

~~432~~ 432. Mathem.

A. D.

ALTIMETRIA
ERRORIS EXPERS.

QVAM

IN VARIIS CASIBVS
CONSENSV SVPERIORVM

SVB

PRAESIDIO PRAECEPTORIS SVI

CONR. THEOPH. MARQVARDT

MATHEM. PROF. PVBL.

PVBLICE DEFENDET

David Schulz, Regiom. Bor.
PHIL. & JUR. STVD.



AD DIEM VIII. MAII MDCC XXXII.
IN AVDITORIO MAXIMO.

LITTERIS JOHANNIS STELTERI.

ILLVSTRISSIMO ET EXCELLEN-
TISSIMO DOMINO,
DOMINO
ALBERTO ERNESTO
COMITI
a SCHLIEBEN,
AVGVSTI BORVSS. REGIS ADMINI-
STRO STATVS ET BELLII INTIMO, SVPREMO
REGNI BOR. CANCELLARIO, SVMMI APPEL-
LATIONVM JVDICII PRAESIDI,
RERVM FEVDALIVM, ACADEMICARVM ET
ECCLESIASTICARVM DIRECTORI
EMINENSISSIMO,
HEREDITARIO DOMINO TERRARVM
Klingbeck &c. &c.
MV SARVM MAECENATI
INCOMPARABILI,
DOMINO ET PATRONO
SVOLONGE BENIGNISSIMO

DISSERTIONEM HANC
CVM PERENNANTIS EXOPTATISSIMAEQVE
FELICITATIS
VOTO,
IN DEVOTISSIMAE MENTIS TESSERAM,
NEC NON
SVI STVDIORVMQVE SVORVM COMMENDATIONEM VLTERIOREM
SUBMISSA PIETATE OFFERT, CONSECRAT

David Schulz.



ALTIMETRIA ERRORIS EXPERTS.

DEFINITIO I.

Scientiam metiendi altitudines e. g. turris, domus, montis, altimetriam dicunt Mathematici.

§. I.

COROLLARIUM I.

§. 2. Jam cum Geometria non altitudinem solam, sed extensionem in genere, quorsum & longitudo pertinet & latitudo & profunditas, contemplatur, altimetriam Geometriae partem statuo. Quicquid ergo de Geometria generaliter valet id etiam de hac eius parte praedicare in specie audeo.

COROLLARIUM II.

§. 3. Scientia habitum inuoluit, omnia quaecunque defendimus e principiis veris, certis, indubiis in victa ostendendi, Altimetriam ea propter non aliorum opiniones sequi, sed principia potius exquisita, exercitationes regulis cognitis contentaneas apprimere, modum concludendi legitimum requirere, quis est qui neget (§. 1.).

SCHOLION.

§. 4. *Ut suae imbecillitatis testimonium omni fide majus, miser habeat homo, rerum oculis suis quotidie obuersantium, corporearum, ut vocant dimensiones, quamuis hae numerum ternarium non excedant (§. 2.) una nec capit nec metitur; sed ab una ad alteram transitum faciat, missa longitudine latitudinem consideret, latitudine cognita altitudinem mensuret est necesse. Quo ipso utilitas altimetriae satis euidens: & in terra & in atmosphaera nostra & in planetis, dantur, quorum altitudo cognita nos delectat.*

DEFINITIO II.

§. 5. In altimetria scientiam ab arte distinguo. Illa regulas accuratissimas operanti praescribit, praescriptasque demonstrat; haec actiones, operationes ejus qui altitudines scire desiderat, ad regulas nominatas exercitio continuo componit, determinat, alacriter. Pugna quae inter scientiam & praxin intercedere solet, errorem gignit.

COROLLARIUM I.

§. 6. Utraque Altimetriae pars infallibilis est, si in se & secundum suam perfectionem consideratur, quod notionum consideratio nos edocet (§. 5.). Quoniam vero solemne est hominibus & scientiam & artem ea contemplari ratione, qua in hoc vel illo subjecto locum inuenit, hinc in hac ultima significatione mentem meam mutare cogor. Huc redit distinctio satis communis inter theoreticum & practicum.

COROLLARIUM II.

§. 7. Fons adeo erroris generaliter iam est detectus, omne enim illud quod pugnam praedictam efficit, sit quicquid sit, errorem procreat, qui longe gravissimus, si in scientia & arte simul aberret operans, leuior, si in uno vel altero defectus occurrat. Contra qui regulas non nisi accuratissimas, siue demonstratione munitas, adfert, qui modum operationes singulas

gulas ad illas regulas componendi docet legitimum, corrigere, euitare docet, sicubi humani quid occurrat (§. 5.)

EXPERIENTIA.

§. 8. *Errores in altitudinis mensuratione haud rari.*

SCHOLION.

§. 9. *Hi nec scientiae, nec arti in se sunt imputandi (§. 5), sed vitium in subiecto latet (§. 6.), quod ita paulo distinctius capiendum. Quando practicus non satis exercitatus, vel, modo has modo alias regulas studio, aut ex ignorantia negligit, vel alias earum loco ponit, aliud quid praxis ostendet aliud theoria. Demonstratio quae in scientiis sedem sibi fixam elegit, & experientia sunt bina criteria veritatis. Vnum alteri nequit contradicere nisi forte saltus in argumentando, aut vitium subreptionis in obseruando quis committat. Istiusmodi vero vitia subiecto semper propria quis scientiis obtruderet. Praecise illae praxes errori obnoxiae (§. 7.), quod probe notandum, in quibus anguli in campo mensurati per instrumentum quod transportatorium vocant, in chartam deferuntur.*

THEOREMA.

§. 10. *Euitat errores qui ad demonstrationes attendit & ad experientiam.*

DEM. Demonstrationes nos ad scientiam perducunt (§. 3), experientia genuinum regularum vsum, siue artem monstrat (§. 6.), consequenter, regulas accuratas & praxes decentes docent. Sicque bina haec media si coniungis pugnam fugies, scientiam inter & artem Altimetriae occurrere solitam (§. 7. 8.). Quo ipso facta ad demonstrationes & experientiam attentione errores in dimetienda altitudine occurrentes euitabis q. e. d.

SCHOLION.

§. 11. *Quae de demonstrationis indole, requisitis & cautelis, in experientis obseruandis, dici possent, aliunde clara sunt. Ceterum, quoniam altimetria Geometriae partem loquitur (§. 2.), ea praesupponenda, quae dicta ibidem praestant fusius. Principium, quod hoc in loco omne fere punctum feret, similitudine,*

A 3

doctrina

doctrina de proportione absoluitur. Et in citationibus e Geometria, aut quacunque disciplina Mathematica alia petendis, semper ad Cel. Wolffii Elementa Math. qui liber notissimus est, prouocare mihi licebit.

PROBLEMA I.

§. 12. *Artem altimetriae ad omnimodam certitudinem, ita, ut omnis erroris expers sit, perducere.*

SOLUT. 1.) casus occurrentes scite probeque considera & distingue, nec non quae cognita te ad ignota perducere possent meditare, 2) regulas in singulis casibus obseruandas familiares habeas 3) ad demonstrationes, quae e circumstantiis singularioribus formandae, respicias, & 4) altitudinem desideratam variis modis quaeras, demonstrationibus conformiter. Quodsi 5) altitudo eadem variis modis quaesita prodit quae demonstrari posset, habebis q. i.

DEM. Regulae omnes id volunt, vt demonstratio detur in quolibet casu & vt experientiae leges obseruentur. Per demonstrationes & experientias errores euitamus (§. 10.). Ergo qui ad praescriptas attendit regulas artem altimetriae ab errore immunem reddit q. e. d.

COROLLARIUM.

§. 13. Cum sine attentione, reflexione, acumine, scientia, soliditate, arte inueniendi, uno verbo, intellectus cultura, Philosophia, nec probe considerari, nec distingui, nec demonstrationes confici aut concatenari, nec ignota ex cognitis deduci queant, quod notionum harum gnarus mihi concedet facile, non solum sequitur attentioni, reflexioni, acumini, in genere, intellectui perficiendo, Philosophiae esse studendum, antequam de perficienda Altimetria cogitemus; sed etiam ratio iam patet, cur non omnes practici, errores possint euitare (§. 6.). Imo motuum nouum habemus, quo minus vulgari rerum cognitione contenti simus. Semper ad altiora, ad philosophicam, ad mathematicam

thematicam de rebus quae occurrunt cognitionem, ascendendum nobis est.

SCHOLION I.

§. 14. Praeter viam (§. 12) indicatam specialiores plures ad eandem mentem ducentes dantur e. g. calculus Trigonometricus, Optica, instrumenta varia. Sic Joh. Ern. Eslingi *Mechanici Regii societ. scient. Berol. Berg Compas ad dimetiendas profunditates in montibus & vallibus obuientes; Crux geometrica, cuius structuram & usum peculiari dissert. Jen. 1716. Cl. Jo. Wencesl. Kaschubius dedit, & Quadratum Geometr. quod in Opticis adhibetur, quodque Leuius Hullsius idiomate germ. Nor. 1594. 4. descripsit additis 37. fig. aen. laudari merentur. Nos duabus prioribus viis insistemus in sequentibus, nisi praeter instrumenta notissima, quae ad usum calculi Trigonom. & Opticae praerequiruntur, baculos adhibendos instrumentorum numero velles annumerare.*

SCHOLION II.

§. 15. Vt de mente mea lectori constet penitius, haec tenenda, specimen dare voluit respondens, se Mathematica didicisse: unde profunda iam non meditor, sed utilia, curiosa, quo ex variis disciplinis exempla prostent. Calculus Algebr. quoniam omnium capui non est accommodatus omissus est studio. Et satius duxi, si variis vnus problematis solutionibus indeque deductis propositionibus, aliquid conferrem ad Altimetriae certitudinem omnimodam, erroresque haud raro obuientes euitandos, corrigendosque monstrarem, quam si inaudita loquerer: quamuis subinde occurrerent noua, vel minimum haud trita & vulgaria. Quo ipso vna clarum, non omnia me prolaturum quae, ad hanc materiam (§. 5. 6.) quomodocunque referri possent. Casus tantum varios proponam, in quibus emendata Altimetria utilitate sua non carebit (§. 4.), totaque tractatio bina comprehendet, quorum vnus errores euitandos, alterum vero corrigendos sistet.

PROBLEMA II.

§. 16. Altitudinem ad quam patet aditus metiri.

SOLUT. baculum sumas CD oculi tui altitudinem adaequantem, 2) humi prostratus ita, vt cum baculo CD & obiecto A B lineam rectam constituas, plantas ad eundem baculum perpendiculararem apponas, 3) ex oculo O per C ad extremitatem A rectam tibi concipe, iubeas 4, distantia ab oculo ad obiectum B vt mensuretur, quae erit altitudo quaesita. Fig. I.

DEM.

DEM. In Δ OAB cum basi AB parallela CD, vtraque enim linea horizonti perpendiculariter insistit (§. 219. Geom.), ideo $OD: DC = OB: AB$ (§. 253. Geom.) Jam cum $OD = CD$ per hypoth. erit & $OB = AB$ q. e. d.

Conf. (§. II.), e. g. baculi altitudo $CD = OD = 58''$ distat oculus ab objecto cuius altitudo mensuranda $470''$, erit $AB = 470''$.

SCHOLION I.

§. 17. Ita problemati satisfecit Schuenterus in Geom. pract. p. 457. seqq. Hanc ego solutionem elegi, nam est facillima & utilis (§. 15.), siquidem baculus vnus nobis sufficit in pedes & digitos diuisus, cuius tamen ope animum velut aliud agendo recreamus. Non semper rariora instrumenta meliora dico, sed eo mihi exquisitiora illa sunt, quo magis accedunt ad naturae simplicitatem, quae paucis contenta est. Et in eo Philosophi officium, meo quidem iudicio consistit, vt nunquam otiosus meditandi subsidia, occasionem, vbiuis, etiam vbi alius nullius rei sibi conscius esset, inueniat. Praeterea errores euitaturus ad varia respiciat requiritur (§. 12. 13.). Sic oculi in terra iacentis altitudo OT ab alio metienda, quae si planities non sit horizontalis a baculo CD subtrahenda, postmodum BG separatim inuentum ad altitudinem addatur. Baculus e situ suo perpendiculari non est dimouendus. Periculum porro faciendum saepius, i. e. cum baculo ad objectum vel accedendum propius, vel ab eo recedendum, vsque dum ex oculo O per C ad A recta accurate duci possit. Gibbi denique terrae, loca paludosa, dumeta, obstaculo haud raro sunt, quo minus problema dicto modo solvatur, & vnde hic errores promanent (§. 9.) docebit.

SCHOLION II.

Fig. 1. §. 18. Leuissima immutatione idem problema (§. 16) soluimus baculus sit, cuiuscunque sit magnitudinis cognitae, dummodo non sit major altitudine dimetienda. Semper enim valet eadem argumentatio $OD: DC = OB: BA$ adhibitis cautelis (§. 17.). Neque minus problema stando soluitur ope duorum baculorum diuersae longitudinis in eadem recta cum objecto B positis. Inuestigamus nempe Fig. 2. 1) distantias $CG = DF$, & $CH = DB$, 2) altitudinem baculi minoris CD ab altitudine maioris EF subducimus, quo 3) multo feliciores indicatos (§. 17) scopulos praeternauigando inferre queamus $CG: GE = CH: HA$ (§. 16.). Tandem 4) altitudinem minoris si planum horizontale, aut separatim inuentum EB addimus vt AB proueniat. Modum hunc laudatus Schuenterus l. c. pag. 451 sqq. commendat, & danda hic inter alia est opera vt baculi in terram insigantur ad perpendicularium.

SCHO-

SCHOLION. III

§. 19. Solui ulterius problema (§. 16.) solet ope Astrolabii & Mensulae Praetorianae; utramque vero solutionem praetermittere cogor (§. 15.) haec annotans 1.) praxes per astrolabium instituendae ideo erroribus sunt subiectae (§. 7. 9.) quoniam gradus tam accurate per semicirculum minorem, quem Transportatorium dicunt, lineae superimponi nequeunt, & 2) Mensulae cui a Praetorio nomen imponunt, constructionem, usum, elogia apud Schuenterum l. c. p. 635. seqq. inuenies, qui simul fatetur antecessorem suum Praetorium inventionis occasionem a Vitruuio sumpsisse. Descriptionem mensulae nuper dedit Angelus Maria Ceneri, Bonon. 1728. Vid. Noua litter. Lips. 1729. p. 825. In altimetria dimetienda mensulam interim commodam non esse, quoniam in isto, quem regula postularet situ, manere nequit, quilibet obseruare facile potest.

COROLLARIUM I.

§. 20. Quoniam partes simul sumtae omnes, quod notissimum, toti sunt aequales, ideo collis, aut montis basin latissimam habentis altitudo, in quam peruenire licet, metiri poterit & quidem absque vilo instrumento geometrico, cognitis fig. 3. decempeda & filo, globum plumbeum tenente, ejus partibus. In vertice sc. montis 1) decempeda horizontalis, & filo altitudo DE mensuretur 2) cognitis eadem ratione horizontalibus EF, HG, IK, LM, nec non altitudinibus DE, FG, HI, KL, MC, priorum summa, basin, posteriorum contra, altitudinem quaesitam dabit.

COROLLARIUM II.

§. 21. Profunditas ab altitudine non differt nisi mensurandi loco, simili ergo modo (§. 16.) non solum turris e fenestra quadam aut porticu superiori, sed etiam fontis detegere mensurareque possumus profunditatem. E. g. sit fontis ADC profunditas mensuranda. Semicirculo Geodae-tico (§. 19.) verticaliter, horizonti tamen parallele, orificio fontis superimposito, mensurarete 1) diametrum siue latitudinem fontis fig. 4. AC, 2) si in A sit rectus, angulum vnum C, si non sit, etiam angulum A metimini, 3) in charta rectam $\equiv AC$ construite, quod si
B 4) huic

B

4) huic

4) huic angulos cognitos A & C accommodabitis, in priori casu ipsum latus AD, in posteriori contra perpendicularis GD e vertice in basin proiecta desideratam altitudinem dabit (§. 11.). Videre facile licebit nos putei profunditatem si plenus aqua fordida inquinataque, determinare non posse geometricè interim scire possumus distantiam aquae a putei orificio.

COROLLARIUM III.

§. 22. Et cum aquarum libellatio, siue niuellatio nihil aliud est, quam profunditatis successivae siue decliuitatis fundi, mensuratio, qua determinamus quanti locus vnus terrae centro propior sit altero, patent inde (§. 20.) niuellationis leges. Modo notetur, si tractus 300. pedes superet, a decliuitate apparenti inuenta subducendam esse eleuationem horizontalis apparentis secundum tabulam a *Picardo in traité du Niuellement*, traditam. Conf. Elem. Mech. (§. 623. seqq.). Adhiberi equidem solet libella, siue peculiare instrumentum quod germ. Wasser Wage audit, sed ejus loco vel semicirculus Geod. vel mensula Praetoriana (§. 19.) poterit adhiberi.

SCHOLION.

Fig. 5. §. 23. Quodsi domus e. g. in praealto monte sita sit, necessum est, ut altitudinem domus & montis initio conjunctim quaeramus (16. 18. 19.), cognita postea altitudine montis (§. 20.) hanc ab illa auferas & domus altitudo remanebit. Altitudo enim montis & domus vna altitudinem AB constituunt.

PROBLEMA III.

§. 4. Inaccessam altitudinem e. g. navis in mari aut flumine constitutae mensurae.

Fig. 6. SOLUT. 1) binas tibi stationes in vna recta cum objecto mensurando, D & C, elige, quarum differentia distantiae ab objecto, proportionata sit, ne angulus BCE insensibilis, eoque magis errori (§. 9.) obnoxius fiat. 2) metire angulos BCE & BDE, nec non distantiam stationum $DC = LK$, 3) subducto

subducto angulo BDE a 180° angulus BDC remanebit, quem si 4) vna cum angulo BCE a 180° aufers, angulum DBC cognosces (§. 149. 245. Geom. §. 11.) & 5) latus BD, consequenter, quoniam in E est rectus, 6) BE inuenire poteris (§. 36. Trig.). Addita tandem instrumenti tui altitudine obseruatis cautelis (§. 18.), altitudo desiderata BA prodibit q. e. f.

E. g. fit $BCE = 45^\circ$, $BDE = 50^\circ$, $DC = 17'$ instrumenti altitudo $= 4'$ erit angulus $BDC = 130^\circ$, DBC vero $= 5^\circ$.

$$\text{Log. DBC} = 8.9402960$$

$$\text{Log. DC} = 1.2304489$$

$$\text{Log. BCE} = 9.8494850$$

$$1.10799339$$

Log. BD = 2 1396379, cui in tabulis respondet logarithmus 137', & si pedibus contentus esse nolles, modo quem Trigon. docet (§. 11.) 1379" inuenies. Vltterius

$$\text{Log. sinus tot.} = 10.0000000$$

$$BD = 3.1395643$$

$$BDE = 9.8842540$$

$$\text{Summa:} = 130238183$$

Log. Be = 30238183, cui logarithmus proximus 1056". His si addis 40" habebis $AB = 1096''$.

COROLLARIUM.

§. 25. Sic fossae quoque vacuae in muro vel propugnaculo constitutus scire poteris profunditatem ex assumtis stationibus binis. Nam cognitis angulis ACB & AGB, innotescunt simul anguli BGC, & CBG (§. 24.), sicque trigonometricè latus GB, & ex hoc, adhibito angulo AGB, quoniam in A est rectus, AB inuenies. Fig. 7.

SCHOLION I.

§. 26. Necessè haud raro, e. g. in casu dato (§. 24.) quoniam littora slatiora saepius flumine, separatim quaerere EA, quod ex parte jam annotatum (§. 18.). Inuenimus vero EA paulo ante indicato calculo. In triangulo rectang. enim non latus BE tantum, sed & ED potest detegi (§. 24.). Jam quoniam latus ED cognitum, potest enim aequè facile inueniri ac latus EB (§. 24.), metire angulum EDA (§. 19.) & infer detecto prius angulo EAD, sinus EAD: ED = sin. EDA: EA (§. 36. Trig.). Vsum calculi Trigon. hujus esse loci (§§. 14. 15.) patefacient. Quodsi omnimodè in hoc, vti in praecedaneo (§. 16.) casu certitudinem obtinere vellemus variae hujus problematis solutiones instituendae essent (§. 12.), sed vero breuitatis studio in ipsis solutionibus variare mihi liceat, cum reliqua per se clara sunt.

PROBLEMA IV.

Fig. 8. §. 27. In nubis altitudinem inuestigare.

SOLUT. Nubes ventorum vi sedem suam facile immutant, solutionem igitur problematis tempore suscipe, quo omnes venti silent. Postea cum inter duos spectatores conuentum, ad quodnam nubis punctum collineatio sit instituenda, stationum differentia assumatur, altitudini proportionata, & vt vna vice, vno temporis articulo, omnia peragantur, tempus suscipiendae operationis machinae manuariae bellicae minoris explosione, vel ignis artificialis, quod longe melius, accensione indicetur. Hoc facto 1) mensurandi sunt anguli AEF & AFE, quo tertius EAF prodeat, 2) decempeda stationum differentiam EF mensura, 3) in triangulo AEF determina latus EA vel AF (§. 34. Trig. §. II.). Jam 4) altitudo nubis AB triangulum rectang. AGF efficit, in quo, praeter latus AF angulum F scire poteris, quo ipso 5) inferendum sinus tot. : AF = sin. F : AG. Denique si 6) instrumenti tui altitudo addatur, habebis q. e. i.

SCHOLION I.

§. 28. Vsum haec in Physicis, & in specie in Nephelometria habent egregium. Sine hujus enim notitia stupendorum effectuum, quos nimbi aut fragmina nubium edere

edere experientia testatur, rationem dare non possumus. Non enim a quantitate aquae prolabentis tantum phaenomena illa ingentia dependent, non a pondere nubium, de quo Cl. Thümmigius peculiari diff. Halae 1722. egregie egit, sed & a celeritate lapsus. Sed vero celeritas semper altitudini descensus grauium proportionata, ergo ut hanc aestimemus, nubium altitudinem cognoscamus est necesse. Nubium altitudinem, quam ultra quadrantem unius milliariis germ. non ascendere Keplerus in Epitom. Astron. Cop. lib. 1. p. 70. demonstrauit, Simon Steuinus Geogr. lib. 3. fol. 140. seqq. Op. per umbram vi principiorum astronom. quaerendam docuit. Jacobus Bernoulli, Geometra insignis, in Actis Ered. A. 1688 p. 98. seqq. idem per rubedinem nubium post Solis occasum conspicuam, quam a reflexione radiorum solarium ipsas illustrantium, praestare voluit. Interim ultima potissimum methodus & dubia supponit, & particularis est. Thümmigius l. c. regulas has praescribit ac demonstrat quae a nostris non nisi breuitate aut proponendi modo differunt, conijciendos esse in vnam summam sinus artificiales complementorum parallaxeos nubis cum distantiae stationum logarithmo & ab ea subducendum aggregatum ex sinu toto & sinu parallaxeos nubis artificialibus, ut relinquatur logarithmus distantiae nubis a terra. Praeter ea quae iam sunt notata (§. 27.) laudatus auctor vult ut per experimenta determinetur, quanto temporis interuallo sonus in A excitatus perueniat in B, sicque ignes artificiales meo quidem iudicio meliores erunt, nam lumen in instanti propagatur; ut obseruator in A a laterē quempiam habeat, qui chronometro attendat & signum det coobseruatori in B; & ut uterque semper paratus sit ad instans obseruationis momentulum regula amplius e situ suo dimoueat. Cognita sic nubis altitudine determinare possumus cuiusnam loci vertici immineat, detecta linea EG vel GF.

SCHOLION II.

§. 29. Dubitare quis posset utrum per Trigonometriam res possit confici (§. 29. seqq.), cum radius pro lubitu in sinuum determinatione assumatur 10000000 partium, cum sinus ex ingentibus numeris constant qui in tabulis vulgaribus non deprehenduntur & in quorum ortu humani quid facile latere potest, cum logarithmi neque pro tantis numeris inuenti exstent, quantos sinus possident, neque in numeris integris pro numero inter 1 & 10, 10 & 100 medio inueniri queant. Cessat tamen omnis dubitatio si cogitamus in eo casu nos ad arbitraria non sine ratione recurrere, & quidem ea, quae ab omnibus geometris laudantur, ubi res aliter adhuc vix potest confici. Conf. Montforti Trigonometria absque tabulis perfecta. Vltimus si perpendimus modum quo sinus, quo logarithmi inueniuntur esse certissimum, adhibendas esse tabulas accuratissimas quae examinandae quantum datur, & tandem in praxi minutissima sine ullo veritatis damno negligi posse.

PROBLEMA V.

§. 30. *Montium in luna metiri altitudinem.*

SOLUT. fit AC femidiameter lunae, AB = distantiae cacu-
minis illuminati a disco lunae illuminato = $\frac{1}{28}$ AE (§. 27. Astron.)
fig. 10 BD = altitudini montis. Jam in triangulo rectangulo appa-
rebit $AB^2 + AC^2$, cuius radix quadrata CB offeret, & ab hoc
si CD = AC auferas, remanebit BD q. e. f. Exemplum speciale
l. c. inuenitur, ex quo clarum BD ultra $\frac{1}{2}$ mill. Germ. non
ascendere.

SCHOLION.

§. 31. *Multo faciliori via (§. 28.) stellae altitudinem inuestigamus,*
quamuis hae longissime a tellure distent. Quoniam enim altitudinem stellae
fig. 9. *vocamus arcum verticalis AR stellam inter & horizontem situm, quoniam solis*
& fixarum respectu perinde est, siue in centro siue in peripheria telluris constitui
simus, hinc Geometria docente arcum AR metituri, Astroscopium ita ponimus
in C, ut eius latus CM horizontale sit, regula CQ deinde mota usque dum per
dioptras stella A appareat, numeramus gradus arcus MQ & factum erit quod
petebatur. Cl. Rostius in Astronomo suo sincero p. 31. probl. 10. altitudinem
stellae e declinatione & ascensione eius recta, ad tempus datum supputare docet,
brevitas tamen iubet ut lectorem ad l. c. ablegemus.

PROBLEMA VI.

§. 32. *E duabus fenestris, quarum vna alteri super-*
imposita turris e. g. inuenire altitudinem.

SOLUT. 1) globulo plumbeo filo appenso metior distan-
fig. 11 tiam vnus fenestrae ab altera EF, nec non vltimae a terra
altitudinem FG, 2) e fenestris quaero angulos AEC & AFD,
3) additus angulus AEC ad 90° constituit angulum AEF, sub-
ductus contra angulus AFD a 90° angulum AFE constituit.
4) summa horum angulorum AEF AFE subtracta a 180° re-
linquet angulum EAF (§. 245. Geom.). Iam 5) in triangulo
AEF

AEF inueniatur latus AF & in triangulo AFD latus AD (§. 36. Trig.). Cui si denique 6) instrumenti tui altitudinem aut DB separatim quaesitum (§. 25.) addas habebis desiderata q. e. f.

SCHOLION.

§. 33. Aut si angulum EAF parallaxin verticis turris, lineam EF fenestrarum distantiam & AD turris altitudinem salutamus, qui termini ne tyroni quidem Matheseos ignoti esse debent, rursus si anguli AEF, AFD cogniti sunt cum distantia fenestrarum, hanc tenens regulam, a summa logarithmorum angulorum AEF, AFD cum logarithmo distantiae fenestrarum, auferas aggregatum e logarithmis sinus totius & sinus parallaxeos verticis, sic logarithmus altitudinis AD supererit. Ad huius veritatem theorema sequens nos perducet, distantia fenestrarum ad turrim, est in ratione composita sinus totius & sinus parallaxos verticis EAF: ad sinus angulorum AEF & AFD. Nam $EAF: AEF = EF: AF$ & sinus totus: $AFD = AF: AD$ (§. 36. Trig. & 173. Arith.) Consequenter rectangulum e sinu toto in parallaxin EAF ad rectangulum e sinu angulorum AEF & AFD = rectangulo ex EF. AF: AD. AF (§. 213. Ar) = EF: AD (§. 181. Ar.). Vnde substituto ex antecedentibus valore proueniet q. e. d.

COROLLARIUM I.

§. 34. Neque minus ex vna fenestra altitudo desiderata inueniri potest cognita modo fenestrae ab obiecto metiendo distantia $FD = GB$. Cum in D sit rectus, mensuretur angulus AFD & quae sit linea DF determinetur, quo facto angulus DAF & latus AD apparebit (§. 32.). Aut si distantiam BG non licet mensurare, metire angulum DFB & cum filo altitudinem FG. Angulus DFB, quoniam DF parallelum $BG = FBG$ (§. 233. Geom.). Sicque inferendum, sinus FBG: FG = sinus totus BF. Denique angulum FBD subducite a 90° quo angulus ABF innotescat, cuius ope mensurato insuper angulo AFB tandem proueniet AB. (§. 36. Trig.)

COROLLARIUM II.

§. 35. Vtterius ex altitudine quadam data nec altitudo maior

fig. 12. maior latere potest. Nam $CE = DB$ & e C angulos ACE & ECB metior, sic secundum principia cognita (§. 11.) patent anguli CBD & DCB. Consequenter latus CB, imo quoniam cognito angulo CBD, a 90° . subducto remanet angulus CBA, etiam latus AB determinare possum (§. 34.). Vel etiam si $DB = CE$ radium, DC tangentem CBD, & AE tangentem ACE, vocas ita inferendum Quadratum radii: rectangulum e tangentibus angulorum CBD & ACE $= DC : AE$ (§. 33.). Addita DC ad AE habebis AB.

PROBLEMA VII.

§. 36. *Per umbram in planum horizontale sparsam altitudinem e. g. turris metiri.*

SOLUT. 1) Longitudo umbrae a turre in plano horizontali proiectae mensuranda, 2) baculus cognitae longitudinis DE in terram perpendiculariter ita, defigatur, vt umbrae eius extremum cum umbrae turris extremitate coincidat 3) nota baculi umbra infero $CE : ED = CA : AB$.

DEM. Umbram baculi, vt distantiam oculi iacentis a baculo, & umbram turris vt distantiam eiusdem oculi a turri mihi repraesento, eandem igitur hoc in casu valere debere demonstrationem, quae supra adfuit (§. 16. 18.) quilibet videt. *Aut* Turris & baculus sunt duo corpora opaca parallela, quorum umbrae ob ingentem solis a terra distantiam radiis aequae altis terminatur; altitudo vero luminosi vocatur angulus, quem radius per verticem transiens & umbram in C terminans cum recta CA efficit (§. 144. Opt.). Nunc quando umbrae duorum parallelorum radiis aequae altis terminantur, sunt altitudines opacorum proportionales (§. 151. Opt.) igitur $CE : ED = CA : AB$ q. e. d.

SCHO-

SCHOLION.

§. 37. *Vt umbræ a baculo projectæ extremum accurate mensurare possis, baculus desuper cultro acuto desecandus, ut eius caput planum accuratum refe-* fig. 14.
rat. Porro poterit eadem altitudo detegi licet baculus ED alio in loco quam in
umbra turris præscripto modo collocetur. Præsupponendum item ob ingentem
solis vel lunæ a terra distantiam angulum F esse = angulo C. Ubique enim
ob angulorum similitudinem (§. 11.) ad latera concludimus proportionalia.

PROBLEMA VIII.

§. 38. *Mediante umbra in planum partim horizontale*
partim verticale fusa turris altitudinem metiri.

SOLUT. 1) Umbram quæ in horizonte AK, 2) quæ in fig. 15.
 plano verticali est LK metire 3) ultimam in terram transferas
 baculo terræ infixo modo laudato (§. 36. 37.), 4) umbram in
 plano verticali mensuratam KL horizontali addas & inferas 5)
 umbra baculi ad umbram turris, ut baculus ad turrim.

DEM. cum priori (§. 36.) coincidit.

COROLLARIUM.

§. 29. Quoniam Optica teste angulus incidentiæ = an-
 gulo reflexionis, altitudine nimis magna non existente,
 inuento radio reflexo, consequenter cognito reflexionis an-
 gulo, cognitis distantis BM & MO, nec non oculi altitudine fig. 16.
 nota; detego facile altitudinem quaesitam AB. Ob similitu-
 dinem enim triangulorum rectangulorum MBA & MNO sem-
 per valet argumentatio $MO : MB = NO : AB$. Notandum
 modo, angulum reflexionis vix melius quam per aquam, cuius
 superficies semper horizontalis, nos detegere. Specula enim
 C horizonti

horizonti accommodari vix possunt & minutissimus error in dimetienda reflexione commissus sat cito fit sensibilis.

LEMMA I.

fig. 18. §. 40. *Quodsi error in inueniendo angulo A commissus sit, erit altitudo vera BD ad falsam BG, vt veri anguli tangens ad tangentem erronei.*

DEM. Sit $AB = \sin.$ toti, erit BD anguli DAB & BG anguli GAB tangens (§. 7. Trig.), cum vero DB & GB sunt altitudines, per hypoth. ergo hae sunt ut tangentes q. e. d.

LEMMA II.

fig. 17. §. 41. *Si instrumentum in A horizontaliter positum non est, sed quantitate anguli BAD versus horizontem inclinatum, vel quantitate anguli EAB ab eodem reclinatum, erit altitudo vera ad falsam, vt tangens anguli veri CAB ad tangentem erronei CAD.*

DEM. Sit AB finus totus, & CB erit tangens anguli veri CAB, infero ergo finus totus: tangentem anguli CAB = AB: altitudinem veram. Per errorem contra concluditur, finus totus: tangentem CAD = AB: altitudinem erroneam. Ergo tangens anguli CAB: tangentem CAD = altitudo vera: erroneam (§. 196. Ar.) q. e. d.

SCHOLION.

§. 42. *In subsidium has vocare debui propositiones, non solum quoniam omnis fere error in Altimetria commissus, vel in assumpto angulo, vel in horizontis inegalitate, vel in baculorum aut instrumentorum situ, adeoque in collineatione*

tionem ad certam metam latet (§. 7. 9.) ita ut sine huius rectificatione omnimodam Altimetrie certitudinem (§. 12.) frustra quaereres, sed etiam quoniam (§. 15.) leges obseruare cogor. Valent lemmata siue angulus erroneus maior siue minor sit vero.

PROBLEMA IX.

§. 43. *Corrigere errorem in altitudine metienda ad quam patet aditus commissum.*

SOLUT. Probe examinandum num AB horizontalis nec ne, neque minus vtrum CAB angulum verum, an maiorem vel minorem efficiat (§. 42.), fieri hoc potest ope perpendiculari & collineatione reiterata (§. 12.). In priori casu inferas tangens erronei ad tangentem veri, vt altitudo falsa ad veram (§. 40.). In posteriori tangens anguli veri ad tangentem erronei, vt altitudo vera ad erroneam q. e. f.

PROBLEMA X

§. 44. *In altitudine Inaccessa errorem commissum corrigere.*

SOLUT. Generalia huc spectantia (§. 12.) monstrabit, haec igitur specialiora teneas. Quoniam in hoc casu e binis stationibus F & G bini metiendi sunt anguli, vna cum distantia stationum DF, frequentiores hic latere possunt aberrationes a vero, quam quidem alibi, qua propter maiori circumspetione quam in casu praecedaneo erit opus (§. 42.). Eundem autem per partes & 1) accurate per calculum Trigon. determinanda AF (§. 36. Trig.) & 2) siue erroneus angulus AFE maior sit siue minor res expedienda per (§. 40. 41.) q. e. f.

SCHO-

SCHOLION I.

§. 45. Dictorum applicatio, examinis loco, ad singulas propositiones (§. 16. 24. seqq.) sine multo institui potest negotio, ergo eadem supersedeo, meque promissis stetisse (§. 15.) laetor. Quod ex Opticis assumptum (§. 36. seqq.) fundamenta quaerit in natura umbrae & in magnitudinis visionis. Omnia haec suo loco demonstrantur.

SCHOLION II.

§. 46. Plurima dices adhuc difficilia sunt, fateor, tyroni, cogitandum interea nihil esse tam arduum quo virtus, non possit eniti. Mons. Vallange equidem & P. Castel, Galli, promiserunt, & quidem primus se scientias omnes, ultimus se potissimum Mathematicas, adeo faciles reddere velle, ut ludi facilissimi instar addisci queant. Conf. nova litter. Lips. A. 1729. p. 875. 1730. p. 402. Sed tractatus allegatos nondum vidi, & haud ignoro, nemini hucusque pares succedere voluisse conatus, memoriae consuluerunt viri doctissimi, id effecerunt, ut apprehendantur citius veritates, noui, intellectus contra semper turbatus, semper impeditus fuit. Et forte illorum & meae intentioni acclamandum vetustissimum illud, ut desint vires tamen est laudanda voluntas.

S. D. G.





ALTIMETRIA





