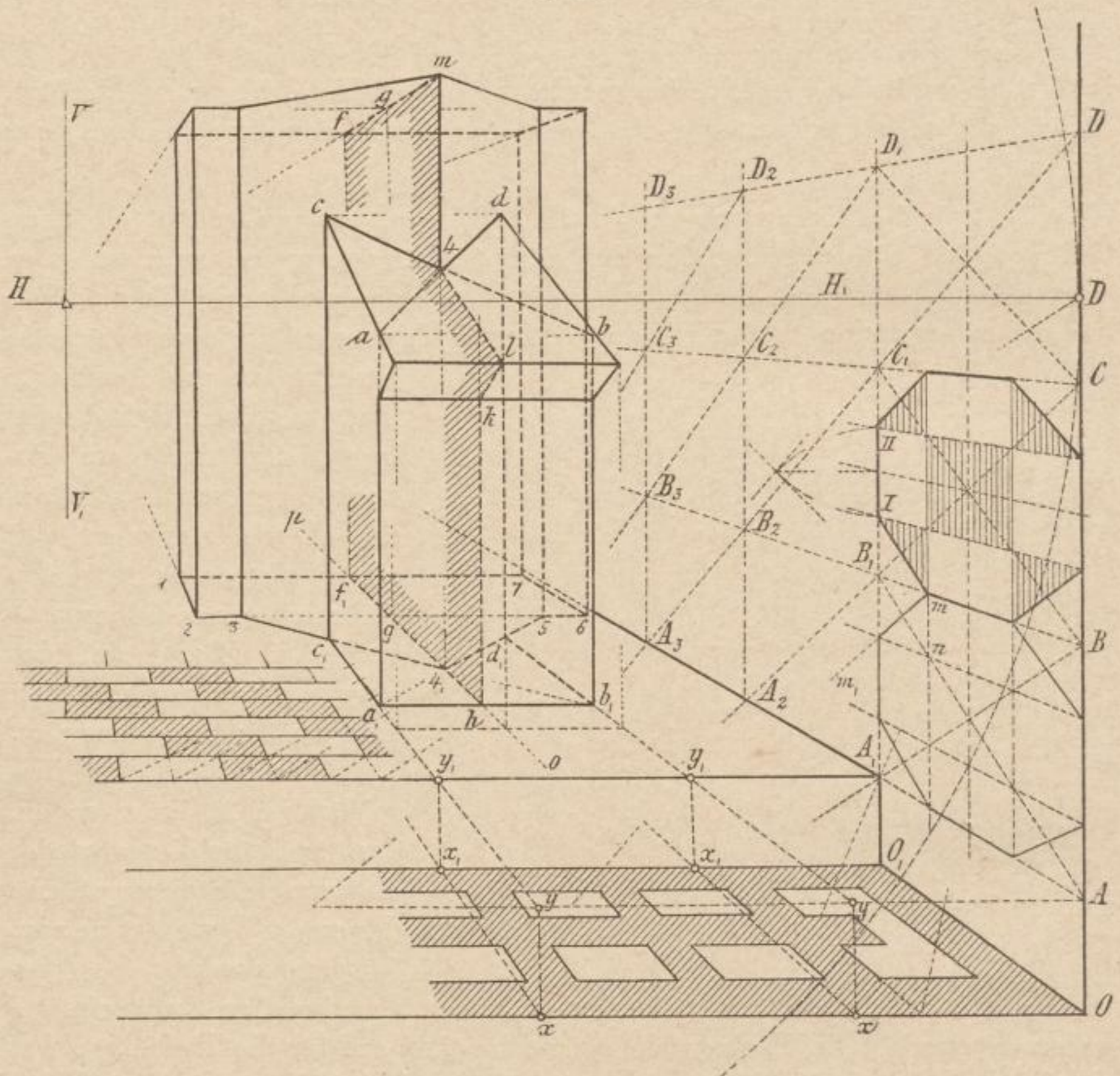
nommen wurde. Die Horizontale $a e$ ist bestimmend für die Tiefenlage des Punktes e . Wie wird hier der Augpunkt und der Horizont des Bildes erhalten? Wie lässt sich die Distanz construieren und welches reduciertes Maß der letztern wurde da zum Entwerfe des Bildes verwendet? Wenn auf der Oberfläche der ersten Vorlegestufe eine verticale Strecke angenommen würde, welche verglichene Länge käme ihr auf der zweiten und dritten, am Podeste und auf der vierten Stufe des ansteigenden Stiegenarmes zu?

Ein Übungsbeispiel, an welchem sich Schnittaustragungen, Durchschnitlinien von ebenen Flächen, Höhenmaßangaben und schließlich

Zeichnungen von Feldereitheilungen auf Horizontal- und Verticalflächen leicht übersehen lassen, bringt Fig. 212.

Beachte neuerlich die Höhenmaße xy und x_1y_1 , die Construction der regelmäßigen Anstrecke, ferner Punkt 4 in der Verticalkante $m4_1$!

Fig. 212.



III. Gebrauch des Diagonal- und Theilungspunktes im Perspektivzeichnen; Winkelconstructionen, Beispiele.

Die letztgegebenen Beispiele des vorangehenden Capitels erlaubten bereits eine freiere Bewegung beim Entwurfe perspectivischer Bilder durch den zweckmäßigen Gebrauch von Höhen- und Tiefenmaßstäben. Allein wir waren dabei doch noch immer an bestimmte, zumeist parallele oder senkrechte Lagen der darzustellenden Objecte gegen die Tafel gebunden.

In diesem Abschnitte des Buches soll eine Methode gegeben werden, welche behufs Entwicklung einer Perspective schließlich nur noch zwei Linien, die als Schenkel eines perspectivisch rechten Winkels gegeben sind, in Gebrauch zieht. Dabei ist zu bemerken, dass Horizont und Augpunkt als gegeben anzunehmen sind.

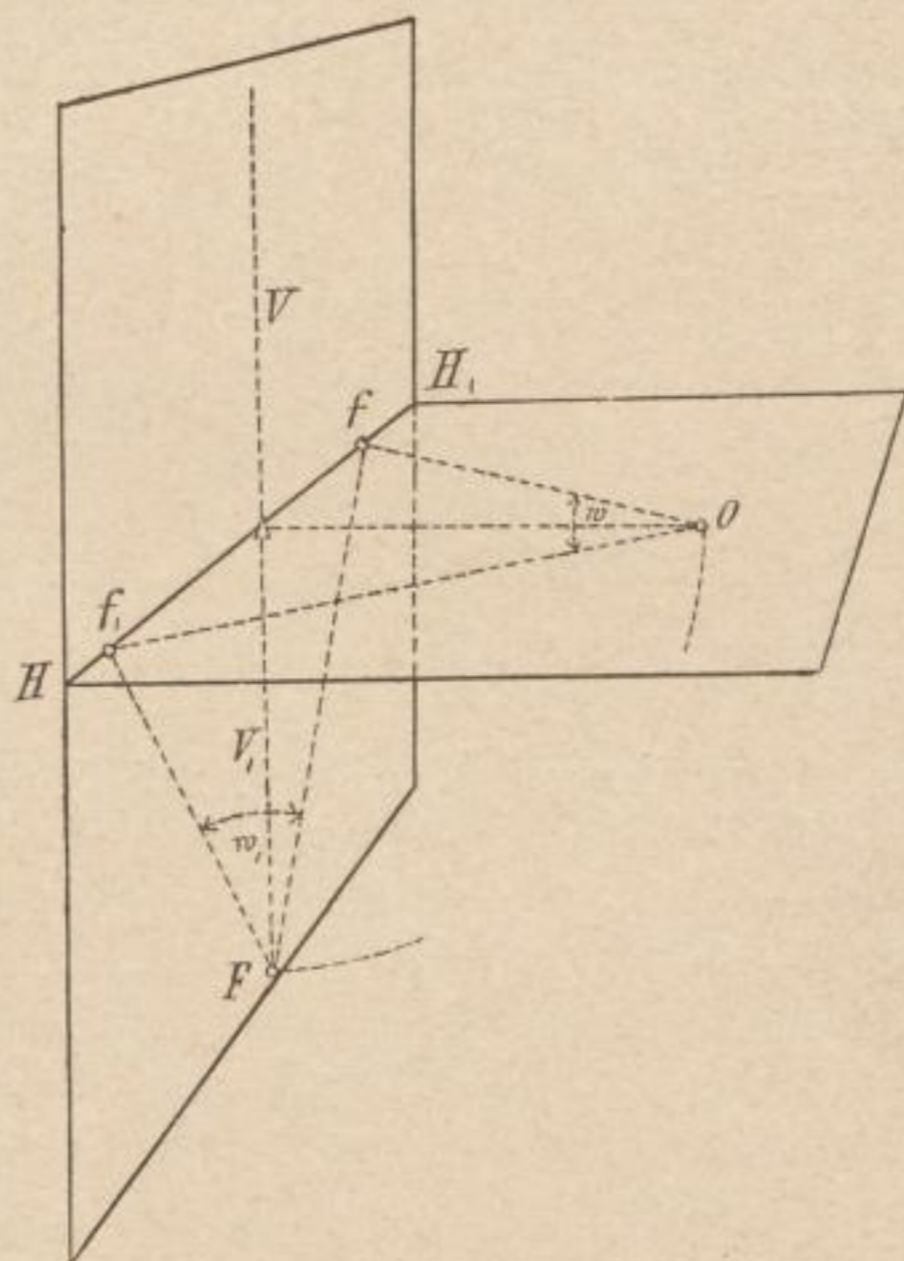
Dadurch werden wir von der strikten Verwendung einer Grund- und Aufrissprojection fast unabhängig und benöthigen zur Fertigstellung der Zeichnung zumeist nur noch der zweckentsprechenden Verwendung von Detailmaßen und des Gebrauches wichtiger Hauptpunkte.

Ziehen wir in Fig. 213 von O aus zwei Linien nach den Punkten f und f_1 der HH_1 , so fallen dieselben, indem nur ihre Fußpunkte der Tafel zukommen, in die Luft und sind mithin für die perspectivische Construction wertlos. Anders aber gestaltet sich die Sache, wenn wir der Horizontalebene, welcher das $\Delta O f f_1$ zukommt, eine Drehung um 90° nach abwärts geben. Dann erscheint O im Punkte F (Fußpunkt) in der Tafel und der Winkel w_1 vorgenannter Linien wird somit messbar. Mit anderen Worten: im Fußpunkte kann jeder Winkel geometrisch angetragen werden.

Eine bedeutsame Anwendung des eben entwickelten Satzes bringt Fig. 214. Dieselbe lehrt uns, wie wir mit Hilfe eines Winkelmessers imstande sind, in verschiedenen Punkten a, b, c, d der Grundebene beliebige Winkel von vorgelegter Größe perspectivisch zu construieren. Die vorliegende Zeichnung lässt sich sofort ohne nähere Beschreibung lesen, ist aber im Kerne der Sache so wichtig, dass ihr der Lernende volle Beachtung schenken und das Construieren der Winkel tüchtig einüben möge. Im Grunde genommen reicht man mit dieser Construction in allen Fällen beim Entwurfe von perspectivischen Grundrissen aus und sie stellt sich als eines der wertvollsten Hilfsmittel beim perspectivischen Construieren dar.

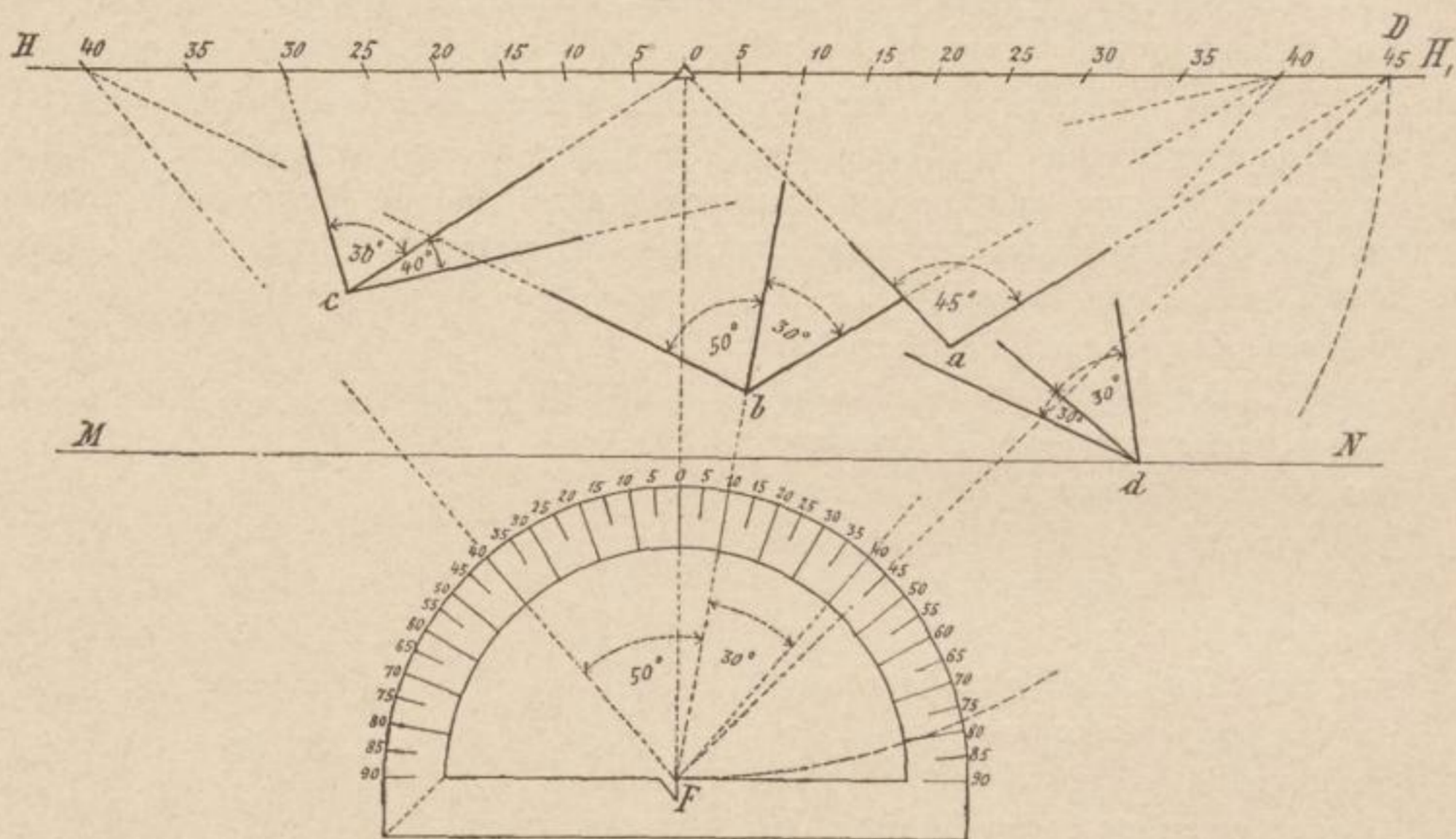
Von besonderer Wichtigkeit ist das Zeichnen des rechten Winkels.

Fig. 213.



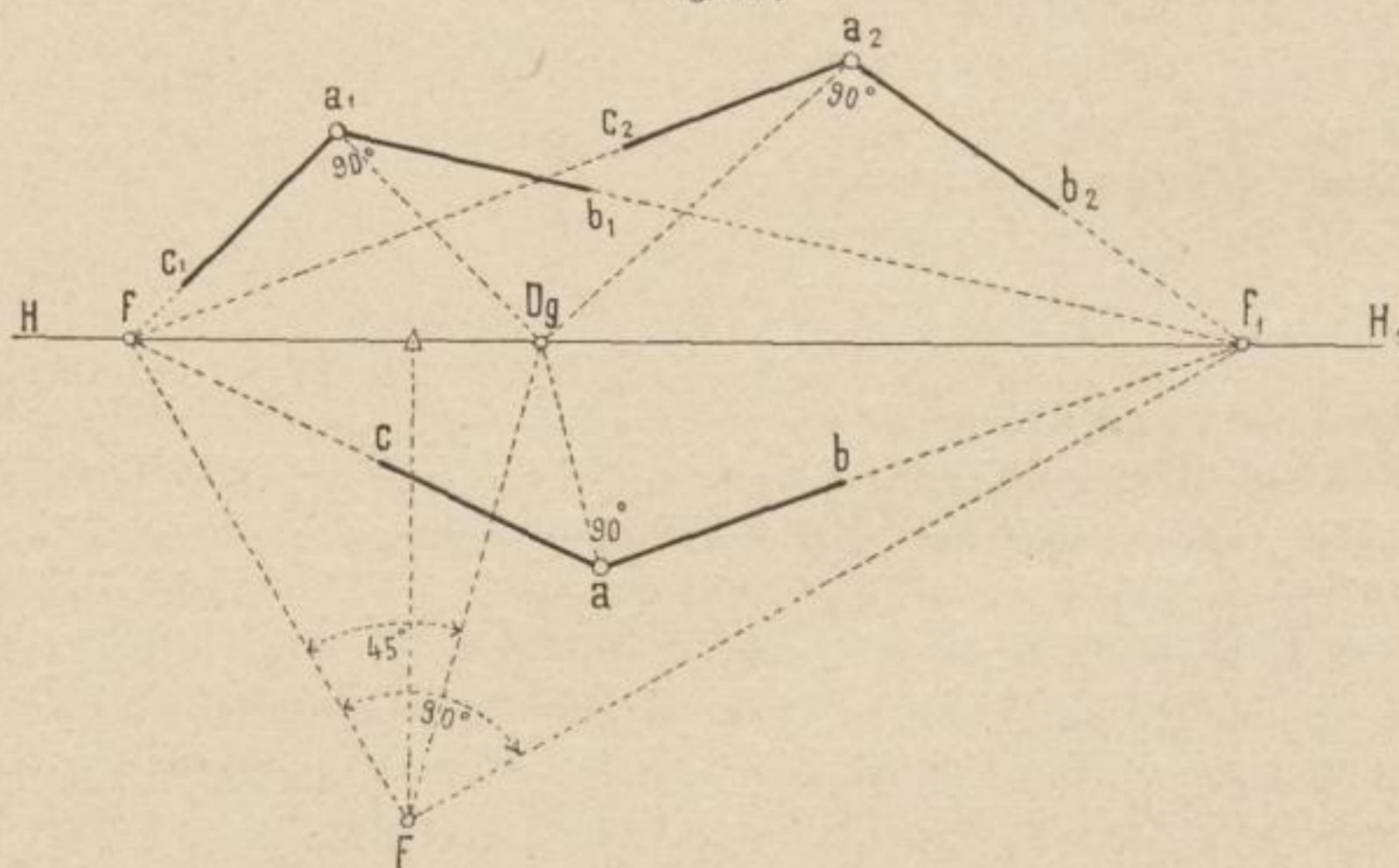
Wird dies nach Fig. 214, also mit Hilfe des Transporteurs, nicht vorgenommen, so ist folgender Weg einzuschlagen.

Fig. 214.



Gegeben ist in Fig. 215 HH_1 , Δ und F (beziehungsweise

Fig. 215.



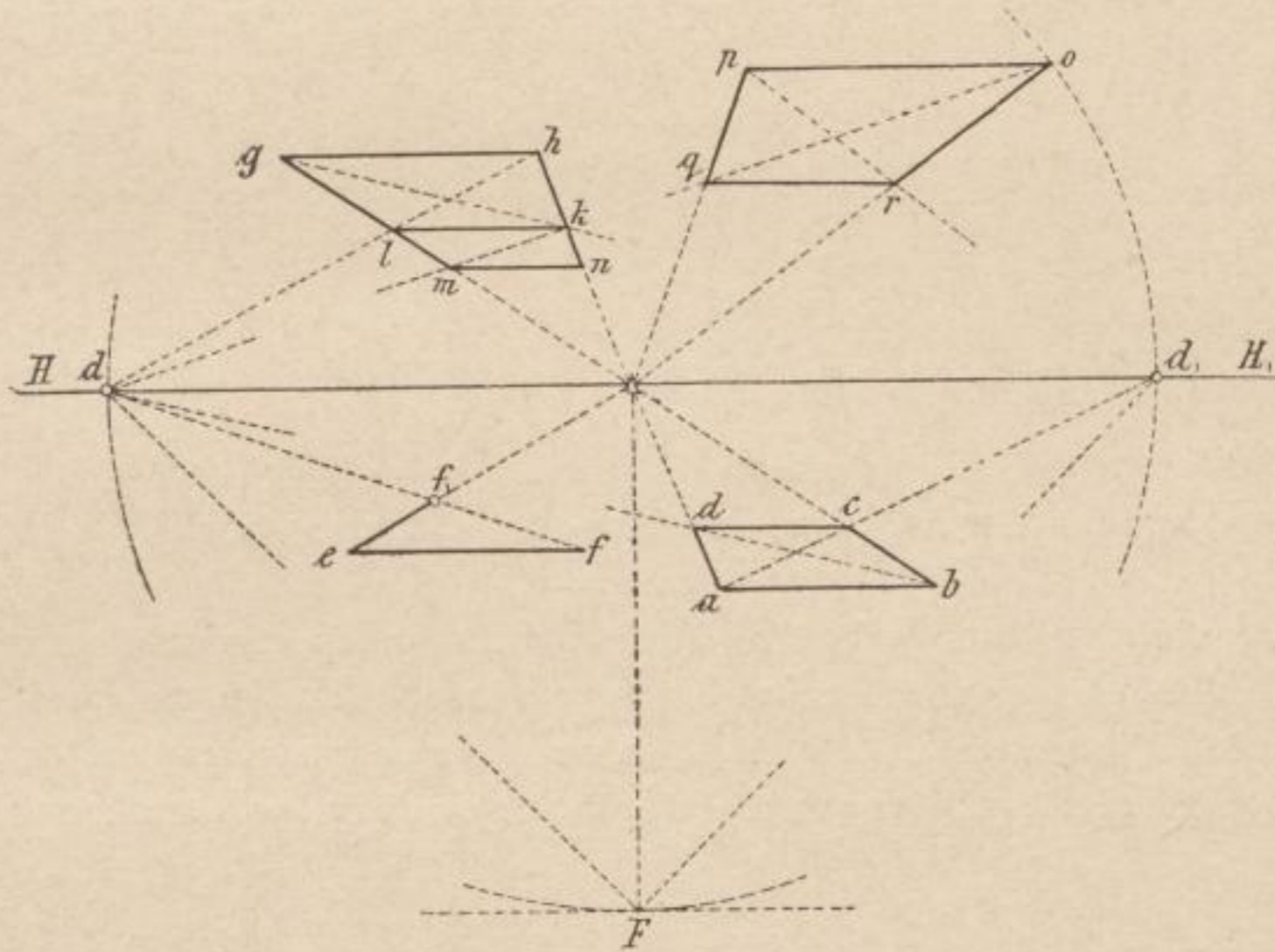
die Distanz ΔF), ferner ein Punkt a als Scheitel eines rechten Winkels und die Richtung ab eines seiner Schen-

kel; es ist der zweite Schenkel des rechten Winkels, mithin letzterer selbst zu zeichnen.

Man verlängere ab , bis die HH_1 in f_1 geschnitten wird, verbinde hierauf f_1 mit F und trage in F an Ff_1 als Schenkel einen $\sphericalangle 90^\circ$ an. Der zweite Schenkel desselben durchschneidet die Horizontallinie HH_1 des Bildes in dem Punkte f . Die Verbindungsgerade fa bestimmt nun die Richtung des zweiten Schenkels des perspectivisch rechten Winkels cab . Die in der Figur außerdem gezeichneten Winkel mit den Scheitelpunkten a_1 und a_2 sind gleichfalls rechte. Die Schenkel derselben sind in der Wirklichkeit horizontal liegende Geraden. Woraus schließt man das? Welche unter ihnen sind zudem parallel?

Halbiert man den geometrisch rechten Winkel in der Figur und

Fig. 216.



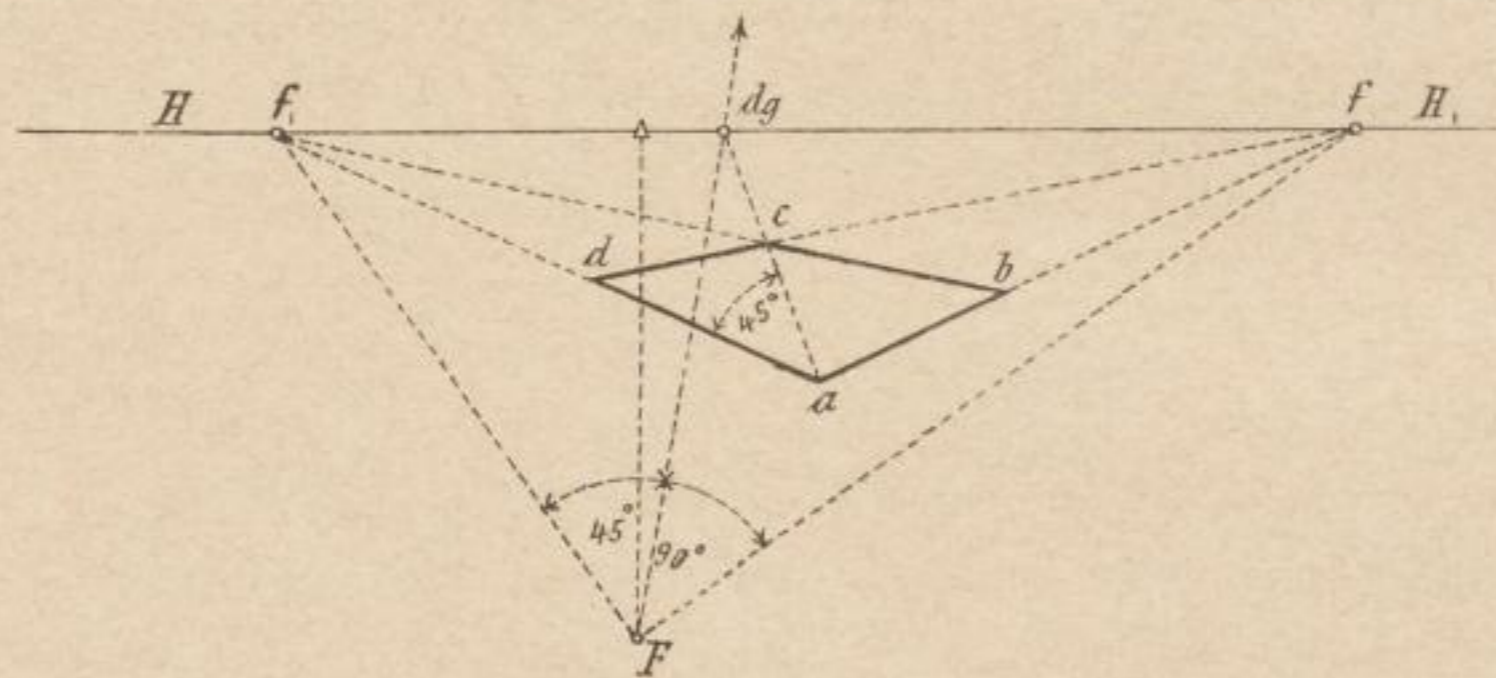
verlängert sodann die Halbierungslinie bis zu ihrem Durchschnitte Dg mit der HH_1 , so erhält man in letzterem den Diagonalepunkt, der mit dem Scheitel a des perspectivisch rechten Winkels verbunden, in der so gewonnenen Theilungslinie auch diesen halbiert. Durch die Geraden Dga_1 und Dga_2 werden untereinem auch die rechten Winkel $e_1 a_1 b_1$ und $e_2 a_2 b_2$ gehälftet. Die Halbierung rechter Winkel wird gebraucht bei der Zeichnung von Vorsprüngen und Ausladungen, beim Gesimsezeichnen etc. Vorzugsweise aber dient diese Construction zur Errichtung von Quadraten.

Ist die gegebene Seite ab des Quadrates (Fig. 216) parallel zum Horizonte, so finden die beiden zur Tafel senkrecht stehenden Quadrat-

seiten ihren Fluchtpunkt im Augpunkte, die Halbierungsgerade des rechten Winkels hingegen trifft in einem solchen Falle auf den Distanzpunkt. Betrachten wir das Quadrat $ghkl$ und ziehen aus k nach d eine Gerade, so schneidet letztere die verlängerte Seite gl im Punkte m und bestimmt in diesem den dritten Eckpunkt des Quadrates $klmn$, welches dem erstgenannten angereiht erscheint.

In Fig. 217 ist der perspectivisch rechte Winkel dab gegeben. ab in beliebiger Länge als vorgelegt betrachtet, stellt eine Quadratseite vor. Zieht man bf_1 , so schneidet diese Linie die dga im Punkte c , der schließlich mit f verbunden, in der verlängerten fc die Richtung und im Durch-

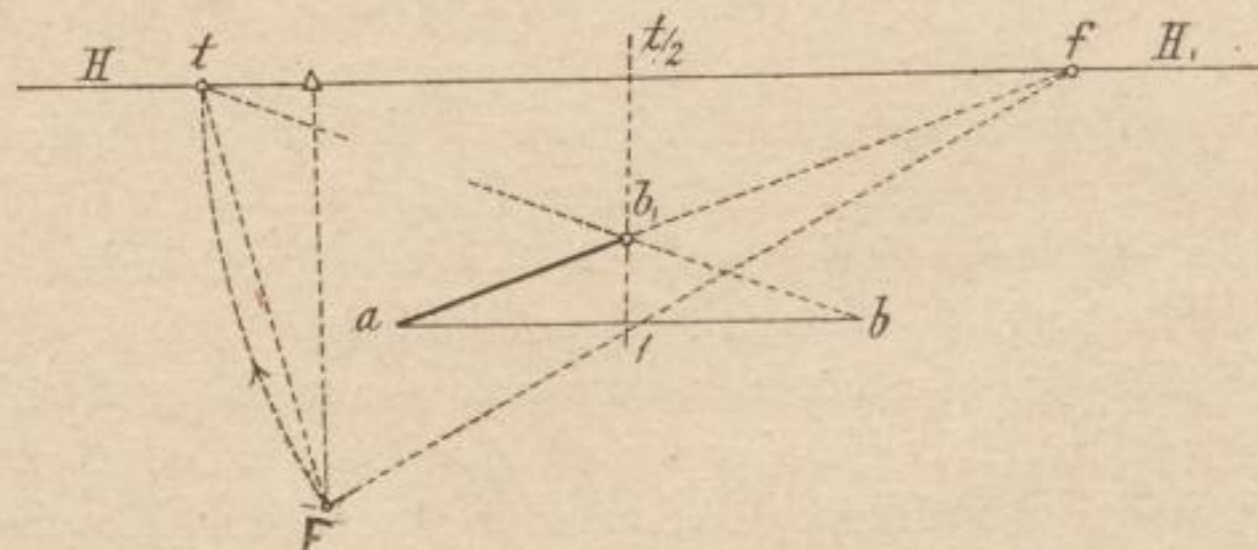
Fig. 217.



schnitte dieser mit der af_1 in der Strecke cd die vierte Quadratseite ergibt.

Eine nicht minder wichtige Aufgabe im perspectivischen Zeichnen löst Fig. 218. Die geometrisch gegebene, mithin unverkürzte Strecke ab ist auf die von a nach dem zufälligen Fluchpunkte f gerichtete Gerade ab_1 perspectivisch aufzutragen.

Fig. 218.



Wird die ab_1 verlängert, so ergibt sich ihr Durchschnitt mit der HH_1 im Punkte f . Setzt man nun mit dem Zirkel in f ein, fasst die Strecke fF als Halbmesser ab und schlägt den Bogen Ft , so ist in dem Punkte t sodann der Theilungspunkt für die vorliegende Gerade gefunden. Es

braucht nur noch t mit b verbunden zu werden, um den Punkt b_1 als den zweiten Endpunkt der perspectivischen Linie $a b_1$ zu erhalten. Damit erscheint aber $a b_1$ der geometrischen Strecke $a b$ gleich gemacht.

Zieht man die Sehne tF des zugehörigen Bogens, so ergibt sich das $\triangle t F f$. Vergleicht man mit diesem das kleine perspectivische Dreieck $a b b_1$, so zeigt sich, dass seine Seiten mit jenen des geometrischen Dreieckes parallel laufen. D. i. $a b \parallel t f$, $a b_1 \parallel F f$ und $b b_1 \parallel F t$. Die hier als parallel zu einander genannten Geraden haben nämlich dieselben Fluchtpunkte. Da nun im $\triangle t F f$ die Seiten $f t$ und $f F$ einander gleich sind, so ergibt sich auch im $\triangle a b b_1$ Seite $a b = a b_1$.

a) Wird die Linie $a b$ in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile getheilt, werden die einzelnen Theilungspunkte hierauf mit t verbunden und die Durchschnitte der so gezeichneten perspectivisch parallelen Theilungslinien mit

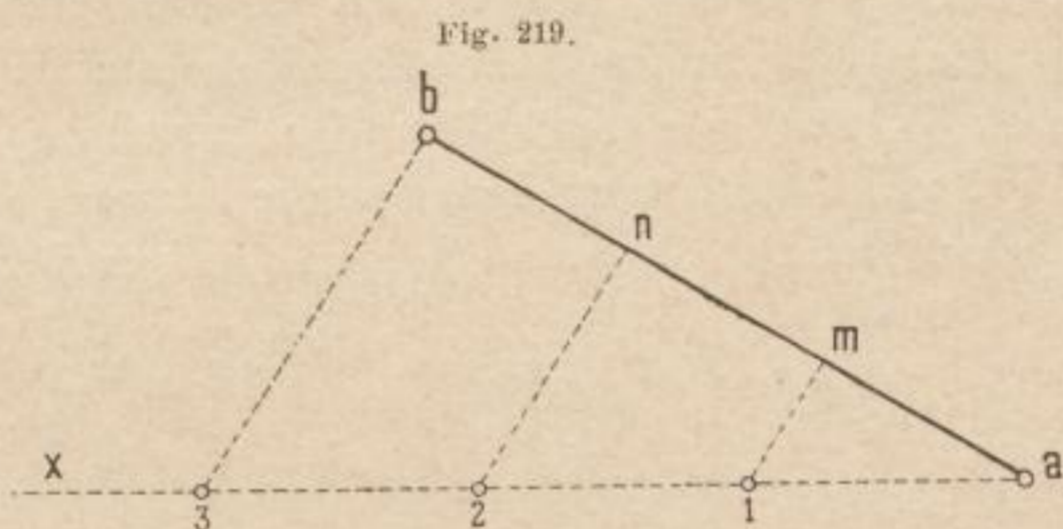


Fig. 219.

der $a b_1$ wahrgenommen, so erscheint letztere durch dieselben in ebensoviel perspectivisch gleiche Theile getheilt, als die Gerade $a b$ geometrisch gleiche Theile enthält.

b) Fieht eine Linie nach dem Augpunkte, so ist dann ihr Distanzpunkt unter einem auch Theilungspunkt.

c) Sollte der Fall eintreten, dass der Theilungspunkt über die Zeichenfläche hinausfiele, so könnte man den halben

Theilungspunkt, d. h. eine diesem entsprechend reducierte Abmessung auf der $H H_1$, benützen. Man theilt nämlich $f t$ im Punkte $t/2$ in die Hälfte, ebenso $a b$ im Punkte 1 und zieht sodann die Gerade $1 t/2$,

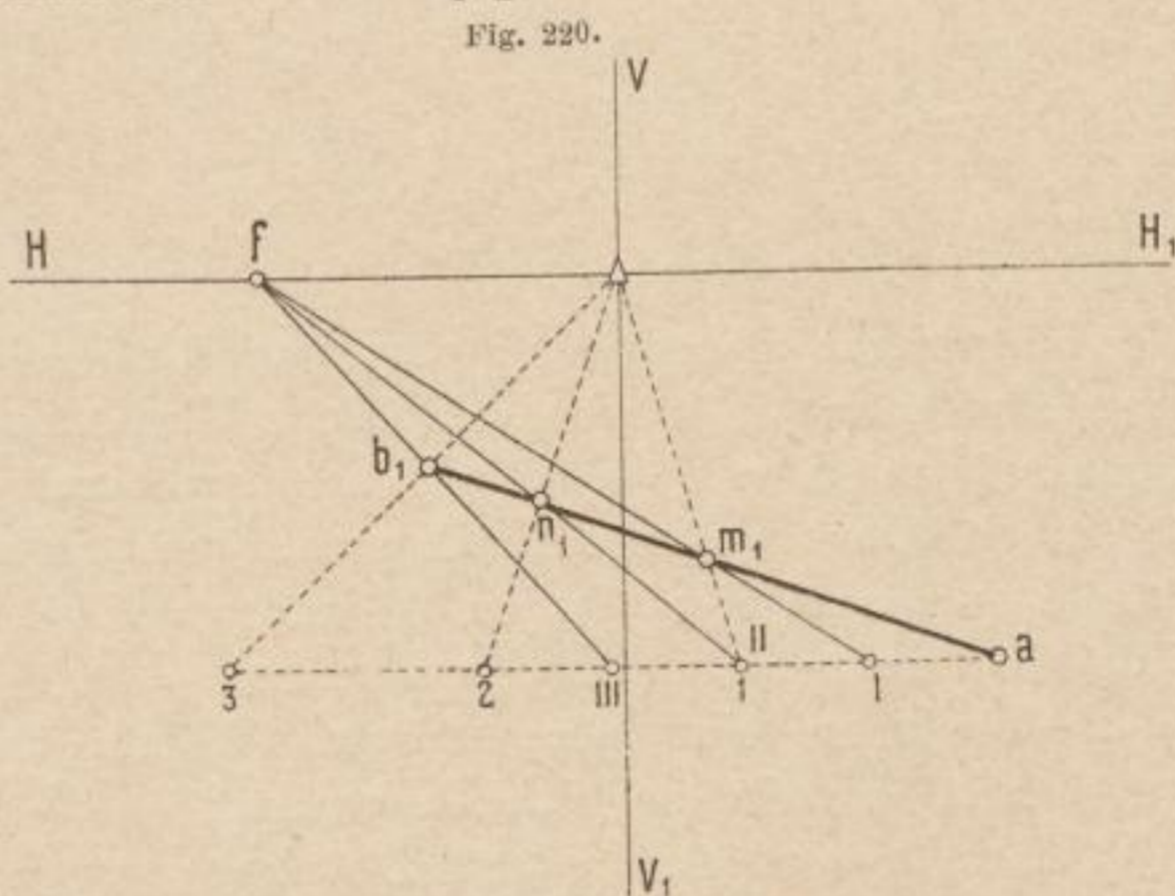


Fig. 220.

welche genau wieder durch den Punkt b_1 hindurchgeht.

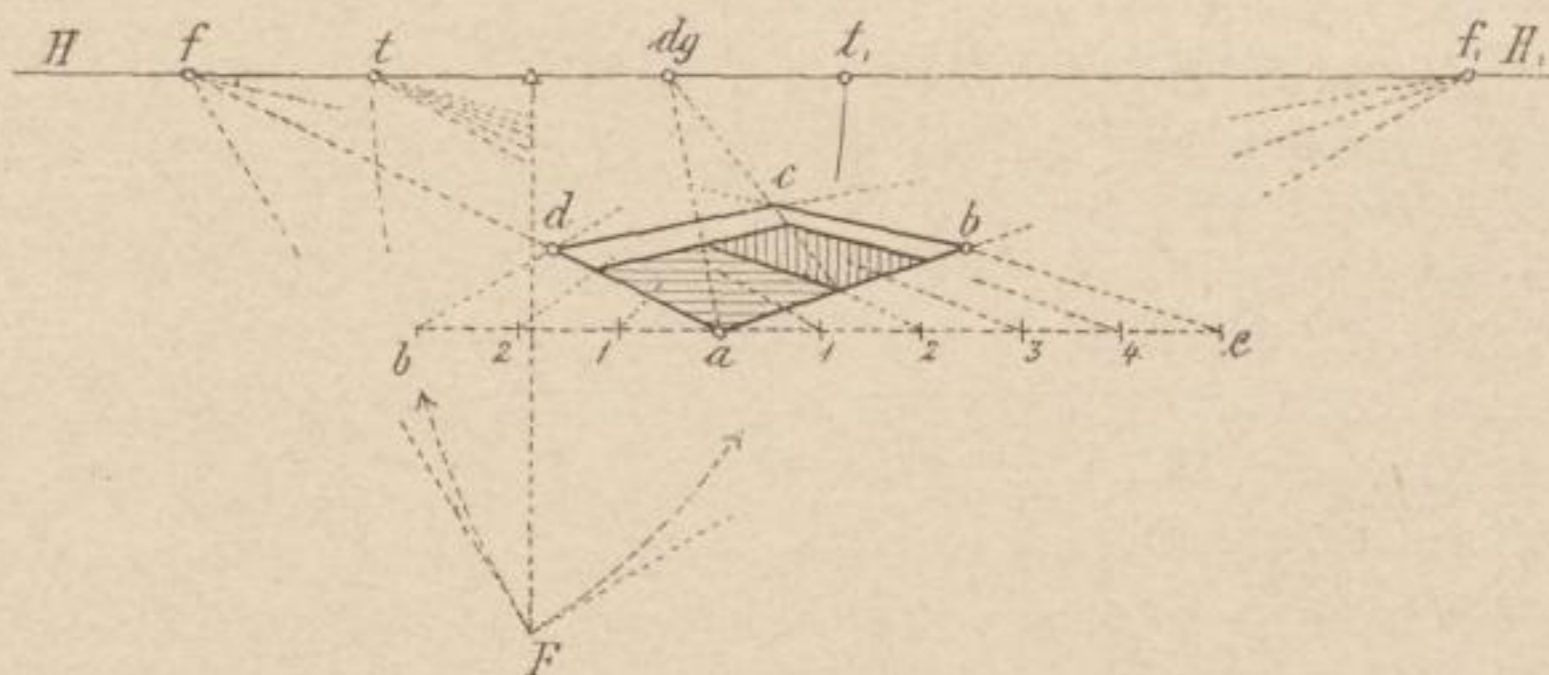
d) Zur Theilung einer Geraden kann man auch den sogenannten zufälligen Theilungspunkt benützen.

Die geometrische Theilung der Geraden $a b$ in drei Theile zeigt Fig. 219. Diese beruht bekanntlich auf dem Satze: Parallellinien schneiden

von zweien nicht parallelen Geraden stets proportionierte Stücke zwischen sich ab. Um nun die perspectivische Theilung der Geraden ab_1 (Fig. 220) vorzunehmen und zu verstehen, denke man sich das $\triangle ab_3$ (Fig. 219) in horizontaler Lage gehalten, die Seite $a_3 \parallel$ zur Tafel. Die Linien $b_3 \parallel n_2 \parallel m_1$ haben sodann einen auf der HH_1 liegenden, ihrem Parallelstrahle zukommenden Fluchtpunkt. Derselbe kann in \triangle angenommen werden, wenn den Geraden b_3, n_2, m_1 eine zur Tafel senkrechte Lage zukommt. Man kann ihn aber auch willkürlich, je nach der Richtung der b_3 , links oder rechts vom Augpunkte \triangle in irgend einem Punkte der HH_1 beliebig wählen.

Um also ab_1 (Fig. 220) in drei gleiche Theile zu theilen, ziehe man in dem Punkte a eine Parallele zur HH_1 , verbinde hierauf den Endpunkt b_1 mit dem gewählten Fluchtpunkte f , der hier als zufälliger Theilungspunkt auftritt, und verlängere letztere, bis die vorhin erwähnte Gerade in dem Punkte 3 , wenn \triangle (und in dem Punkte III , wenn f als zufälliger

Fig. 221.



Theilungspunkt genommen wurde) geschnitten wird. Für die erstere Annahme hat man a_3 in drei gleiche Theile zu theilen und die mittleren Punkte 1 und 2 mit \triangle zu verbinden, wodurch sich die Marken n_1 und m_1 finden. Der zweiten Annahme zufolge theilt man $a III$ in drei gleiche Theile und zieht die Geraden $f I$ und $f II$. Diese Linien nehmen gleichfalls die Punkte n_1 und m_1 in sich auf.

Wie kann eine perspectivische Linie nach einem durch Zahlen gegebenen Verhältnisse getheilt werden?

Die Antwort auf die gestellte Frage bringt Fig. 221.

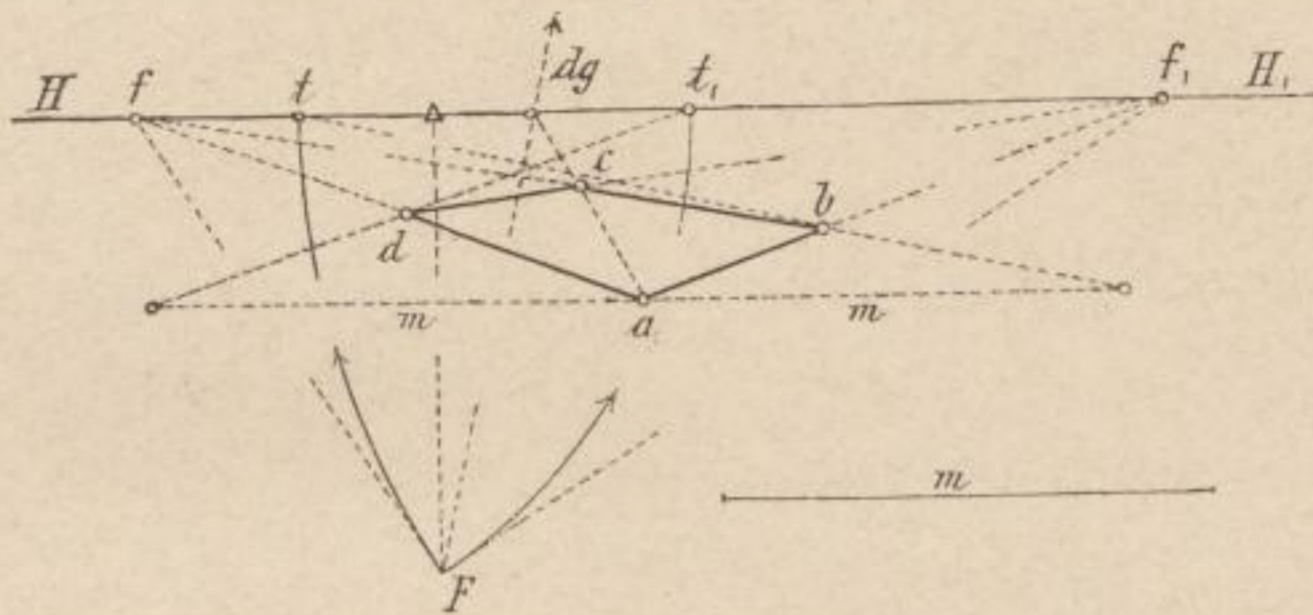
Diese zeigt die Centralprojection eines Quadrates, in welchem die Seiten ab und ad im Verhältnisse $5:3$ stehen.

Was können wir noch aus dieser Figur herauslesen?

Anmerkung. Die Diagonal- und Theilungspunkte sind in den einzelnen Figuren mit Dg und dg , mit T und t eingetragen. Für größere Figuren eignen sich große Buchstaben.

Fig. 222 ergibt unter Gebrauch des Diagonalspunktes dg und der Theilungspunkte t und t_1 bezüglich der Quadratseiten den Entwurf eines Quadratmessers, dessen Seitenlänge durch die Strecke m angegeben ist.

Fig. 222.

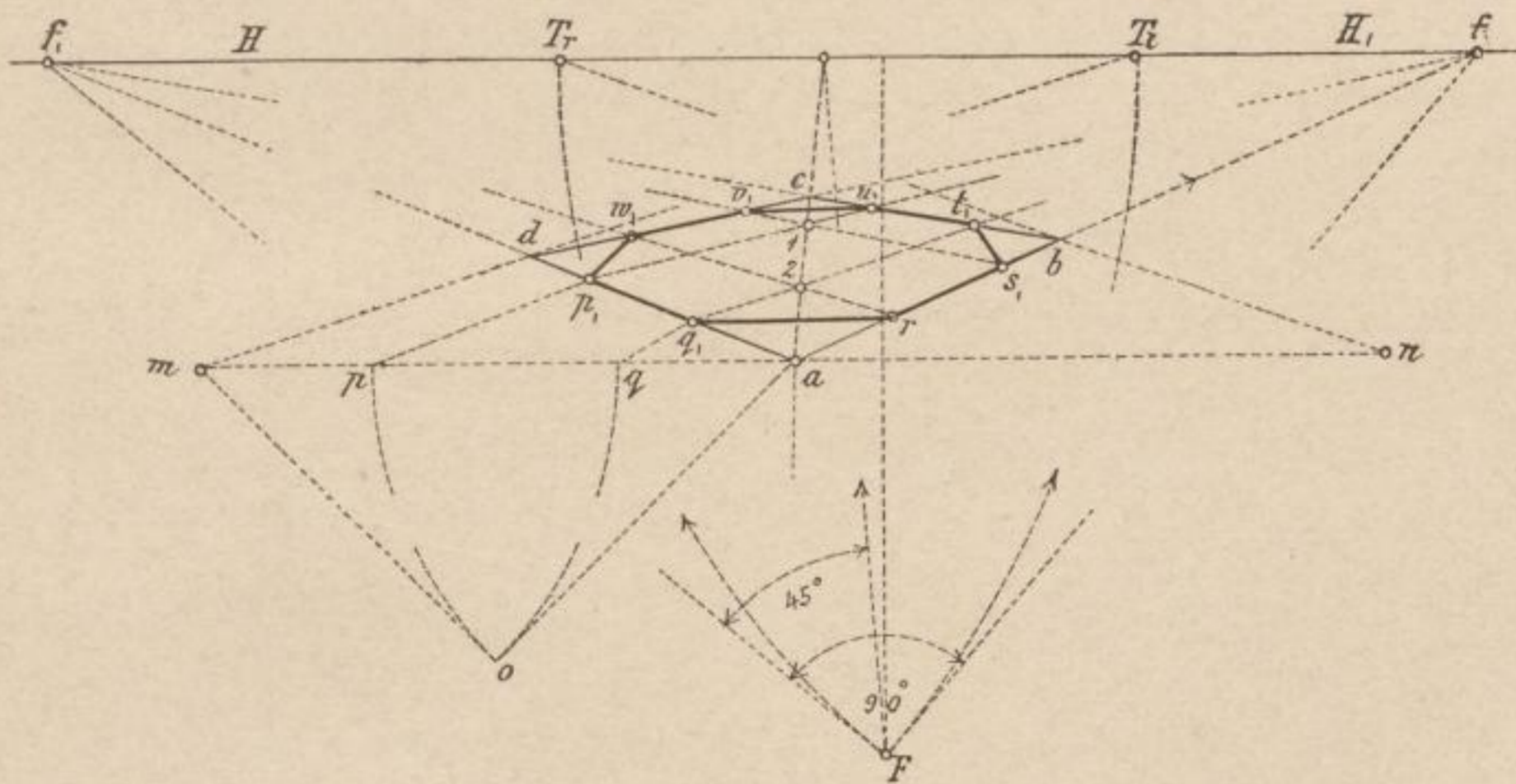


Auf gleiche Art ist das Quadrat $abcd$ in Fig. 223 gezeichnet, welchem zudem ein regelmäßiges Achteck eingeschrieben erscheint.

Was für eine Bedeutung hat wohl die Bezeichnung der Theilungspunkte Tr und Tl ? Wo liegt hier der Diagonalspunkt?

In folgender Fig. 224 ist nebst der Horizontallinie $H H_1$ der Augpunkt und die Distanz, ferner S als wahre Länge der Seite des einem Kreise umschriebenen Quadrates, ein Eckpunkt b desselben und die per-

Fig. 223.



spectivische Richtung ba einer Quadratseite gegeben; das Quadrat ist zu construieren und ihm der Kreis einzuschreiben. Der perspectivisch rechte $\sphericalangle abc$ wurde construirt. Ebenso in bekannter Art die Theilungspunkte T und T_1 . Legt man an b eine Horizontale, schneidet auf dieser von b

aus das Stück bf gleich der gegebenen Quadratseite S ab und verbindet

Fig. 224.

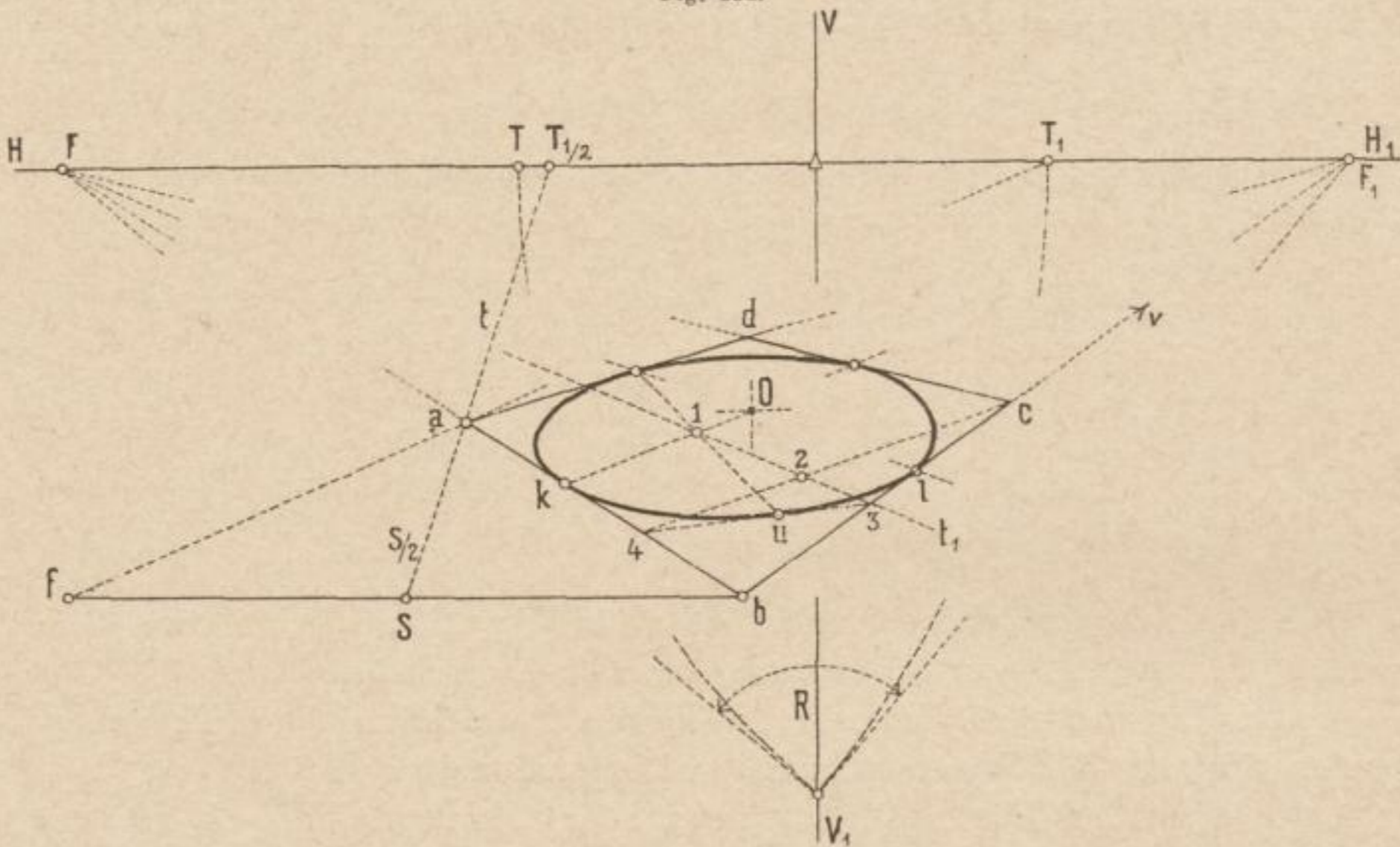
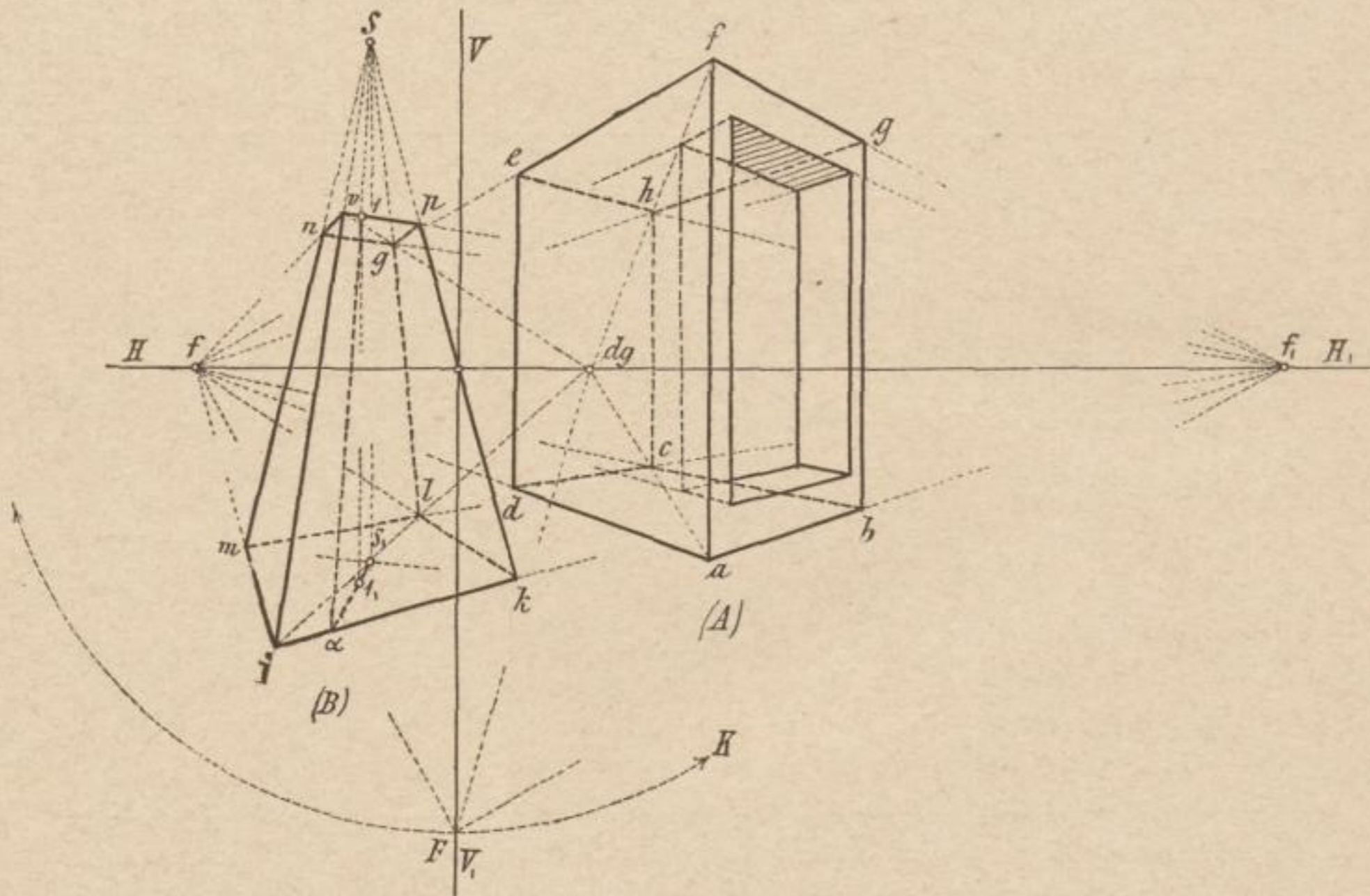


Fig. 225.

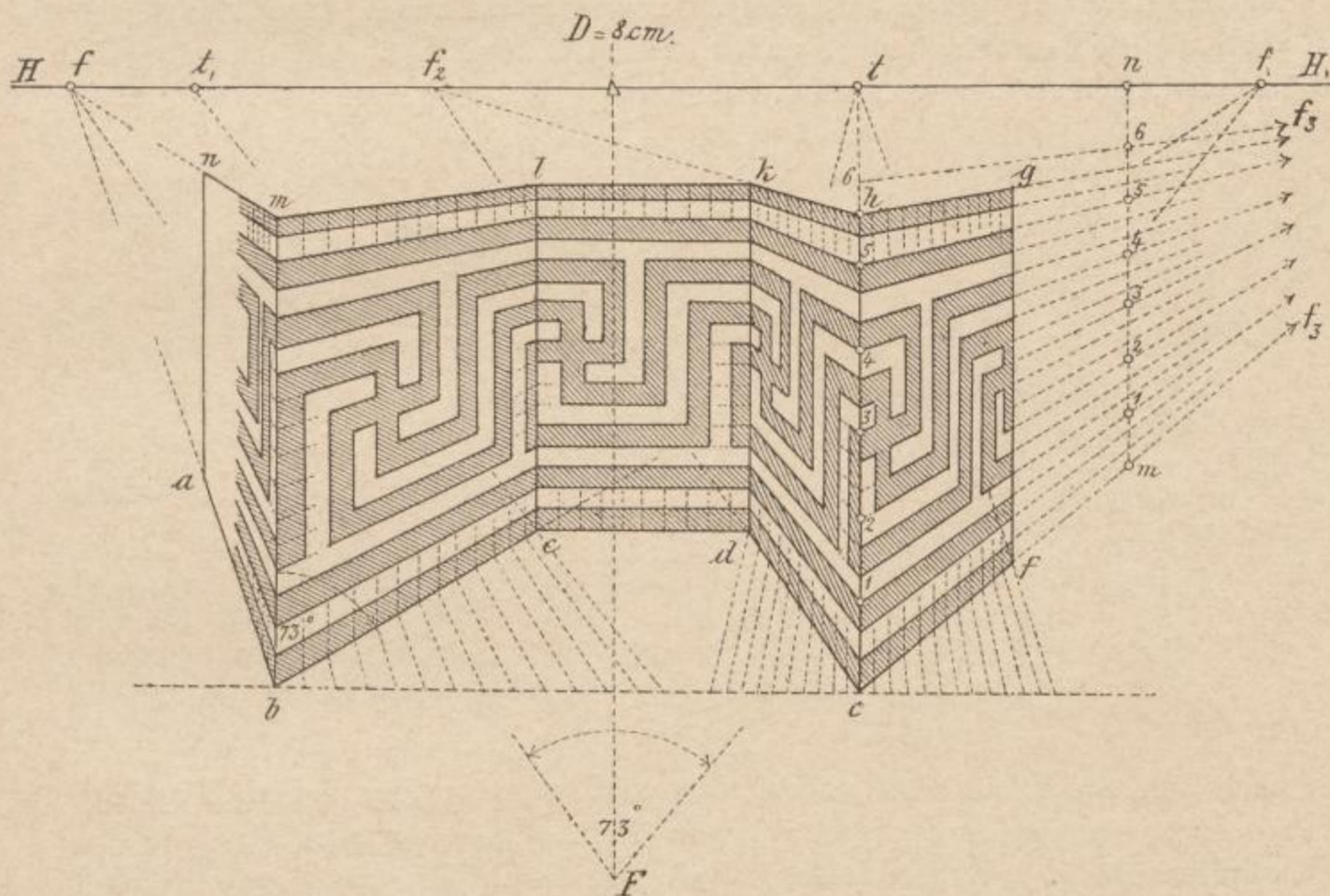


f mit T_1 , so ergibt sich in a der zweite Eckpunkt des Quadrates. Man

erhält letztere auch, wenn man $F T_1$ in $T/2$ halbiert und die halbe Quadratseite $S/2$ in Betracht zieht. Um das Quadrat zu vervollständigen, benötigt man entweder noch den zweiten Theilungspunkt T oder aber den Diagonalepunkt.

Fig. 225 bringt ein seitwärts eingeschnittenes Prisma mit quadratischer Basis und eine abgestutzte quadratische Pyramide zur Ansicht. Die quadratischen Basisflächen der Körper sind unter Zuhilfenahme des Diagonalepunktes dg ermittelt. Man betrachte Punkt 1, welcher der oberen Basisfläche des Pyramidenstutzes zukommt. Dieser Punkt 1 liegt auf der

Fig. 226.

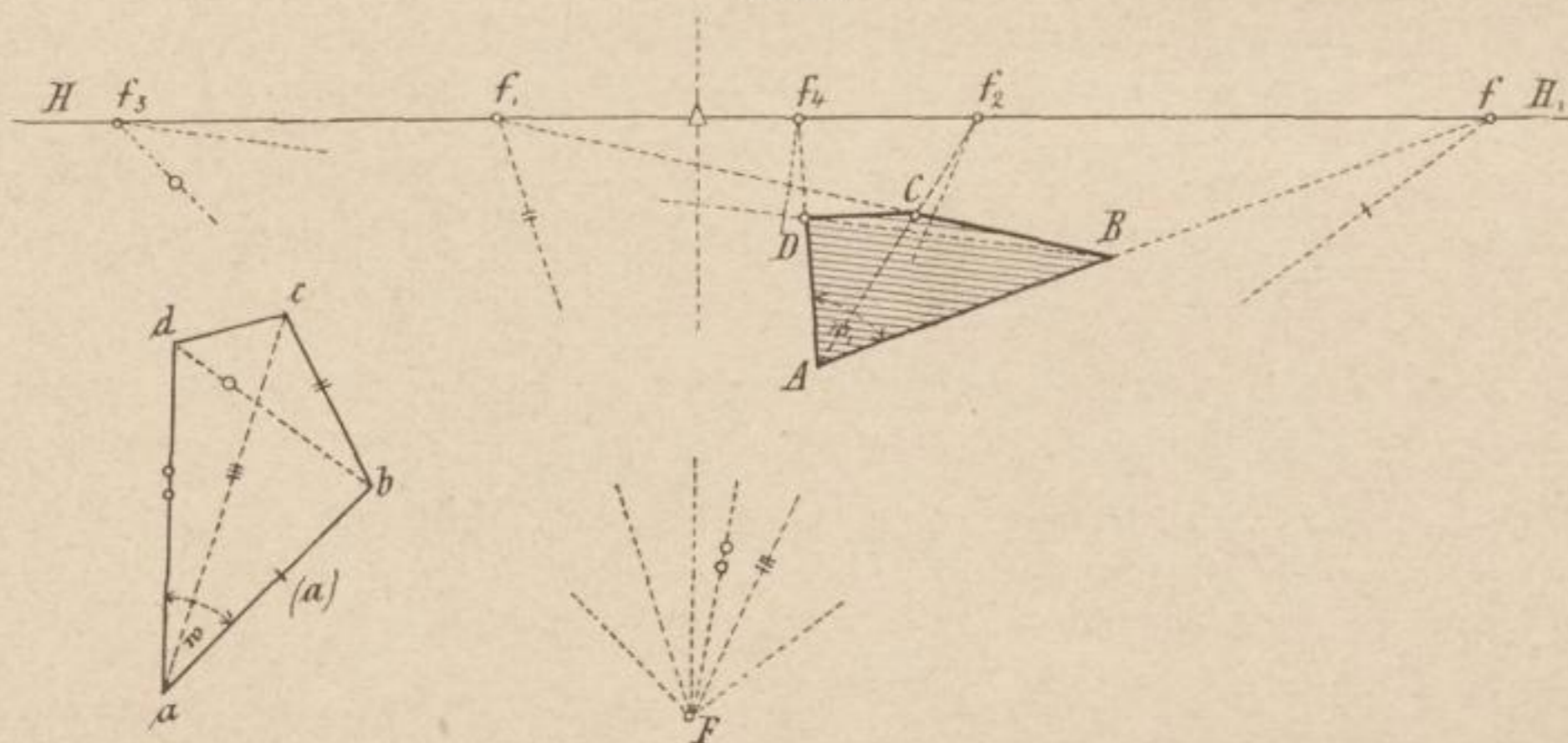


Pyramidenkante $S \alpha$, deren Grundriss durch die Strecke $a S_1$ gegeben ist. Die Lothlinie aus 1 trifft aber letztere im Punkte 1_1 . Man zeichne, ähnlich so wie beim Prisma (A) geschehen, auch einen seitlichen Einschnitt an der Pyramide (B), welchem die Seitenfläche $i k p v$ als Grundfläche zufällt! Bestimme unter Zuhilfenahme von F und f und f_1 die wahren Längen der Quadratseiten $i k$ und $a b$! Wenn man den Einschnitt in dem Prisma betrachtet, so ist die Frage: Der wievielte Theil der Quadratseite ist seiner Tiefe gleich? Und den wievielten Theil der Quadratseite beträgt die Entfernung der Kante $a f$ von dem linksseitigen Rande des Einschnitts?

Eine mehrfach gebrochene Fläche mit einem Mäanderbände verziert bringt Fig. 226. Die Distanz ist in diesem Beispiele mit 8 cm angegeben.

Zur Theilung der Linien cd und cf benützte man den Theilungspunkt t . Für die Gerade bc wurde t_1 als Theilungspunkt gefunden. Der Fluchtpunkt hinsichtlich der Linien cf und hg , sowie aller mit ihnen parallelen findet sich nicht mehr auf dem Blatte. Um aber in Bezug auf diese Linien nicht aus der Richtung zu kommen, ist hier eine ebenso einfache, als für das perspectivische Zeichnen wichtige Hilfsconstruction angegeben. Man betrachtet die Linien HH_1 und cf_3 . In den beliebig gewählten Punkten t und n derselben werden Verticallinien gezogen und die Stücke zwischen diesen genannten Punkten und den Fußpunkten c und m bezeichneter Verticalen in eine Anzahl gleicher Theile getheilt. Die zugehörigen Theilungspunkte auf beiden Strecken miteinander verbunden, d. h. für unsern Fall der Siebenteltheilung 1 und 1, 2 und 2, 3 und 3... , geben die perspectivischen Bilder von untereinander parallelen Linien, die sämtlich

Fig. 227.



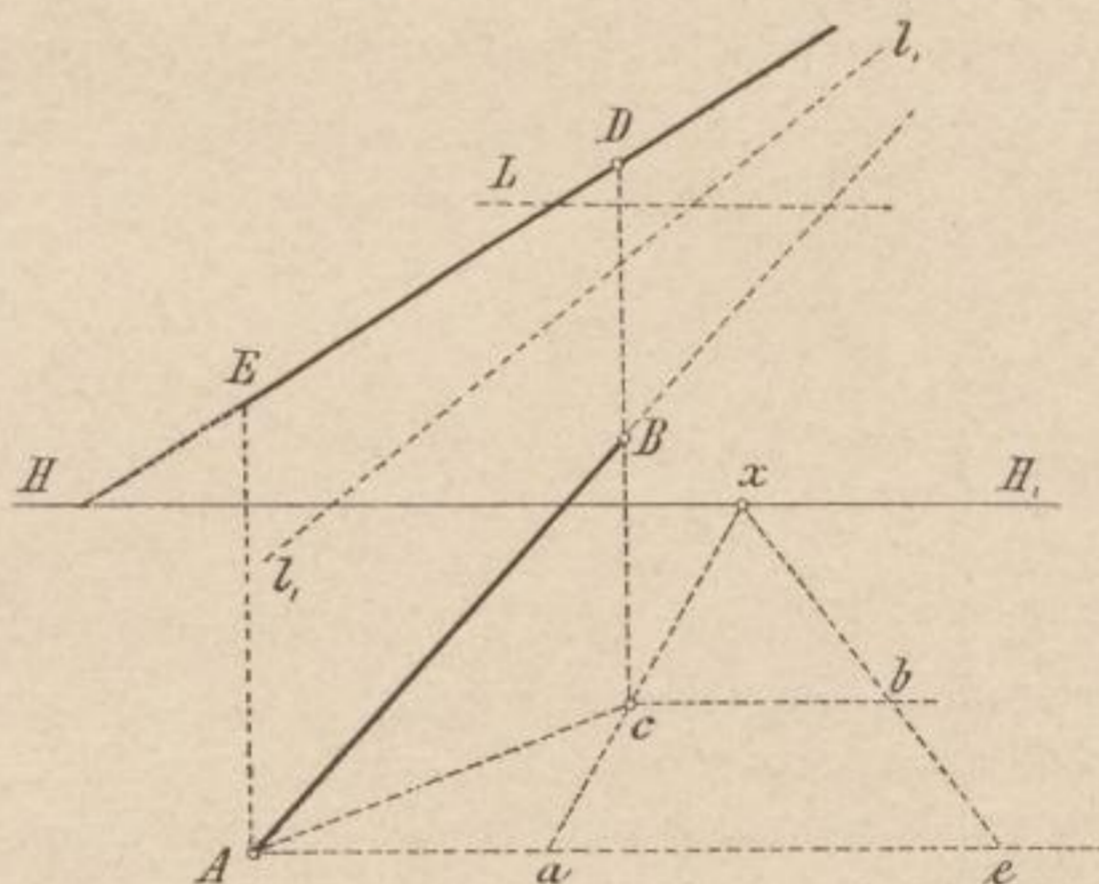
nach dem auf dem Blatte unerreichen Fluchtpunkt f_3 zielen. Mit Hilfe dieser so ermittelten perspectivischen Parallellinien wurde die Flächenverzierung in dem Rechtecke $cfgh$ eingezeichnet. Wie groß ist der Winkel dcf ? Wie wurde der Winkel $abc = 73^\circ$ gefunden?

Ein unregelmäßiges geometrisches Viereck $abcd$ (Fig. 227) ist gegeben und kann als Basis eines Körpers, eines Gebäudes etc. betrachtet werden. Dieses soll zwar nicht in gleicher Größe, wohl aber in gleichen Verhältnissen perspectivisch entworfen werden, wenn man sich den Punkt a nach A gebracht denkt. Es handelt sich mithin hier um den freien Entwurf eines perspectivischen Grundrisses auf Grund geometrischer Angaben. Gegeben ist HH_1 , F , der Augpunkt Δ und das Bild der Ecke A . Die gegebene Aufgabe findet ihre Lösung unter Zuhilfenahme der Diagonalen in Fig. a) durch die in Fig. 214 gelehrt Construction, die vom perspectivischen Winkelzeichnen handelt. Nach dieser ziehe man $Ff \parallel ab$ und ver-

binde f mit A . Die Strecke AB wird nun beliebig angenommen. Der Punkt c ist durch den Schnitt der Diagonale ac mit der Begrenzungslinie bc bestimmt. Man lege also $Ff_2 \parallel ac$ und $Ff_1 \parallel bc$, wodurch die Punkte f_2 und f_1 auf der HH_1 resultieren. Die Linien Af_2 und Bf_1 ergeben aber in ihrem Schnitte Punkt C . Punkt D wird auf gleiche Art erhalten. Man hat hinsichtlich seiner nur zu beachten, dass er im Schnitte der Diagonale bd mit der Begrenzungslinie ad liegt. Die Figur zeigt, dass der geometrische Winkel w im Winkel $f_4 Af$ seine Centralprojection findet, indem die Geraden Ff und Ff_4 beziehungsweise seinen Schenkeln parallel liegen.

Die Einübung dieser Constructionsweise ist dringendst anzurathen, indem sie den Zeichner fast ohne Zeitaufwand befähigt, was immer für Figuren als perspectivische Grundrisse sicher und rasch auszubilden. Die Hilfslinien brauchen nicht der ganzen Länge nach gezogen zu werden, es genügen die Schnittpunkte der einzelnen Parallelen mit der HH_1 . Ist eine gemischtlinige Figur gegeben, so nehme man in den krummlinigen Theilen derselben Punkte an und beziehe jeden durch Gerade auf zwei der am zweckentsprechendsten liegenden Eckpunkte der Figur. Zu letzteren werden sodann durch den Fußpunkt die parallelen Linien gelegt, die Schnittpunkte in der HH_1 bezeichnet und dann so, wie vor gezeigt, weiter verfahren.

Fig. 228.

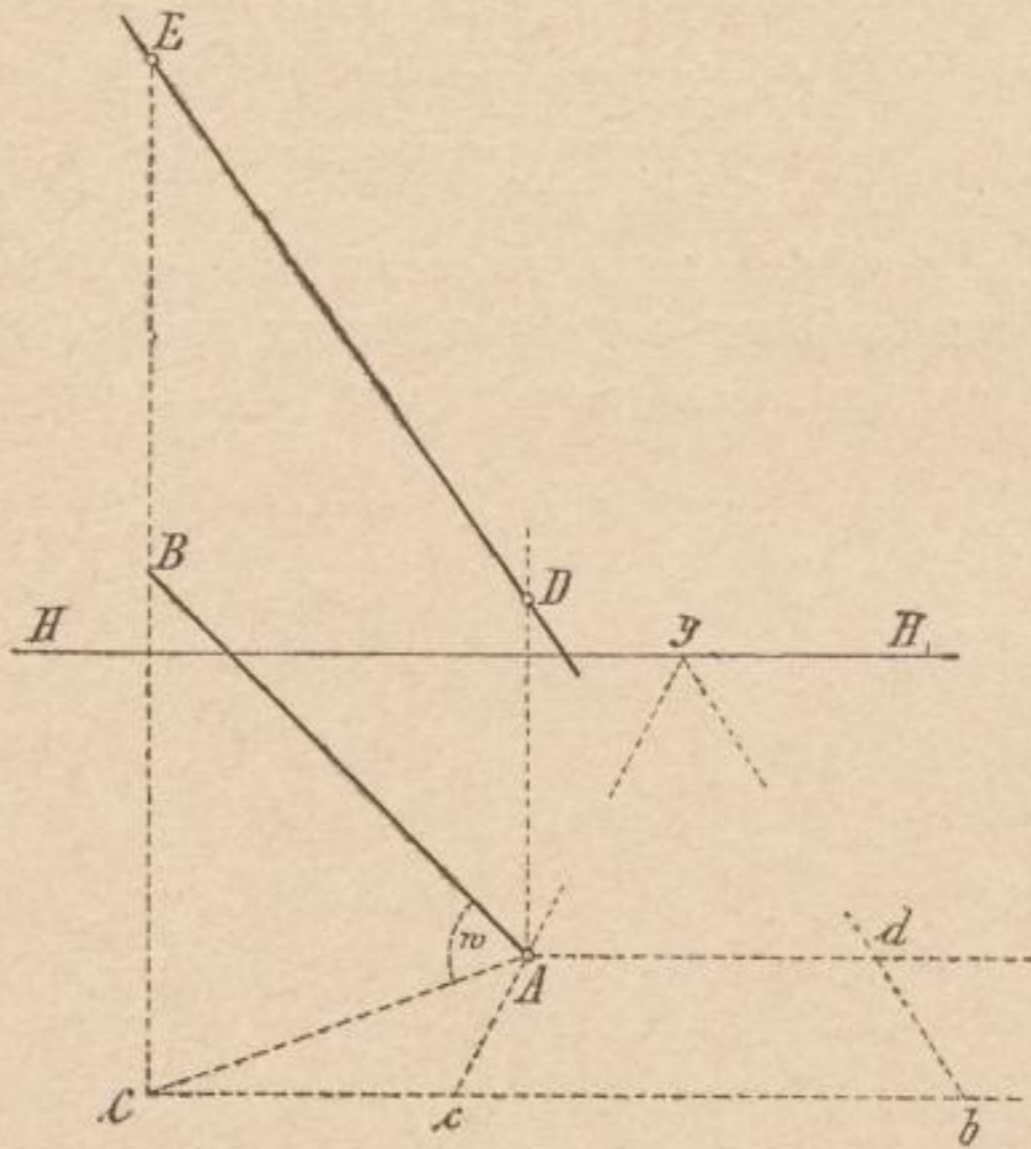


Von Wichtigkeit ist das Antragen steigend und fallend schiefer Parallellinien im perspectivischen Zeichnen. So finden wir in Fig. 228 die Geraden AB und ED , welche ihren Fluchtpunkt oberhalb der Horizontallinie HH_1 haben. Es wäre HH_1 , AB und deren Neigung BAC zur Grundebene gegeben; die mit ihr parallel laufende Linie ED soll perspectivisch angegeben werden. Man errichte in dem beliebig gewählten Punkte c des perspectivischen Grundrisses der vorgelegten Raumgeraden ein Loth und trage die Strecke cB von B aus nach aufwärts noch einmal auf diesem bis D auf. Um den Punkt E zu erhalten, müssen wir die Strecke $BD = Bc$ auf die Standlinie beziehen, d. h. deren Länge in der Tafel angeben.

Behufs dessen lege man $cb \parallel Ae \parallel HH_1$. Verbindet man nun x , welches letzteres auf der HH_1 beliebig gewählt erscheint, mit c und b gerad-

linig, so erhalten wir auf der aus A gezogenen Horizontalen das zwischen diesen Verbindungsgeraden liegende Stück $a e$, welches nur von A nach E aufzutragen ist, um den Punkt E zu liefern. E mit D verbunden, bringt die verlangte Gerade ED , die in Wirklichkeit mit der gegebenen AB parallel läuft. Sollen diese Geraden vermehrt, d. h. noch andere mit ihnen parallel laufende Linien erzeugt werden, so lege man $L \parallel H H_1$, halbiere

Fig. 229.

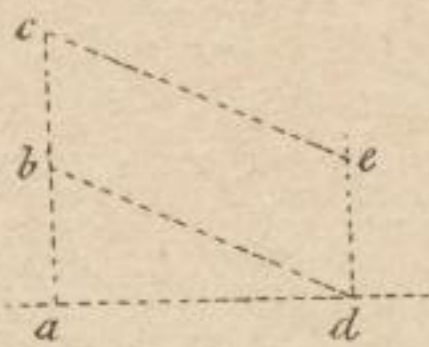


die zwischen den Geraden AB und ED liegenden horizontalen Strecken eben bezeichneter Linien und verbinde schließlich die Halbierungspunkte. Die Linie $l_1 l_1$ ist dann gleichfalls parallel zu AB und ED . Durch die Eintheilung vorbezeichneter Horizontalen in mehrere gleiche Theile und Verbindung der aufeinanderfolgenden Theilpunkte durch Linien, können beliebig viele der gewünschten Parallelen gefunden werden.

Fallend schiefe Linien, d. h. solche, welche ihren Fluchtpunkt unter der Horizontallinie HH_1 finden, werden durch Fig. 229 veranschaulicht.

Gegeben ist wieder HH_1 , AB und $\sphericalangle w$. Man trage CB nach BE an, mache $cb = CB$, wähle y auf HH_1 beliebig, ziehe die Geraden cy und by und durchschneide letztere durch die Horizontale Ad . Diese Strecke von A aus vertical aufgetragen, liefert Punkt D , der mit E verbunden, die anfangs gestellte Lösung ergibt.

Fig. 230.



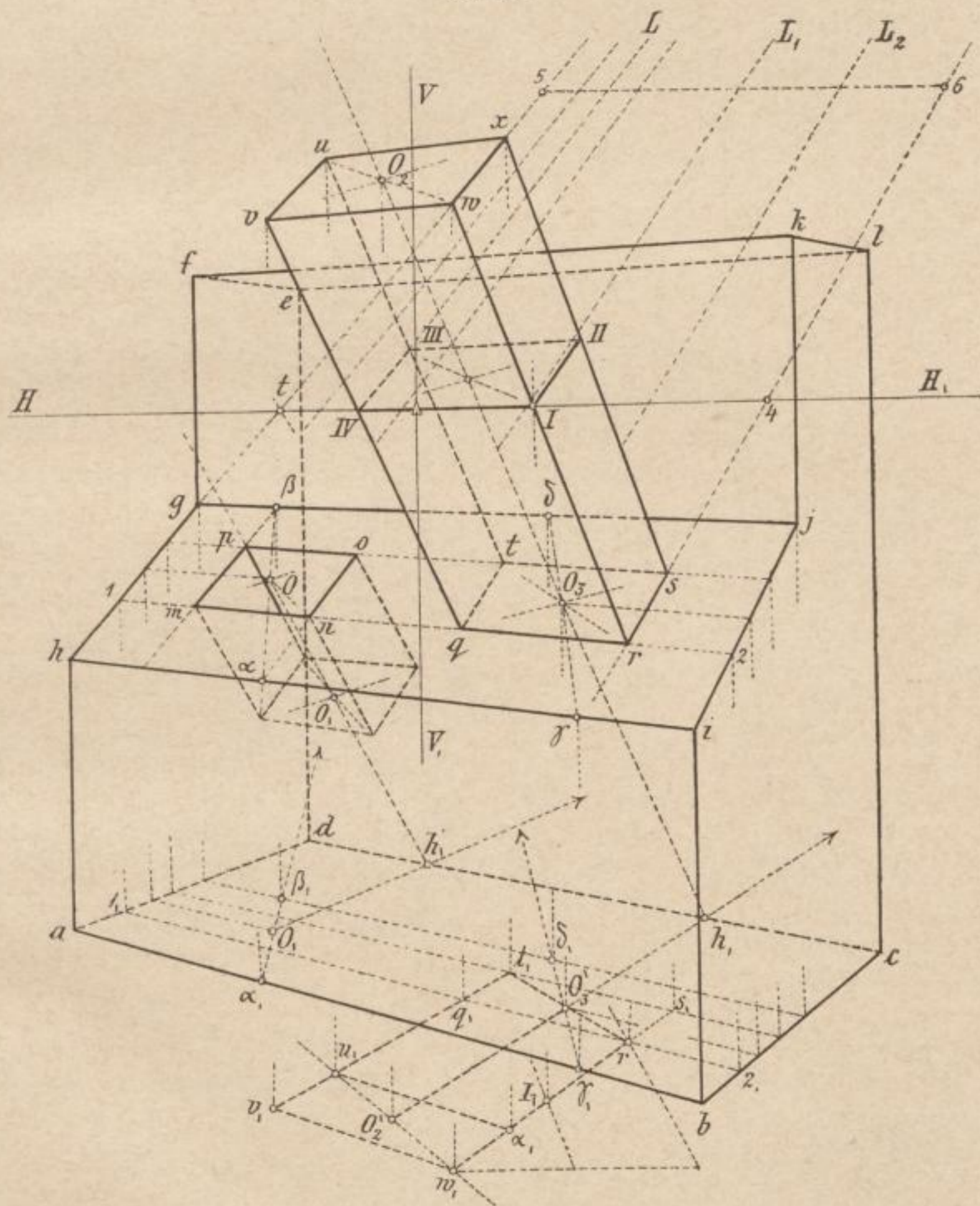
Die Vermehrung dieser Parallelen kann durch nach beliebiger Richtung gezogene gleichlaufende Linien und Eintheilung ihrer zwischen den Geraden AB und ED liegenden Abschnitte (wie vorhin erklärt) bewerkstelligt werden. Das geometrische Schema der in solchen Fällen zu vermittelnden Constructionen bringt

Fig. 230. Man hat $ab = bc = de$ zu machen, um bd parallel zu ce legen zu können. Um was handelt es sich bei diesen Constructionen eigentlich immer?

Fig. 231 stellt ein Werkstück in Übereckstellung zur Tafel dar. Wir finden senkrecht zur Böschungsfläche $hijg$ einen parallelepipedischen

Körper gestellt, desgleichen eine zur bezeichneten Fläche senkrecht angebrachte Vertiefung in dem Gegenstande dargestellt. An dem Objecte kommen beide Arten von Lagen der Raumgeraden vor, die wir eben besprochen. Zur richtigen Einzeichnung des Schnittes *III III IV* musste eine Vermehrung der Parallelen *r 6* und *w 5* statthaben. Dieser Fall ist gründlich zu studieren und die Einzelconstructionen genau zu verfolgen.

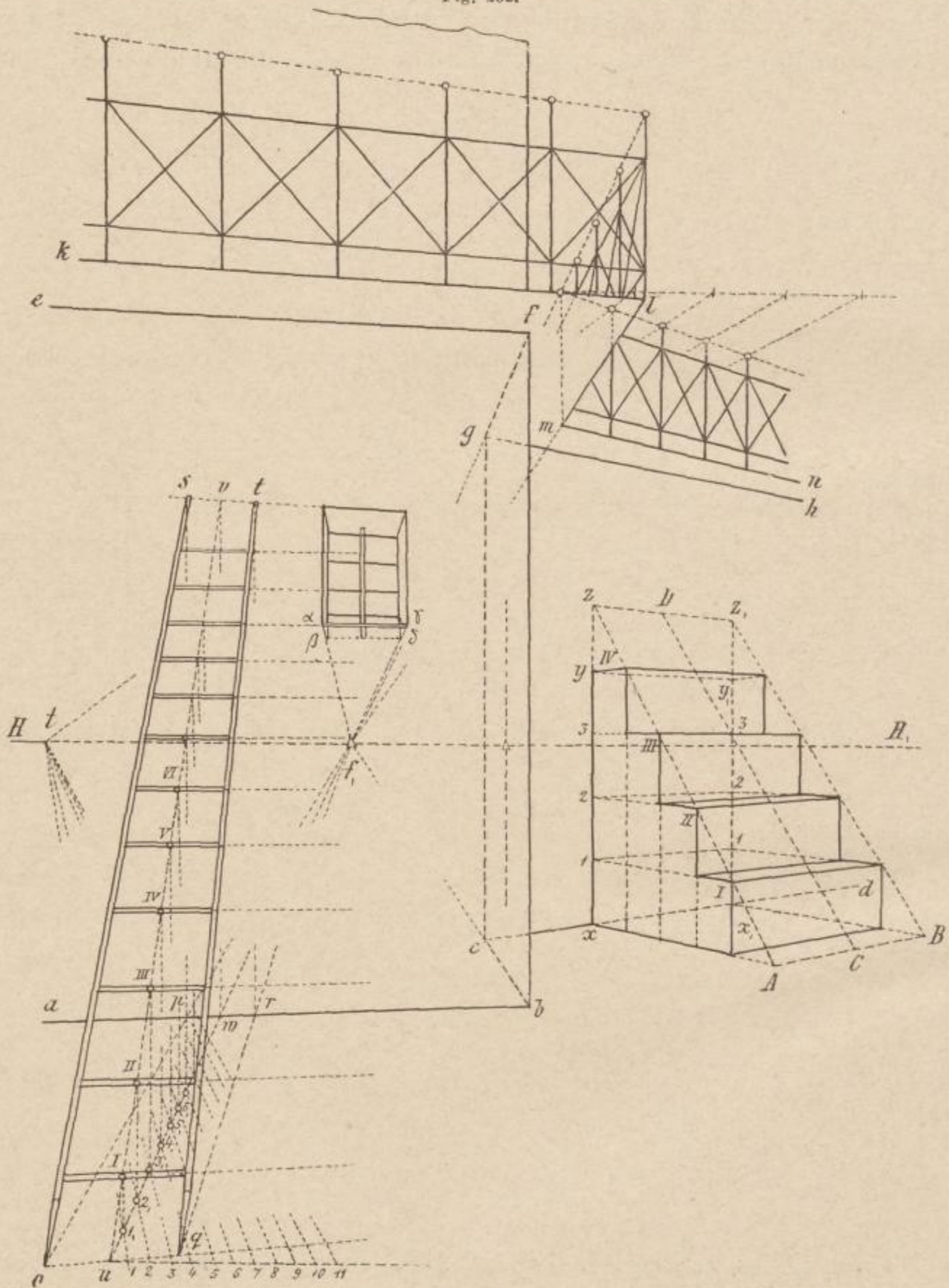
Fig. 231.



Ein gleiches verlangt Beispiel 232. In den beiden letztgegebenen Fällen gelangen die meisten der seither vorgetragenen Constructionen zur Anwendung und zeigen in einem Bilde ein einheitliches Zusammenfassen.

Fig. 233 bringt die Darstellung mannigfach gebrochener Flächen und soll uns als Studienobject zu einer sehr bemerkenswerten Construction dienen.

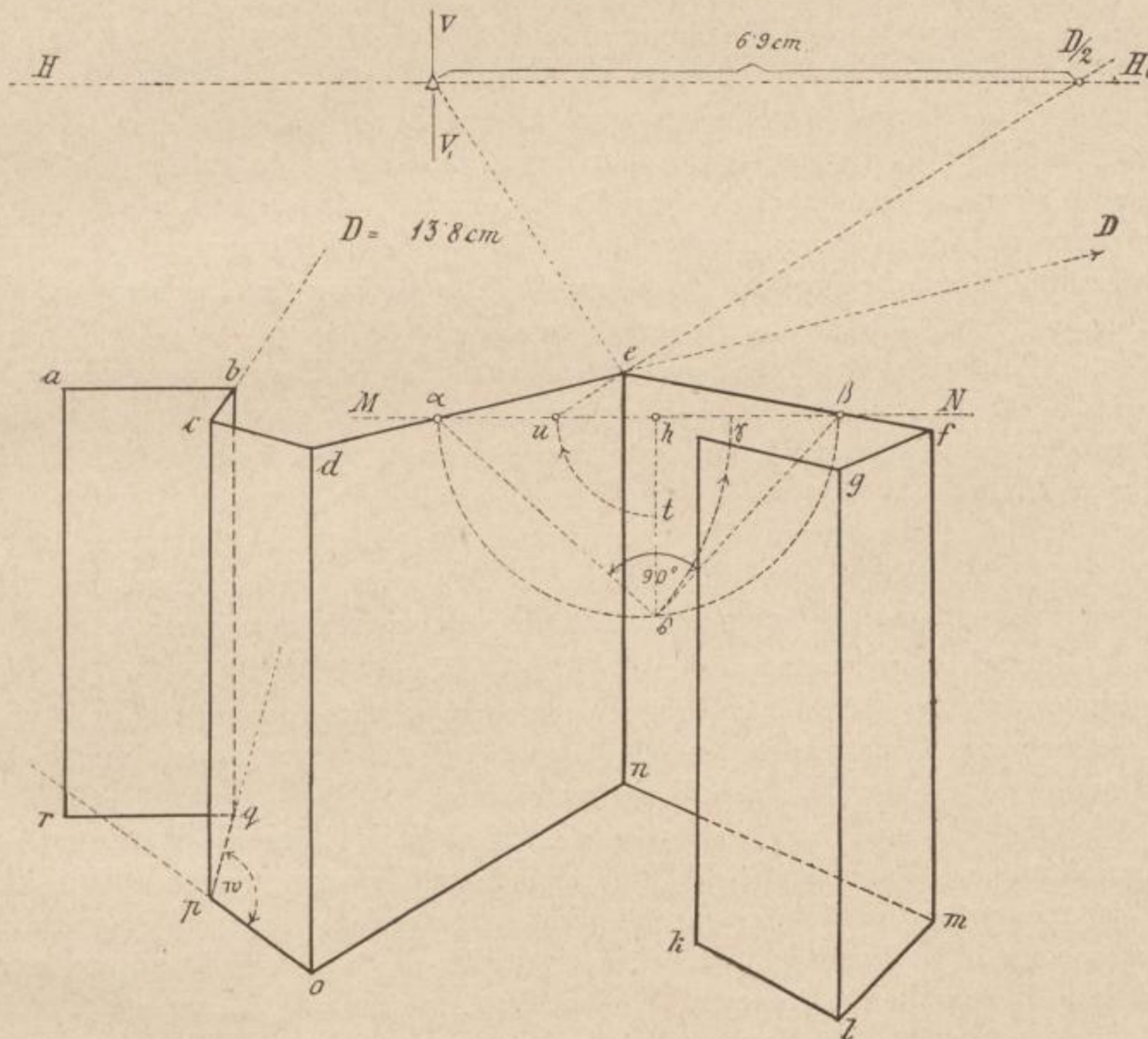
Fig. 232.



Gegeben wäre HH_1 der Augpunkt Δ und ferner $\sphericalangle e$ als ein rechter. Die perspectivischen Hilfspunkte sollen aus diesen Elementen abgeleitet werden.

Wir ziehen an beliebiger Stelle eine horizontale Linie MN , welche die Schenkel des perspectivisch rechten Winkels in α und β schneidet. Über der Strecke $\alpha\beta$ ist ein Halbkreis zu errichten (gleichviel ob ober- oder unterhalb). Die Linie von Δ über den Winkelscheitel e gezogen, schneidet die $\alpha\beta$ im Punkte h und die Senkrechte aus diesem Punkte auf letztgenannte Gerade schneidet die Peripherie des Halbkreises in s , welcher

Fig. 233.



Punkt mit α und β verbunden, als Winkel im Halbkreise den geometrischen Winkel von 90° darstellt.

a) Ermittlung der Distanz. Die geometrische Linie sh steht ebenso senkrecht auf der $\alpha\beta$ als die nach dem Augpunkt gerichtete perspektivische Linie he . Darum sind auch beide einander gleich und die Distanz wird nun gefunden, wenn man die Strecke sh von h aus horizontal nach rechts oder links aufträgt und von den so ermittelten Punkten durch e Linien bis zum Horizonte zieht. Theilt man aber die Strecke sh im Punkte t in die Hälfte, überträgt letzteren nach u und zieht hierauf die Linie ue , so

schneidet diese, bis zur HH_1 genügend verlängert, letztere im halben Distanzpunkte $D/2$. Die halbe Distanz ergibt hier 6.9 cm , folglich ist die vorliegende Perspective für eine Distanz von 13.8 cm entworfen. Mit der Auffindung der Distanz ist aber das Wichtigste geschehen.

b) Ermittlung der Theilpunkte für die Winkelschenkel. Die geometrische Linie αs ist gleich der perspectivischen αe . Setzt man mithin in α mit dem Zirkel ein, fasst αs als Halbmesser ab, schlägt den Bogen $s \gamma$ und zieht von γ über e eine Linie nach der HH_1 , so wird letztere von dieser Geraden im Theilungspunkte T durchschnitten. T ist dann zugleich auch der Theilungspunkt für alle mit der αe parallelen Linien. Nach gleicher Art wird der Theilungspunkt für die Linie βe aufgefunden. Würde man $\alpha \gamma$ halbieren, den Halbierungspunkt sodann mit e verbinden und die Verbindungsgerade schließlich bis zum Durchschnitte mit der HH_1 verlängern, so wäre in diesem Schnittpunkte dann der halbe Theilungspunkt für die genannte Gerade gefunden. In diesem Falle muss von den anzutragenden Stücken immer die Hälfte genommen werden.

c) Ermittlung des Diagonalkpunktes. Man halbiert den geometrisch rechten Winkel, verlängert die Halbierungsgerade bis zum Schnitte mit der $\alpha \beta$ und zieht von diesem Schnittpunkte aus über e eine Gerade nach der HH_1 .

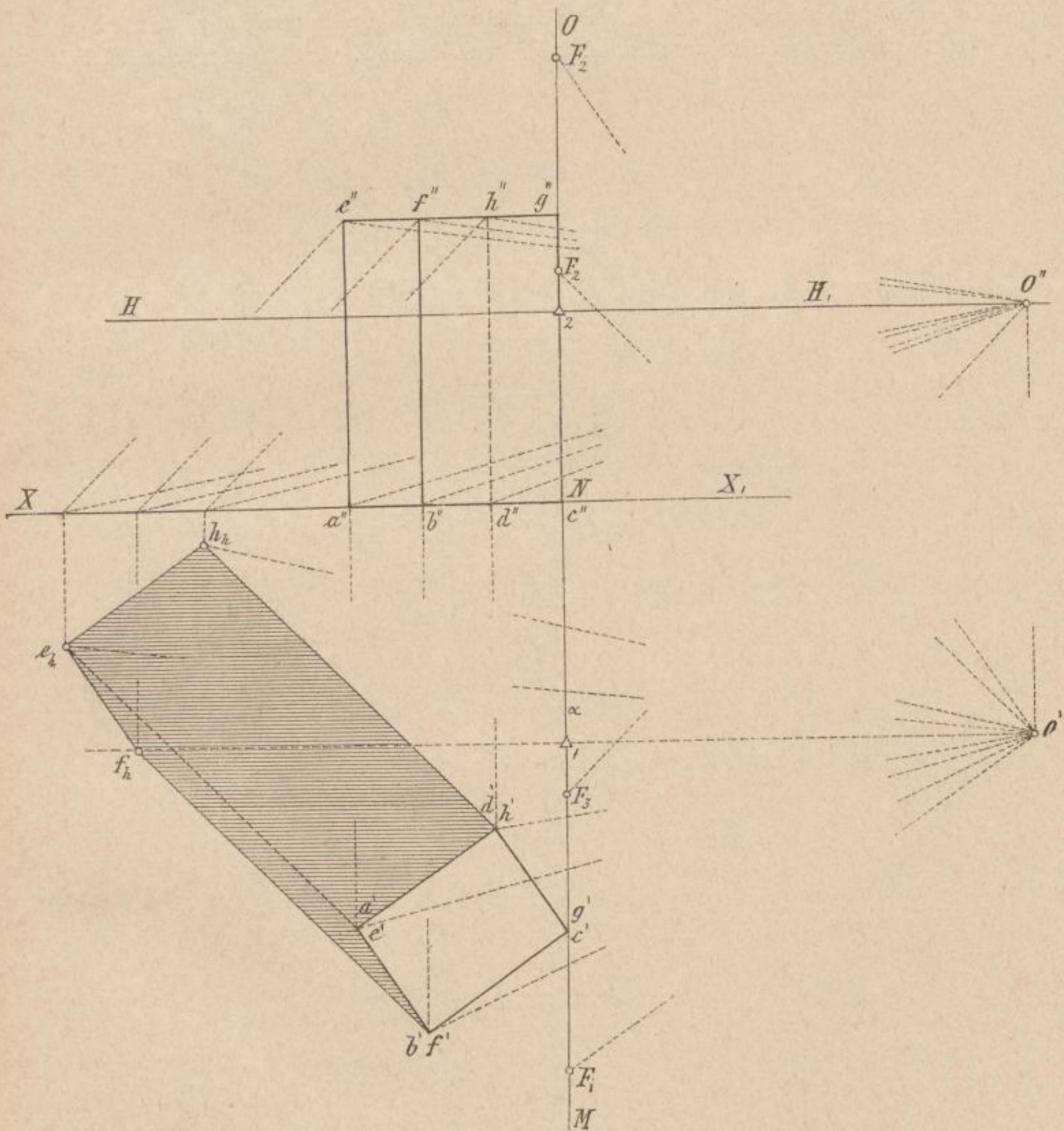
In der Figur wurde die Construction, der Deutlichkeit wegen, nur für $D/2$ durchgeführt. Für die anderen Punkte wird sie der Lernende auf Grund voranstehender Angaben leicht selbst einzuzeichnen vermögen.

Betrachten wir nun wieder Fig. 225. Wenn $HH_1 \triangle$ und dab als perspectivisch rechter Winkel gegeben wäre, so könnte man nach der eben beschriebenen Constructionsart leicht den Diagonalkpunkt finden und mit seiner Hilfe allein schon den Körper aufbauen.

Sehr geeignet erweist sich diese Methode beim Zeichnen von Zimmer-einrichtungen. Wären z. B. die Richtungslinien der unter rechtem Winkel zusammenstoßenden Wände gegeben und außerdem Horizont und Augpunkt angenommen, so könnte die Zeichnung für Tisch, Stuhl und Wandschrank, welche in paralleler Stellung zu den Zimmerwänden gedacht sind, auf Grund der ermittelten Hauptpunkte sofort durchgeführt werden. Für jeden abweichenden rechten Winkel ist die Construction natürlich separat vorzunehmen. Anschließend hieran ist noch zu erwähnen, dass man sich bei Wiedergabe von mehreren in einem Bilde vereinigten Gegenständen mit Vortheil eines quadratischen Grundnetzes bedienen kann. Man überzieht nämlich den orthogonalen Grundriss mit einem solchen, setzt letzteres entweder in frontaler oder in Schrägstellung zur Bildebene in Perspective und zeichnet nun auf dieses, mit Berücksichtigung der Eckpunkte und der Seiten der Quadrate, den orthogonalen Grundriss nach. Die einzelnen Höhen der abzubildenden Gegenstände lassen sich bezüglich ihrer Tiefen

stellungen leicht von einer an der Standlinie angetragenen Verticaltheilung herleiten. Welche von den Constructionsmethoden: Durchschnittsmethode, Distanz- oder frei perspectivische Zeichenmethode in einem gegebenen

Fig. 234.



Falle die zweckentsprechendere ist, das liegt zum Theile in der Natur der Aufgabe, zum bedeutendsten aber in der gehörigen und zielsicheren Einübung einer dieser Zeichenarten. Darauf kommt es hauptsächlich an.

Buch und Vortrag bieten dem Lernenden Vieles, der eigene Fleiß aber und das im richtigen Sehen geübte Auge sicherlich das Meiste!

IV. Einiges über Construction perspectivischer Schattenbilder.

Soll ein Object mit seinem Schatten perspectivisch entworfen werden, so zeichne man dieses sammt dem Schatten vorerst in

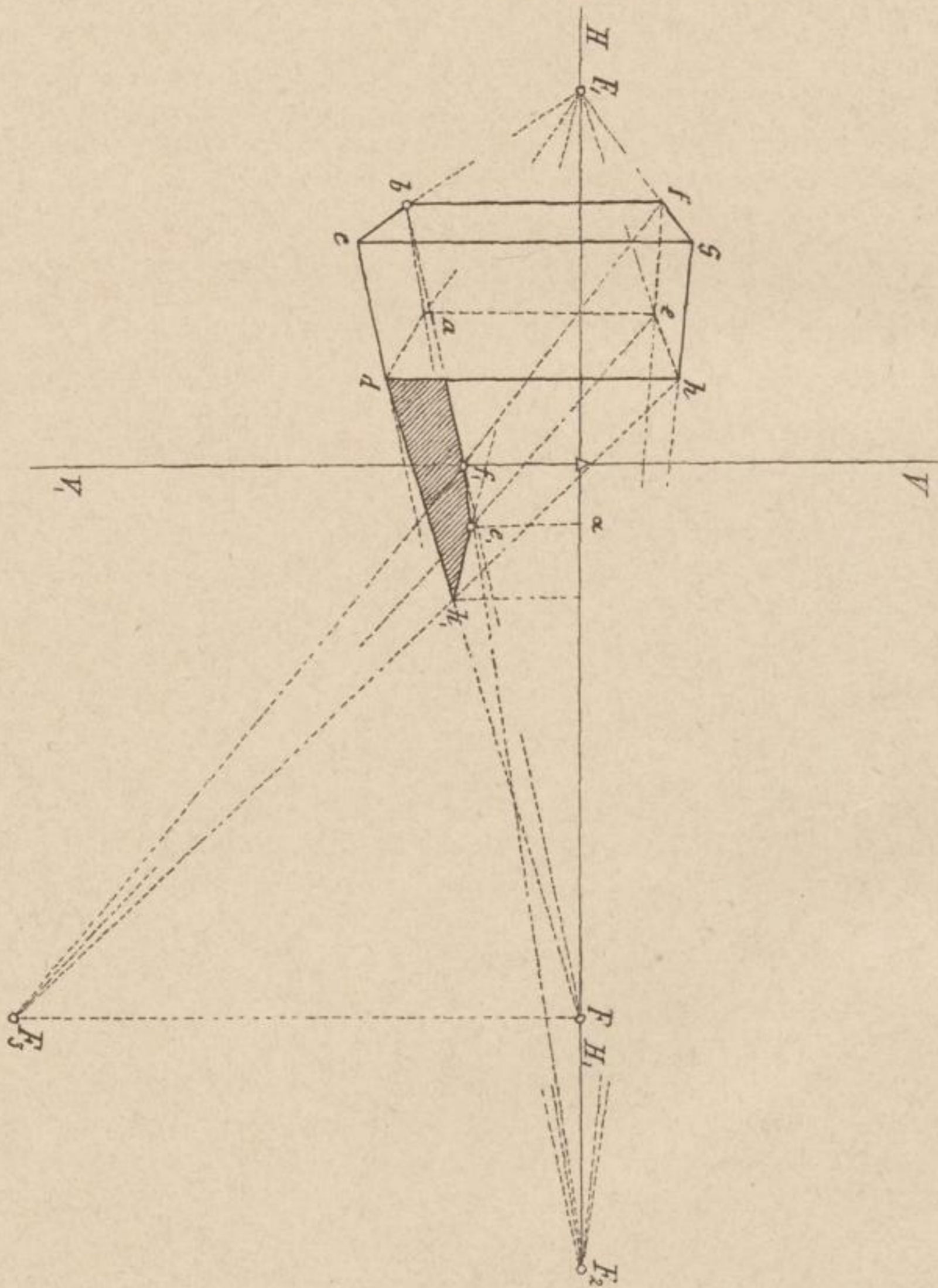
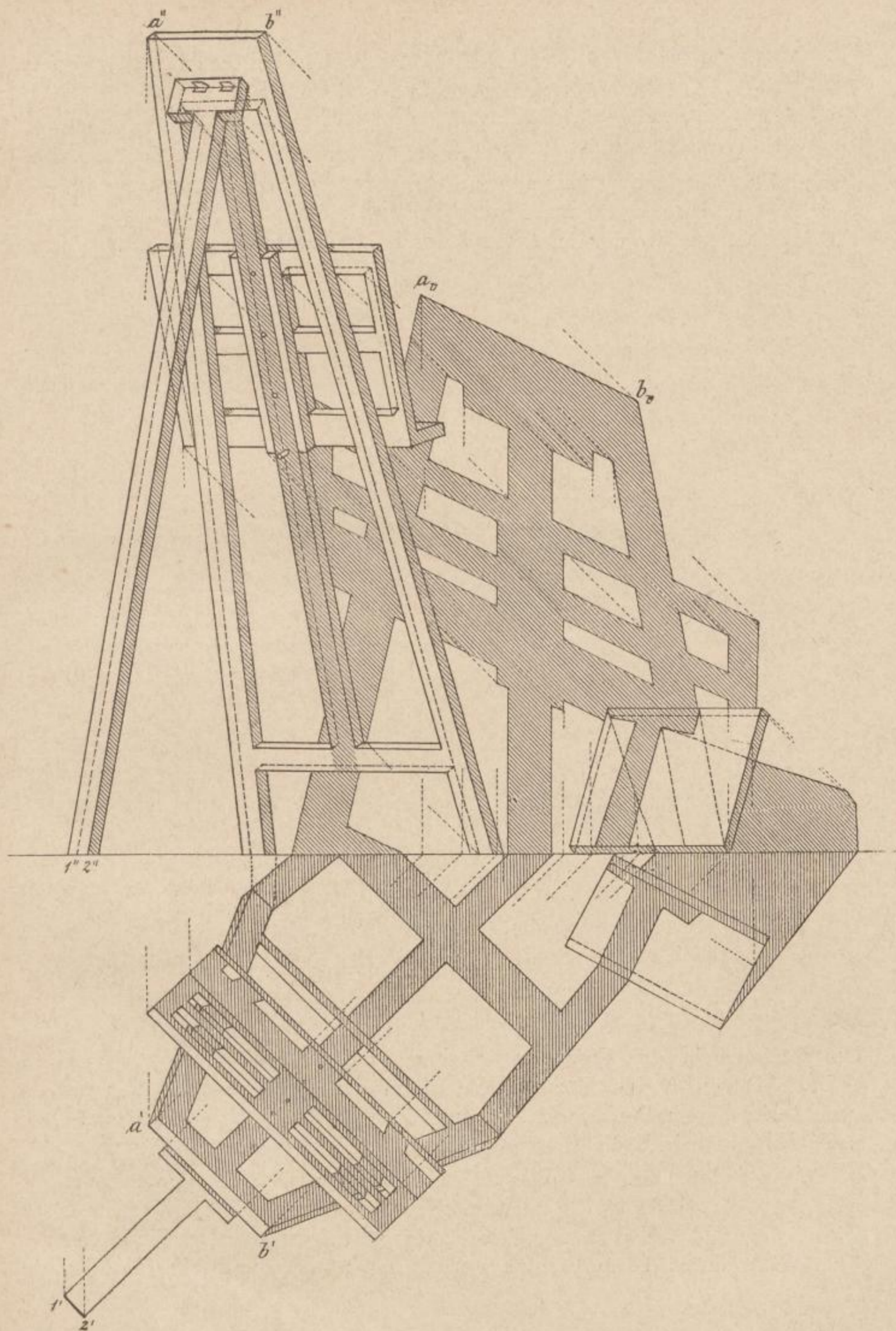


Fig. 235.

orthogonaler Projection hin und setze sodann das Ganze in Perspective.

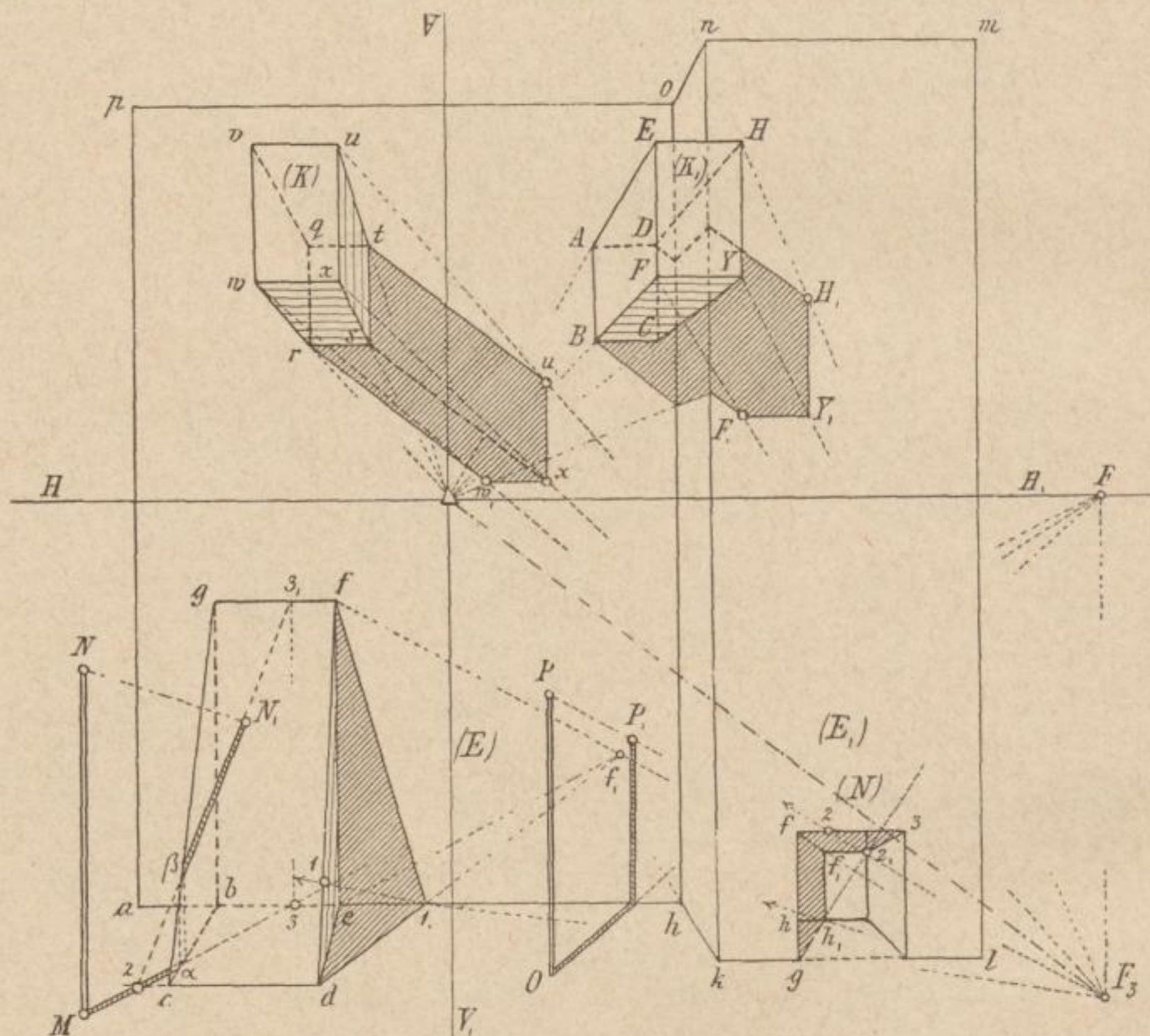
Fig. 236.



Man betrachte Fig. 234. Ein Prisma, das übereck gegen die Bildebene gestellt ist, wirft Schatten auf den Grundriss.

Fig. 235 bringt das entwickelte Bild. Alle zur Vervollständigung desselben nöthigen Fluchtpunkte erscheinen in der Construction angegeben. Die Schattenbestimmung ist für parallele Strahlen, wie sie bei Sonnen- und Mondbeleuchtung auffallen, durchgeführt. Diese haben ihren Fluchtpunkt dort, wo der ihnen zufallende Parallelstrahl die Tafel schneidet.

Fig. 237.



Um letzteren in der Figur zu erhalten, trage man die Strecke $\Delta_1 F_2$ (Fig. 234) von Δ bis F zur Rechten auf der $H H_1$ in Fig. 235 auf, errichte in diesem Punkte ein Loth und lege das Stück $F_3 \Delta_2$ (Fig. 234) nach $F F_3$ unterhalb die Horizontallinie in der letztgenannten Figur.

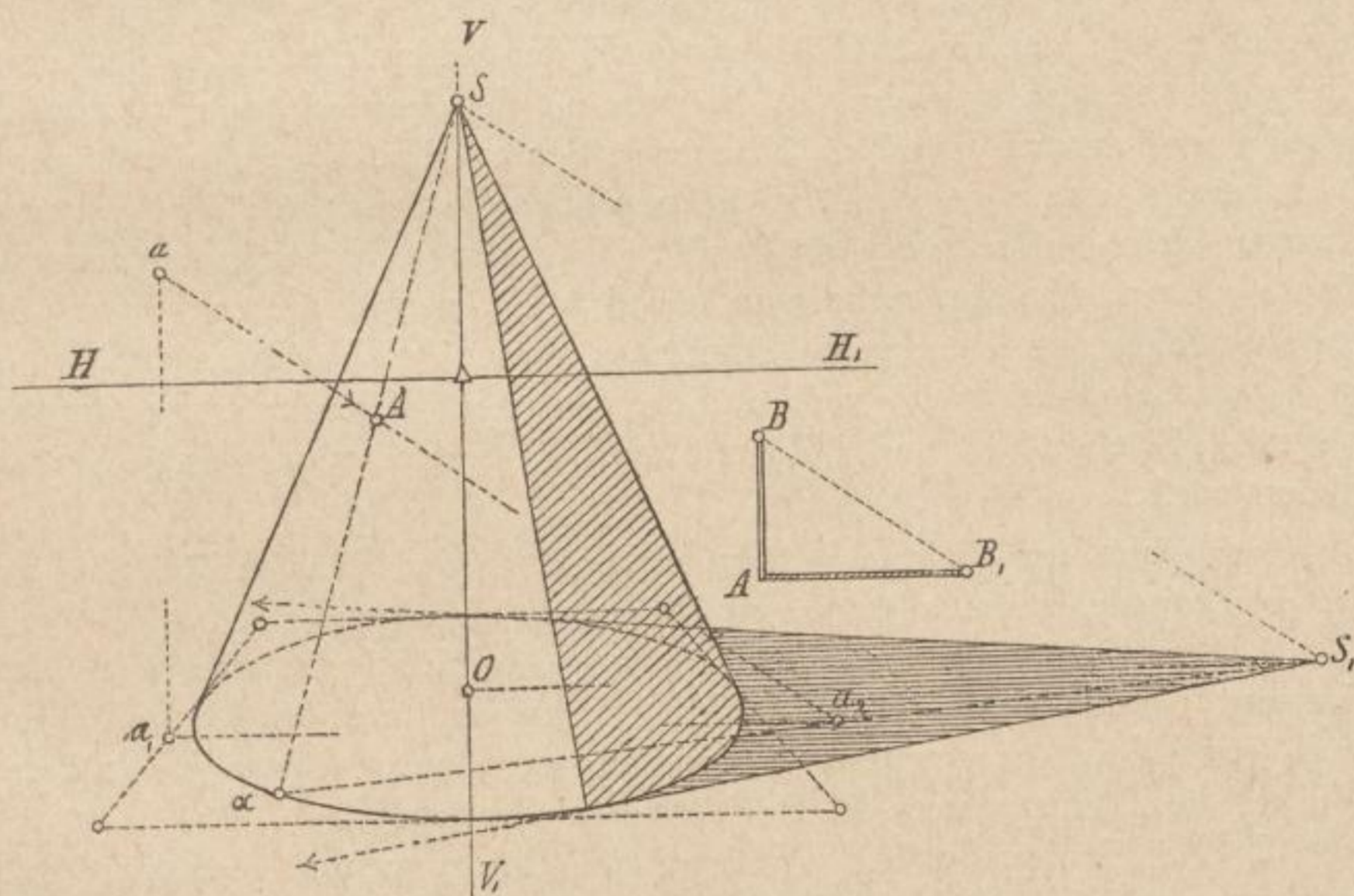
Wir finden nun, dass alle zur Grundebene normal stehenden Geraden, wie $a e, d h \dots$ ihren Schlagschatten nach dem Punkte F hin werfen. Ist mithin der Schlagschatten der Strecke $d h$ zu zeichnen, so verbinde man d mit F , wodurch seine Richtung erhalten ist und durchschneide diese

Linie mit der Geraden $h F_3$. Punkt h_1 als Durchschnittpunkt beider bezeichneten Linien gibt dann das verlangte Schattenbild von h an.

Eine sehr zu empfehlende Übung im perspectivischen Schattenzeichnen nach dieser Methode gewährt Fig. 236, welche die Schattenconstruction für eine Staffelei im orthogonalen Bilde darstellt. An diesem Beispiele wird der Nutzen der Fluchtpunkte hinsichtlich der vielen zueinander parallelen Geraden so recht auffallend.

Die Verticalstrecke OP der Fig. 237 wirft Schatten auf die Grundebene und eine vertical stehende Fläche. Der Schatten erscheint in der Schnittlinie gebrochen. Betrachten wir die Strecke df als Begrenzungskante des Strebepfeilers, so finden wir, dass diese in dem Punkte d auf

Fig. 238.



der Grundebene steht und im Punkte f auf der Verticalfläche (E) endet. Der Schlagschatten beginnt also im ersteren Punkte und endet in letzterem. Construiert man f_1 als Schlagschatten von f auf der Grundebene und zieht sodann $f_1 d$, so erhält man in der Basiskante der Ebene (E) Punkt 1_1 , der dann nur noch mit f geradlinig zu verbinden ist. Die Verticalstrecke $M N$ wirft Schatten auf die Grundebene und die schiefe Böschungfläche $c d f g$. Man lege durch sie eine Lichte ebene und fand, dass die Begrenzungslinien $c d$ und $g f$ der Schrägfläche, und zwar erstere in der Verlängerung in 2, letztere in 3₁ mit ihr zum Schnitte gelangten. Die Strecke 2 3₁ gibt also die Schnittlinie und unter einem auch die Richtung des Schlagschattens der $M N$ auf der Ebene $c d f g$. Der Schatten der Strecke $M N$

fällt zuerst von M bis α auf die Grundebene, steigt dann nach $\alpha \beta$ an der linksseitigen verticalen Begrenzungsfläche des Pfeilers an und endet in der Strecke βN_1 auf der Abschrägung.

Bezüglich der Nische (N) ist zu bemerken, dass das Stück gh der schattenwerfenden Kante seinen Schlagschatten auf der Grundebene nach gh_1 wirft. Die Strecke hf entsendet den Schatten nach $h_1 f_1$ auf die rückwärts liegende Wand. Der Schatten der $f\beta$ erscheint im Punkte 2_1 gebrochen. Bemerkenswert erscheint der Schlagschatten der beiden aus der Verticalfläche (E) hervorstehenden Balkenköpfe. Die Schlagschatten ihrer zur Bildebene senkrecht stehenden Kanten sind sämtlich parallel zur Geraden ΔF_3 . Um dies einzusehen, denke man sich die Figur aufrecht stehend, das Auge an seinem Orte, gegenüber von Δ . Man denke sich ferner den Sehstrahl, welcher nach Δ geht, als materielle Linie wirklich existierend, so ist die Flucht ΔF_3 der Schlagschatten des letzteren. Nun sind aber die bezeichneten Kanten mit dem beschriebenen Sehstrahle parallel und da auf derselben Fläche die Schlagschatten paralleler Geraden auch parallel unter sich sind, so müssen auch die Schattenbilder genannter Kanten gleichlaufend sein zu ΔF_3 . Um also den Schlagschatten der Kante rw zu erhalten, ziehe man $rw_1 \parallel \Delta F_3$, verbinde Punkt w mit F_3 und betrachte den Durchschnittspunkt w_1 dieser beiden Linien. Nun ist auch der Schatten leicht verständlich, den der Balkenkopf K_1 auf die beiden \parallel Flächen (E) und (E_1) und auf die zwischen sie eingeschaltete Ebene wirft.

Bezüglich der Richtung der Lichtstrahlen sowie hinsichtlich der Lage der Lichtquelle ist im allgemeinen Folgendes zu sagen:

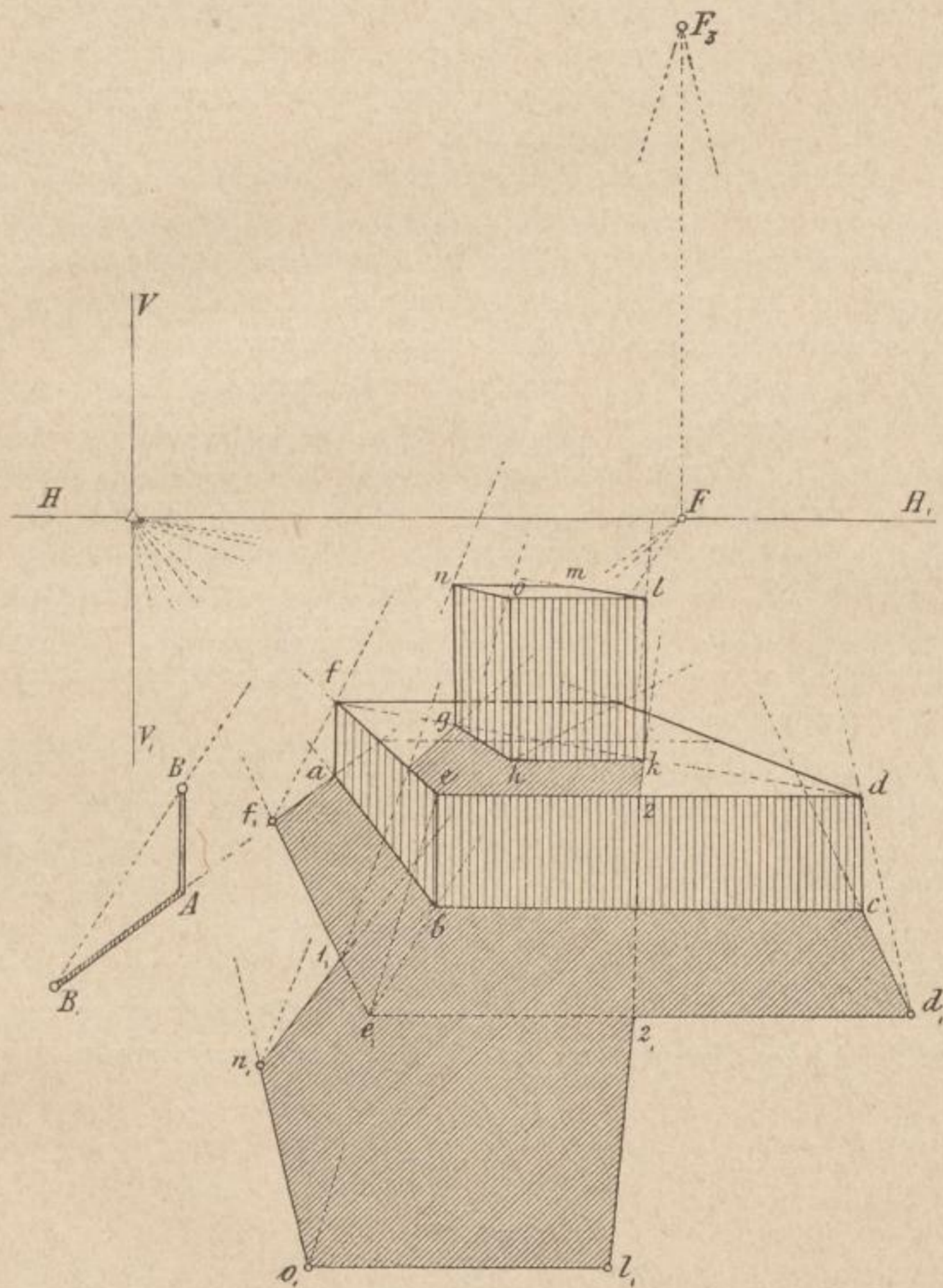
1. Die Lichtquelle befindet sich vor der Bildfläche und über dem Horizonte; dann ist der Fluchtpunkt der Strahlen unter der Horizontallinie HH_1 des Bildes gelegen und zwar umso tiefer, unter einem je größeren Winkel die Lichtstrahlen die Horizontalebene treffen.

2. Die Lichtquelle liegt in der unendlich erweitert gedachten Bildfläche; dann sind die Lichtstrahlen letzterer parallel, also auch in der Perspective einander parallel. In dem Falle ist nur die Richtung der parallelen Strahlen zu Zwecken der Beleuchtungsconstruction anzunehmen. Vergl. Fig. 238! An dieser Figur lernen wir, dass die Schattenconstructionen im perspectivischen Zeichnen genau nach den hierüber gegebenen Vorschriften beim orthogonalen Schattenzeichnen zu gewinnen sind. Punkt a z. B., dessen Grundriss in a_1 gefunden wird, wirft Schatten auf die Kegelmantelfläche. Der Schlagschatten soll durch Zurückführen construiert werden. Verbindet man a_2 als Schattenbild des Punktes a auf der Grundebene mit S_1 und verlängert diese Linie nach rückwärts, so ergibt sich die Strecke $S_1 a_2 \alpha$ als Schlagschatten derjenigen Mantellinie $S\alpha$, die in A den Schatten des Raumpunktes a auffängt.

3. Die Lichtquelle befindet sich hinter der Bildfläche und über dem Horizonte; dann liegt der Fluchtpunkt der Sonnenstrahlen oberhalb der $H H_1$.

Fig. 239 ist nach dieser Annahme entworfen, derzufolge der Beschauer

Fig. 239.



die Sonne im Gesichte hat. Um den Schlagschatten der $A B$ zu erhalten, ziehe man $F A B_1$ und durchschneide diese Linie mit einer Geraden $F_3 B$ im Punkte B_1 . $A B_1$ gibt dann den Schlagschatten der $A B$ auf der Grundebene.

Bemerkungen hinsichtlich des Gebrauches des Gesamtwerkes.

Es empfiehlt sich, die Schattenlehre und Perspective, welche Materien für die Mehrheit der Schüler an einer kunstgewerblichen Schule von großer Bedeutung sind, so bald wie möglich in den Unterricht einzubeziehen, um diese so stetig und gründlichst durcharbeiten zu können.

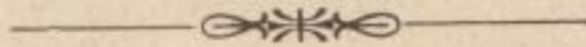
Ist einmal der Gegenstand so weit vorgeschritten, dass neben dem Aufnehmen einfacher Objecte die Lehre von den Spurpunkten der Geraden, die Ermittlung der Schnittpunkte von Raumgeraden mit Raumebenen vorgenommen ist, so kann anschließend hieran sofort mit dem Vortrage der Schattenlehre begonnen werden. Die Durchschnittsmethode lässt sich desgleichen bald in den Unterricht einbeziehen und es können orthogonal projectierte oder schattierte Objecte mit ihrer Hilfe untereinem perspectivisch wiedergegeben werden. An einer Fachschule kann der Einzelunterricht nicht umgangen werden, der auch im technischen Zeichnen, je nach der Berufswahl der Schüler, platzgreift. Die zahlreichen Beispiele des Werkes gestatten nach dieser Seite hin belangreiche Auswahl und schon die Hindeutung auf Gleichartiges kann für Schule und Schüler Bedeutung gewinnen. Die Publicationen der Kunstgewerbeschule des k. k. österr. Museums für Kunst und Industrie in Wien, vorzugsweise die jüngst erschienene Serie von Blättern des Prof. H. Herdtle über Baluster, Marmorvasen, Blumentische, Endigungen, Uhrkästen etc. sind eine reiche Fundgrube für erwünschte Beispiele über Körperprojectieren, Schnittaustragungen, Schattenconstructionen und Perspectivzeichnungen.

Anknüpfend hieran verweise ich auf eine Reihe von Publicationen und bewährten Lehrbehelfen für das ganze Gebiet des technischen Zeichnens oder für besondere Zweige desselben im Rahmen des kunstgewerblichen Unterrichtes. Hierzu zählen: Guido Schreiber, technisches Zeichnen, Projectionslehre, Schattenlehre und Perspective; Gustav Seeberger, Principien der Perspective; Julius R. v. Siegel, Schattenconstructionen an Umdrehungskörpern; Josef Meixner, Verallgemeinerung der Theilungsaufgabe in der Perspective; C. Rieß, Schattierungskunde.

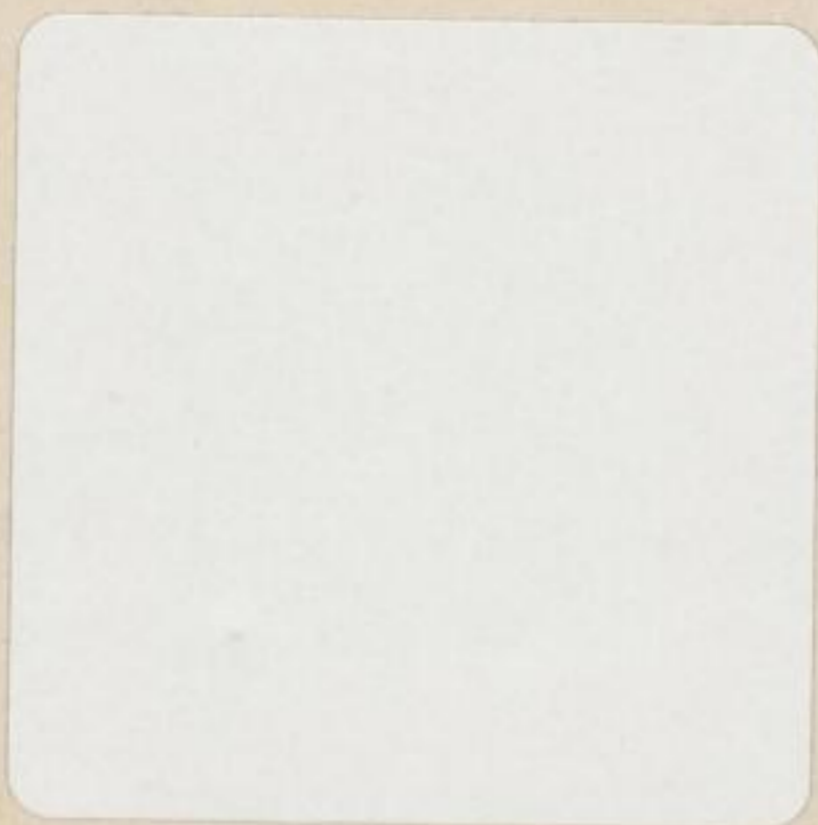


Inhalts - Verzeichnis.

Vorwort.	Seite
Schattenlehre.	
I. Einleitung	1—3
II. Schlagschatten des Punktes	3—4
III. Schlagschatten der Geraden	4—10
IV. Schlagschatten von eckigen Figuren	11—16
V. Schlagschatten des Kreises	16—19
VI. Schattengebung des Prisma, Beispiele	19—29
VII. Schattengebung der Pyramide, Beispiele	29—34
VIII. Schattengebung des Cylinders, Beispiele	34—52
IX. Schattengebung des Kegels, Beispiele	52—57
X. Schattengebung der Kugel und der Rotationsflächen, Beispiele	58—78
XI. Über das Schattieren gesetzmäßig gestalteter Körperoberflächen	79—87
XII. Ein Wort über die Ausführung der Zeichnungen	87—88
Grundzüge der Linearperspective.	
I. Einleitung und Durchschnittsmethode, Beispiele	89—113
II. Distanzmethode, Beispiele	113—130
III. Gebrauch des Diagonal- und Theilungspunktes im perspectivischen Zeichnen; Winkelconstructionen, Beispiele	130—148
IV. Einiges über Construction perspectivischer Schattenbilder	148—153
Bemerkungen hinsichtlich des Gebrauches des Gesamtwerkes	154



K. K. Hofbuchdrucker Fr. Winiker & Schickardt, Brünn.



HTW Zwickau (FH)



00062726

K