

E i n l e i t u n g

=====

Lange bevor eine systematische Theorie der Integralgleichungen aufgestellt wurde, waren Zusammenhänge zwischen Randwertproblemen und Integralgleichungen bekannt. Liouville betrachtete wohl als erster Integralgleichungen zweiter Art, auf die er bei der Behandlung differentieller Integrationsprobleme geführt wurde [9]. Das Verfahren von Liouville beruht auf der bekannten Eigenschaft linearer Differentialoperatoren (siehe [4])

$$P\{f(\xi)\} = \sum_{\nu=0}^n a_{\nu}(\xi) f^{(\nu)}(\xi)$$

und ihrer adjungierten

$$Q\{h(\xi)\} = \sum_{\nu=0}^n (-1)^{\nu} [a_{\nu}(\xi) h(\xi)]^{(\nu)},$$

daß nämlich

$$h(\xi) \cdot P\{f(\xi)\} - f(\xi) Q\{h(\xi)\} = [R\{f(\xi), h(\xi)\}]' \quad (1)$$

gilt. Dabei ist

$$R\{f, h\} = \sum_{\nu=1}^n Q_{\nu}\{h\} f^{(\nu-1)}$$

$$Q_{\nu}\{h\} = \sum_{i=0}^{n-\nu} (-1)^i \{a_{\nu+i} h\}^{(i)}$$

zu setzen. Mit Hilfe der Beziehung (1) kann zum Beispiel die Integrationsaufgabe

$$P\{f(\xi)\} + f(\xi) = g(\xi) \quad ; \quad f^{(\nu)}(x_0) = f_0^{(\nu)} \quad ; \quad \nu = 0, 1, \dots, n-1, \quad (2)$$