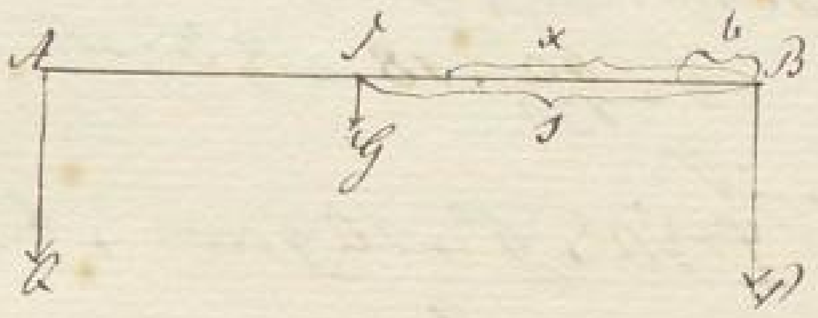
Aufgaben
aus der
Bergmaschinenlehre

Bergacad. Lehrcurs $18\frac{37}{38}$

Heinrich Schiffner.

1. Aufgabe.

Es ist die Theorie der ungleicharmigen Wage mit veränderlichem Drehpunkte zu entwickeln.



Es sei der Schwerpunkt der Wage in S, die Entfernung des Drehpunktes K vom Aufhängepunkte B = x, das Gewicht der Wage = G, die Armlänge = a, das anzuhängende Gewicht = P, die Last = Q und die Entfernung des Schwerpunktes vom Aufhängpunkt = s. Es ist

$$xP = (a-x)Q + (s-x)G$$

$$x(P+Q+G) = aQ + sG, \text{ und}$$

$$x = \frac{aQ+sG}{P+Q+G}.$$

Ist $Q=0$, so wird $x = \frac{b}{Q} = 0$, also

$$b = \frac{sG}{P+G},$$ wo b den Anfangspunkt der Skale bezeichnet.

Ist das größte Gewicht Q_m, so muß $x = x_m$ sein, wenn es im Gleichgewicht sein soll. Daher

$$= \frac{aQ_m + sG}{P+Q_m+G}.$$ Folglich die Länge der Skale

$$l_m = \quad - b = \frac{aQ_m+sG}{P+Q_m+G} - \frac{sG}{P+G}$$

$$= \frac{(aQ_m+sG)(P+G) - sG(P+Q_m+G)}{(P+Q_m+G)(P+G)}$$

$$= \frac{(P+G)aQ_m - sGQ_m}{(P+Q_m+G)(P+G)}$$

$$= \frac{[aP+(a-s)G]Q_m}{(P+Q_m+G)(P+G)}.$$ Hieraus

$$\frac{1}{l_m} = \frac{P+G}{(a-s)G+aP} + \frac{(P+G)^2}{[(a-s)G+aP]Q_m} \text{ und}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{P+G}{aP+(a-s)G} + \frac{(P+G)^2}{[aP+(a-s)G]Q_m} \text{ und}$$

$$\frac{1}{l_m} - \frac{1}{l} = \frac{(P+G)^2}{aP+(a-s)G}\left(\frac{1}{Q_m} - \frac{1}{Q}\right).$$

2. Aufgabe.

Welchen Hebelarm b muß man einer Kurbel geben, mittelst welcher eine Last von 200 ℔ durch 2 Arbeiter in Bewegung gesetzt werden soll, vorausgesetzt, daß von den 200 ℔ Totallast nur 130 ℔ als reine Last anzusehen sei und angenommen daß das Gewicht der Maschine 300 ℔ betrage, die Kurbelhöhe 18 Zoll und die Zapfenstärke $\frac{5}{4}$ Zoll messe und die Richtung der Last einen Winkel von 63° mit dem Horizont einschließe? Welches wird demnach der Wirkungsgrad dieser Maschine sein?

Es sei die Kurbelhöhe $a = 18$ Zoll, der zu findende Hebelarm der Last $= b$, die Totallast $Q = 200$ ℔, die reine Last $= 130$ ℔, das Gewicht der Maschine $G = 300$ ℔, der Winkel $\alpha = 27°$, der Zapfenhalbmesser $r = \frac{5}{8}$ Zoll und der Reibungscoefficient $f = \frac{3}{10}$.

Den Hebelarm der Last findet man nach der Formel

$b = \frac{nK}{Q} a$, wo die Anzahl der Arbeiter $n = 2$ und ihre mittlere Kraft $K = 30$ ist. Also ist

$$b = \frac{60}{130} \cdot 18 = 8,3 \text{ Zoll}.$$

Nun ist

$$W = \frac{fr\sqrt{Q^2 + G^2 + 2QG\cos\alpha} + b.70}{a}$$

Setzt man in diese Formel die gegebenen Werthe ein, so folgt

$$W = \frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8}\sqrt{40000 + 90000 + 2.200.300 \cos 27°} + 8,3.70}{18}$$

$$= \frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8}\sqrt{40000 + 90000 + 106927} + 581}{18}$$

$$= \frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} \cdot 486,75 + 581}{18} = 37,34 \text{ ℔}$$

Läßt man nun die Arbeiter mit der Geschwindigkeit

$$v = \left(1 - \frac{W}{2nK}\right) c = \left(1 - \frac{37,34}{120}\right)\frac{11}{4} = \frac{82,65.11}{120.4}$$

$= 1,89$ Fuß und in der Schicht von

$z = \frac{82,65}{120}.8 = 5,51$ Stunden arbeiten, so wird das mechanische Lastmoment

$$Qv = 130.\frac{8,3}{18}.1,89 = 118 \text{ Fußpfund},$$

und die Leistung während der täglichen Schicht

$$Qvz = 118.5,51.60.60 = 2350000 \text{ Fußpfund}$$

betragen.

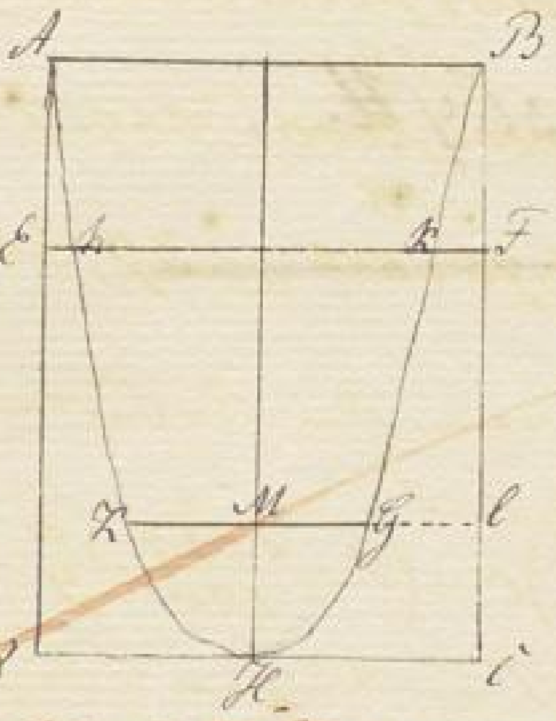
Da nun das mechanische Kraftmoment $60 \cdot \frac{11}{4} = 165$ Fußpfund ist, so folgt der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{118.5{,}51}{165.8} = 0{,}492$$

---

3. Aufgabe.

Der untere Zapfen ABCD einer 10000 ℔ schweren stehenden Welle hat die Form eines Cylinders, einen Durchmesser $AB = CD$ von $2\frac{1}{2}$ Zoll und eine Länge BC von 10 Zollen und reicht $1\frac{3}{4}$ Zoll tief in seiner Pfanne, während sich der Spitzzapfen ABGHK unter übrigens gleichen Verhältnissen in einem Kugelsegmente endigt, dessen Höhe $KM = \frac{1}{2}$ Zoll und dessen $KG = 1\frac{1}{4}$ Zoll beträgt. Wie verhalten sich die Reibungsmomente beider Zapfen gegen einander?



Nachlässig gezeichnet.

Der untere Zapfen hat das Reibungsmoment $\frac{2}{3}\varphi r G$, wo $r = \frac{5}{4}$ und $G = 10000$ ist, mithin

$$\frac{2}{3}\varphi \frac{5}{4} \cdot 10000 = \frac{50000}{6} = 8333{,}3\,\varphi.$$

Nun ist die Reibung des Spitzzapfens zu berechnen. Ist x der Druck auf das Kugelsegment, so folgt

$$\frac{KG^2}{hk^2} = \frac{x}{10000}, \text{ mithin}$$

$$x = \frac{10000 \cdot KG^2}{hk^2}$$

Da nun $Eh = Fk$, so folgt $hk = AB - 2Fk$.

Fk ergibt sich aus Folgendem:

$$\frac{Fk}{Gl} = \frac{BF}{Bl}, \text{ also}$$

$$Fk = \frac{BF \cdot Gl}{Bl}. \text{ Es ist nun}$$

$$Gl = Ml - MG = \frac{AB}{2} - \frac{KG}{2} = \frac{5}{4} - \frac{5}{8}$$

$= \frac{5}{8}$; daher $Fk = \dfrac{\frac{33}{4} \cdot \frac{5}{8}}{\frac{19}{2}} = 0{,}542$ und

also $hk = \frac{5}{2} - 1{,}084 = 1{,}416$, mithin

$$x = \frac{10000 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2}{1{,}416^2} = 7813. \text{ Hieraus folgt}$$

der Druck auf die Seitenflächen

$$10000 - 7813 = 2187.$$

Endlich ist das Reibungsmoment der Seitenflächen, wenn r und ρ die Halbmesser bei hk und KG bedeuten,

$$M = \frac{2\varphi(r^3 - \rho^3)\,2187}{3(r^2 - \rho^2)\sin\alpha}$$

=

$$M=\frac{2\varphi(0{,}708^3-0{,}625^3)2187}{3(0{,}708^2-0{,}625^2)\sin\alpha}$$

$$=\frac{2\varphi\,0{,}11075.2187}{3.0{,}11063\sin\alpha}$$

Nun ist aber $tg\alpha=\frac{Gl}{Bl}=\frac{5}{8}\cdot\frac{2}{19}=\frac{5}{76}$ u.

$\alpha=3^0 46'$. Daher

$$M=\frac{2\varphi\,0{,}11075.2187}{3.0{,}11063\sin 3^0 46'}$$

$$=\frac{2\varphi\,0{,}11076.2187}{0{,}33189\sin 3^0 46'}$$

$$=\frac{2\varphi.242}{0{,}33189\sin 3^0 46'}$$

$$=2219{,}3\,\varphi$$

Der Druck auf das Zapfenlager, wird verursacht eine Reibung von

$$N_1=\frac{\varphi r_1^3}{r_2}\left(\frac{\pi}{2}-(\alpha+\sin\alpha\cdot\cos\alpha\right)780{,}96$$

Setzt man die gegebenen Werthe ein, so folgt

$N_1=112{,}36\,\varphi$ ℔.

4. Aufgabe.

Eine durch ein Pferd in Bewegung zu setzende Tretscheibe soll einen Durchmesser von 26 Fuß, ein Gewicht von 8000 ℔ erhalten, eine reine Last von 300 ℔, eine Nebenlast von 100 zu überwinden haben und einen $12\frac{1}{4}$ Zoll starken Zapfen annehmen werden: welche Neigung und welchen Lastarm wird man dieser Maschine geben müssen um der vortheilhaftesten Leistung fähig zu sein?

Es sei der Halbmesser der Scheibe, oder der Abstand des Schwerpuncts des Pferdes von der Achse $a = 13^{F.}$, der Neigungswinkel der Scheibe gegen den Horizont $= \alpha$, das Gewicht des Pferdes $P = 850$ ℔, seine mittlere Kraft $K = 150$ ℔, die reine Last 300 ℔ und die Totallast $Q = 400$, der Hebelarm $= b$, das Gewicht der Maschine $G = 8000$ ℔ und die Zapfenhalbmesser $r = \frac{9}{8}$ Zoll.

Es ist $P\sin\alpha = K + W$ und

$$P\sin\alpha = \frac{b}{a}Q + W, \text{ mithin}$$

$$K + W = \frac{b}{a}Q + W \text{ und hieraus}$$

$$b = \frac{aK}{Q} = \frac{13.150}{300} = 6{,}5 \text{ Fuß.}$$

Um nun die vortheilhafteste Neigung der Scheibe gegen den Horizont zu finden, so hat man die allgemeine Formel

$$\left(P - \varphi\frac{r}{a}(P+G)\right)\sin\alpha - \frac{2}{3}\varphi\frac{r}{a}(P+G)\cos\alpha = K + \varphi\frac{r}{a}Q + \frac{b}{a}100.$$

Bezeichnet man nun $P - \varphi\frac{r}{a}(P+G) = 850 - \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{32}\cdot\frac{1}{13}\cdot 8850 = 850 - 12{,}76 = 837{,}23$ mit A, ferner $\frac{2}{3}\varphi\frac{r}{a}(P+G) = \frac{2}{3}\cdot 12{,}76 = 8{,}50$ mit B, und $K + \varphi\frac{r}{a}Q + \frac{b}{a}100 = 150 + \frac{3}{2080}\cdot 400 + \frac{6{,}5}{13}100 = 200{,}57$ mit C, und setzt man diese Werthe in die Formel $\sin\alpha = \frac{AC + B\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A^2 + B^2}$ ein, so folgt

$$\sin\alpha = \frac{837{,}23.200{,}57 + 8{,}50\sqrt{837{,}23^2 + 8{,}50^2 - 200{,}57^2}}{837{,}23^2 + 8{,}50^2}$$

$$= \frac{837{,}23.200{,}57 + 8{,}50.812{,}95}{837{,}23^2 + 8{,}50^2}$$

$= \frac{167923+7910}{700954+72} = \frac{175833}{701026}$ und hieraus

$\alpha = 14^\circ 31'$.

Da nun die Geschwindigkeit der Kraft

$$v = \frac{c}{2}\left(3-\sqrt{1+\frac{2W}{nK}}\right) = \frac{11}{6}\left(3-\sqrt{1+\frac{2(P\sin\alpha-K)}{nK}}\right)$$

$$= \frac{11}{6}\left(3-\sqrt{1+\frac{126{,}10}{150}}\right) = \frac{11}{6}\left(3-\sqrt{\frac{276}{150}}\right)$$

$= \frac{11}{6} \cdot 1{,}64 = 3$ Fuß ist, so folgt die der Last $w = \frac{b}{a}v = \frac{6{,}5}{13}3 = 1{,}50$ Fuß, und daher ein mechanisches Lastmoment

$1{,}50 \cdot 300 = 1650$ Fußpfund.

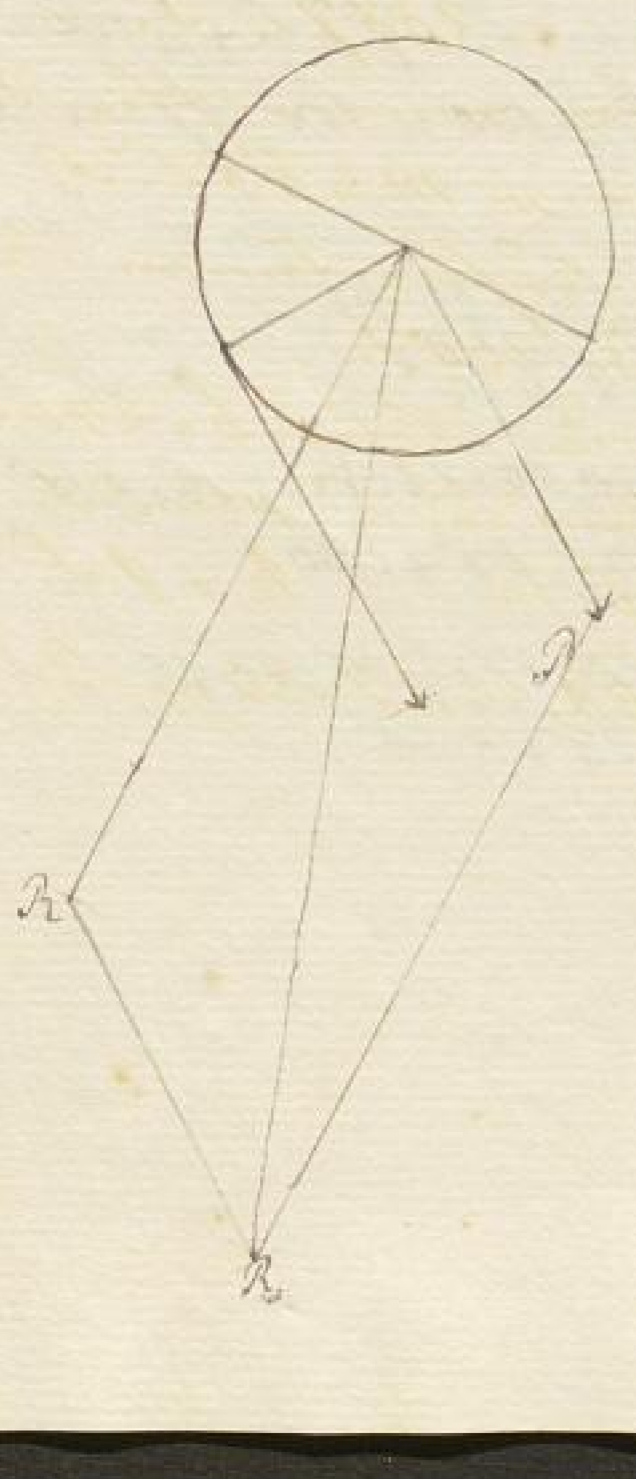
Die Schichtzeit ist aber $4 \cdot 1{,}6435 = 6{,}5740$ Stunden $= 23666$ Secunden, daher die tägliche Leistung

$\mathfrak{L} = 1650 \cdot 23666 = 25197900$ Fußpfund.

---

5. Aufgabe.

Kann man annehmen, daß die Last von der Kurbelwelle oder die von einem Schwungrad einer stehenden Welle die Reibung am Umfange der Zapfen vermehre, und wie weit diese Vermehrung im Ganzen überhaupt statt findet?



Ist R das Gewicht der stehenden Welle und P die Kraft, so folgt der Druck

$R_1 = \sqrt{R^2+P^2+2PR\cos\alpha}$, daher das Moment der Reibung

$$= \frac{\varphi\rho}{a}\int\sqrt{R^2+P^2+2PR\cos\alpha}\,d\alpha$$

$$= \frac{\varphi\rho}{a}\int\left((P+R)^2-2PR(1-\cos\alpha)\right)^{\frac{1}{2}}d\alpha$$

$$= \frac{\varphi\rho}{a}\int\left((P+R)^2\left(1-\frac{4PR\sin\frac{1}{2}\alpha^2}{(P+R)^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}d\alpha$$

$$= \frac{\varphi\rho}{a}(P+R)\int\left(1-\frac{2PR\sin\frac{1}{2}\alpha^2}{(P+R)^2}\right)d\alpha$$

$$= \frac{\varphi\rho}{a}(P+R)\left(1-\frac{PR\sin\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\alpha}{(P+R)^2}+Con\right)$$

Für $\alpha = 0$ ist Const $= 0$, für $\alpha = 360$ wird

$\frac{\varphi\rho}{a}(P+R)$.

Der Schlußsatz ist falsch.

Durchgesehen d. 31. Decbr. 37.

[illegible]

6. Aufgabe.

Aus einem Flusse von 230 Fuss Breite, 5 Fuss Tiefe und $2\frac{1}{4}$ Fuss Geschwindigkeit soll eine Wassermenge von 65 L. F. p. s. durch einen Canal von 2500 F. Länge und $1\frac{1}{2}$ F. Gefälle abgeleitet werden. Wenn man nun dem letztern 45° Böschung geben muss, was wird er für eine Höhe und Breite erhalten müssen? Und wenn das erforderliche Wehr 240 Fuss Breite erhalten und durch dasselbe das Wasser noch einen Fuss höher aufgestaut werden soll, welche Höhe wird man diesem Wehre geben müssen?

Ist die Wassermenge $m = 65$ L. F., die Länge des Canals $l = 2500$ F. das Gefälle $h = \frac{3}{2}$ F. so folgt zuerst

$$n = \frac{2\sqrt{2} - \cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} = 2{,}7042;$$

daher der Querschnitt

$$a = \left(\frac{n m^2 l}{9655\, h}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= \left(\frac{2{,}7042 \cdot 65^2 \cdot 2500}{9655 \cdot 1{,}5}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= \left(\frac{28563112}{14482}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= 20{,}796 \;\square \text{F.}$$

Hieraus ergiebt sich die Tiefe des Canals

$$c = \frac{2\sqrt{a}}{n} = \frac{2\sqrt{20{,}796}}{2{,}7042} = 3{,}3727 \text{ F.},$$

ferner die obere Breite

$$B = \frac{2 \cdot 3{,}3727}{\sin 45^\circ} = \cancel{6{,}0789}\ 9{,}5394 \text{ F.}$$

und die untern Breite

$$b = 2 \cdot 3{,}3727\, \mathrm{tg}\, 22^\circ 30' = 2{,}7940 \text{ F.}$$

Zur Berechnung der Höhe des Wehres hat man folgende Werthe: das Wasserquantum $M = \frac{230 \cdot 5 \cdot 9}{4}$

$= 2587$ L. F.

die im Seitencanal abfliessende Wassermenge $m = 65$ L. F.

die Breite des fliessenden Wassers $B = 230$ F.

die Breite des Wehres $b = 240$ F.

die Tiefe des Flusses $H = 5$ F.

die Stauhöhe $h = 1$ F.

Ist $\Delta = 5{,}268$, so ist die gesuchte Wehrhöhe

$$a = H + h - \left(\frac{\frac{3}{2}(M-m)}{2b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{M}{2B(H+h)}\right)^2$$

$$= 6 - \left(\frac{3(2587-65)}{2.5,268.240}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2587}{5,268.230.6}\right)^2$$

$$= 6 - \left(\frac{7566}{2528}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2587}{7269}\right)^2$$

$$= 6 - 2,061 + 0,126 = 4,065 \text{ F.}$$

---

7. <u>Aufgabe.</u>

Die an bisheren Räumen von Teichdämmen und Teichen selbst bei Versuchen folgenden Körper zu zeichnen und darnach berechnen. Es sind die Dimensionen eines solchen Körpers folgende:

Dicke $AD = BC = 5$ F.

$AB = CD = 16$ F.

$AF = 20$ F.

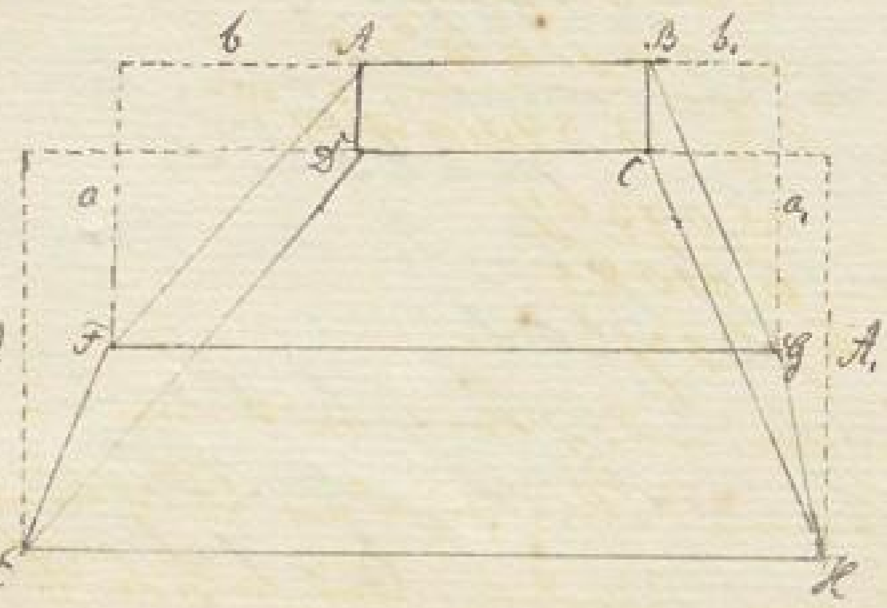
$DE = 25$ "

$BG = 17$ "

$CH = 21$ "

$A = D = 155°$

$B = C = 142°$



Die hierher gehörige Formel ist

$$V = \frac{h}{12}\left[(A+a+A_1+a_1)3c + \left(\frac{b}{a}+\frac{b_1}{a_1}\right)\left(A(a_1+2A_1)+a(A_1+2a_1)\right)\right],$$

wo $h = 5$ F. und $c = 16$ F., ferner

Winkel $A = \alpha = 155°$ und

" " $B = \beta = 142°$ ist.

Nun ist

$A = DE \sin\alpha = 25 \sin 25° = 10,56545$

$a = AF \sin\alpha = 20 \sin 25° = 8,45236$

$b = AF \cos\alpha = 20 \cos 25° = 18,12615$

$b_1 = BG \cos\beta = 17 \cos 38° = 13,39618$

$A_1 = CH \sin\beta = 21 \sin 38° = 12,92889$

$a_1 = BG \sin\beta = 17 \sin 38° = 10,46624$

Setzt man diese Werthe in die obige Formel ein, so folgt

$$V = \frac{5}{12}\Big[(10,56545+8,45236+12,92889+10,46624) \cdot 3.16 + \left(\frac{18,12615}{8,45236}+\frac{13,39618}{10,46624}\right)\big(10,56543(10,46624+2.12,92889)+8,4523(12,92889+2.10,46624)\big)\Big]$$

$$V = \frac{5}{12}\left[48.42,41294 + 3,424\left(10,5654.36,4239 + 8,4523.33,2312\right)\right]$$

$$V = \frac{5}{12}(2035,8192 + 2279,4228)$$

$$V = \frac{5}{12} \cdot 4315,2420$$

$$V = 1798,01 \text{ □ F.}$$

---

8. Aufgabe.

Ein oberschlächtiges Wasserrad soll p.m. 4 Umdrehungen machen und bei 35 Fuß Gefälle ein Wasserquantum von 350 C.F. p.m. aufnehmen. Man soll die Anordnung dieses Rades machen und die Leistung desselben berechnen.

Aus dem bekannten Gefälle = 35 F. läßt sich die Radhöhe D sogleich finden, indem man von demselben die Höhe vom Radscheitel bis Gerinneboden = 4 Zoll und die des Radtiefsten vom Boden des Abzugsgrabens = 8 Zoll, oder das sogenannte Freihängen abzieht. Man erhält

$$D = 35\,F. - (4+8)\,Zoll = 34\,F.$$

Aus der gefundenen Radhöhe bestimmt man nun die Anzahl der Schaufeln

$$n = 2\tfrac{1}{2} D = \frac{5}{2} \cdot 34 = 85.$$

Aus der Schaufelzahl ergiebt sich endlich der Theilwinkel des Rades

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{85} = 4^\circ 14'$$

Ist die Kranzbreite $b = 10$ Zoll; das Aufschlagwasserquantum p.m. $M = 350$ C.F. und die Umdrehungszahl des Rades p.m. $u = 4$, so hat man die Radweite oder Schaufellänge

$$w = \frac{5M}{4uDb} = \frac{5 \cdot 350}{4 \cdot 4 \cdot 34 \cdot \frac{5}{6}} = 3{,}860\,F.$$

Bei der hiesigen Schaufelungsmethode berechnet man sich den Deckungswinkel δ nach der Formel

$$\tan\delta = \frac{6 D \sin\alpha}{8b - 3 D \sin\alpha^2} = \frac{6 \cdot 34 \sin 4^\circ 14'}{8 \cdot \frac{5}{6} - 3 \cdot 34 \sin(4^\circ 14')^2} = \frac{15{,}09367}{6{,}11085}$$

$$\delta = 67^\circ 57'$$

Die Geschwindigkeit mit der das Wasser das Rad in der Richtung der umdrehenden Schaufeln trifft, ist

$$v = c = \frac{D\pi u}{60} = \frac{34 \cdot 3{,}141 \cdot 4}{60} = 7{,}119\,F.$$

Hiernach läßt sich die Höhe h_1 bestimmen, bis zu welcher man das Wasser im Gerinne aufsteigen erhält, nämlich.

$$h_1 = \left(\frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}\right)^2, \text{ wo}$$

$$A = \frac{\alpha^2(\cos 2\nu + \cos 2\varepsilon)}{2}$$

$$B = \alpha c \cos\nu \cos\varepsilon$$

$$C = c^2 - 4 g h_2 \sin\nu^2 \text{ ist.}$$

Hier ist der Contractionscoeff. $\alpha = 8,19$, der Winkel, den die Tangente im Einfallspunkte mit dem Horizont einschließt $\nu = 5^\circ$,
die Neigung des Wasserstrahls gegen den Horizont $\varepsilon = 30^\circ$, und
die Höhe des Ausflußpunktes über dem Eintrittspunkte in den [illegible] ist $h_2 = 1$ F.
Daraus ergiebt sich

$$A = \frac{8,19^2(\cos 10^\circ + \cos 60^\circ)}{2} = 49,797$$

$$B = 8,19 \cdot 7,119 \cos 5^\circ \cos 30^\circ = 50,301$$

$$C = 7,119^2 - 4 \cdot 17,32 \sin 5^{\circ 2} = 50,153$$

Setzt man diese Werthe in die obige Formel von h_1 ein, so folgt

$$h_1 = \left(\frac{50,301 - \sqrt{50,301^2 - 50,153 \cdot 49,797}}{49,797}\right)^2$$

$$= \left(\frac{50,301 - 5,720}{49,797}\right)^2 = 0,80148 \text{ F.}$$

Aus der Druckhöhe h_1 läßt sich nun auch die Höhe der Schutzöffnung finden; denn setzt man das Wasserquantum p. s $= \frac{350}{60} = 5,833$ C. F., und die Weite der Schutzöffnung $w_1 = \frac{5}{4}$ F., so folgt

$$d = \frac{m}{\alpha w_1 \sqrt{h_1}} = \frac{5,833}{8,19 \cdot 1,25 \sqrt{0,8014}}$$

$$= 0,64746 \text{ F.}$$

Ist der Durchmesser des Theilrißes

$D_1 = D - \frac{4}{3} b = 32,888..$; ferner

der Bogen, der die Tiefe des Ausgießens unter dem horizontalen Halbmesser bestimmt $= \delta$;

der Bogen, der die Länge des Ausgießens in Rücksicht auf eben diesen Halbmesser bestimmt $= \delta_1$; ferner

den Winkel, um den die Oberfläche des Wassers in der Zelle von dem Horizonte abweicht $= \chi$, und auch

der Winkel, um den das Ausgießen hierauf erfolgt $= \chi_1$, so ist das mechanische Kraftmoment des Rades

$$Pv = \frac{D_1}{2}\left(\cos\nu + \sin\left[\frac{\delta+\delta_1-(\chi+\chi_1)}{2}\right]\right) m\gamma.$$

Hier ist $tg\,\delta_1 = \frac{\alpha(D-2b)\pi}{432\,b} = \frac{72(34-\frac{5}{3})\pi}{17.432.\frac{5}{6}}$

$= \frac{97\pi}{255}$ und $\delta_1 = 50^\circ 4'$

$$\sin\chi = \frac{v^2}{gD_1}\cos\delta = \frac{7,119^2}{17,32 . 32,888}\cos 67^\circ 57'$$

$= \frac{50,680}{569,620}\cos 67^\circ 57'$ und

$\chi = 1^\circ 54'$

$$\sin\chi_1 = \frac{v^2}{gD_1}\cos\delta_1 = \frac{7,119^2}{17,32 . 32,888}\cos 50^\circ 4'$$

$\chi_1 = 3^\circ 16'$

Setzt man nun diese Werthe in obige Gleichung ein, so wird

$$Pv = \frac{32,888}{2}\left(\cos 5^\circ + \sin\left[\frac{67^\circ 57' + 50^\circ 4' - (1^\circ 54' + 3^\circ 16')}{2}\right]\right) m\gamma$$

$$= \frac{32,888}{2}(\cos 5^\circ + \sin 56^\circ 25')\,5,833 . 49$$

$$= 16,444 . 1,82927 . 5,833 . 49$$

$= 8597,05$ Fußpfund.

Das ganze Gefälle vom Wasserspiegel in dem Gerinnstücken bis tiefsten

Ferner das Radgefälle ist

$$H = D_1 + h_1 + h_2 + \frac{2}{3} b$$
$$= 32,888 + 1 + 0,801 + 0,555$$
$$= 35,244$$

Endlich ist der Wirkungsgrad des Rades

$$\frac{Pv}{Hm\gamma} = \frac{8697,05}{10072,93} = 0,85348$$

---

9. Aufgabe.

Es ist dieselbe Aufgabe bei einem Kropfrade von 30 F. Höhe zu lösen, das p. m 6 Umdrehungen zu machen hat, und 1000 C. F. Wasser bei 8 Aufschlaggefälle aufnehmen soll.

Das Aufschlagwasserquantum p. m ist $M = 1000$ C. F., und die Höhe des Rades $D = 30$ F.

Ist die Kranzbreite $= 1$ F., so folgt die Radweite $w = \frac{5M}{4uDb} = \frac{5.1000}{4.6.30.1} = \frac{250}{36}$

$= 6,94$ F.

Will man nun einem parabolischen Kropf anwenden, so hat man, um dessen Gestalt bestimmen zu können, erst die Geschwindigkeit des über den Fachbaum wegströmenden Wassers c_1 zu berechnen.

$$1.)\ c_1 = \frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}, \text{ wo } A = \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{4g};$$
$$B = \frac{D}{4c} \text{ und } C = \frac{D}{2} + \frac{c^2}{4g} - H \text{ ist}$$

Nun ist $\alpha = 7,125$; $g = 17,32$; $D = 30$ und $H = 8$. Ferner

$$v = \frac{\pi u (D - b)}{60} = \frac{6.3,141(30-1)}{60}$$
$$= \frac{3,141.29}{10} = 9,1089 \text{ F. und daher}$$

$c = 2v = 18,2178$ F. Wofür

$$A = \frac{1}{7,125^2} - \frac{1}{4.17,32} = 0,005264$$

$$B = \frac{30}{4.18,2178} = 0,41168 \text{ und}$$

$$C = 15 + \frac{18,2178^2}{4.17,32} - 8 = 11,770 \text{ F.}$$

Setzt man diese Werthe in die obige Gleichung ein, so folgt

$$c_1 = \frac{0,41168 - \sqrt{0,41168^2 - 0,005264 \cdot 11,770}}{0,005264}$$

$$= \frac{0,41168 - \sqrt{0,10752314}}{0,005264}$$

$$= \frac{0,08378}{0,005264} = 15,915 \text{ F.}$$

2.) die Höhe des Wasserspiegels über dem Fachbaume

$$h_1 = \left(\frac{c_1}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{15,915}{7,125}\right)^2 = \frac{253,28}{50,765} = 4,9892 \text{ F.}$$

3.) die Höhe des parabolischen Bogenstücks

$$a = \frac{c^2 - c_1^2}{4g} = \frac{18,217^2 - 15,915^2}{4 \cdot 17,32} = 3,992 \text{ F.}$$

4.) die Höhe des eigentl. oder kreisf. Bogenstücks

$$h = \left(1 - \frac{c_1}{c}\right)\frac{D}{2} = \left(1 - \frac{15,915}{18,217}\right)15 = 1,8954 \text{ F.}$$

5.) die Länge des parabolischen Bogenstücks

$$b_1 = \frac{D}{2}\sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c}\right)^2} = 15\sqrt{1 - \left(\frac{15,915}{18,217}\right)^2} = 7,290 \text{ F.}$$

Um das Kraftmoment des Wasserrades zu berechnen, setzt man erst den Querschnitt a des Zwischenraumes zwischen dem Bogen und dem Rade und zu mittelst und ist setzt man $\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{1}{24}$ F. breit, so wird, da die Radweite zu 6,94 F. angenommen worden $a = 6,94 \cdot \frac{1}{24} = 0,289$ □F. und

$$Pv = \left[\frac{(m - ac)(c - v)v}{2g} + (m - av)h\right]\gamma, \text{ wo } m = 16,666.$$

$$Pv = \left[\frac{(16,666 - 5,264)(18,217 - 9,108)9,108}{} + (16,666 - 2,632)1,895\right]49$$

$$= (27,308 + 14,034 \cdot 1,895)49$$

$$= 53,632 \cdot 49 = 2627,968 \text{ Fuß Pfund.}$$

der Wirkungsgrad ist $\eta = \frac{Pv}{Hm\gamma}$

$$= \frac{2627,968}{6532,072} = 0,40231.$$

10. Aufgabe.

Ebenso bei einem unterschlächtigen Rade von 25 F. Höhe, das dazu bestimmt ist, das Kraftmoment von 1500 L.F. Wasser und 2 F. Schaufeln aufzunehmen.

Die Geschwindigkeit, mit der das Wasser ankommt, ist $c = \alpha\sqrt{h}$, wo $h = 2$ u. $\alpha = 7,125$ ist, daher

$$c = 7,125\sqrt{2} = 10,074 \text{ F.}$$

Ist ferner die Höhe des ankommenden Wasserstrahles $= \frac{2}{3}$ F., so wird die Anzahl der Radschaufeln

$$N = \frac{3,141 \cdot 25}{\frac{2}{3}} = 118.$$

Da nun die Geschwindigkeit des Rades $v = \frac{c}{2} = 5$ F. ist, so folgt die Anzahl der Umdrehungen des Rades

$$u = \frac{v \cdot 60}{\pi D} = \frac{5 \cdot 60}{3,141 \cdot 25} = 3,82$$

Das stoßende Wasserquantum ist

$$m_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 n^2}\right) m$$

$$= \left(1 - \frac{10,074^2}{3 \cdot 5,074^2 \cdot 118^2}\right) 1500$$

$$= 1498 \text{ L.F.}$$

Das mechanische Kraftmoment dieses Rades ist, wenn man den Rückstau des Wassers zwischen zwei Schaufeln mit in Rechnung bringt

$$Pv = \left(v - \frac{(c+v)bg}{cv}\right)\left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 n^2}\right)\frac{c-v}{2g} m\gamma$$

$$= 1,5 \cdot 578,2 = 867,30 \text{ F. Pfund.}$$

Der Wirkungsgrad $\eta = \frac{867,30}{2 \cdot 25 \cdot 49}$

$$= 0,38546$$

11. Aufgabe.

Für ein Gefälle von 50 F. und für ein Wasserquantum von 5 C.F. p. S. soll die Anordnung und Berechnung eines in der Secunde 5 mal umlaufenden Kreiselrades gemacht werden.

Zunächst folgt die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers, wenn man den Contractionscoefficienten $\alpha = 7,125$ setzt,

$$c = \alpha\sqrt{h} = 7,125\sqrt{50} = 50,381;$$

nehmen wir nun $\delta = 15^\circ$ und die Höhe der Schutzöffnung $e = \frac{1}{8}$ F., so folgt

1.) $$\cot g\,\alpha = \frac{30ec^2}{um} - \tan g\frac{\delta}{2}$$

$$= \frac{30.\frac{1}{8}.50,381^2}{300.5} - \frac{\tan g15^\circ}{2}$$

$$= \frac{30.\ 2538,24516}{8.300.5} - 0,13397$$

$$= \frac{76147,3548}{12000} - 0,13397$$

u. $\alpha = 9^\circ 10'$

2.) Der innere Radhalbmesser

$$r = \frac{m}{2\pi e c \sin\alpha} = \frac{5}{2\pi\cdot\frac{1}{8}.50,381 \sin 9^\circ 10'}$$

$$= 0,79320 \text{ F.}$$

3.) Die Geschwindigkeit des innern Radumfangs $v = \frac{\pi u r}{30} = \frac{3,141.\ 300.\ 0,793}{30}$

$$= 24,9120 \text{ F.}$$

4.) Der Radius des äußern Radumfangs

$$R = r\sqrt{\frac{c\sin\alpha}{v\,tg\,\delta}}$$

$$= 0,793\sqrt{\frac{50,381 \sin 9^\circ 10'}{24,9120\ tg\,15^\circ}}$$

$$= 0,86976 \text{ F.}$$

Die Kranzbreite ist demnach $b = R - r$

$= 0,86976 - 0,79320 = 0,07656$ F.

Endlich folgt die Leistung oder das mechanische Moment dieses Rades

$$Pv = \frac{c^2 - \left(\frac{R.\, v\, tg\delta}{r}\right)^2}{4g}\, mg$$

$$= \frac{50{,}381^2 - \left(\frac{0{,}86976 . 24{,}9120\, tg 15^0}{0{,}7932}\right)^2}{4 . 17{,}32}\, 5.49$$

$$= \frac{2538{,}24 - 0{,}5369}{69{,}28}\, 5.49$$

$$= 8977{,}8 \text{ Fußpfd.}$$

Das verwendete Kraftmoment ist

$hmg = 50.5.49 = 12250$ Fußpfund,

daher der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{Pv}{hmg} = \frac{8977{,}8}{12250} = 0{,}73305$$

---

12. Aufgabe.

Eine Wassersäulenmaschine soll das einem Gefälle von 500 F. und einem Wasserquantum von 3 Cbkf. entspringende Kraftmoment aufnehmen, zwei 2 F. weite Treibcylinder und eine 10 Z. weite und 600 F. lange Einfallröhrentour erhalten. Wenn nun noch die träge Masse der Last 70000 ℔ beträgt, und die Maschine p. m. 4 einfache Spiele zu machen hat, welches wird die anzuhängende Last sein dürfen, welchen Hub wird ferner die Maschine machen müssen, und wie wird man die Steuerung anordnen?

Um die Größe der anzuhängenden Last zu berechnen, ist zunächst die Geschwindigkeit v des aufgehenden Kolbens und der Kolbenhub s zu bestimmen. Es ist

$v = \frac{m}{A}$, wo $m = 3$ u. $A = \pi r^2 = 3{,}1415$

mithin $v = \frac{3}{3{,}1415} = 0{,}95493$ und,

wenn die Zeit eines Spiels $t = \frac{60}{4}$ $= 15$ Secunden ist,

der Kolbenhub $s = vt$
$= 0{,}95493 . 15$
$= 14{,}32395$.

Folglich ist die gesuchte Last, da

$h = 500;\ l_, = 600;\ d_, = 10\,Z = \frac{5}{6}$ F.

$a_, = \frac{\pi d_,^2}{4} = 0{,}545;\ m = 3;\ A = 3{,}1415$

$s = 14{,}32395;\ D = 2$ und $M = 70000$

$$Q = \frac{\left[500 - \left(0{,}000388 \cdot \frac{600 \cdot 3^2}{0{,}833 \cdot (0{,}545)^2} + \frac{600 \cdot 3^2}{0{,}545 \cdot 17{,}32 \cdot 3{,}141 \cdot 14{,}32395} + 0{,}03 \cdot \frac{500}{2}\right)\right]}{3{,}141 \cdot 49 - \frac{3^2 \cdot 70000}{17{,}32 \cdot 3{,}1415^2 \cdot 14{,}32395}}$$

$$Q = \left[500 - (8{,}4681 + 12{,}712 + 7{,}5)\right] 153{,}94 - 257$$

$$= 471{,}32 \cdot 153{,}94 - 257{,}29$$

$$= 72297{,}71\ ℔$$

Nun ist die Leistung

$$Pv = 72297{,}17 \cdot 0{,}95493 = 69037{,}5\ F.\ ℔.$$

und der Wirkungsgrad

$$u = \frac{Pv}{hmg} = \frac{69037{,}5}{73 \cdot 500} = 0{,}93928.$$

Um die Räumung zu bestimmen seien die Durchmesser der 3 Kolben x_1, x_2, x_3. Nun sei $x_3 = 6$ Z. $u = \frac{17}{3}$ und die Kolbenhöhe $y = 6$ Z. der Hub der Nutenkolben ist

$$x_1 + x_2 = s = \frac{x_3}{2n} - \frac{x_3}{3}$$

$$= \frac{1}{8 \cdot 0{,}07362} - \frac{1}{2} = 1{,}1978 \text{ Fuss, oder}$$

14,374 Zoll, wo

$$n = \frac{4uy}{\pi y} = \frac{4 \cdot \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2}}{49\pi} = 0{,}07362;$$

ferner $x_2 = 0{,}5989 + \frac{1}{19{,}1648} = 0{,}6511$ F.

$= 7{,}813$ Zoll, und

$x_1 = 0{,}5467$ F. $= 6{,}561$ Zoll.

---

13. Aufgabe.

Um ein Lastmoment von 1200 Fußpfd zu überwinden, soll ein Windrad angewendet werden, das 24 F. schnellen Wind aufnehmen, und aus 5 oder 12 F. breiten Windflügeln bestehen soll. Wenn nun noch das Gewicht dieser Welle zu 15000 lb, der Halbmesser des Halses und des hinteren Zapfens zu 3/8 F. angenommen wird, wie groß wird man dieses Rad machen, und welches ist die Umdrehungszahl?

Da die Geschwindigkeit des Windes 24 F. sein soll, so wird die der äußersten Sprosse $w = 72$ sein, und mithin da $w = \frac{\pi u l}{30}$, die äußere Breite aber $= \frac{1}{4}$ der Ruthenlänge ist,

$$u = \frac{30.72}{\pi.4.12} = \frac{15.36}{\pi.12} = \text{circa } 14 \text{ Umdrehungen p.m.}$$

Der zweckmäßigste Stoßwinkel ist nach der Formel $tg\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{2+\left(\frac{3v}{2c}\right)^2}$ zu finden; man erhält nämlich für den Stoßwinkel der äußersten Sprosse

$$tg\alpha_1 = \frac{3.72}{2.24} + \sqrt{2+\left(\frac{3.72}{2.24}\right)^2} = \frac{9+\sqrt{89}}{2} = 9,2167$$

also $\alpha_1 = 83^\circ 48'$.

Denken wir uns die ganze Ruthenlänge in 6 gleiche Theile getheilt und durch jeden Theilpunkt eine Sprosse gehend, so erhalten wir für den Stoßwinkel der folgenden Sprosse nach innen zu,

$$tg\alpha_2 = \frac{3.72}{2.24} + \sqrt{2+\left(\frac{15}{4}\right)^2} = \frac{15+\sqrt{257}}{4} = 7,7578,$$

also $\alpha_2 = 82^\circ 39'$; ferner $\alpha_3 = 81^\circ 0'$;

$\alpha_4 = 78^\circ 29'$; $\alpha_5 = 74^\circ 18'$ u. $\alpha_6 = 66^\circ 57'$

Ist nun noch β der Stoßwinkel der innersten Sprosse, so ist das vollständige mechanische Moment des Windrades

$$Pv = nA \int c \left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta} + \frac{(1+\cos\alpha^2)\cos\alpha}{2\sin\alpha^4} - \frac{(1+\cos\beta^2)\cos\beta}{2\sin\beta^4} + \frac{3}{2} Ln\, tg \frac{1}{2}\alpha \right.$$

$$-\frac{3}{2}\,Ln\,tg\,\tfrac{1}{2}\beta\Big] + D\Big[\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \frac{4}{3\sin\alpha^3}$$

$$-\frac{4}{3\sin\beta^3} - \frac{8}{5\sin\alpha^5} + \frac{8}{5\sin\beta^5} + \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2}$$

$$-\frac{3}{2}\,Ln\,tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{3}{2}\,Ln\,tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\beta}{2}\right)\Big]\Big\},$$

wo $A=\frac{cuc^4\psi}{81gw}$, $C=b-\frac{(B-b)e}{l-e}$,

$D=\frac{cd}{3w}\,\frac{B-b}{l-e}$ ist.

Berücksichtigt man nun noch die Reibung der Flügelwelle, so ist das übrig bleibende Kraftmoment des Windrades, wenn G das Gewicht des Rades bezeichnet und $H=\frac{cuc^3l\psi}{27gw}$ ist,

$$Po = nA\Big\{C\Big[\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta} + \frac{(1+\cos\alpha^2)\cos\alpha}{2\sin\alpha^4} - \frac{(1+\cos\beta^2)\cos\beta}{2\sin\beta^4} + \frac{3}{2}\,Ln\,tg\,\tfrac{1}{2}\alpha -$$

$$\frac{3}{2}\,Ln\,tg\,\tfrac{1}{2}\beta\Big] + D\Big[\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \frac{4}{3\sin\alpha^3}$$

$$-\frac{4}{3\sin\beta^3} + \ldots\Big]\Big\} - \frac{\varphi r G w}{l} - \frac{2}{3}\frac{\varphi r_1 w n H}{l}$$

$$\Big[C\Big(\frac{1}{\sin\alpha^2\cos\alpha} - \frac{1}{\sin\beta^2\cos\beta} - \frac{2\cos\alpha}{\sin\alpha^2}$$

$$+ \frac{2\cos\beta}{\sin\beta^2} + 2\,Ln\,tg\,\tfrac{1}{2}\alpha - 2\,Ln\,tg\,\tfrac{1}{2}\beta\Big] +$$

$$D\Big[\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} - \frac{4}{3\sin\alpha^2} + \frac{4}{3\sin\beta^3} +$$

$$\frac{1}{2}\,Ln\,tg\left(45^\circ+\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{1}{2}\,Ln\,tg\left(45+\frac{\beta}{2}\right)\Big]\Big]\Big\}.$$

Da nun das Kraftmoment $Po = 1200$ F. ℔, das Gewicht der Maschine 15000 ℔, der Halbmesser des Halses und Zapfens $r=r_1=\frac{3}{8}$ F., der Reibungscoefficient $\varphi=0,1$; $c=24$; $w=72$; $B=12$; $b=5$; $\frac{e}{l}=\frac{1}{6}$ und $n=5$ ist, und die Flügellänge l gesucht wird, so wollen wir der Kürze wegen

$\frac{n\alpha c^4\gamma}{81gw}\, l = kl$ setzen, ferner

$l\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta} + \dots\right) + \mathfrak{d}\left(\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \dots\right) = \mathfrak{L}$;

$r\mathfrak{H} = \frac{rn\alpha c^3\gamma}{27gw}\, l = Ml$; und

$l\left(\frac{1}{\sin\alpha^2\cos\alpha} - \frac{1}{\sin\beta^2\cos\beta} + \dots\right) + \mathfrak{d}\left(\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} + \dots\right)$

$= N$, daher die Bedingungsgleichung

$Pv = k\mathfrak{L}l - \frac{frGw}{l} - \frac{2}{3} fr.\, MNw$, oder

$k\mathfrak{L}l^2 - (Pv + \frac{2}{3} fr.\, MNw)\, l = frGw.$

Die Auflösung dieser quadratischen Gleichung giebt die Flügellänge

$$l = \frac{Pv + \frac{2}{3} fr.\, MNw + \sqrt{4frk\mathfrak{L}Gw + (Pv + \frac{2}{3} fr.\, MNw)}}{2k\mathfrak{L}}$$

Zunächst ist

$k = \frac{n\alpha c^4\gamma}{81gw} = \frac{5.5.24^4.0,0608}{3.81.17,32.72} = 1,6641$

$\mathfrak{L} = 62,1139$ und $2k\mathfrak{L} = 206,7150$

$frGw = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}.15000.72 = 202500$

$4frGk\mathfrak{L}w = 2.202500.206,7150$

$= 83719575$

$M = \frac{n\alpha c^3\gamma}{27gw} = \frac{5.5.23^3.0,0608}{3.27.17,32.72} = 0,20802$

$N = \frac{18}{5}(9,3686 - 3,0165 - 0,2185 + 0,9248$

$+ 0,6097) + \frac{14}{15}(39,6155 + 0,3540 + 0,6623)$

$= \frac{18}{5}.7,8681 + \frac{14}{15}.40,6323 = 66,2485$ und

$\frac{2}{3} fr,\, MNw = \frac{2}{3}\cdot 0,1\cdot\frac{3}{8}\cdot 0,20802.66,2485.72$

$= 24,8056.$

Hieraus ergiebt sich nun die gesuchte Flügellänge

$$l = \frac{1200 + 24{,}805 + \sqrt{83719575 + 1224{,}805^2}}{206{,}715}$$

$$= \frac{1224{,}805 + \sqrt{85219722}}{206{,}715}$$

$$= \frac{1224{,}805 + 9231}{206{,}715} = 50 \text{ F.}$$

---

14. Aufgabe.

Welches Kraftmoment kann man von einer doppeltwirkenden Dampfmaschine verwenden, die einen 3 F. weiten Cylinder hat, und in der Minute 12 fünffüßige Doppelspiele macht, dabei aber Dampf von 120° Wärme benutzt; welches wird ferner der nöthige Brennmaterialaufwand sein.

Erhitzt man den Dampf bis zu 120° Temperatur, so können wir die durch die Höhe einer Quecksilbersäule gemessene Elasticität desselben $e = \left(\frac{1+0{,}01878 \cdot 120}{2{,}878}\right)^{5{,}355}$ Atmosphären setzen, mithin $e = 1{,}9275$ Atmosph., und der Druck des Dampfes von 120° Temperatur gegen 1 □F. $p_1 = ep =$ $1{,}9275 \cdot 12{,}3185$ ℔ $= 23{,}73774$ ℔.

Da der Inhalt der Kolbenfläche $A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3{,}141 \cdot 9}{4} = 7{,}0670$ □F., der Hub $b = 5$ F. und die Zeit eines Spieles $\tau = \frac{5}{2}$ Sec., so wird die Geschwindigkeit eines Kolbens $v = \frac{b}{\tau} = \frac{5}{\frac{5}{2}} = 2$ F. und das mechanische Moment während eines Spieles

$$Pv = \frac{Aepb}{\tau} = \frac{7{,}067 \cdot 23{,}73774 \cdot 5 \cdot 144}{2{,}5}$$

$$= \cancel{46621{,}560}\ 48309{,}12 \text{ Fuß ℔}$$

Um nun endlich noch den Kohlenaufwand zu berechnen, ist erst das Speisewasserquantum m_1 zu bestimmen. Es ist nämlich

$$m_1 = \frac{\left(\frac{5}{8} \cdot 0{,}00171 \cdot 0{,}76\, e\right) m}{1 + 0{,}00375\, t}$$

$$m_1 = \frac{0{,}00081225\,cm}{1+0{,}00375\,t}.$$

Nun ist die p. S. gebrauchte Dampfmenge $m = \frac{Ab}{144c} = 28{,}268$ C. F., mithin das Speisewasserquantum

$$m_1 = \frac{0{,}00081225 \cdot 1{,}9275 \cdot 28{,}268}{1+0{,}00375 \cdot 120}$$

$$= 0{,}03052 \text{ C. F.}$$

$$= 0{,}03052 \cdot 48{,}621 ℔ = 1{,}4839 ℔;$$

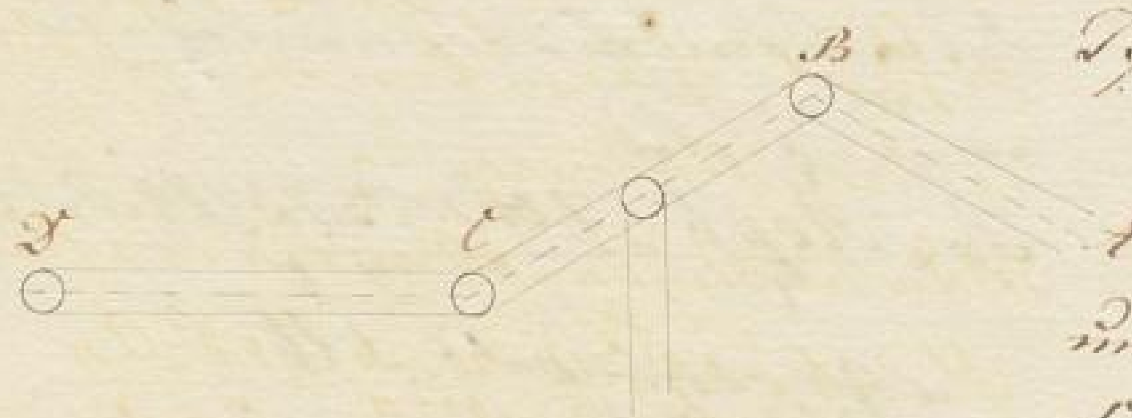
daher der Kohlenaufwand, wenn die Temperatur der freien Luft $= 10^\circ$ und der Wärmegehalt der Steinkohle $w = 5000^\circ$ ist,

$$k = \frac{(635 - t_1)q}{w} = \frac{(635-10)q}{5000} = \frac{625q}{5000}$$

$$= \frac{625 \cdot 1{,}4839}{5000} = 0{,}185 ℔ \text{ Kohle p. S.}$$

---

15. Aufgabe.
Es ist der Lenkerbalancier einer halb bewirkenden Geradführung zu berechnen und die Seitenabweichung anzugeben?



Die Abweichung ist

$$f = \frac{(l-a)\sqrt{br}}{2r-b}; \text{ hier ist}$$

$$b = r - \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{4}} \text{ und}$$

$$a = \sqrt{l^2 - b^2}.$$

Ist nun $r = 3$ F. $17\frac{1}{4}$ Z. $= 7{,}4374$ F.
$l = 1$ F. $5\frac{1}{2}$ Z. $= 2{,}4583$ F.
$h = 2$ F. $11\frac{1}{2}$ Z. $= 4{,}9583$ F.
und setzt man diese Werthe in die Formel $b = r - \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{4}}$ ein, so folgt

$$b = 7{,}4374 - \sqrt{7{,}4374^2 - \frac{4{,}9583^2}{4}}$$

$$= 7{,}4374 - 7{,}0120$$

$$= 0{,}4254 \text{ F. und}$$

$$a = \sqrt{l^2 - b^2} = \sqrt{2{,}4583^2 - 0{,}4254^2}$$

$$= 2{,}4212 \text{ F.}$$

Substituirt man diese Werthe in die Hauptformel $f=\frac{(l-a)\sqrt{br}}{2r-b}$, so erhält man

$$f=\frac{(7,4583-7,4212)\sqrt{0,4254\cdot 7,4374}}{2\cdot 7,4374-0,4254}$$

$$=\frac{0,0371\cdot 1,7787}{14,4494}=0,0045670\ \text{F.}$$

---

16. Aufgabe.

Man soll aus den Dimensionen und bekannten Gewichten des beistehenden Differenzialhaspels die Last Q berechnen, welche ein Arbeiter mit demselben emporheben kann

Kurbelhöhe $CA = 18$ Z.

Mittlerer Halbmesser der $CB = 4$ Z.

" " $MD = NE = 20$ Z.

" " $MF = 8$ Z.

" " $NG = 7$ Z.

" " $KL = 10$ Z.

Halbmesser aller Zapfen $= \frac{5}{8}$ Z.

Seilstärke $= 1\frac{1}{4}$ Z.

Gewicht des Seiles $G_1 = 50$ ℔

Gewicht der Wellen M u. $N = G_2 = 500$ ℔

" " " $C = G_3 = 90$ ℔

" " " $K = G_4 = 40$ ℔

Anzahl der Zähne des treibenden C, $n = 10$

Bei jedem Räderwerk verhält sich die Anzahl der Zähne eines Rades zur Anzahl der Zähne eines Getriebes, wie die Halbmesser des Rades zu den Halbmessern des Getriebes. Wendet man dieß auf unsern Fall an, so ist

$$\frac{MD}{CB}=\frac{N}{n} \text{ oder } N=\frac{n\,MD}{CB}=\frac{10.20}{4}=50\text{ Z.}$$

d. h. die beiden Stirnräder haben jedes 50 Zähne.

Setzt man nun der Kürze wegen $CA=a$, $MF=b$ u. $NG=b_1$, so ist die reducirte Kraft $P=\frac{Q}{2}\left(\frac{b-b_1}{a}\right)\frac{n}{N}$

$=\frac{Q}{180}$ F. Hierzu kommen noch folgende Nebenhindernisse

1.) Die Seilbiegung an den Wellen

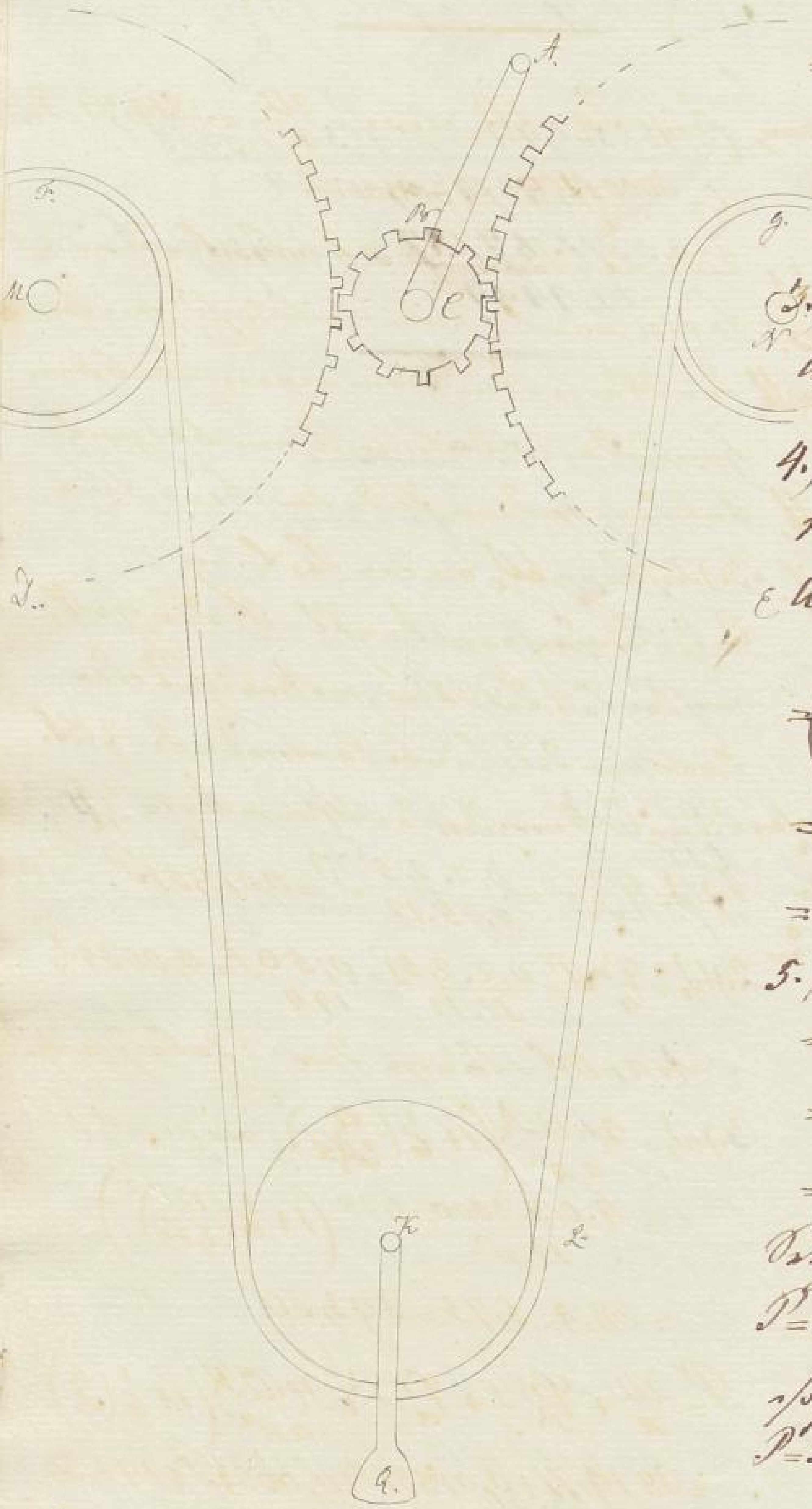
$$M \text{ u. } N=\frac{\nu d^{\frac{3}{2}}}{b}\cdot\frac{Q}{2}\cdot\frac{n}{N}\cdot\frac{b}{a}=\frac{\nu d^{\frac{3}{2}}Qn}{2aN}$$

$$=\frac{0,3\cdot 1,25^{\frac{3}{2}}\,10Q}{2.18.50}=0,0018501\,Q$$

2.) Reibungen der Zapfen dieser Wellen

$$W_1=\frac{\varphi\varrho}{b}\left[\frac{Q}{2}+\frac{G_1}{2}+G_2+\frac{G_4}{2}\right)\frac{b}{a}\cdot\frac{n}{N}$$

$$+\ \frac{\varphi\varrho}{b_1}\left(\frac{Q}{2}+\frac{G_1}{2}+G_2+\frac{G_4}{2}\right)\frac{b_1}{a}\frac{n}{N}$$



$$= \frac{2\varphi\varrho n}{Na}\left(\frac{Q}{2} + \frac{G_1}{2} + G_2 + \frac{G_4}{2}\right)$$

$$= \frac{2.0{,}2.0{,}627.10}{50.18}\left(\frac{Q}{2} + 25 + 500 + 20\right)$$

$$= \frac{2{,}5}{900}\left(\frac{Q}{2} + 545\right)$$

$$= 0{,}001388\,Q + 1{,}5139, \text{ wo } \varrho = \tfrac{5}{8}\text{ Z}.$$

3.) Reibung an den Zapfen der Welle

$$W_2 = \frac{\varphi\varrho}{a} G_3 = \frac{0{,}2.0{,}627}{18}\, 90 = 0{,}625$$

4.) Reibung an der Rolle, wo $KL = R$ ist.

$r = \frac{5}{8}$ Z. $= 0{,}627$ Z.

$$W_3 = \left(\frac{R + \nu d^{\frac{3}{2}} + \varphi r}{2R + \nu d^{\frac{3}{2}}} Q + \frac{R + \nu d^{\frac{3}{2}}}{2R + \nu d^{\frac{3}{2}}} G_4\right)\frac{b}{a}\cdot\frac{BC}{MD}$$

$$= \left(\frac{10 + 0{,}3.1{,}25^{\frac{3}{2}} + 0{,}2.\frac{5}{8}}{2.10 + 0{,}3.1{,}25^{\frac{3}{2}}} Q + \frac{10 + 0{,}3.1{,}25^{\frac{3}{2}}}{2.10 + 0{,}3.1{,}25^{\frac{3}{2}}}.40\right)\frac{8}{18}\cdot\frac{1}{5}$$

$$= \left(\frac{10{,}5444}{20{,}4193} Q + \frac{10{,}4193}{20{,}4193}.40\right)\frac{4}{45}$$

$$= 0{,}04590\,Q + 1{,}8142$$

5.) W_4 = Reibung an den Zähnen

$$= \frac{Q}{2}\left(\frac{b - b_1}{a}\right)\frac{n}{N}\cdot \text{const}\frac{(N + n)}{Nn}$$

$$= \frac{Q}{180}\cdot 1{,}047\,\frac{50 + 10}{500}$$

$$= 0{,}0006980\,Q$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung

$$P = 30 = \frac{Q}{2}\left(\frac{b - b_1}{a}\right)\frac{n}{N} + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \text{ ein,}$$

so folgt

$$P = 30 = \frac{Q}{180} + 0{,}00185\,Q + 0{,}001388\,Q$$

$$+ 1{,}5139 + 0{,}625 + 0{,}04590\,Q + 1{,}8142$$

$$+ 0{,}0006980\,Q$$

$$P = 0{,}05582\,Q + 3{,}9531,$$

mithin $Q = \frac{30 - 3,9531}{0,05582} = 466,59$ ℔.

---

17. Aufgabe.

Es ist ein Krummzapfen zu berechnen, der durch eine constante Kraft in Umdrehung gesetzt wird. Es sei die Länge des Kurbelarmes $CA = 2\frac{1}{4}$ F. die Länge der Kurbelstange $AB = 12$ F. das Gewicht der eisernen Welle $C = 10000$ ℔ die ganze Masse dieser Welle, auf den Warzenkreis reducirt $= 30000$ ℔, die ganze Masse der Schachtstangen, samt der daran hängenden Last $= 5000$ ℔, die Last beim Aufgange $= 5000$ ℔,
" " " Niedergange $= 1000$ ℔;
endlich seien die Halbmesser der Zapfen und Warzen $= 2\frac{1}{2}$ Z., und es werde verlangt, daß die Welle 6 mal in der Minute umlaufe.

Es ist $P\pi = 2Q$, also $P = \frac{2Q}{\pi} = 3819,71$, da $Q = \frac{5000+1000}{2} = 3000$ ist.

Nun kommen noch 3 Nebenhindernisse hinzu, nämlich 1.) die Reibung W zwischen der Warze A und dem einen Kurbelstangenende, 2.) Reibung W_1 am Bolzen B und dem andern Ende der Kurbelstange, 3.) Reibung W_2 an der Leitung.

Da die Umdrehungskraft $= P$, der Halbmesser CA des Warzenkreises oder die Länge des Kurbelarmes $= R = 2,25$ F. u. der Halbmesser der Warze $A = r = \frac{2,5}{12}$,

$$1.)\; W = \varphi \frac{r}{R} P = \frac{0,2 \cdot 2,5}{2,25 \cdot 12} P = 0,01851 P$$

$$2.)\; W_1 = \frac{\varphi r}{a} P = \frac{0,2 \cdot 2,5 P}{12 \cdot 12} = \frac{0,50 P}{144} = 0,0034 P,$$

wo $a = 12$ F $=$ Länge der Kurbelstange

$$3.)\; W_2 = \frac{4\mu Q R}{a\pi^2}\left(1 + \frac{1}{6}\left(\frac{a}{R}\right)^2\right), \text{ wo } \mu = 0,3$$

$$= \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 3000 \cdot 2,25}{12\pi^2}\left(1 + \frac{1}{6}\left(\frac{12}{2,25}\right)^2\right)$$

$$= 68,4 \cdot 5,75 = 393,30$$

$$P = \frac{2Q}{\pi} + \frac{\varphi r}{R} P + \frac{\varphi r}{a} P + \frac{4\mu Q R}{a\pi^2}\left(1 + \frac{1}{6}\left(\frac{a}{R}\right)^2\right)$$

$$= 3819,71 + 0,01851 P + 0,0034 P + 393,30$$

$$= 4213,01 + 0,0219 P, \text{ mithin}$$

$$P = 4307,3 \text{ ℔}.$$

Die mittlere Geschwindigkeit der Warze des Krummzapfens, wenn r den Halbmesser des Warzenkreises bezeichnet, ist $c = \frac{\pi r u}{30} = 1,4134$.
Nun fordert aber der Beharrungszustand einer Maschine mit Krummzapfen $c^2 > 0,842 \frac{gQr}{M}$; daher ist die nöthige Masse $M > 0,842 \frac{gQr}{c^2}$, also

$$30000 > 0,842 \frac{17,32 \cdot 3000 \cdot 2,25}{1,4134^2}$$

$$30000 > 49275.$$

Da nun M kleiner ist, so hat diese Maschine ein Schwungrad nöthig.

---

18. Aufgabe.
Es ist eine Schraube ohne Ende zu berechnen und vollständig zu zeichnen, welche die Kraft P an der Spille um das 350fache vermehrt.

Die hierher gehörige Formel ist, wenn der mittlere Halbmesser der Schraube $= r$, die Höhe der Schraubengänge $= h$, die Kurbelhöhe $= a$, der Radhalbmesser $= R$, der Hebelarm der Last $= b$ und die Last $= Q$

$$\frac{P}{Q} = \frac{r}{a}\left(\frac{h+2\pi\mu r}{2\pi r-\mu h}\right)\frac{b}{R}.$$

Nun soll die Schraube die Kraft um das 350fache vermehren, folglich muß $\frac{P}{Q} = \frac{1}{350}$; ist ferner $\frac{b}{R} = \frac{1}{10}$ u. $h = 1$ Z. und die Kurbelhöhe $a = 18$ Z., so wird

$$\frac{1}{350} = \frac{r}{18}\left(\frac{1+1,25664r}{2\pi r-0,2}\right)\frac{1}{10},$$

oder, wenn man mit 18.10 multiplicirt,

$$\frac{18}{35} = r\left(\frac{1+1,25664r}{6,282r-0,2}\right)$$

oder

$$3{,}230r - 0{,}102 = r + 1{,}2564r^2$$

$$1{,}2564r^2 - 2{,}230r = -0{,}102$$

$$r^2 - \frac{2{,}230}{1{,}2564}r = -\frac{0{,}102}{1{,}2564}$$

$$r^2 - 1{,}7705r = -0{,}081185$$

$$r = \frac{1{,}7705}{2} + \sqrt{\left(\frac{1{,}7705}{2}\right)^2 - 0{,}081185}$$

$$= 0{,}8852 + \sqrt{0{,}70248}$$

$$= 0{,}8852 + 0{,}8381 = 1{,}72^{33}$$