

## Die Zustandsgleichungen einer Luftsäule.

(Barometrische Höhenformeln.)

Aus der vorstehenden Arbeit über die Grundgleichungen für Zustand und Zustandsänderung in der Atmosphäre geht hervor, welche Bedeutung die kurz als „barometrische Höhenformel“ bezeichnete Zustandsgleichung für eine Luftsäule bei Untersuchungen über die Bewegungsvorgänge in der Atmosphäre hat.

Man hat diesen Formeln so komplizierte Gestalten gegeben, dass ihre Verwendung bei Zahlenrechnungen nur mit Hilfe von Tabellen oder graphischen Darstellungen einigermaßen möglich wird.

Da die den Formeln zu Grunde liegenden Annahmen aber so unsicher sind, erscheint es denkbar, dass man mit wesentlich einfacheren Gestaltungen derselben selbst in den Fällen wird auskommen können, wo man die gewöhnlichen Laplace'schen vereinfachenden Annahmen bei der Integration fallen lässt.

Die vorliegende Arbeit wurde in der Absicht unternommen, die einfachsten Formen der Zustandsgleichung und deren Ableitung zu suchen.

Sie bilden einen Theil des Werkzeuges für die Arbeiten in der Mechanik der Atmosphäre, und alle diese komplizierten und schwierigen Aufgaben werden nur dann rüstig vorwärts schreiten, wenn man der Gestaltung dieses Werkzeuges möglichste Aufmerksamkeit schenkt und alle überflüssige Genauigkeit als hemmenden Ballast über Bord wirft.

### I. Die Reduktion der Barometerstände.

Die Grundgleichungen für die Zustände gasförmiger Körper

$$\frac{v_1 p_1}{v_2 p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{oder} \quad \frac{v_1 b_1}{v_2 b_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \dots \quad (1)$$

setzen voraus, dass die Spannungen für Anfangs- und Endzustand in gleichen Einheiten ausgedrückt werden, wobei es gleichgültig ist, wie man diese Einheiten wählt.

Drückt man die Spannungen durch Höhen von Quecksilbersäulen aus, so ist gewöhnlich nur erforderlich, dass diese Säulen gleiche Temperatur haben. Da es aber selten möglich ist, bei der Ausführung der Messungen die Temperaturen der Mano- und Barometer auf bestimmte Grade

zu bringen und dabei zu erhalten, so lassen sich Reduktionsrechnungen nie umgehen, und ist es daher üblich geworden, alle Messungen auf die Temperatur des Eispunktes zu reduzieren, wobei die Dichte des chemisch reinen Quecksilbers zu 13,596 angenommen werden kann.

Setzt man voraus, dass die Messung der Höhe der Quecksilbersäule mittelst eines Maassstabes aus Messing geschieht, der bei 0° C. seine wahre Länge besitzt, so hat man die Reduktion des gemessenen Baro(Mano-)meterstandes  $b_t$  auf 0° C. nach der Formel

$$b_0 = b_t \left\{ 1 - \frac{0,0001634t}{1 + 0,0001818t} \right\} \text{ Millimeter} \quad (2)$$

auszuführen.  $t$  wird hier die Temperatur des Maassstabes und der Quecksilbersäule in Centesimalgraden sein, und  $b_0$  heisst der auf 0° reduzierte Barometerstand.

Nimmt man nun aber an, dass eine in ein Gefäss eingeschlossene Luftmasse an Orte mit verschiedener Grösse der Schwerkraft gebracht werde, so ist klar, dass die Spannung dieser Masse nur von der Temperatur und dem Volumen abhängen wird und dass die Grösse der Schwerkraft nur einen zu vernachlässigenden Einfluss auf den Druck ausüben kann, den die Gasmasse auf den Boden des Gefässes ausübt, keinen aber auf die Spannung. Dagegen wird die Schwere auf die Angabe des Quecksilberbarometers wirken; es wird dasselbe bei gleicher Spannung der eingeschlossenen Luftmasse um so tiefer stehen, je grösser die Schwere ist. Oder auch: Zeigen die auf 0° reduzierten Stände des mit dem Gefässe verbundenen Barometers gleichen Druck an, so wird die Spannung des Gases am Orte der grösseren Schwere grösser sein als am Orte der kleineren Schwere.

Es wird also hier eine Reduktion der Quecksilbersäulen auf gleiche Schwere eintreten müssen.

Man ist übereingekommen, in allen solchen Fällen, wo die Verschiedenheiten der Schwerkraft in Rücksicht zu ziehen sind, die Reduktion auf die im Meeresspiegel unter 45° Breite stattfindende Normalschwere, deren Beschleunigung  $g_0 = 9,8055 m$  ist, vorzunehmen.

Wenn an einem Orte mit der Breite  $\psi$  und der Seehöhe  $z$  die Beschleunigung der Schwerkraft  $g$  ist, so hat man hierfür die Formel