2877

2851

Aufgaben

aus der Bergmaschinenlehre

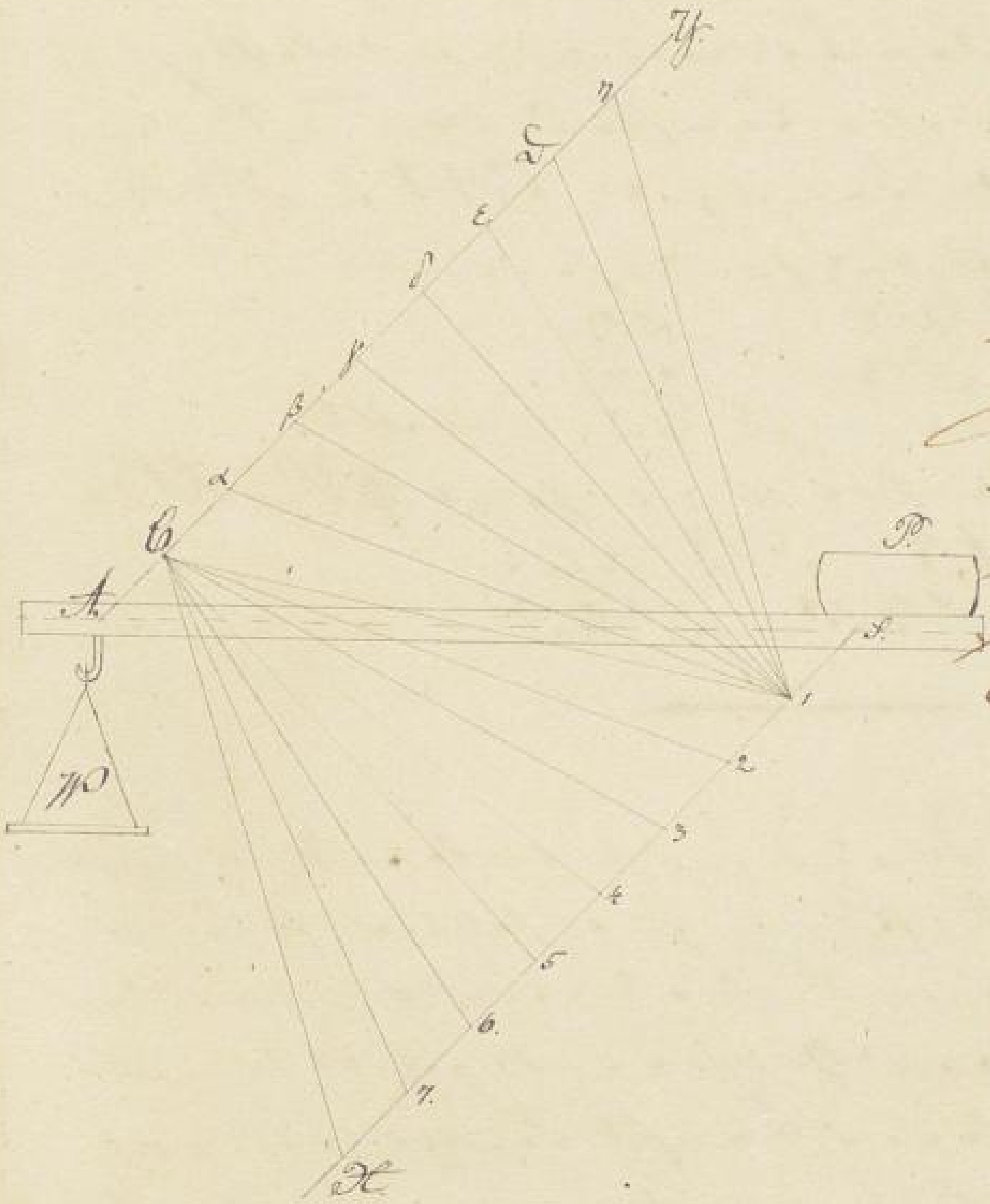
Academ: Lehrcours $18\frac{37}{38}$. Jul. Victor Schneider.

38

0

Aufgabe.

Es ist die Theorie der ungleicharmigen Wage mit veränderlichem Drehpunkt zu entwickeln.



Auflösung.

Die Eintheilung einer derartigen Wage wird auf folgende Weise gefunden: Es sei S der Schwerpunkt der leeren Schale u. A der Aufhängepunkt der Wageschale. Von S aus zieht man nun eine Linie, SX unter beliebigem Winkel, mit dieser durch A nach der entgegengesetzten Seite des Wagebalkens eine Parallele AY. Von S u. A aus trägt man auf der Linien SX u. AY eine beliebige Anzahl gleich großer Theile und zieht C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, wodurch man erhält die Theilpunkte 1, 2, 3, 4, 5, 6 u. 7 am Wagebalken u. der Gestell deuten die 1, 2, 3, 4, 5 6 u. 7 fache des Gewichtes P der Wage an, so daß, wenn z. B. der Drehpunkt nach 3 geschoben ist, die Last W = 3 P sein wird. Wäre nun P = 4 ℔, so müßte W = 12 ℔ wiegen.

Die Linien 1α, 1β, 1γ, 1δ etc geben die Scala für Bruchtheile des Gewichtes der Wage an; so wird z. B. wenn, wie zuvor P = 4 ℔ wiegt, der Drehpunkt der Wage bei ¼ steht, die Last W = ¼ P = 1 ℔ sein.

Aufgabe. | Auflösung

Theilt man S1, 1–2, 2–3 ꝛc. noch der 4 gleiche Theile u. zieht aus C nach den Theilpunkten gerade Linien, so geben diese Linien noch keine Theilung.
Der Beweis für die Richtigkeit dieser Construction ist: da die Dreiecke CRA u. SQR ähnlich sind, so wird:

$$\frac{AR}{SR} = \frac{AC}{QS}$$

Nun ist $QS = n\,AC$
u. für $n = 1$ folgt $QS = AC$ u.
$AR = SR$ daher:
$ARW = SRP$.

---

2. Welchen Hebelarm muß man einer Kurbel geben, mittelst welcher eine Last von 200 ℔ durch 2 Arbeiter bei Ansetzung gehoben werden soll, vorausgesetzt, daß von dem 200 ℔ Totallast nur 130 ℔ als wirkliche Leistung anzusehen sind u. angenommen, daß das Gewicht der Maschine 300 ℔ betrage, die Kurbelhöhe 18 Zoll u. der Zapfenstärke 5/8 Zoll messe, u. die Richtung der Last einen Winkel von 63° mit dem Horizont einschließt. Welches wird demnach der Wirkungsgrad dieser Maschine sein?

Da es darauf ankommt, die größte Leistung zu erhalten, so muß man die Arbeiter bei mittlerer Geschwindigkeit u. mittlerer Kraft Schichtzeit arbeiten lassen, für diesen Fall werden wir bei kleinen Erdwinden die entsprechende Hebelarm der Last:

$$b = \frac{nk}{Q}\,a$$
$$= \frac{2 \cdot 30}{130} \cdot 18$$
$$= 8,307 \text{ Zoll}.$$

Für die Reduction ergiebt sich:

$$W = \frac{\varphi r}{a}\sqrt{Q^2 + G^2 + 2GQ\cos.\alpha} + \frac{b}{a} \cdot 70.$$
$$= \frac{3/10 \cdot 5/8}{18}\sqrt{200^2 + 300^2 + 2.200.300\cos.27^{\circ}} + \frac{8,3}{18}\,70$$

Aufgabe. | Auflösung.

$W = 0,0104 \cdot 486,75 + 0,46 \cdot 70$
$= 5,06 + 32,2$
$= 37,26$ W.

Nun ist die Geschwindigkeit des Kraftpunktes

$v = \left(1 - \frac{W}{2nk}\right) \frac{11}{4}$
$= \left(1 - \frac{37,26}{2.2.30}\right) \frac{11}{4}$
$= \left(1 - \frac{37,26}{120}\right) \frac{11}{4}$
$= \frac{82,73}{120} \cdot \frac{11}{4}$
$= 1,896$ fß; also die der Last

$w = \frac{b}{a} \cdot v$
$= \frac{8,3}{18} \cdot 1,895$
$= 0,46 \cdot 1,895$
$= 0,8717$

Hieraus folgt das mechanische Lastmoment:

$Qv = \left(1 - \frac{W}{2nk}\right) t$
$= \left(1 - \frac{37,26}{120}\right) 8$
$= \frac{82,73}{120} \cdot 8$
$= 5,51$

Daher wird die Leistung während der täglichen Schicht:

$= Qvz = 113,321 \cdot 5,51 \cdot 60 \cdot 60$
$= 2247712,8$ fßW.

Da nun das mechanische Kraftmoment hier $= 165$ fßW ist, so folgt der Wirkungsgrad dieser Maschine:

$\eta = \frac{113,32 \cdot 5,51}{165 \cdot 8}$
$= 0,473$

Aufgabe.

13.) Der untere Zapfen ABCD einer 1000 ℔ schweren stehenden Welle hat die Form eines Cylinders, dessen Durchmesser $AB = CD$ von $2\frac{1}{2}$ Zoll u. dessen Länge BC von 10 Zoll, u. steht $1\frac{3}{4}$ Zoll tief in seiner Pfanne; während sich der Spitzzapfen ABGHK, unter übrigens gleichen Verhältnissen, in einem Kugelsegmente endigt, dessen Höhe $KM = \frac{1}{2}$ Zoll u. Sehne $KG = 1\frac{1}{4}$ Zoll beträgt. Wie verhalten sich die Reibungsmomente beider Zapfen gegen einander?

Auflösung.

Das Moment der Reibung des cylindrischen Zapfens ist

$$= \frac{2}{3}\varphi r G$$
$$= \frac{2}{3}\varphi \cdot \frac{5}{4} \cdot 1000$$
$$= \frac{10}{12} \cdot 1000\,\varphi$$
$$= 833{,}333\,\varphi.$$

Die Reibung des Spitzzapfens besteht aber aus 2 Theilen, wovon der eine auf das Kugelsegment, der andere auf den Mantel des Kegels, so weit er in der Pfanne geht, fällt. Zunächst ist der Winkel α zu bestimmen:

Es ist $\operatorname{tg}\alpha = \frac{KK}{AK}$
$$= \frac{5 \cdot 2}{19 \cdot 8}$$
$$= \frac{5}{76}$$

u. hieraus $\alpha = 3^\circ 45' 50''$.

Hieraus $ef = \frac{5}{4} + 2(EK \cdot \operatorname{tg}\alpha)$
$$= \frac{5}{4} + 2\left(\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{76}\right)$$
$$= \frac{215}{152}$$

Da der Vertikaldruck der Horizontalprojection der gedrückten Fläche proportional ist, so verhält sich der Druck auf ef zu dem auf KG wie die Flächen beider Größen, daher:

$$ef^2 : KG^2 = 1000 : x$$
$$\left(\frac{215}{152}\right)^2 : \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 1000 : x \text{ u.}$$
$$x = \frac{1000 \cdot 23104 \cdot 25}{46225 \cdot 16}$$
$$= \frac{577600000}{739600} = 780{,}96 \text{ ℔.}$$

Aufgabe.

Auflösung.

Daher der Druck auf die conischen Seitenflächen

$= 1000 - x$

$= 1000 - 780,96$

$= 219,04$ W.

Der Schwerpunkt von einem Kreisring aber wird, wenn r den Halbmesser des obern Theiles u. r_1 den des untern Theiles bezeichnet

$$= \tfrac{2}{3}\left(\frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2}\right)$$

Der Normaldruck daher:

$$N = \tfrac{2}{3}\, Q\left(\frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2}\right) \cdot \frac{x}{\sin\alpha}$$

also, die Werthe eingesetzt:

$$N = \frac{2\, Q\left(\frac{215^3}{304^3} - \frac{5^3}{8^3}\right)}{3 \cdot \left(\frac{215^2}{304^2} - \frac{5^2}{8^2}\right)} \cdot \frac{219,04}{\sin 3^\circ 45' 50''}$$

hieraus folgt:

$$N = 2231,6104 \cdot Q.$$

Der Druck von 780,96 W. auf das Kugelsegment verursacht den Reibungsdruck:

$$N_1 = \frac{Q r_1^3}{r_2}\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \sin\alpha . \cos\alpha)\right) 780,96$$

wo r_1 den Halbmesser der Kugel

" r " " KG

α den Neigungswinkel zwischen den Zapfenhalbmesser u. den Halbmesser KG bezeichnet, so wird:

$$r_1 = \frac{KM}{HM} + HM$$

$$= \frac{41}{64} \text{ Zoll}$$

$$\cos\alpha = \frac{40}{41}$$

$$\sin\alpha = \frac{9}{41}$$

Aufgabe. | Aufloesung.

$\alpha = \frac{28,269}{82}$

Diesen Werth eingesetzt, giebt:

$$N_1 = \varphi\left(\frac{\frac{41^3}{64^3}}{\frac{5^3}{4^3}}\right)\left(3,141 - \left(\frac{28,269}{82} + \frac{9}{41}\cdot\frac{40}{41}\right)\right)\cdot 780,96$$

$= 102,8737$ Pfd.

Hieraus folgt das Verhältniss beider Reibungsmomente:

833,333 : 2334,4841 od.

wie: 1,6 : 4,4

---

4) Wenn, durch ein Pferd der Bewegung zu folgende Treibscheibe soll einen Durchmesser von 26 ft, ein Gewicht von 1000 # erhalten, eine wirkliche Last von 300 #, und Nebenlast von 100 # zu überwinden haben u. mit 2¼ Zoll starken Zapfen versehen werden. Welche Neigung u. welchen Letztern wird man dieser Maschine geben müssen u. wie gross wird ihre Leistung seyn?

Um den zweckmässigsten Neigungswinkel der Scheibe gegen den Horizont zu finden, so hat:

$P - \varphi\frac{r}{a}(P+G) = A$

$\frac{2}{3}\varphi\frac{r}{a}(P+G) = B$ u.

$K + \varphi\frac{r}{a}G + \frac{6}{a}100 = C$

Hierdurch:

$$\sin\alpha = \frac{AC + B\sqrt{A^2+B^2-C^2}}{A^2+B^2}$$

Bestimmt man obige Werthe erst, so folgt:

$A = 850 - \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{32}\cdot\frac{1}{13}(850+8000)$

$= 850 - 12,764$

$= 837,236$

$B = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{32}\cdot\frac{1}{13}(850+8000)$

$= \frac{2}{3}\cdot 12,764$

$= 8,509$

$C = 150 + \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{32}\cdot\frac{1}{13}\cdot 400 + \frac{6,5}{13}\cdot 100$

$= 150 + \frac{3}{2080}\cdot 400 + 0,5\cdot 100$

$= 200,572$

Hiernach wird nun:

Aufgabe | Auflösung.

$$\sin\alpha = \frac{837,236 \cdot 200,572 + 8,509\sqrt{837,236^2 + 8,509^2 - 200,572^2}}{837,236^2 + 8,509^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{167924,108 + 8,509 \cdot 812,90}{700964,119 + 72,403}$$

$$\sin\alpha = \frac{167924,108 + 6916,96}{701036,522}$$

$$= \frac{174841,068}{701036,522}$$

Hieraus folgt nun

$\alpha = 14^0\, 26'$.

Der Lastarm wird:

$$b = \frac{nK}{Q} \cdot a$$

$$= \frac{1 \cdot 150}{300} \cdot 13$$

$= 6,5$ Fuß.

Da nun die Geschwindigkeit der Kraft:

$$v = \frac{c}{2}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2w}{nK}}\right)$$

$$= \frac{11}{6}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2(P\sin\alpha - K)}{nK}}\right)$$

$$= \frac{11}{6}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{123,3}{150}}\right)$$

$$= \frac{11}{6}\left(3 - \sqrt{\frac{173}{150}}\right)$$

$$= \frac{11}{6} \cdot 1,93$$

$= 3,5$ Fuß ist, so folgt hieraus die Geschwindigkeit der Last.

$$v' = \frac{b}{a} v$$

$$= \frac{6,5}{13} \cdot 3,5$$

$= 1,75$ Fuß.

u. daher wird die [illegible]

Aufgabe. | Auflösung.

…ische Reibungsmoment

$= 1,75 \cdot 300$

$= 525$ fßPf.

Nun ist die Schichtzeit:

$z = \left(1 - \frac{w}{2\pi k}\right) t$

$= \left(1 - \frac{61,6}{300}\right) 8$

$= 6,35$ Stunden

$= 22860$ Sekunden

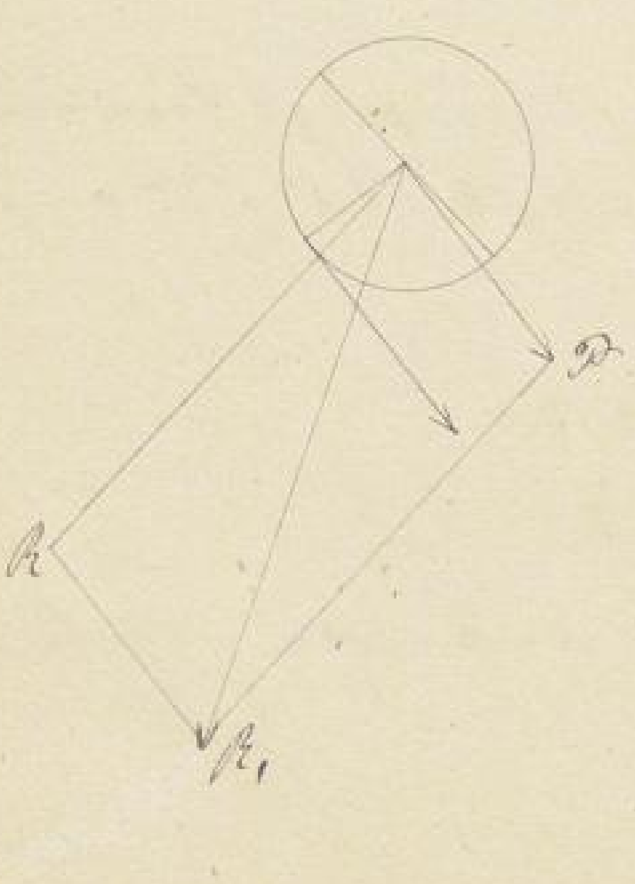
daher die tägliche Leistung:

$L = 525 \cdot 22860$

$= 12001500$ fßPf.

---

5) Man muß annehmen, daß der Druck an der Kurbelwelle od. der am Schwungrad einer stehenden Welle die Reibung am Umfange der Zapfen vermehrt. Wie groß ist diese Vermehrung, da so lange sie überhaupt statt findet.



Ist P das Gewicht der stehenden Welle u. Q der Druck, so ist der Druck:

$$D = \frac{\varphi s}{a}\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$

daher das statische Moment der Reibung am Zapfen:

$$M = \frac{\varphi s}{a}\int\sqrt{(P^2+Q^2+PQ\cos\alpha)}\,d\alpha$$

$$= \frac{\varphi s}{a}\int\left((P+Q)\sqrt{1 - \frac{4PQ\sin\frac{1}{2}\alpha^2}{(P+Q)^2}}\right)d\alpha$$

$$= \frac{\varphi s}{a}\int(P+Q)\left(1 - \frac{2PQ\cdot\sin\frac{1}{2}\alpha^2}{(P+Q)^2}\right)d\alpha$$

$$= \frac{\varphi s}{a}\left[(P+Q)\alpha - \frac{2PQ}{P+Q^2}\int\sin\tfrac{1}{2}\alpha^2\,d\alpha\right]$$

$$= \frac{\varphi s}{a}\left[(P+Q)\alpha - \frac{2PQ}{P+Q}(\alpha - \sin\alpha\cdot\cos\alpha)\right] + C.$$

für $\alpha = 0$ wird Const $= 0$, daher:

$\alpha = 360^0 = 2\pi$ u.

Aufgabe.

Auflösung.

$$M = \frac{\varphi s}{a}\left((P+Q)2\pi - \frac{2PQ}{P+Q}\cdot 2\pi\right)$$

$$= \frac{2\pi\varphi s}{a}\left(P+Q - \frac{2PQ}{P+Q}\right)$$

also der Reibung selbst:

$$M_1 = \frac{\varphi s}{a}\left(P+Q - \frac{2P.Q}{PQ}\right)$$

während ohne Kraft:

$$M_2 = \frac{\varphi s}{a}\,Q. \text{ ist.}$$

6.) Aus einem Fluß von 230 Fß. breit, 5 Fß. Tiefe u. 2¼ Fß. Geschwindigkeit soll eine Wassermenge von 65 Cubikfß p. S. durch einen Kanal von 2500 Fß. u. 1½ Fß. Gefälle abgeleitet werden. Wenn man nun den Letzteren 45° Böschung geben muß, welche Weiten für eine Tiefe u. Breite erhalten müssen? Und wenn der ursprüngliche Wasser 240 Fß. Breite erhalten u. durch desselben des Wassers nach einem 1 Fß. höher aufgestaut werden soll, welche Höhe erfordern man dem Wasser geben müssen?

Es ist hier zu Folge a der Inhalt des Canal-Querschnittes

$$= \left(\frac{n m^2 l}{9655 h}\right)^{2/5}$$

B die oberen Breite des Canals
b die untere " " "
c die Tiefe " "
β der Böschungswinkel = 45°
l die Länge des Canals = 2500 Fß
h das ganze Gefälle = 3/2 Fß.
m die abzuführende Wassermenge = 65 Cbkfß.

Die Tiefe des Canals ist:

$$c = \sqrt{\frac{a.\sin\beta}{2-\cos.\beta}}$$

die obere Breite:

$$B = \frac{2c}{\sin\beta}$$

die untere

$$b = 2c\,tg.\tfrac{1}{2}\beta$$

Für Flüsse a u. β aus der Gleichung

$$\frac{9655h}{nl}a^{5/2} = m^2 + 0{,}2344ma + 0{,}0154a^2$$

zu berechnen, wo:

$$n = \frac{2\sqrt{2-\cos\beta}}{\sin\beta} \text{ ist.}$$

Aufgabe.

Auflösung

Um aber diese Gleichung leicht u. möglichst genau auflösen zu können, berechnet man sich vorläufig:

$$x = \left(\frac{n \cdot m^2 l}{9655\, h}\right)^{2/5}$$

u. setzt den so erhaltenen Werth in den beiden letzten Gliedern obiger Gleichung ein. Für die numerischen Werthe wird zu finden ist:

$$n = \frac{2\sqrt{2 - \cos. 45^0}}{\sin 45^0}$$

$$= \frac{2\sqrt{2 - 0,707107}}{\sin 45^0}$$

$$= \frac{2\sqrt{1,292893}}{\sin 35^0}$$

$$= 2 \cdot 1,35219$$

$$= 2,70438 \text{, ferner:}$$

$$x = \left(\frac{2,70438 \cdot 65^2 \cdot 2500}{9655 \cdot 1,5}\right)^{2/5}$$

$$= \left(\frac{2,70438 \cdot 65^2 \cdot 500}{1931 \cdot 1,5}\right)^{2/5}$$

$$= \left(\frac{2704,38 \cdot 65^2}{5793 \cdot 1,5}\right)^{2/5}$$

$$= 20,7968 \,\square\, \text{Fuß.}$$

Setzt man diesen Werth in obige Gleichung ein, so wird:

$$\left(\frac{9655 \cdot 3}{2,70438 \cdot 2500 \cdot 2}\right) x^{5/2} = 65^2 + 0,2344 \cdot 65 \cdot 20,7968 + 0,0154 \cdot 20,7968^2$$

oder

$$\left(\frac{5793 \cdot 3}{2704,38}\right) x^{5/2} = 4225 + 0,2344 \cdot 65 \cdot 20,7968 + 0,0154 \cdot 20,7968^2$$

und:

$$2,12408 \cdot x^{5/2} = 4225 + 316,86 + 6,6606$$

$$= 4548,5206$$

$$x^{5/2} = \frac{4548,5206}{2,12408} \text{ u.}$$

$$x = \left(\frac{4548,5206}{2,12408}\right)^{2/5} = 21,4197 \,\square\, \text{Fuß.}$$

Aufgabe.

Auflösung.

$$c = \sqrt{\frac{21,4197 \cdot \sin 45^\circ}{1,292893}}$$

$= 3,4623$ fß. ferner

$$B = 2 \cdot \frac{3,4623}{\sin 45^\circ}$$

$= 2 \cdot 4,8965$

$= 9,793$ fß.

$b = 2 \cdot c\, tg\, \tfrac{1}{2}\beta$.

$= 2 \cdot 3,4623\; tg\, 27^\circ 30'$.

$= 2 \cdot 1,80237$

$= 3,60474$ fß.

Ist nun M das Wasserquantum welches der Fluß giebt, m das vorher das abzuführende Wasserquantum, B die Breite des Flußes, b die Breite des Wehres, H die Tiefe des Flußes d. h. die Stauhöhe, α den Constantiencoefficient $= 5,268$, so läßt sich die Wehrhöhe aus:

$$a = H + h - \left(\frac{3/2\,(M-m)}{\alpha b}\right)^{2/3} + \left(\frac{M}{\alpha B (H+h)}\right)^2$$

finden.

Es ist nun:

$M = 230 \cdot 5 \cdot 2\tfrac{1}{4} = 1150 \cdot \tfrac{9}{4}$

$= \frac{10350}{4} = 2587,5$ Cbfß.

ist, somit:

$$a = 5 + 1 - \left(\frac{3(2587,5 - 65)}{2 \cdot 5,268 \cdot 240}\right)^{2/3} + \left(\frac{2587,5}{7269,888}\right)^2$$

$$= 6 - \left(\frac{7567,5}{2528,64}\right)^{2/3} + \left(\frac{2587,5}{7269,888}\right)^2$$

$a = 6 - 2,992^{2/3} + 0,35592^2$

$= 6 - 2,07545 + 0,12668$

$= 4,05123$ fß.

Aufgabe

7) Den cubischen Raum von Haldenstürzen u. von Teichen selbst lassen sich in folgende Stürzen zerlegen u. darnach berechnen. Es sind die Dimensionen eines solchen Sturzes folgende:

Breite $AD = BC = 5$ fß.
Länge $AB = CD = 16$ fß.
$AF = 20$ fß.
$DE = 25$ fß.
$BG = 17$ fß.
$CH = 21$ fß.
Winkel $A = D = 155°$.
" " $B = C = 142°$.

Welches ist der Inhalt dieses Sturzes?

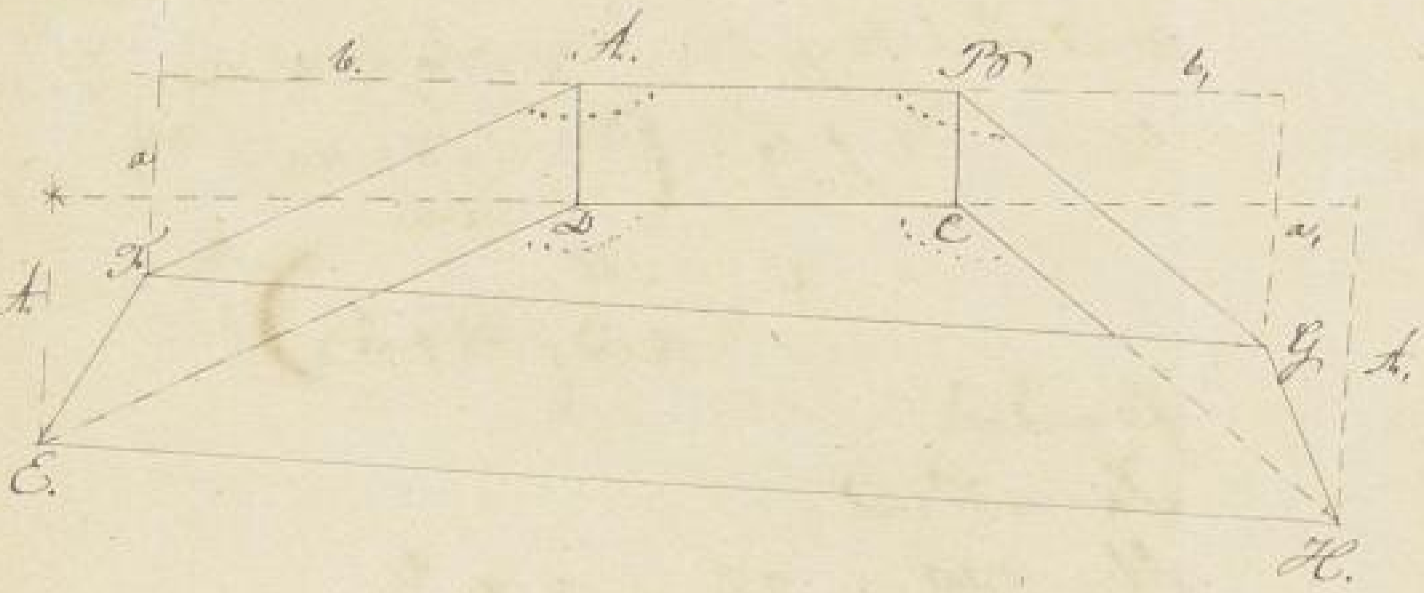
Auflösung

Die Formel zur Auflösung dieser Aufgabe ist:

$$V = \frac{h}{2}\left[\left(\frac{A+a+A_1+a_1}{2}\right)3c + \left(\frac{b}{a}+\frac{b_1}{a_1}\right) \cdot \left(A(a_1+2A_1) + a(A_1+2a_1)\right)\right]$$

wo $h = AD = BC = 5$ fß
$c = AB = CD = 16$ fß
Winkel $A = \alpha = 155°$
" " $B = \beta = 142°$ ist, ferner:

$A = DE.\sin\alpha = 25.\sin.25° = 10{,}56545$
$a = AF.\sin\alpha = 20\sin 25° = 8{,}45236$
$b = AF.\cos.\alpha = 20.\cos.25° = 18{,}12615$
$b_1 = BG.\cos\beta = 17.\cos.38° = 13{,}39618$
$A_1 = CH.\sin\beta = 21.\sin 38° = 12{,}92889$
$a_1 = BG.\sin\beta = 17.\sin 38° = 10{,}46624$



Durch Einsetzung dieser Werthe ~~wird der cubische~~ in obige Formel wird:

$$V = \frac{5}{12}\left[48.42{,}41294 + 3{,}424(10{,}5654.36{,}4239 + 8{,}4523.33{,}2312)\right]$$

$= 5/12(2035{,}8192 + 2279{,}4228) = 5/12 . 4315{,}2420$ u. also der cubische Raum des Sturzes:

$V = 1798{,}01$ Cubikfß.

Aufgabe.	Auflösung.
8.) Ein oberschlägiges Wasserrad soll p. M. 4 Umdrehungen machen u. bei 35 fss. Gefälle und Wasserzuströmen von 350 Cubikfss. p. M. aufnehmen. Man soll die Anordnung dieses Rades machen u. die Leistung desselben berechnen.	Läßt man das Rad 9 Zoll = 3/4 fss vom Boden des Abzuggrabens, u. den Scheitel desselben 3 Zoll vom Boden des Zuführungsgerinnes abstehen, so erhält man, da 35 fss. Gefälle disponibel sind, die Radhöhe = 34 fss.

Bezeichnet nun w die Weite des Radkranzes, b die Breite desselben, M das Aufschlagswasserquantum p. M, so wie u die Anzahl der Umdrehungen, so ist:

$$w = \frac{5\,M}{4\,u\,D\,b}$$

für $b = 10$ Zoll $= 5/6$ fss

$M = 350$ Cbfss.

$u = 4$

$D = 34$ wird

$$w = \frac{5 \cdot 350}{4 \cdot 4 \cdot 5/6 \cdot 34} = \frac{6 \cdot 350}{16 \cdot 34} = \frac{3 \cdot 175}{4 \cdot 17} = \frac{525}{136} = 3{,}86 \text{ fss.}$$

Die Anzahl der Schaufeln wird:

$$n = 2\tfrac{1}{4} D = 2\tfrac{1}{4} \cdot 34 = \frac{9 \cdot 34}{4} = 76.,$$

hieraus folgt der Theilwinkel

$$\alpha = \frac{360}{76} = \frac{90}{19} = 4^0\,44'\,12{,}6''$$

Bei Anwendung der freiberger

Aufgabe.

Auflösung.

Schaufelungsmethode hat man für den Bedingungswinkel δ die allgemeine Formel:

$$tg.\,\delta = \frac{6.D.\sin\alpha}{8b - 3D.\sin\alpha^2}$$

$$= \frac{6.34.\sin 4^0 44' 12{,}6''}{8.\,5/6 - 3\,.34.\sin(4^0 44' 12{,}6'')^2}$$

$$= \frac{204.\sin 4^0 44' 12{,}6''}{\frac{40}{6} - 102.\sin.(4^0 44' 12{,}6'')^2}$$

$$\delta = 70^0\, 28'\, 57{,}5''$$

Wendet man bei diesem Rade einen Spannschützen an, so bestimmt sich die Druckhöhe, bis zu welcher das Wasser aufstauen muß, aus:

$$h_1 = \left(\frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}\right)^2$$

wo $A = \alpha^2\left(\frac{\cos.2v + \cos.2\varepsilon}{2}\right)$

$B = \alpha.c.\cos.v.\cos\varepsilon$ u.

$C = c^2 - 2gh^2 \sin\delta^2$ ist.

Hierbei ist α, ein Contractions-coefficient = 8,19

c = die Geschwindigkeit des Eintritts am Schaufelrad

$$c = \frac{2.4\left(\frac{D}{2} - 2/3\,b.\right)\pi}{60}$$

$$= \frac{8(17 - 5/9)\pi}{60}$$

$$= \frac{2(17 - 0{,}555)\pi}{15}$$

$$= \frac{2(16{,}4445)\pi}{15}$$

$$= \frac{32{,}889.\pi}{15}$$

$$= 2{,}1926\,\pi$$

$$= 6{,}88825\ f\beta.$$

v, der Winkel welchen die Tangente

Aufgabe. Auflösung.

des Einfallgerinnes vom Wasserrad mit dem Horizonte macht, wenn man das Wasser bei der 2ten od. 3ten Schaufel einfallen läßt:

$$v = \frac{3\alpha}{2} = \frac{4^\circ 44' 12{,}6'' . 3}{2}$$

$$= 2^\circ 22' 6{,}3'' . 3$$

$$= 7^\circ 6' 18{,}9''$$

Die Neigung des Wasserspiegels gegen den Horizont ε findet sich aus:

$$tg\,\varepsilon = \frac{\frac{D}{2} + 0{,}20 - \left(\frac{D}{2} - \frac{2}{3}b\right)\cos\alpha}{\left(\frac{D}{2} - \frac{2}{3}b\right)\sin\alpha}$$

$$= \frac{17{,}25 - 16{,}4445 . \cos. 4^\circ 44' 12{,}6''}{16{,}4445 . \sin. 4^\circ 44' 12{,}6''}$$

$$= \frac{17{,}25 - 16{,}3883}{16{,}4445 . \sin 4^\circ 44' 12{,}6''}$$

$$= \frac{0{,}8617}{16{,}4445 . \sin 4^\circ 44' 12{,}6''}$$

$$= 32^\circ 23' 47{,}8''$$

Die Höhe des Ausflußgerinnes über dem Einfallpunkte an dem Wasserrad h_2 folgt aus:

$$h_2 = \frac{D}{2} + 0{,}25 - \left(\frac{D}{2} - \frac{2}{3}b\right)\cos. v.$$

$$= 17{,}25 - 16{,}4145 \cos. 7^\circ 6' 18{,}9''$$

$$= 17{,}25 - 16{,}3182$$

$$= 0{,}9318 \text{ Fuß.}$$

Hieraus folgt:

$$A = \frac{8{,}19^2 (\cos. 14^\circ 12' 37{,}8'' + \cos. 64^\circ 47' 55{,}4'')}{2}$$

$$= \frac{93{,}5903}{2}$$

$$= 46{,}7951$$

$$B = 8{,}19 \cdot 6{,}88825 . \cos. 7^\circ 6' 18{,}9'' . \cos 32^\circ 23' 47{,}8''.$$

Aufgabe.

Auflösung.

$B = 47{,}2685$

$C = 6{,}88825^2 - 4 . 17{,}32 . 0{,}9318$

$\cdot \sin . 7^0 22' 18{,}9''$

$= 47{,}448 - 0{,}98768$

$= 46{,}46032$

Diese Werthe in die Formel ein-
gesetzt, geben:

$$h_1 = \left(\frac{47{,}2685 - \sqrt{47{,}2685^2 - 46{,}75951 . 46{,}46032}}{46{,}795}\right)$$

$$h_1 = \left(\frac{47{,}2685 - \sqrt{60{,}19}}{46{,}7951}\right)^2$$

$$= \left(\frac{39{,}51028}{46{,}7951}\right)^2$$

$= 0{,}712883$ Fuß.

Das mechanische Kraftmoment
des Rades ist:

$$P v = \frac{D_1}{2}\left(\cos . v + \sin . \left(\frac{\delta + \delta_1 - (\lambda + \lambda_1)}{2}\right) m g .\right.$$

wo D_1 der Durchmesser des Theil-
kreises:

$D_1 = D - \frac{4}{3} b$

$= 32{,}888$

δ, der Deckungswinkel

$$tg . \delta = \frac{2(D - 2b)\pi}{432\, b}$$

$$= \frac{90(34 - 1\tfrac{2}{3})\pi}{19 . 432 . 5/6}$$

$$= \frac{270(32\tfrac{1}{3})\pi}{19 . 5 . 21{,}6}$$

$$= \frac{97\pi}{228} \quad \lambda = 53^0 11' 47''$$

$$\sin \lambda = \frac{c^2}{g(D - \frac{2}{3} b)} \cos . \delta$$

Aufgabe.

Auflösung

$$\sin\lambda = \frac{6,88825^2}{11,32.16,4445} . \cos. 70^\circ 18' 57,8''$$

$$\lambda = 3^\circ 11' 26''$$

$$\sin\lambda_1 = \frac{c^2}{g(D - 2/3\, b)} \cos.\delta'$$

$$= \frac{6,88825^2}{17,32.16,4445} . \cos. 53^\circ 11' 47''$$

$$\lambda_1 = 5^\circ 43' 59,5''$$

Durch Einführung dieser Werthe wird:

$$P_r = \frac{32,888}{2}\left(\cos. 7^\circ 6' 18,9'' + \sin.\left[\frac{70^\circ 28' 57,8'' + 53^\circ 11' 47'' - (3^\circ 11' 26'' + 5^\circ 43' 59,5'')}{2}\right]\right) 5,833.49$$

$$= \frac{32,888}{2}\left(\cos. 7^\circ 6' 18,9'' + \sin. \frac{114^\circ 45' 29,3''}{2}\right) 5,833.49$$

$$= 16,444 \left(\cos. 7^\circ 6' 18,9'' + \sin: 57^\circ 22' 50''\right) 5,833.49$$

$$= 16,444 (1,531785 . 5,833.49$$

$P_r = 7199,95$ fßH.

wofür wir

= 7200 fßH. setzen.

Hieraus folgt der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{P_r}{M H \gamma} = \frac{7200}{\frac{35}{6} . 35.49}$$

$$= \frac{43200}{35.35.49}$$

$$= 0,72$$

Es ist: ist dieselbe Aufgabe bei einem Kropfrad von 30 fß: Höhe zu lösen, das p. M. 6 Umdrehungen zu machen hat, u. 1000 Cubikfuß Wasser bei 8 fß. Gefälle aufnehmen soll.

Ist das Aufschlagwasserquantum p. M:

$M = 1000$ Cbfß

d. der Höhe des Rades

$D = 30$ fß. ; die Breite

$b = 1$ fß.

Aufgabe.

Auflösung.

w der Umdrehungen des Rades p. M., so folgt die Radweite

$$W = \frac{5M}{4ndb} = \frac{5.1000}{4.6.30.1}$$

$$= \frac{250}{36}$$

$$= 6,94 \text{ fß.}$$

ferner ist $a = 7,125$

$g = 17,32$

$D = 30$

$H = 8$

$$v = \frac{\pi n (D - b.)}{60}$$

$$= \frac{6.\ 3,141 (30 - 1)}{60.}$$

$$= \frac{3,141.29}{10}$$

$$= 9,1089 \text{ fß}$$

$c = 2v = 18,2178$ fß.

Um nun die Geschwindigkeit c_1, mit welcher das Wasser auf den Schützbrett kommt, zu bestimmen, haben wir:

$$c_1 = \frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A.}$$

Es ist aber $A = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{4g}$

$$= \frac{1}{7,125^2} - \frac{1}{4.17,32}$$

$$= 0,005264$$

$$B = \frac{D}{4c} = \frac{36}{4.18,2178}$$

$$= 0,4468$$

$$C = \frac{D}{2} + \frac{c^2}{4g} - H$$

$$= 15 + \frac{18,2178^2}{4.17,32} - 8$$

$$= 11,770 \text{ fß.}$$

daher $c_1 = \frac{0,41168 - \sqrt{0,41168^2 - 0,05264.11,770}}{0,005264}$

$$= \frac{0,41168 - \sqrt{0,107523}}{0,005264}$$

$$= \frac{0,08378}{0,005264} = 15,915 \text{ fß.}$$

Aufgabe.

Auflösung.

Hiernach wird die Radhöhe am Ende

$$k_1 = \left(\frac{c_1}{a}\right)^2 = \left(\frac{15,915}{7,126}\right)^2$$

$$= \frac{253,28}{50,765}$$

$$= 4,9892 \text{ Fuß.}$$

Die Höhe des parabolischen Theils

$$a_1 = \frac{c^2 - c_1^2}{4g}$$

$$= \frac{18,247^2 - 15,915^2}{4 \cdot 17,32}$$

$$= 3,992 \text{ Fuß.}$$

Die Höhe des eigentlichen kreisförmigen Theils.

$$k = \left(1 - \frac{c_1}{c}\right)\frac{D}{2}$$

$$= \left(1 - \frac{15,915}{18,247}\right) 15$$

$$= [illegible]4954 \text{ Fuß.}$$

Die Länge des parabolischen Theils:

$$b_1 = \frac{D}{2}\sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c}\right)^2}$$

$$= 15\sqrt{1 - \left(\frac{15,915}{18,247}\right)^2}$$

$$= 7,290 \text{ Fuß.}$$

Die Breite b des parabolischen Theils

$$b = c_1\sqrt{\frac{a_1}{g}}$$

$$= 15,915\sqrt{\frac{3,992}{17,32}}$$

$$= 7,6392 \text{ Fuß.}$$

Das Kraftmoment dieses Rades ist:

$$Pv = \left[\frac{(m-w)(c-v)v}{2g} + (m-w)k\right]\gamma$$

Aufgabe.

Auflösung.

Hier ist $m = 16,666$

a der Querschnitt des Raumes zwischen dem Gerinne u. dem Radschaufeln a zu finden, der Abstand zwischen dem Rad u. Gerinne ½ Zoll = 1/24 fß. so wird, da die Radweite zu 6,94 fß sich ergeben hat:

$a = 6,94 \cdot 1/24$

$= 0,289$ □ fß.

Es wird daher:

$$P_v = \left[\frac{(16,666 - 0,289 \cdot 18,217)(18,217 - 9,108)\,9,108}{2 \cdot 17,32} + (16,666 - 0,289 \cdot 9,108)\,1,895\right] \cdot 49$$

$$P_v = \left[\frac{11,401 \cdot 82,965}{34,64} + 26,594\right] 49$$

$$= [27,306 + 26,594]\,49$$

$$= 53,900 \cdot 49$$

$$= 2641,1 \text{ fßPf.}$$

wofür wir 2640 fßPf. setzen.

Endlich ist der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{P_v}{Hm\gamma}$$

$$= \frac{2640}{8 \cdot 16,666 \cdot 49}$$

$$= \frac{2640}{6533,072}$$

$$= 0,328.$$

10, Wieviel Schaufeln bei einem oberschlächtigen Rade von 25 fß Höhe, das dazu bestimmt ist, das Aufschlagwasser von 1500 Cfß. Wasser u. Cfß. Gefälle aufzunehmen.

Die Anzahl der Schaufeln des Rades ist $N = \frac{\pi D}{e}$

wo D den Durchmesser des Rades, e die Weite der Schaufeln bezeichnet.

Aufgabe.

Druck

Auflösung.

Da nun D = 25 Fuß, so folgt, wenn man b = 3/4 Fuß setzt,

$N = \frac{3,14159 \cdot 25 \cdot 3}{2}$

$= 117,8$

wofür man als runde Zahl 120 annehmen.

Die Geschwindigkeit des Wassers, welches 12 Fuß Gefälle herabgebracht wird, ist:

$c = 2\sqrt{h}$

wenn man Contraction vernachlässigt, h das Gefälle ist, dann auch, wenn 2 = 7,125 ist:

$c = 7,125\sqrt{2}$

$= 1,414 \cdot 7,125$

$= 10,07475$ Fuß.

Berücksichtigt man den Rückstau des Wassers, so ist die Geschwindigkeit des Rades aus der Gleichung:

$v^3 - \left(\frac{c^2+bg}{2c}\right)v^2 - \frac{bc\,g}{2} = 0$

zu berechnen. Einen Näherungswerth für v erhält man aus der Formel $v = \frac{c}{2}\left(1+\frac{5bg}{c^2}\right)$

$v = \frac{10,0747}{2}\left(1+\frac{5 \cdot 2 \cdot 17,32}{3 \cdot 10,0747^2}\right)$

$= 5,0373\left(1+\frac{173,2}{3 \cdot 10,0747^2}\right)$

$= 5,0373 \cdot 1,5688$

$= 7,9025$

Diesen Werth von v in die obige Gleichung für v eingesetzt, giebt:

Aufgabe.

Auflösung

$$v^3 = \frac{10,0747^2 + \tfrac{2}{3}\cdot 17,32}{2.\ 10,0747} \cdot 7,9025^2 + \frac{17,32.\ 10,0747}{3}$$

$$= \frac{101,5 + 11,5466}{20,1494} \cdot 7,9025^2 + \frac{17,32.\ 10,0747}{3}$$

$$= \frac{113,0466.\ 7,9025^2}{20,1494} + \frac{17,32.\ 10,0747}{3}$$

$$= 350,37 + 58,1646$$

$$= 408,5346 \text{ u.}$$

$$v = \sqrt[3]{408,5346}$$

$$= 7,42 \text{ fß.}$$

Das stoßende Wasserquantum ist:

$$m_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 n^2}\right) m$$

n größte Anzahl der angestoßenen Schaufeln, welche stets gegen 6 betragen mag u. m das theoretische Wasserquantum ist, daher:

$$m_1 = \left(1 - \frac{101,5}{3(10,0747 - 7,42)^2\ 36}\right)\frac{1500}{60}$$

$$= \left(1 - \frac{101,5}{2,6547^2.\ 108}\right) 25$$

$$= (1 - 0,13335.)\ 25$$

$$= 21,664 \text{ Cbfß. u. das}$$

mechanische Kraftmoment:

$$P_v = \left(v - \frac{(c+v)bg}{cv.}\right)\left(\frac{c-v}{2g}\right) m_1 \gamma$$

$$P_v = \left(7,42 - \frac{(10,0747 + 7,42)\tfrac{2}{3}.\ 17,32}{10,0747.\ 7,42}\right)\left(\frac{10,0747 - 7,42}{34,64.}\right) 21,664.\ 49$$

$$= \left(7,42 - \frac{17,4947.\ 34,64}{3.\ 10,0747.\ 7,42}\right) \frac{2,6547.\ 21,664.\ 49}{34,64}$$

$$= (7,42 - 2,70232)\left(\frac{2,6547.\ 21,664.\ 49}{34,64}\right)$$

$$= \frac{4,71768.\ 2,6547.\ 21,664.\ 49}{34,64} = 383,99 \text{ od. } 384 \text{ Lß A.}$$

Aufgabe.

1.) Für ein Gefälle von 50 Fuß u. für ein Aufschlagquantum von 5 Cbfß. p. S. soll die Anordnung u. Berechnung eines, in der Freiberger Gegend umlaufenden Tangentialrades gemacht werden.

Auflösung.

Setzt man den Contractionscoefficienten $\alpha = 7,125$, so wird zunächst die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers

$c = \alpha\sqrt{h}$

$= 7,125\sqrt{50}$

$= 50,382$

nimmt man ferner $\delta = 15^\circ$ u. die Höhe der Schützöffnung $e = 1/8$ Fuß, so folgt:

1.) $\cotg.\alpha = \frac{30ec^2}{um} - tg.\frac{\delta}{2}$

$= \frac{30.1/8.50,381^2}{300.5} - tg.\frac{15^\circ}{2}$

$= \frac{30.2538,24516}{8.300.5} - 0,13397$

$= \frac{76147,3548}{12000} - 0,13397$

$\alpha = 9^\circ 10'$

2.) der innere Radhalbmesser

$r = \frac{m}{2\pi e c.\sin\alpha}$

$= \frac{5}{2\pi.1/8.50,381.\sin 9^\circ 10'}$

$= 0,79320$ fß

3.) die Geschwindigkeit des innern Radumfangs:

$v = \frac{\pi u r}{30}$

$= \frac{3,141.300.0,793}{30}$

$= 24,9120$ fß.

4.) der Radius des äußeren ~~Rades~~ Radumfangs:

$R = r\sqrt{\frac{c.\sin\alpha}{v\,tg\,\delta}}$

$= 0,793\sqrt{\frac{50,381.\sin 9^\circ 10'}{24,9120.tg.15^\circ}}$

$= 0,86976$ fß.

Aufgabe.

12.) Eine Wassersäulenmaschine soll bei einem Gefälle von 500 Fuss u. einem Wasserquantum von 3 Cbfss. entsprechendes Kraftmoment aufnehmen, 2 Fuss weite Treibcylinder (u. zwar zweie) u. eine 10 Zoll weite u. 500 Fuss lange Einfallröhrentour erhalten. Wenn nun nach der Länge Masse der Last 7000 lb beträgt u. die Maschine p. M. 4 einfache Spiele zu machen hat, welches wird der zu überwindende Last sein

Auflösung.

Die Kranzbreite ist demnach:

$$b = R - r$$
$$= 0,86976 - 0,79320$$
$$= 0,07656 \text{ Fuss.}$$

Endlich wird das mechanische Kraftmoment:

$$Pv = \frac{c^2 - \left(\frac{R - v\,tg.\,\delta}{r}\right)^2}{2g}\, m\gamma$$

$$= \frac{50,381^2 - \left(\frac{0,86976 \cdot 24,9120\, tg.\,15}{0,7932}\right)^2}{4 \cdot 17,32} \cdot 5 \cdot 49$$

$$= \frac{2538,24 - 0,5369}{69,28} \cdot 5 \cdot 49$$

$$= 8977,8 \text{ Fußpfund.}$$

u. daher der Leistungsgrad:

$$\mu = \frac{Pv}{Km\gamma} = \cancel{8977}$$
$$= \frac{8977,8}{50 \cdot 5 \cdot 49}$$
$$= \frac{8977,8}{12250}$$
$$= 0,73305.$$

Zur Berechnung der zu überwindenden Last ist zuerst die Geschwindigkeit v des aufgehenden Kolbens u. der Kolbenhub s zu bestimmen. Es ist:

$$v = \frac{M}{A}, \quad \text{wo } M = 3$$
$$A = \pi r^2 = 3,1415$$

$$v = \frac{3}{3,1415} = 0,95493$$ u. wenn die Zeit eines Spieles $t = \frac{60}{4} = 15$ Secunden ist:

der Kolbenhub $s = vt$
$$= 0,95493 \cdot 15$$
$$= 14,32395.$$

Aufgabe.

Aufloesung.

folglich die gesuchte Last, da
$h = 500$; $l_1 = 600$, $d_1 = 10Z = 5/6$ Fuß
$a_1 = \frac{\pi d^2}{4} = 0,545$; $m = 3$; $A = 3,1415$
$s = 14,32395$; $D = 2$ C.M $= 70000$
ist:

$$Q = \left[500 - \left(0,000388 \cdot \frac{600 \cdot 3^2}{0,833(0,545)^2} + \frac{600 \cdot 3^2}{0,545 \cdot 17,32 \cdot 3,141 \cdot 14,32395} + 0,03 \cdot \frac{500}{2}\right)\right] \cdot 3,141 \cdot 49 - \frac{3^2 \cdot 70000}{17,32 \cdot 3,145^2\, 14,32395}$$

$$Q = [500 - (8,4681 + 12,712 + 7,5)]\, 153,94 - 257,29$$

$$Q = 471,32 \cdot 153,94 - 257,29$$
$$= 72297,71 \text{ Ct.}$$

Folglich ist die Leistung:

$$P_o = 72297,17 \cdot 0,95493$$
$$= 69037,5 \text{ fßCt.}$$

Daher der Wirkungsgrad:

$$\mu = \frac{P_o}{hmg}$$
$$= \frac{69037,5}{73500}$$
$$= 0,93928$$

Um die Wasserräder zu bestimmen, nimmt man die Stärken der Zapfen der 3 Wellen x_1; x_2; x_3 folgendermaßen $x_3 = 6$ Zl.

$\mu = \frac{17}{3}$ u. die Wellenhöhe:

$y = 6$ Zl.

Der Hub der Kurbelwellen ist:

$$x_1 + x_2 = s = \frac{x_3}{2n} - x_3$$

Nun ist $n = \frac{4\mu y}{\pi f} = \frac{4 \cdot \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2}}{49\pi}$
$= 0,07362$

daher $s = \frac{1}{8 \cdot 0,07362} - \frac{1}{2}$
$= 1,1978$ fß $= 14,374$ Zoll

Aufgabe	Auflösung.
	$x_2 = 0,5989 + \frac{1}{19,1648}$ $= 0,6511$ fuß $= 7,813$ Zoll. $x_1 = 0,5467$ fuß $= 6,561$ Zoll.

---

13) Um ein Lastmoment von 1200 fuß℔ zu überwinden, soll ein Windrad angewandt werden, das 24 fuß. schnellen Wind aufnehmen u. 5, aber 12 fuß. breiten Windflügeln bestehen soll. Nimmt man nun das Gewicht dieser Maschine zu 15000 ℔; die Halbmesser der Wellen u. der Zapfen zu 3/8 fuß angenommen werden, wie groß wird man dieses Rad machen müssen, u. welche Umdrehungszahl werden man ihm geben können?

Da die Geschwindigkeit des Windes 24 fuß sein soll, so wird die der äußersten Spitzen

$w = 72$ sein müssen, da

$w = \frac{\pi r n}{30}$,

der Radius aber = 4 der Flügellänge ist

$w = \frac{30.72}{\pi.4.12}$

$= \frac{15.36}{\pi.12}$

= circa 14 Umdrehungen p. M.

Der zweckmäßigste Stoßwinkel ist nach der Formel

$tg\,\alpha = \frac{3w}{2c} + \sqrt{2 + \left(\frac{3w}{2c}\right)^2}$

zu finden; man erhält zunächst für den Stoßwinkel der äußersten Spitzen

$tg\,\alpha_1 = \frac{3.72}{2.24} + \sqrt{2 + \left(\frac{3.72}{2.24}\right)^2}$

$= 9,2167$

$\alpha_1 = 83^\circ\, 48'$

Denken wir uns die ganze Flügellänge in 6 gleiche Theile getheilt, u. durch jeden Theilpunkt eine Sprosse gelegt, so erhalten wir für den Stoßwinkel der

Aufgabe.

Auflösung.

folgenden Größen entsprechen.

$$tg\,\alpha_2 = \frac{3.72}{2.24} + \sqrt{2 + \left(\frac{15}{24}\right)^2}$$

$$= \frac{15 + \sqrt{257}}{4}$$

$$= 7{,}7578$$

$$\alpha_2 = 82^0\,39'$$

$$\alpha_3 = 81^0\,0';$$

$$\alpha_4 = 78^0\,29'$$

$$\alpha_5 = 74^0\,18'$$

$$\alpha_6 = 66^0\,57'$$

Ist nun auch β der Mittelradius ... der äußersten Größe, so ist das vollständige mechanische Moment des Windrades

$$P_v = nA\Big\{ C\Big[\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta} + \frac{(1+\cos\alpha^2)\cos\alpha}{2\sin\alpha^4} - \frac{(1+\cos\beta^2)\cos\beta}{2\sin\beta^4} + \tfrac{3}{2}Ln\,tg\tfrac{1}{2}\alpha$$

$$- \tfrac{3}{2}Ln\,tg\tfrac{1}{2}\beta\Big] + D\Big[\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \frac{4}{3\sin\alpha^3}$$

$$- \frac{4}{3\sin\beta^3} - \frac{8}{5\sin\alpha^5} + \frac{8}{5\sin\beta^5} + \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2}$$

$$- \tfrac{3}{2}Ln\,tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) + \tfrac{3}{2}Ln\,tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta}{2}\right)\Big]\Big\}$$

wo $A = \frac{n r^4 l \gamma}{8 l g w}$

$$C = b - \frac{(B-b)e}{l-e}$$

$$D = \frac{d}{3w} \cdot \frac{B-d}{l-e} \cdot \beta.$$

Berücksichtigt man nach der Reibung der Flügelwellen, so ist das übrigbleibende Kraftmoment des Windrades, ... das Gewicht des Rades bezeichnet ...

Aufgabe. Auflösung.

$$\mathfrak{H} = \frac{\mu . c^3 \gamma}{27 g w} \nu^{*},$$

$$P_0 = n A \Big\{ C \Big[\frac{1}{\cos.\alpha} - \frac{1}{\cos.\beta} + \frac{(1+\cos.\alpha^2)\cos.\alpha}{2\sin\alpha^4} - \frac{(1+\cos.\beta^2)\cos.\beta}{2\sin\beta^4} + \tfrac{3}{2}\,\mathrm{Ln.}\,\mathrm{tg.}\,\tfrac{1}{2}\alpha$$

$$- \tfrac{3}{2}\,\mathrm{Ln.}\,\mathrm{tg.}\,\tfrac{1}{2}\beta \Big] + D\Big[\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \frac{4}{3.\sin\alpha^3} - \frac{4}{3.\sin\beta^3} + \cdot \text{———} \Big]$$

$$- \frac{\varphi r . G w}{2} - \frac{2/3 . \varphi r w n \mathfrak{H}}{2} \Big[C \frac{1}{\sin\alpha^2 \cos.\alpha} - \frac{1}{\sin\beta^2\cos\beta} - \frac{2\cos.\alpha}{\sin\alpha^2}$$

$$+ \frac{2\cos\beta}{\sin\beta^2} + 2\,\mathrm{Ln.}\,\mathrm{tg.}\,\tfrac{1}{2}\alpha - 2\,\mathrm{Ln.}\,\mathrm{tg.}\,\tfrac{1}{2}\beta \Big] + D \frac{\sin\alpha}{2\cos.\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos.\beta^2}$$

$$- \frac{4}{3\sin\alpha^3} + \frac{4}{3.\sin\beta^3} + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Ln.}\,\mathrm{tg.}\,(45^\circ + \tfrac{\alpha}{2}) - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Ln.}\,\mathrm{tg.}\,(45 + \tfrac{\beta}{2}) \Big] \Big\}$$

Ist nun das Kraftmoment $P_0 = 1200$ fß℔, das Gewicht der Maschine 15000 ℔, der Halbmesser des Zapfens d. Zapfens $r = r_1 = 3/8$ fß; der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$; $c = 24$; $w = 72$; $B = 12$; $b = 5$; $\frac{e}{l} = \frac{1}{6}$ u. $n = 5$ ist, die Flügellänge l gesucht wird, so setzen wir der Kürze wegen:

$\frac{n\mu c^2 \gamma}{81 g w} l = K l$, ferner:

$C\left(\frac{1}{\cos.\alpha} - \frac{1}{\cos.\beta} + \cdots\right) + D\left(\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \cdots\right) = L$

$r\mathfrak{H} = \frac{n\mu c^3 \gamma}{27 g w} l = M l$ u.

$C\left(\frac{1}{\sin\alpha^2\cos.\alpha} - \frac{1}{\sin\beta^2\cos\beta} + \cdots\right) + D\left(\frac{\sin\alpha}{2\cos.\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} + \cdots\right)$

$= N$, so geht obige Gleichung über in

$P_0 = K L l - \frac{\varphi r G w}{2} - 2/3\, \varphi r_1 M N w l$, od.

$K L l^2 - (P_0 + 2/3\, \varphi r_1 M N w) l = \varphi r G w$.

Die Auflösung dieser Gleichung ergiebt die Flügellänge:

Aufgabe. Aufloesung.

$$l = \frac{R + \frac{2}{3} Qr.\, Mnw + \sqrt{4 Qr\, K L G w + (R + \frac{2}{3} Qr.\, MNw)}}{2KL}$$

Zunächst:

$$K = \frac{n \pi c^4 \gamma}{81 g w}$$

$$= \frac{5.5.24^4.0,0608}{3.81.07,32.72}$$

$$= 1,6641$$

$$L = 62,1139$$

$$2KL = 206,7150$$

$$QrGw = \frac{1}{2}.\frac{3}{8}.15000.72$$

$$= 202500$$

$$4QrGKLw = 2.202500.206,7150$$

$$= 83719575$$

$$M = \frac{n \pi c^3 \gamma}{27 \gamma w} = \frac{5.5.23^2.0,0608}{3.27.17,32,72}$$

$$= 0,20802$$

$$N = \frac{18}{5}(9,3686 - 3,0165 - 0,2185 + 0,9248 + 0,6097) + \frac{14}{15}(39,6155 + 0,3540 + 0,6625)$$

$$= \frac{18}{5}.7,8681 + \frac{14}{15}.40,6323$$

$$= 66,2485 \text{ Z.}$$

$$\frac{2}{3} Qr,\, MNw = \frac{2}{3}.0,1.\frac{3}{8}0,20802.66,248.72$$

$$= 24,8056.$$

Hieraus ergiebt sich nun die gesuchte Flügellänge:

$$l = \frac{1200 + 24,805 + \sqrt{83719575 + 1224,805^2}}{206,715}$$

$$= \frac{1224,805 + \sqrt{85219722}}{206,715}$$

$$= \frac{1224,805 + 9231}{206,715}$$

$$= 50 \text{ Fß:}$$

Aufgabe.

Welches Kraftmoment wird man von einer doppelt wirkenden Dampfmaschine erwarten können, die einen 3 fss. weiten Treibcylinder hat u. in der Minute 12 5 füssige Doppelhübe macht, wobei aber Dampf von 120° Cels. zur Benützung kommt. Welches wird ferner der nöthige Brennmaterialaufwand seyn?

Auflösung.

Die Elastizität des Dampfes bei zu 120° Temperatur, die man durch die Höhe einer Quecksilbersäule gemessene Elasticität desselben:

$$e = \left(\frac{1+0,01878 \cdot 120}{2,878}\right)^{5,355}$$

Atmosphären setzen.

welches $e = 1,9275$ Atmosphären, u. der Druck des Dampfes von 120° Temperatur gegen 1 □Zoll

$$p_1 = e p$$
$$= 1,9275 \cdot 12,3185 \text{ ℔.}$$
$$= 23,73774 \text{ ℔.}$$

Da der Inhalt der Kolbenfläche

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$
$$= \frac{3,141 \cdot 9}{4}$$
$$= 7,067 \text{ □fss.}$$

Der Hub $b = 5$ fss u. beträgt die Spielzeit $T = 5/2$ Secd. so ist ferner die Geschwindigkeit beim Aufgang der Kolben $v = \frac{b}{T} = \frac{5}{5/2} = 2$ fss u. das mechanische Moment während eines Spieles

$$Gw = \frac{A e p \cdot b}{T} = \frac{7,067 \cdot 23,7377 \cdot 5 \cdot 144}{2,5}$$
$$= 48309,12 \text{ fss.℔.}$$

Um nun den Brennmaterialaufwand zu berechnen, ist die Bestimmung des Speisewasserquantums m_1 zu förderst erforderlich. Es ist nämlich:

$$m_1 = \frac{(78 \cdot 0,00171 \cdot 0,76 \cdot e)\, m}{1+0,00375\, t}$$
$$= \frac{0,00081225\, e\, m}{1+0,00375\, t}$$

Aufgabe

Auflösung.

Nun ist der p. S. gebrauchte Dampfmenge:

$m = \frac{Ab}{144 S}$

$= 28,268$ Cbfß.

welche in das Speisewasser gegeben:

$m_1 = \frac{0,00081225 \cdot 1,9275 \cdot 28,268}{1+0,00375 \cdot 120}$

$= 0,03052$ Cbfß.

$= 0,03052 \cdot 48,1$ ℔.

$= 1,4839$ ℔.

Daher der Brennmaterialaufwand, wenn die Temperatur der freien Luft $= 10°$ u. der Heizkraft des Brennstoffs $w = 5000°$ ist:

$K = \frac{(635 - t_1) q}{w}$

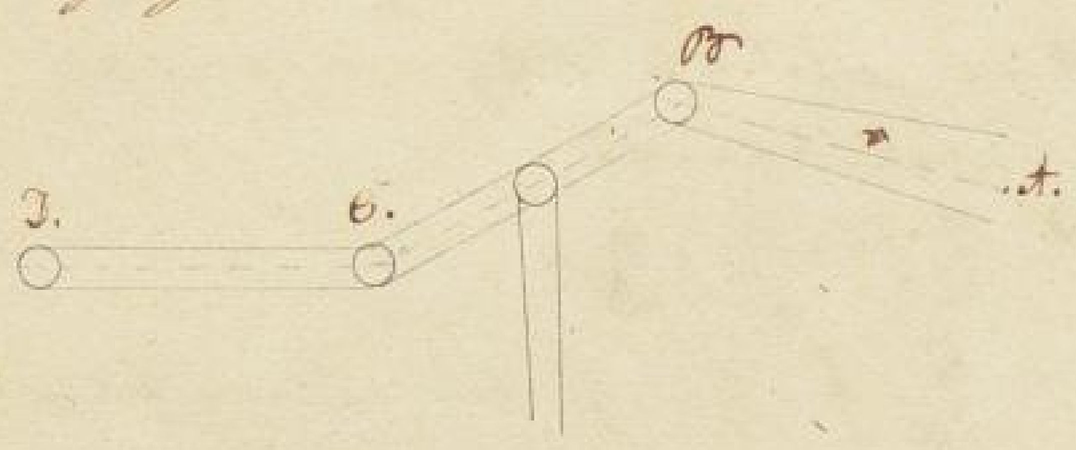
$= \frac{(635 - 10) q}{5000} = \frac{625 q}{5000}$

$= \frac{625 \cdot 1,4839}{5000}$

$= 0,185$ ℔. Kohlen pro S.

welches für drei Stunden gegen $6\frac{1}{2}$ ℔. Kohlenbedarf giebt.

15, Es ist der Contrebalancier eines Balancier Gebläses zu berechnen u. die Kreisbogenabweichung anzugeben.



Der Ausschlag ist:

$f = \frac{(l - a)\sqrt{br}}{2r - l}$

wo $a = \sqrt{l^2 - b^2}$

$b = r - \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{4}}$ ist.

Nun ist AB $= r = 3° \, 17\frac{1}{4}$ Zl. $= 7,4375$ fß.

Bb $= l = 1° \, 5\frac{5}{8}$ Zl $= 2,46875$ fß.

Die Hubhöhe $h = 2° \, 11'' = 4,9166$ fß.

Es wird demnach:

$b = 7,4375 - \sqrt{7,4375^2 - \frac{4,9166^2}{4}}$

$= 7,4375 - 7,0196$

$= 0,4179$ fß.

Aufgaben. | Auflösungen.

Ferner:

$$a = \sqrt{2,4675^2 - 0,4179^2}$$
$$= 2,4339 \text{ Fß}$$

Demnach:

$$f = \frac{(2,4675 - 2,4339)\sqrt{0,4179 \cdot 7,4375}}{2 \cdot 7,4375 - 0,4179}$$
$$= \frac{0,0336\sqrt{3,10813125}}{14,4571}$$
$$= \frac{0,0336 \cdot 1,76299}{14,4571}$$
$$= 0,059236464$$
$$= 0,004097 \text{ Fß}$$
$$= 0,049164 \text{ Zoll}$$
$$= 0,589968 \text{ Linien.}$$

---

16) Man soll aus den Dimensionen u. bekannten Gewichten des beistehenden Differentialhaspels die Last Q berechnen, welche der Arbeiter mit demselben emporheben kann.

Kurbelhöhe $CA = 18$ Zl.
mittlerer Halbmesser: $CB = 4$ Zl.
" " " " " $MD = NE = 20$ Zl.
" " " " " $MF = 8$ Zl.
" " " " " $NG = 7$ Zl.
" " " " " $KL = 10$ Zl.
Halbmesser aller Zapfen $= 5/8$ "
Seilstärke $= 1\frac{1}{4}$ Zl.
Gewicht des Seils $G = 50$ Pf.
Gewicht der Wellen M u. $N = G_2 = 500$ Pf.
" " " " $C = G_3 = 90$ Pf.
" " " " $K = G_4 = 40$ Pf.
Anzahl der Zähne des Getrieberades C, $n = 10$.

Bei jedem Räderwerk verhält sich die Anzahl der Zähne eines Rades zur Anzahl der Zähne eines Getriebes, wie der Halbmesser des Rades zu dem Halbmesser des Getriebes. Wendet man dieß auf vorliegenden Fall an, so ist:

$$\frac{MD}{CB} = \frac{N}{n} \text{ od.}$$
$$N = \frac{n \cdot MD}{CB}$$
$$= \frac{10 \cdot 20}{4} = 50 \text{ Zl.}$$

d. h. die beiden Räder müssen jedes 50 Zähne.

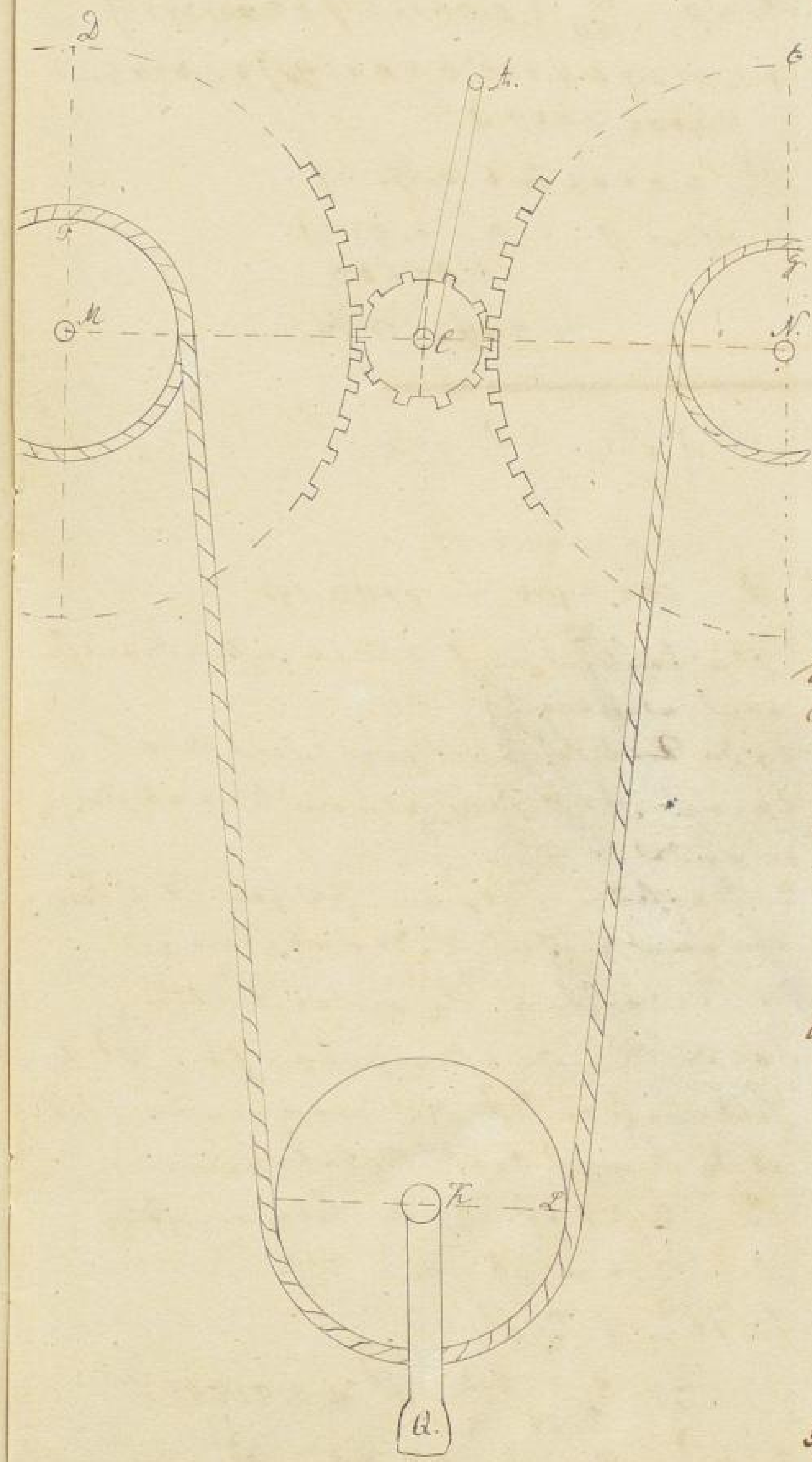
Nennt man nun der Kürze wegen $CA = a$, $MF = b$ u. $NG = b_1$, so ist die erforderliche Kraft:

$$P = \frac{Q}{2}\left(\frac{b - b_1}{a}\right)\frac{n}{N}$$
$$= \frac{Q}{180}$$

f. Hierzu kommen noch folgende Nebenhindernisse:

1) die Seilbiegung W an den Wellen

Aufgabe.



Auflösung.

$$Mi.N = \frac{\omega d^{3/2}}{b} \cdot \frac{q}{2} \cdot \frac{n}{N} \cdot \frac{b}{a}$$

$$= \frac{\omega d^{3/2}\, Qn}{2aN}$$

$$= \frac{0,3 \cdot 1,25^{3/2} \cdot 10\, q}{2 \cdot 18 \cdot 50}$$

$$= 0,0018501\, q.$$

2.) der Reibung an den Zapfen der Vorwellen:

$$W_1 = \frac{\varphi\varrho}{b}\left[\frac{Q}{2} + \frac{G_1}{2} + G_2 + \frac{G_4}{2}\right)\frac{b}{a} \cdot \frac{n}{N}$$

$$+ \frac{\varphi\varrho}{b_1}\left(\frac{q}{2} + G_1 + G_2 + \frac{G_4}{2}\right)\frac{b_1}{a} \cdot \frac{n}{N}$$

$$= \frac{2\varphi\varrho n}{Na}\left(\frac{q}{2} + \frac{G_1}{2} + G_2 + \frac{G_4}{2}\right)$$

$$= \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 0,627 \cdot 10}{50 \cdot 18}\left(\frac{Q}{2} + 25 + 500 + 20\right)$$

$$= \frac{2,5}{900}\left(\frac{Q}{2} + 545\right)$$

$$= 0,001388\, q + 1,5139$$

wo ϱ = 5/8 Zoll.

3.) Reibung an den Zapfen der Welle:

$$W_2 = \frac{\varphi\varrho}{a} G_3 = \frac{0,2 \cdot 0,627}{18} \cdot 90$$

$$= 0,625$$

4.) Reibung an der Rollen, wo $KL = R$ ist:

r = 5/8 Zoll

= 0,627 Zl.

$$W_3 = \left(\frac{R + \omega d^{3/2} + \varphi r}{2R + \omega d^{3/2}}\, Q + \frac{R + \omega d^{3/2}}{2R + \omega d^{3/2}}\, G_4\right)\frac{b}{a} \cdot \frac{BC}{AB}$$

$$= \left(\frac{10 + 0,3 \cdot 1,25^{3/2} + 0,2 \cdot 5/8}{2 \cdot 10 + 0,3 \cdot 1,25^{3/2}}\, q + \frac{10 + 0,3 \cdot 1,25^{3/2}}{2 \cdot 10 + 0,3 \cdot 1,25} \cdot 40\right)$$

$$\cdot \frac{4}{18} \cdot \frac{1}{5}$$

$$= \left(\frac{10,5444}{20,4193}\, q + \frac{10,4193}{20,4193} \cdot 40\right)\frac{4}{45}$$

$$= 0,04590\, Q + 1,8142$$

5.) W_4 = Reibung an den Zapfenden:

$$= \frac{q}{2}\left(\frac{b - b_1}{a}\right)\frac{n}{N} \cdot \mathrm{arc}\left(\frac{N + n}{Nn}\right).$$

Aufgabe | Auflösung.

$W_4 = \frac{Q}{180} \cdot 1,047 \frac{50+10}{500}$
$= 0,0006980\, Q.$

Setzt man diese Werthe in der Gleichung:

$P = 30 = \frac{Q}{2}\left(\frac{l-l_1}{a}\right)\frac{n}{N} + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4$

ein, so folgt:

$P = 30 = \frac{Q}{180} + 0,00185\, Q + 0,001388\, Q$
$+ 1,5139 + 0,625 + 0,04590\, Q + 1,8142$
$+ 0,0006980\, Q.$

$P = 0,0582\, Q + 3,9531$

woraus $Q = \frac{30 - 3,9531}{0,05582}$
$= 466,59$ Pf.

---

17) Es ist ein Kreuzgestänge zu berechnen, bei welchem eine constante Kraft P in Umdrehung gesetzt wird. Es sey die Länge des Kurbelarmes CA = 2¼ Fuß, die Länge der Kurbelstange AB = 12 Fuß, das Gewicht des umdrehenden Rades C = 10000 Pf., die träge Masse dieses Rades, auf den Warzenkreis reducirt = 30000 Pf., die träge Masse des Gestänges sammt der daran hängenden Last = 5000 Pf., die Last beim Aufgange = 5000 Pf., die Last beim Niedergange = 1000 Pf., endlich seien die Halbmesser der Zapfen u. Warzen = 2½ Zoll u. s. w. Es wird verlangt, daß das Rad C mal in der Minute umlaufe.

Es ist $P\pi = 2Q$, also
$P = \frac{2Q}{\pi}$
$= 3819,71$ u.
$Q = \frac{500 + 100}{2} = 3000$ Pf.

Nun treten noch 3 Nebenhindernisse ein, nämlich:

1) die Reibung W zwischen dem Warzen A u. dem einen Ende der Kurbelstange

2) Reibung W_1 am anderen Ende der Kurbelstange

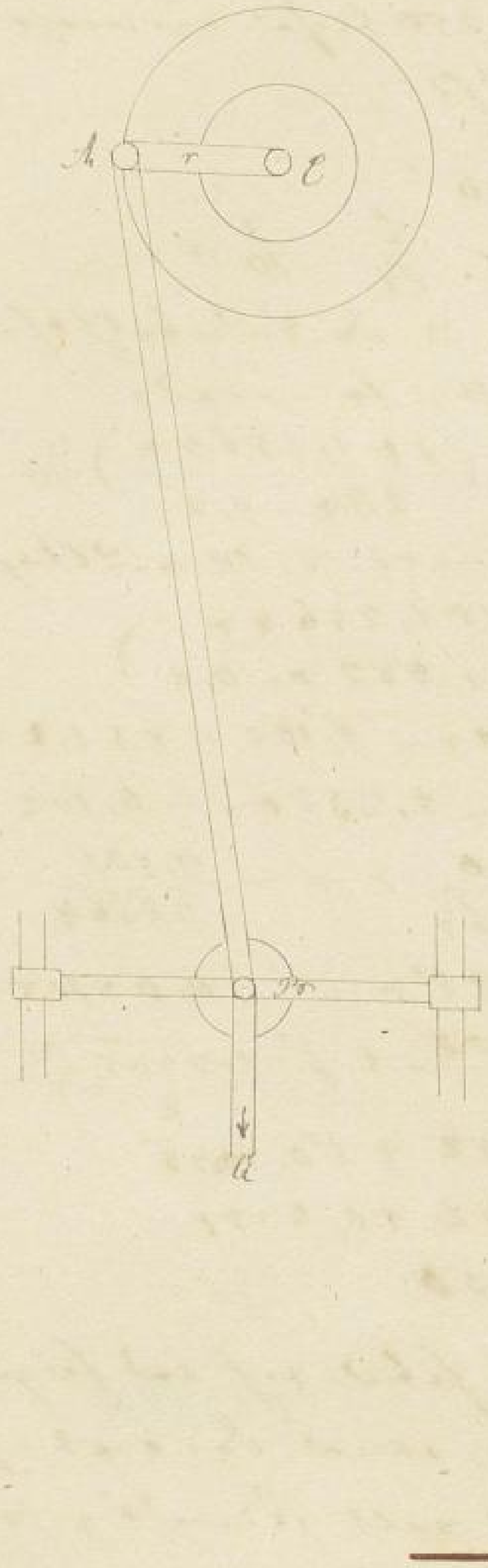
3) Reibung W_2 an der Welle.

Da die Umdrehungskraft = P, der Halbmesser CA des Warzenkreises od. die Länge des Kurbelarmes = R = 2,25 Fß. u. der Halbmesser der Warze A = $r = \frac{2,5}{12}$

1) $W = \varphi \frac{r}{R} P$
$= \frac{0,2 \cdot 2,5}{2,25 \cdot 12} P = 0,01851\, P$

2) $W_1 = \varphi \frac{r}{a} P = \frac{0,2 \cdot 2,5}{\cancel{2,25}\; 12 \cdot 12} P$

Aufgabe.



Auflösung.

$$W_1 = \frac{0{,}50\,P}{144}$$
$$= 0{,}0034\,P.$$

3) $$W_2 = \frac{4\mu QR}{a\pi^2}\left(1+\tfrac{1}{6}\left(\frac{a}{2R}\right)^2\right)$$

da $\mu = 0{,}3$ so wird:

$$W_2 = \frac{4\cdot 0{,}3\cdot 300\cdot 2{,}25}{12\pi^2}\left(1+\tfrac{1}{6}\left(\frac{12}{2{,}25}\right)^2\right)$$
$$= 68{,}4\cdot 5{,}75 = 393{,}30$$

$$P = \frac{2Q}{\pi} + \frac{fr}{R}P + \frac{4r}{a}P + \frac{4\mu Q\cdot R}{a\pi^2}\left(1+\tfrac{1}{6}\left(\frac{a}{R}\right)^2\right)$$
$$= 3819{,}71 + 0{,}01851\,P + 0{,}0034\,P + 393{,}30$$
$$= 4213{,}01 + 0{,}0219\,P,\ \text{woraus}$$
$$P = 4307{,}3\ ℔.$$

Die mittlere Geschwindigkeit des Warzen des Kurbelzapfens, wo r den Halbmesser des Excentrischen bezeichnet, ist:

$$c = \frac{\pi r n}{30} = 1{,}4134$$

Nun fordert aber der Beharrungszustand einer Maschine mit Kurbelzapfen:

$c^2 > 0{,}842\,\frac{gQr}{M}$, daher ist die nöthige Masse $M > 0{,}842\,\frac{gQr}{c^2}$

also $30000 > 0{,}842\,\frac{17{,}82\cdot 3000\cdot 2{,}25}{1{,}4134^2}$

$30000 > 49275$

Da nun M kleiner ist, so fordert die Maschine ein Schwungrad nöthig.

---

8) Eine Schraube ohne Ende zu berechnen u. vollständig zu zeichnen, welche die Kraft an der Welle um das 350 fache vermehrt.

Die hierher gehörige Formel ist, wenn der mittlere Halbmesser der Schraube = r, die Höhe der Schraubengänge = h, die Kurbelhöhe = a, der Radhalbmesser = R, der Hebelarm der Last = b u. die Last = Q:

Aufgabe.

Auflösung.

$$\frac{P}{q} = \frac{r}{a}\left(\frac{h + 2\pi\mu r}{2\pi r - \mu h}\right)\frac{b}{h}$$

Nun soll die Schraube die Kraft P um das 350 fache vermehren, folglich muß:

$$\frac{P}{q} = \frac{1}{350};$$

ist ferner $\frac{b}{h} = \frac{1}{10}$ u. $h = 1$ Zoll u. der Kurbelhebel $a = 18$ Zoll, so wird:

$$\frac{1}{350} = \frac{r}{18}\left(\frac{1 + 1{,}2564\, r}{2\pi r - 0{,}2}\right)\frac{1}{10}$$

oder wenn mit 18 . 10 multiplicirt:

$$\frac{18}{35} = r\left(\frac{1 + 1{,}2564\, r}{6{,}282\, r - 0{,}2}\right)$$

oder: $3{,}230\, r - 0{,}102 = r + 1{,}2564\, r^2$

$$1{,}2564\, r^2 - 2{,}230\, r = -0{,}102$$

$$r^2 - \frac{2{,}230}{1{,}2564}\, r = -\frac{0{,}102}{1{,}2564}$$

$$r^2 - 1{,}7705\, r = -0{,}081185$$

$$r = \frac{1{,}7705}{2} + \sqrt{\left(\frac{1{,}7705}{2}\right)^2 - 0{,}081185}$$

$$= 0{,}8852 + \sqrt{0{,}7028}$$

$$= 0{,}8852 + 0{,}8381$$

$$= 1{,}7233.$$

Hierauf habe ich die folgende Zeichnung einer dreieckigen Schraube vollständig verzeichnet.