FREIBERGER
FORSCHUNGSHEFTE

A 106

MARKSCHEIDEWESSEN

RUDOLF STRAUBEL

**Versuche zur seismischen Orientierung
von Grubenbauen**

1958

FFH
A106
b

AKADEMIE-VERLAG BERLIN

XVI 1142 A 1

TU BERGAKADEMIE FREIBERG

XVI 1142 . A106B b

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

A 106

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

Herausgegeben vom Rektor der Bergakademie Freiberg

A 106

MARKSCHEIDEWESEN

Versuche zur seismischen Orientierung von Grubenbauen

Von
RUDOLF STRAUBEL

1958

A k a d e m i e - V e r l a g - B e r l i n

Freib. Forsch.-H.	A 106	S. 1—60	30 Bilder	26 Tabellen	Berlin, Oktober 1958
-------------------	-------	---------	-----------	-------------	----------------------

Gekürzte, von der Bergakademie Freiberg, Fakultät für Bergbau
und Hüttenwesen, im Oktober 1957 angenommene Dissertation

Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. K. NEUBERT

Korreferent: Prof. Dr. phil. O. MEISSER

XV 7 7142 (A 706) b
8°

„Freiberger Forschungshefte“, Schriftenreihe für alle Gebiete der Montanwissenschaften.
Herausgeber: Der Rektor der Bergakademie Freiberg, Prof. Dr.-Ing. H. Härtig. — Chef-
redakteur: Dipl.-Ing. R. Wender, Freiberg, Klubhaus der Bergakademie, Aug.-Bebel-Str. 5
(Fernruf 2497). — Verlag: Akademie-Verlag, GmbH, Berlin W 8, Mohrenstr. 39 (Fernruf 20 03 86),
Postscheckkonto 350 21. — Die Freiberger Forschungshefte erscheinen in zwangloser Folge in
den Reihen A, B, C und D. Ausführliches Verzeichnis aller lieferbaren Hefte von der Re-
daktion der Bergakademie oder dem Akademie-Verlag. — Preis dieses Heftes: 5,— DM.
Bestell- und Verlags-Nr. 2062/205/A 106. — Vertrieb: Für das Gebiet der Deutschen Demokra-
tischen Republik durch den Buchhandel; für das Gebiet der Deutschen Bundesrepublik durch
die Buchhandlung Kunst und Wissen, Inhaber Erich Bieber, Stuttgart S, Wilhelmstraße 4—6;
für das gesamte Ausland über den Buchhandel bei der Deutschen Buch-Export und -Import
GmbH, Leipzig C 1, Leninstraße 16.

Satz u. Druck: E. F. Keller's Witwe (VOB), Stollberg (Erzgeb), Aug.-Bebel-Str. 16 - VOB UNION
III/6/50 1 1058 (721). — Veröffentlicht unter der Lizenz-Nr. 202 · 100/190/58 des Ministeriums für
Kultur, HV Verlagswesen, der Deutschen Demokratischen Republik. — Printed in Germany.
Alle Rechte vorbehalten. — Kartengenehmigung: Mdl der DDR Nr. 4186

(58.2171)

Vorwort

Diese Arbeit wurde durch die Bereitschaft der Staatlichen Geologischen Kommission, mir in meiner wissenschaftlichen Aspirantur an der Bergakademie Freiberg jede Unterstützung zuteil werden zu lassen, ermöglicht.

Für die Durchführung der praktischen Versuche war die Hilfe der Deutschen Akademie der Wissenschaften, Institut für Bodendynamik und Erdbebenforschung in Jena, von entscheidender Bedeutung.

Diesen beiden Institutionen bin ich zu besonderem Danke verpflichtet.

Außerdem habe ich Veranlassung,

der Betriebsleitung des Glückauf-Schachtes,

der Gruppenmarkscheiderei Freiberg,

der Abteilung für angewandte Mathematik der Deutschen Akademie
der Wissenschaften und

meinen Mitarbeitern in der Abteilung G 3 TM der STGK

ebenfalls für ihre direkte Hilfe bzw. ihre Aufgeschlossenheit den besonderen Problemen dieser Arbeit gegenüber zu danken.

— — — — —

Die in der Arbeit verwendeten Koordinaten und Höhen entsprechen nicht den tatsächlichen Werten des Meßgebietes, sondern sind so verändert, daß sie nicht mehr unter die betreffenden gesetzlichen Bestimmungen fallen.

Rudolf Straubel

(171552)

Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text appears to be organized into several paragraphs, with some lines indented, suggesting a structured document or letter.

I N H A L T

1	Einleitung	9
2	Grundgedanke	10
2.1	Arbeitsplan	10
3	Theoretische Vorarbeit	12
3.1	Geophysikalische Vorarbeit	12
3.11	Geschwindigkeitsänderung mit der Tiefe	12
3.12	Brechung des Stoßstrahls an Schichtgrenzen zweier Ge- steine mit unterschiedlicher Schallhärte	14
3.13	Richtungsabhängigkeit und Störungszonen	17
3.14	Zusammenfassung	18
3.2	Mathematische Vorarbeit	18
3.21	Ausschaltung grober Fehler	18
3.211	Regelmäßige Fehler	20
3.212	Unregelmäßige Fehler	21
3.22	Bestimmung der Koordinaten	24
3.221	Bestimmung aus Streckendifferenzen	25
3.2211	Rechnerisch	25
3.2212	Grafisch	25
3.222	Bestimmung aus Strecken	27
3.2221	Räumliche Berechnung	27
3.2222	Ebene Berechnung	29
4	Praktische Versuche	30
4.1	Allgemeines	30
4.11	Voraussetzungen	30
4.12	Gerät	30
4.13	Meßgebiet	31
4.14	Vorversuche	31
4.141	Sprengungen unter Tage	31
4.142	Sprengungen über Tage	33
4.2	Messungen	34
4.21	Anlage der geodätischen Vorarbeiten	34
4.22	Versuchsanordnung	35
4.23	Messung	36
4.24	Ergebnisse	36
4.3	Auswertung	42
4.31	Laufzeitbestimmung	42
4.32	Bestimmung der Entfernungen aus den gemessenen Lauf- zeiten	42

4.33	Berechnung des Punktes 12 (20-m-Sohle)	44
4.34	Berechnung des Punktes 10,5 (90-m-Sohle)	50
4.35	Endergebnis aus beiden Berechnungen und Schlußfehler	54
4.4	Betrachtungen zur Auswertung	55
4.41	Vergleich der dl	55
4.42	Rückschlüsse auf die Geologie des Meßgebietes	57
5	Zusammenfassung	59
	Literatur	59

Die Tagesöffnungen abgeworfener Gruben sind oft verbrochen, während die unterirdischen Baue offen bleiben. Für die geologische Untersuchung werden solche Gruben nach Möglichkeit durch Mannlöcher befahren. Fehlen solche Hilfs-
eingänge, macht man die Schächte, Stollen usw. in einfacher Weise zugänglich. Dabei wird ihr Querschnitt so gering wie möglich gehalten. Bevor man umfang-
reichere bergmännische Arbeiten ansetzt, wird über Tage und durch die Hilfs-
eingänge auch unter Tage die Bauwürdigkeit der Lagerstätte untersucht. Die bei
dieser Erstuntersuchung gewonnenen Erkenntnisse müssen auf einem Riß dar-
gestellt werden. Diese Darstellung muß die Verbindung zwischen den über
Tage und den unterirdisch gewonnenen Erkenntnissen herstellen. Es muß also
ein Grubenbild hergestellt werden, welches die Tagesoberfläche und die alten
Gruben enthält.

Die notwendige Verbindung zwischen den Messungen über und unter Tage
muß durch die Mannlöcher bzw. notdürftig befahrbar gemachten Schächte erfol-
gen. Die bekannten Orientierungsmethoden sind hierbei nicht verwendbar. Für
Doppellotungen fehlt die notwendige Basis; Steilschachtmessungen verbieten sich
wegen der Kürze der Sichten und der übergroßen Anzahl der Aufstellungen.
Kompaßmessungen bringen nicht die erforderliche Genauigkeit oder scheitern
wegen eisenhaltigen Gesteins. Die Orientierung alter Baue mit verbrochenen
Tagesöffnungen nach einer dieser Methoden würde kostspielige bergmännische
Vorarbeiten erfordern. Diese sind jedoch erst vertretbar, wenn die Lagerstätte
hinreichend erkundet ist. Es ist also wünschenswert, in solchen Fällen eine Me-
thode zur Hand zu haben, die unabhängig von den zutage gehenden Bauen die
Orientierung einer Grube ermöglicht. Eine solche Methode könnte ebenfalls zur
Orientierung natürlicher unterirdischer Hohlräume verwendet werden, sobald
diese befahrbar sind.

Keine der bisher im Markscheidewesen üblichen Methoden der Orientierung von Grubenbauen kann darauf verzichten, in den Tagesöffnungen der Gruben Messungen auszuführen. Um davon unabhängig zu sein, muß man versuchen, den Gebirgskörper selbst messend zu durchdringen. Dies ist möglich durch die Bestimmung der Laufzeit t seismischer Wellen, wenn ihre Geschwindigkeit v im Gebirge bekannt ist. Aus Laufzeit und Geschwindigkeit zwischen zwei Punkten läßt sich deren Entfernung berechnen. Kennt man die räumliche Entfernung dreier nach x , y und z bekannter Punkte zu einem vierten, so lassen sich auch dessen Koordinaten berechnen.

Diese Problemstellung gleicht in ihren Grundzügen der Herdbestimmung bei Nahbeben. Allerdings werden im vorliegenden Falle die Herdzeit, die mittleren Geschwindigkeiten der seismischen Wellen im Gebirge und zuletzt auch noch die Herdtiefe als bekannt vorausgesetzt. Dafür werden wesentlich höhere Ansprüche an die Lagegenauigkeit gestellt.

Auch die Schallauflärung, wie sie bei der Artillerie im letzten Kriege üblich war, hatte ähnliche Fragen zu lösen. Hierbei war jedoch ein großer Streubereich, in der Größe des Zielkreises der Geschütze, erlaubt.

Es müßte folgender Weg zur Orientierung einer Grube möglich sein:

- a) seismische Bestimmung der Koordinaten von zwei oder mehreren Punkten im Grubengebäude
- b) Verbindung dieser Punkte durch markscheiderische Messungen
- c) Orientierung der Grube durch einfache oder verknotete Einrechnung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit dem Punkt a). Die Punkte b) und c) gehören zur praktischen Berufsausübung jedes Markscheiders und sind im Fachschrifttum ausführlich behandelt.

Als Ziel der Arbeit wird erstrebt, die Lagegenauigkeit eines seismisch bestimmten Punktes unter Tage auf ± 2 m (etwa Streckenbreite) zu bestimmen. Diese Genauigkeit ist nicht von Ausdehnung und Form des Streckennetzes, der Entfernung des Punktes vom Schacht usw. abhängig. Überträgt man nämlich an den äußersten Punkten einer Grube die Koordinaten mit der angegebenen Genauigkeit, so kann kein Punkt der Grube eine größere Unsicherheit haben.

2.1

ARBEITSPLAN

Zur seismischen Koordinaten-Übertragung in Grubenbaue sind folgende Arbeiten notwendig:

- a) Erzeugung von seismischen Wellen
- b) Messung der Laufzeit
- c) Bestimmung der Entfernung zwischen zwei Punkten
- d) Mathematische Auswertung

Zu a): Die Erzeugung von seismischen Wellen stellt keine besonderen Probleme. Sie soll möglichst punktförmig erfolgen. Man wird also im Bohrloch spren-

gen und die Mitte der Sprengladung (Schlagpatrone) zuvor einmessen. Da für eine Orientierung nur die Rechts- und Hochwerte von Bedeutung sind, wird man das Bohrloch senkrecht anlegen. Ob die seismischen Wellen über Tage oder unter Tage erzeugt werden, ist im Prinzip gleichgültig. Die Lage der Schußbohrung wird durch das Verhältnis von Verlust- zu Nutzenergie bestimmt.

Zu b): Mit den dem Verfasser zur Verfügung stehenden seismischen Apparaturen konnten die Laufzeiten mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 ms bestimmt werden. Eine Untersuchung hinsichtlich der Zeitbestimmung ist daher für die vorliegende Arbeit nicht erforderlich.

Zu c): Die Bestimmung der Entfernung zwischen zwei Punkten ist abhängig von der im Meßgebiet experimentell bestimmten mittleren Geschwindigkeit elastischer Wellen im Gebirgskörper. Zusätzlich können sich seismische Anisotropieeffekte bemerkbar machen.

Zu d): Die mathematische Auswertung könnte auf zwei Wegen erfolgen: Der erste versucht, mit Laufzeitunterschieden auszukommen, um die Übertragung des Sprengmomentes zu sparen, der zweite ist ein räumlicher Bogenschnitt.

Für die Rechnung muß angenommen werden können, daß die Wellennormale vom Sprengpunkt zu den Meßstellen in erster Näherung durch eine Gerade dargestellt werden kann. Das setzt ein konstantes v in den durchlaufenen Gebirgsschichten voraus, bzw. die Abweichung von einem Mittelwert darf erst in zweiter Näherung wirksam werden.

Abweichungen sind aus folgenden Gründen zu erwarten:

- a) Geschwindigkeitsänderung mit der Tiefe (3.11)
- b) Brechung des Stoßstrahles an Schichtgrenzen zweier Gesteine mit unterschiedlicher Schallhärte (3.12)
- c) Richtungsabhängigkeit von v in geschichteten Gesteinen und Störungszonen (einschließlich Weberscher Hohlräume als Folge der Abbauwirkung usw.) (3.13)

3.11 Geschwindigkeitsänderung mit der Tiefe

Bei linearer Geschwindigkeitsänderung von v mit der Tiefe läuft der Stoßstrahl auf einer Kreisbahn. Im ungünstigsten Falle wird er ein Kreissegment von 100° durchlaufen, d. h., der Radius des Kreises ist gleich der Entfernung vom Epizentrum zum Meßpunkt und gleich der Tiefe des Sprengpunktes. In diesem Falle ist der Kreisbogen etwa 11 % länger als die direkte Verbindung seiner Endpunkte. Ist der Radius doppelt so lang, wird der Kreisbogen nur etwa 2 bis 3 % länger.

Trägt man andererseits die Erfahrungswerte für v , wie sie z. B. in [1, Seite 270] gegeben sind, in Abhängigkeit von h grafisch auf, so erhält man parabelähnliche Kurven. Zur Abschätzung des prozentualen Längenunterschiedes zwischen der direkten Verbindung von a nach b (Bild 1) wird es genügen, für den Laufweg des Stoßstrahles eine Parabel zwischen beiden Punkten anzunehmen. Um günstige Schnitte im Raum zu bekommen, wird h gleich der horizontalen Entfernung zwischen a und b gesetzt.

Eine Parabel, welche diesen Bedingungen entspricht, genügt der Formel

$$y = \frac{x^2}{h} \quad (1)$$

Der allgemeine Ausdruck für die Bogenlänge dieser Kurve ist:

$$S = \frac{2}{h} \int_0^h \sqrt{\frac{h^2}{4} + x^2} \, dx \quad (2)$$

Es ergibt sich aus einem bekannten Integral

$$S = \left[\frac{x}{2} \sqrt{1 + \frac{4x^2}{h^2}} + \frac{h}{4} \ln \left(x + \frac{h}{2} \sqrt{1 + \frac{4x^2}{h^2}} \right) \right] + C \quad (3)$$

Bild 1

Tabelle 1

h m	l m	Kurve m	Sp. 3 — 2 m	Sp. 4 in % Sp. 2
1	2	3	4	5
200	281	294	13	4,8
300	425	444	19	4,5
400	565	586	21	3,8
500	706	740	34	4,8
600	850	887	37	4,4
700	990	1040	50	5,0
800	1130	1182	52	4,6
900	1272	1338	66	5,2
1000	1415	1479	64	4,5

Bergakademie
- Bücherei -
Freiberg i. Sa.

und hier ist $x = h$ und $x = 0$

$$S = \frac{h}{2} \sqrt{5} + \frac{h}{4} \ln \left(h + \frac{h}{2} \sqrt{5} \right) - \frac{h}{4} \ln \frac{h}{2} + C \quad (4)$$

Die Figur der entsprechenden Kurven für $h = 200, 300, 500, 700$ und 1000 m zeigt Bild 1.

Die Längen von l und des nach (4) berechneten Kurvenstücks a–b für die verschiedenen Teufen sind in Tabelle 1 zusammengestellt (Rechenstabgenauigkeit).

Infolge des zunehmenden v mit wachsendem h durchläuft der Stoßstrahl in der Teufe von 200 bis 1000 m einen Weg, der im Durchschnitt $\sim 5\%$ länger ist als die direkte Verbindung.

Hierbei sind ganz extreme Verhältnisse nicht mit in Rechnung gestellt, aber bis zu einer Teufe von 1000 m dürfte die zur Abschätzung benutzte Parabel in etwa den praktischen Erfahrungen genügen.

3.12 Brechung des Stoßstrahls an Schichtgrenzen zweier Gesteine mit unterschiedlicher Schallhärte

(Schallhärte $= v \cdot \rho$, wobei ρ = Gesteinsdichte)

Durchläuft der Stoßstrahl zwischen Schuß und Meßpunkt Schichten unterschiedlicher Schallhärte, so wird er an jeder Schichtgrenze gebrochen (Bild 2).

Bild 2

Die Brechung erfolgt analog den Gesetzen der Optik. Nur wird der Strahl beim Übergang vom dichteren ins dünnere Mittel dem Lot zu gebrochen. Es gilt

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (5)$$

Innerhalb der einzelnen Schichten ist noch eine Krümmung nach 3.11 möglich.

Für diese Arbeit ist es notwendig, die Größenordnung des Fehlers zwischen der direkten Verbindung a–b und dem gebrochenen Strahl abzuschätzen. Hierbei wird lediglich eine horizontale Schichtgrenze zwischen zwei Gesteinsarten betrachtet. Durch Einführung extremer Unterschiede zwischen den beiden v und Variation der Schichtdicke werden Maximalwerte der Fehlerabweichung erhalten. Innerhalb dieser Werte müssen auch die Abweichungen beim Mehrschichtenfall liegen, wenn das v der obersten Schicht dem eingeführten v_1 und das v der untersten Schicht dem eingeführten v_2 entspricht.

Bild 3

Die Überlegungen sind nur gültig, wenn v_2 größer als v_1 ist (Bild 3).

In Bild 3 sind a und b die beiden Punkte, zwischen denen die Entfernung seismisch bestimmt werden soll. Der Stoßstrahl wird an der Grenze zwischen v_1 und v_2 in K gebrochen.

Verschiebt man die durch K gehende Horizontale parallel zur Tagesoberfläche über den ganzen Bereich zwischen a und b, so läuft K auf einer Kurve zwischen diesen beiden Punkten. In jedem Punkt dieser Kurve ist das Verhältnis

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2} = c \quad (6)$$

Der Knickpunkt des Stoßstrahls zwischen a und b liegt also im Schnittpunkt dieser Kurve mit jeder horizontalen Grenzlinie zwischen a und b.

Die Koordinaten des Schnittpunktes K seien x, y . Gegeben sind x_b, y_b und c , a ist der Koordinatennullpunkt. Es ergibt sich

$$l_1 = \sqrt{(x_b - x)^2 + (y_b - y)^2} \quad (7)$$

$$l_2 = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (8)$$

$$\sin i_1 = \frac{y_b - y}{l_1} \quad (9)$$

$$\sin i_2 = \frac{y}{l_2} \quad (10)$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = c = \frac{(y_b - y) \cdot l_2}{l_1 \cdot y} \quad (11)$$

$$c^2 y^2 l_1^2 = (y_b - y)^2 \cdot l_2^2 \quad (12)$$

$$(y_b - y)^2 \cdot (x^2 + y^2) - y^2 [(x_b - x)^2 + (y_b - y)^2] \cdot c^2 = 0 \quad (13)$$

Damit ist die Kurve bestimmt, auf welcher K bei konstantem c zwischen a und b läuft. Jeder Wert für c ergibt eine spezifische Kurve. Davon interessieren hier nur die Kurven, denen ein in der Praxis zu erwartendes c entspricht.

Diese Kurven kann man in einfacher Weise für jedes c konstruieren.

Für die Abschätzung des Fehlers zwischen der wahren Entfernung a-b und der aus dem geknickten Stoßstrahl errechneten sind in Bild 4 die Kurven für

$$c = 0,5 \quad \text{und} \quad c = 0,25$$

Bild 4

konstruiert. Sie entsprechen den Geschwindigkeitsverhältnissen

500 : 1000	500 : 2000
1000 : 2000	1000 : 4000
usw.	usw.

In Bild 4 sind die horizontalen Schichten A, B, C und D eingetragen. Sie entsprechen den Verhältnissen

A	$h_1 : h_2 = 1 : 10$
B	$h_1 : h_2 = 1 : 3$
C	$h_1 : h_2 = 1 : 1$
D	$h_1 : h_2 = 3 : 1$

Im günstigsten Fall wird man das in die Rechnung einzusetzende mittlere v durch eine seismische Messung senkrecht durch das Gebirge (von a aufwärts oder b abwärts) erhalten.

Die Laufzeit ergibt sich aus:

$$t = \frac{h_1}{v_1} + \frac{h_2}{v_2} \quad (14)$$

die scheinbare Geschwindigkeit aus:

$$v_m = \frac{h_1 + h_2}{t} \quad (15)$$

Ein Meßschuß zwischen a und b ergibt die Laufzeit

$$t_2 = \frac{a K}{v_2} + \frac{b K}{v_1} \quad (16)$$

Die scheinbare Entfernung l_s , mit Hilfe des v_m errechnet, ergibt

$$l_s = v_m t \quad (17)$$

Der Unterschied zwischen wahrer und seismisch bestimmter scheinbarer Entfernung ist dann

$$d = l - l_s \quad (18)$$

oder in % der wahren Entfernung

$$d \% = \frac{d \cdot 100}{l} \quad (19)$$

Für diese Aufgabe ist, wie weiter vorn erwähnt, angenommen, daß der Höhenunterschied zwischen a und b gleich der horizontalen Entfernung ist.

Das $d\%$ ergibt sich in diesem Falle wie folgt:

	$h_1 : h_2$	$c = 0,5$	$c = 0,25$
A	1 : 10	2 %	5 %
B	1 : 3	4 %	10 %
C	1 : 1	5 %	14 %
D	3 : 1	5 %	14 %

Damit ist der Abschätzung dieses Fehlers Genüge getan. Erfolgt die Bestimmung des v_m nicht senkrecht, sondern auf einer Linie, die zwischen der Senkrechten und der Verbindung a—b liegt, verkleinern sich die $d\%$. Bei geneigter Lagerung ist es notwendig, v_m auf einer Linie zu bestimmen, die sich a—b möglichst nähert.

In jedem Fall wird man sich überzeugen müssen, ob der Stoßstrahl Schichtgrenzen durchdringt, die Gesteine mit sehr unterschiedlicher Schallhärte trennen.

3.13 Richtungsabhängigkeit von v und Störungszonen

In geschichtetem Gestein ist v richtungsabhängig (elastische Anisotropie). Je nach Gesteinsart treten Unterschiede in v bis zu 50 % der größeren Geschwindigkeit auf [1, Seite 75]. Treten solche Gesteine im Meßgebiet auf, ist die Kenntnis der Hauptschichtung notwendig. Außerdem müßte man sich durch Probe-schüsse zwischen bekannten Punkten Klarheit über die Größenordnung der Geschwindigkeitsunterschiede schaffen. Diese Fehler müßte man von Fall zu Fall abschätzen und berücksichtigen. Das Gleiche gilt vom Einfluß geologischer Störungszonen, umfangreicher Grubenweiterungen usw.

3.14

Zusammenfassung

In den Abschnitten 3.11 bis 3.13 sind die Fehlereinflüsse einiger geologischer Faktoren auf die seismische Entfernungsmessung zwischen zwei Punkten abgeschätzt worden. Diese Abschätzung zeigt die Schwierigkeit der Ermittlung solcher Einflüsse. Dabei sind die schwer erfaßbaren Fehler, wie sie z. B. als Folge geotektonischer Störungszonen, Anhäufung von Grubenbauen usw. auftreten, noch nicht berücksichtigt. Es erscheint demnach von vornherein besser, die seismische Streckenmessung durch Einführung von Zwangsbedingungen und mathematische Untersuchungen von diesen Fehlern zu befreien als durch umfangreiche Außenarbeiten. Es gilt auch hier das geodätische Prinzip, daß die Verminderung der Außenarbeiten auf Kosten der Innenarbeiten ökonomischer ist als umgekehrt.

3.2

MATHEMATISCHE VORARBEIT

Wie aus 3.1 ersichtlich, ist die Bestimmung der die seismische Entfernungsmessung beeinflussenden geologischen Faktoren durch Experiment unsicher und zeitraubend. Es muß ein Weg gesucht werden, der die aus den geologischen Faktoren herrührenden Fehler mathematisch erfaßt. Diese Fehler müssen so weit reduziert werden, daß die verbleibenden Reste unregelmäßigen Messungsdifferenzen vergleichbar sind und die mit diesen behafteten Längen nach dem Prinzip geodätischer Ausgleichsrechnung behandelt werden können.

Um grobe Fehler auszuschalten, muß ein Element des Neupunktes bekannt sein, das sich auch aus den Meßwerten berechnen läßt. Für diesen Zweck kommt im vorliegenden Fall, wo über ebene Koordinaten eine Richtung gesucht wird, nur die Höhe in Frage.

Auch in notdürftig zugänglichen Gruben, überall, wo der Bergmann fahren kann, ist es dem Markscheider möglich, die Höhe durch Staffelmessung usw. hinzubringen. Es wird für die folgenden Untersuchungen also die Kenntnis der Höhe des gesuchten Neupunktes vorausgesetzt.

Um die bekannte Höhe zum Reduzieren von Fehlern einsetzen zu können, ist die Anordnung der Festpunkte gleichmäßig über den Horizont des Neupunktes fehlertheoretisch der günstigste Fall.

3.21

Ausschaltung grober Fehler

In erster Linie wird es notwendig sein, zu erkennen, welche Fehler innerhalb einer bestimmten Bandbreite, welche darüber und welche darunter liegen. Dazu sind Näherungskordinaten notwendig.

Aus den gemessenen Entfernungen l und den bekannten Höhenunterschieden h ergibt sich die ebene Entfernung s für jeden Punkt:

$$s = \sqrt{l^2 - h^2} \quad (20)$$

Durch grafischen Bogenschlag mit den s entsteht eine Gruppe von Schnitten, deren ungefährender Schwerpunkt eine erste Näherung für die gesuchten Koordinaten ergibt. Gleichzeitig sind aus dieser Konstruktion ausgesprochene Aus-

reißer der l zu erkennen; denn ein Fehler in l vergrößert sich beim Übergang zu s . Werden an Stelle der Fehler l und s die Differentiale dl und ds genommen, so wird

$$s = \sqrt{l^2 - h^2} \quad (21)$$

$$ds = \frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}} dl = \frac{l}{s} dl \quad (22) \quad (23)$$

Da $l > s$, wegen $l^2 = s^2 + h^2$, ist

$$\frac{l}{s} > 1 \quad (24)$$

$$ds > dl \quad (25)$$

Sind z. B. s und $h = 5$, so wird $l \sim 7$ und

$$ds \sim \frac{7}{5} dl = 1,4 dl \quad (26)$$

Aus einigen oder allen s , die Ausreißer ausgenommen, kann ein mehrfacher Bogenschnitt errechnet werden [2, Seite 74]. Als Eingangswerte für die Rechnung dienen die grafisch gewonnenen ersten Näherungs-Koordinaten y_{01} , x_{01} .

Die Ausgleichung ergibt dann in Gaußscher Schreibweise

$$dy = \frac{[a a] \cdot [b l] - [a b] \cdot [a l]}{[a a] \cdot [b b] - [a b] \cdot [a b]} \quad (27)$$

$$dx = \frac{[b b] \cdot [a l] - [a b] \cdot [b l]}{[a a] \cdot [b b] - [a b] \cdot [a b]} \quad (28)$$

und

$$\begin{aligned} y_{01} + dy &= y_{02} \\ x_{01} + dx &= x_{02} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{2. Näherung} \\ \end{array} \quad (29)$$

Gleichzeitig ergibt sich der Gewichtseinheitsfehler

$$m = \sqrt{\frac{[v v]}{n - 2}} = \sqrt{\frac{[l l \cdot 2]}{n - 2}} \quad (30)$$

und daraus die mittleren Fehler

$$m_{dy} = \frac{m}{[b b \cdot 1]} \quad (31)$$

$$m_{dx} = \frac{m}{[a a \cdot 1]} \quad (32)$$

Die Entfernungen l_1 (Festpunkte — zweite Näherung), verglichen mit dem gemessenen l , ergeben

$$l - l_1 = dl \quad (33)$$

Da m_y und m_x der zweiten Näherung bekannt sind,

$$\sqrt{m_{dy}^2 + m_{dx}^2} = \pm m_l \quad (34)$$

können die dl in drei Gruppen geteilt werden:

$$a) \quad dl > +m_l$$

$$b) \quad dl < |m_l|$$

$$c) \quad dl < -m_l$$

Damit sind zwei Gruppen herausgeschält, deren l eindeutig zu kurz bzw. eindeutig zu lang sind (a) und c)). Diese beiden Gruppen können gleichartig, müssen jedoch einzeln behandelt werden.

3.211

Regelmäßige Fehler

l wird berechnet aus tv . Der für l zu erwartende Fehler ist demnach

$$dl = vdt + t dv \quad (35)$$

Dabei ist vdt von l unabhängig, tdv proportional t , also über

$$l = t \cdot v \quad (36)$$

von l abhängig.

$v = 5000 \text{ ms}^{-1}$, $dv = \pm 100 \text{ m}$ und $dt = \pm 10^{-3} \text{ sec}$ ergeben für verschiedene Teufen folgende Werte (siehe Tabelle 2) [3]:

Tabelle 2

1	2	3	4
l	$v dt$	$t \cdot dv$	dl
m	m	m	m
300	5	6	11
400	5	8	13
500	5	10	15
600	5	12	17
700	5	14	19
800	5	16	21
900	5	18	23
1000	5	20	25

Eine Genauigkeitssteigerung ist also in erster Linie durch Reduzierung der in Spalte 3 stehenden Zahlen zu erzielen. Das dv , die Unsicherheit in der Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, hat den größten Einfluß.

Ist v auf $\pm 300 \text{ ms}^{-1}$ bestimmt und beträgt die Meßgenauigkeit der Apparatur $\pm 2 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$, so ergibt sich bei $l = 700 \text{ m}$ (s und $h = 500 \text{ m}$) und $v = 5000 \text{ ms}^{-1}$

$$dl = 10 + 42 = \pm 52 \text{ m} = \text{Fehler in } l \quad (37)$$

Rechnet man nach 3.11 bzw. 3.12 etwa $\pm 5\%$ des l Unsicherheit hinzu, so wird

$$dl = \sqrt{52^2 + 35^2} = \pm 62 \text{ m} \quad (38)$$

Bei vollkommen gleichmäßigem Gebirge und vollkommen symmetrischer Anlage der Messung werden alle l den gleichen Fehler tdv enthalten.

Werden mit drei Festpunkten die Koordinaten und die Höhe des neuen Punktes bestimmt, so muß der berechnete Punkt dann theoretisch senkrecht über oder unter dem Neupunkt (NP) liegen. Die Höhendifferenz z gegen die wahre Höhe des Neupunktes ist ein Maß für den in allen drei Festpunkten enthaltenen Fehleranteil tdv . Die auftretenden Abweichungen von der Lage über oder unter dem wahren NP sind eine Folge des Fehleranteils vdv . Die nach der Berichtigung der zur Berechnung benutzten l um den aus dz berechneten Betrag auftretenden Restfehler vdt sind unregelmäßig im Sinne der Fehlerrechnung. dt setzt sich zusammen aus Instrumenten-, Ablese- und Auswertefehlern.

Die nach 3.21 mögliche Trennung der Fehler macht eine solche Behandlung der einzelnen Gruppen bzw. einzelner Dreierkombinationen innerhalb der Gruppen möglich. (Berechnungsart der Dreierkombinationen siehe 3.2221.) Es läßt sich der gleiche Punkt in mehreren Kombinationen seiner Gruppe rechnen und aus dem Mittel der z ein Näherungswert für das diesem Punkt anhaftende dl gewinnen.

3.212

Unregelmäßige Fehler

Das durchgerechnete Beispiel eines mehrfachen Bogenschnittes mit 24 Festpunkten (FP) und einer mittleren Restunsicherheit der gemessenen Strecken von ± 3 m ergab ein m_l von ± 2 m.

Die Reduzierung der l nach 3.211 läßt immer noch Restfehler erwarten, die größer sind als ± 3 m. Diese Reduzierung allein wird also nicht die gewünschte Lagekenntnis von ± 2 m erbringen.

Hat man die regelmäßigen Fehler einzelner Dreiergruppen gleicher Vorzeichenrichtung berechnet und daraus einen Begriff von der Größenordnung der einzelnen dl bekommen, bietet sich bei symmetrischem Aufbau der Messung eine weitere Möglichkeit, diese dl zu überprüfen bzw. zu verbessern. Hierbei können auch jene Punkte mit einbezogen werden, die nach 3.21 zur Gruppe b)

$$dl < |ml| \quad (39)$$

gehören. Eine symmetrisch aufgebaute Messung ergibt folgende horizontale Projektion (s. Bild 5):

Dabei sei angenommen, daß die Lage des NP vor der Messung auf ± 50 m bekannt ist und die FP um diesen Fehlerkreis herum symmetrisch aufgebaut werden. Eine solche Lagegenauigkeit ist schon durch einfache Kompaßmessungen oder durch eine seismische Vororientierung mit wenigen Festpunkten zu erreichen.

In Bild 5 läßt sich von jedem FP eine Linie ziehen, die durch den Fehlerkreis, in welchem der NP liegen muß, zu einem

gegenüberliegenden FP führt bzw. dicht an diesem vorbeigeht. Dieser Fehlerkreis wird um den Punkt mit den Koordinaten der zweiten Näherung (siehe 3.21) geschlagen. Die Entfernung 11 — NP — 5 ist z. B. von der Entfernung 11 — zweite Näherung — 5 kaum verschieden (Bild 6).

Bild 6

2a mit 2b verglichen, ergibt nun

$$b = 1,005 a. \quad (40)$$

Eine seitliche Abweichung von 10‰ der Gesamtlänge macht sich mit 0,5‰ Verlängerung bemerkbar. Bei $a = 500$ m ist also 2b um 5 m länger als 2a. Dies gilt für die Abweichung von 50 m, die in den wenigsten Fällen erreicht werden dürfte. Die Länge der Verbindungslinie zweier gegenüberliegender Punkte, die durch den Fehlerkreis von 100 m (Bild 5) geht, ist also in erster Näherung gleich der Länge der Linie durch den gesuchten NP.

Die Entfernung 5 — zweite Näherung — 11, auf einer Linie abgetragen und den Endpunkten ihre wahre Höhenlage gegeben, gibt die Möglichkeit, mit l_5 und l_{11} Bogen zu schlagen, die sich in Höhe des NP schneiden müßten, wenn sie fehlerfrei wären (Bild 7).

Die Fehler in l_5 und l_{11} werden den Schnittpunkt über oder unter die Sollhöhe bringen. Die Differenz ist ein Maß für die in l_5 und l_{11} enthaltenen Fehler.

Bild 7

Wenn sich die Fehler gegenseitig aufheben, ist dies nicht zu erkennen. Dieser Fall wird mit Hilfe der ersten Abschätzung und der aus Dreierkombination errechneten Höhendifferenzen erkennbar sein.

Liegt der Schnittpunkt in Bild 7 z. B. bei O_1 , so ergeben sich u. a. drei Möglichkeiten, um ihn auf O zu bringen:

- O_1 senkrecht nach oben verlegen
- bei festgehaltenen l_{11} l_5 so weit kürzen, daß $z = 0$
- bei festgehaltenen l_5 l_{11} entsprechend kürzen

Ergibt sich in keinem dieser drei Fälle eine Übereinstimmung in Richtung und Größenordnung mit den Werten aus Abschätzung und Dreierkombinationen (3.21 und 3.211), können weitere Kombinationen durchgeführt werden, z. B. kann man l_5 um den Abschätzungswert kürzen und prüfen, ob bei $z = 0$ l_{11} ebenfalls in Richtung und Größenordnung der Abschätzung entspricht usw. Zur Erläuterung dieser Überlegungen ein Beispiel (siehe Bild 8).

Bild 8

Beispiel:

Punkt:	Abschätzung:	Dreierkombination:
1	- 15	- 8
10	- 30	- 20

	Punkt 1	Punkt 10
a)	- 28	- 26
b)	fest	- 58
c)	- 56	fest

Von den drei Möglichkeiten entspricht die erste am besten der Abschätzung und der Dreierkombination. Es ergibt sich also für dl

$$\text{Punkt 1} = -28$$

$$\text{Punkt 10} = -26$$

Eingearbeitet waren:

$$\text{Punkt 1} + 18$$

$$\text{Punkt 10} + 35$$

Es werden also die l unter Berücksichtigung der aus Bild 8 gewonnenen dl noch folgende Restfehler haben:

$$\text{Punkt 1} - 10$$

$$\text{Punkt 10} + 9$$

Damit liegen die in die Rechnung eingehenden l wesentlich näher an den wahren Werten als vorher.

An diesem Beispiel ist zu sehen, wie aus der ersten Abschätzung und der Berechnung von Dreierkombinationen ein Maßstab gefunden wird, der aus verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten der Fehler zweier gegenüberliegender Punkte die wahrscheinlichste finden läßt.

Bei dieser Berechnung der Fehler, die keine mathematisch-formelgerechte Bestimmung bedeutet, sondern von Fall zu Fall Überlegung und Beachtung aller Möglichkeiten verlangt, sind selbstverständlich Irrtümer und damit entsprechend große Restfehler möglich. Sind deshalb alle l in der geschilderten Weise untersucht, können wiederum aus einem grafischen Bogenschlag die Ausreißer erkannt werden. Es steht dann frei, sie ein zweites Mal in gleicher Weise, aber mit dem Wissen, in welcher Richtung sie sich ändern müssen, zu behandeln. Oder aber man nimmt die söhlige Entfernung zwischen zwei gegenüberliegenden Punkten als ein neues Maß. Die söhligen Entfernungen zweier gegenüberliegender Punkte zum NP müssen sich bei Fehlerfreiheit klaffungsfrei ergänzen. Ist ein Punkt ein eindeutiger Ausreißer, so kann sein s so verbessert werden, daß er mit dem s -Bogenschlag des gegenüberliegenden Punktes tangiert. Sind beide gegenüberliegenden Punkte unsicher, so bleibt die Möglichkeit, das Mittel aus der Tangierung der jenseitigen Nachbarn zu nehmen.

Am Schluß einer solchen Untersuchung für eine Messung können die Restfehler nicht größer sein als die Differenz zwischen Näherungswert und wahren Wert. Diese Differenz hat jedoch, da sie nicht streng in die Fehlerbeurteilung eingeht, keinen systematischen Einfluß auf die Richtung der Verbesserung.

Gelingt es, mit dieser ersten Behandlung die Näherungskordinaten in Richtung der wahren Koordinaten zu verbessern, was nach dem Gesagten wahrscheinlich ist, kann der gesamte Vorgang wiederholt werden, sofern die erwartete Genauigkeit nicht erreicht wird. Eine Wiederholung ist selbstverständlich nur dann sinnvoll, wenn das Ergebnis noch wesentlich unsicherer ist, als die Meßanordnung und Gerätequalität es erwarten läßt.

3.22

Bestimmung der Koordinaten

Nach Ausschaltung der groben Fehler (3.21) werden die Koordinaten des Neupunktes berechnet. Dabei gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten:

- a) aus Streckendifferenzen
- b) aus Strecken

Davon erscheint a) bevorzugt, weil hierbei auf eine Markierung der Sprengpunkte auf dem Film (Abriß) verzichtet werden kann. Dieser Vorteil ist jedoch nur scheinbar, weil eine Sprechverbindung zwischen Sprengpunkt und Meßstelle sowieso bestehen muß, um den Filmverbrauch in erträglichen Grenzen zu halten (Schußkommando im Moment des Filmeinschaltens). Trotzdem soll a) mit untersucht werden; denn die Kenntnis der Strecken schließt die Kenntnis der Streckendifferenzen mit ein; vielleicht, daß sich eine bessere Methode oder eine Kontrolle der Auswertung ergibt.

3.221 *Bestimmung aus Streckendifferenzen*

3.2211 *Rechnerisch*

Die rechnerische Bestimmung von Neupunktkoordinaten mit bekannten Streckendifferenzen und bekannten z -Koordinaten (Höhenunterschiede gegenüber dem Neupunkt) führt schon für den einfachen Fall (3 Festpunkte) zu einem Formelapparat, der zu umfangreich ist, um praktisch verwertbar zu sein.

Der Umfang der Rechnung bei 20facher Übereinstimmung übersteigt dann jedes diskutable Maß. Es erübrigt sich, hier noch ein praktisches Beispiel für die Rechnung anzuführen. Eine versuchsweise in [3] durchgerechnete Aufgabe lieferte Zwischenwerte der Größenordnung 10^{10} und höher.

3.2212 *Grafisch*

Berechnet man s aus $\sqrt{l^2 - h^2}$, nachdem l von groben Fehlern befreit ist, läßt sich zwischen zwei beliebigen Festpunkten (z. B. N M) eine Hyperbel zeichnen (siehe Bild 9), die der Bedingung

$$r - r_1 = \pm 2a = s_N - s_M \quad (41)$$

r, r_1 = Leitstrahlen

a = Halbachse (große)

s_N, s_M = söhliche Entfernung $N - NP$ und $M - NP$

entspricht. Welcher Hyperbelast in Frage kommt, läßt sich aus der näherungsweise erkannten Lage des NP beurteilen. Konstruiert man eine ausreichende Anzahl von Hyperbeln, so müßten sie bei fehlerfreien l bzw. s durch den Neupunkt gehen. Die konstruierten Hyperbelteile müssen fast gerade sein, da $2a$ im Verhältnis zu s sehr klein wird als Folge der symmetrischen Anlage der Messung. Die jeweils zu zeichnenden Hyperbelteile sind also sehr einfach aus drei Punkten zu konstruieren. Werden drei Neupunkte zu einem grafischen System verbunden, müssen sich die drei möglichen Hyperbeln in einem Punkt schneiden, der theoretisch der NP sein soll. Dadurch ergibt sich eine wünschenswerte Kontrolle für die grafische Konstruktion. Dieser Schnittpunkt wird durch die Fehler in s nicht mit dem Neupunkt zusammenfallen. Aus Gründen einer günstigen Schnittfigur wird man stets drei Punkte zusammenfassen, die möglichst ein gleichseitiges Dreieck bilden. Die Anzahl der Kombinationen ist durch die begrenzte Möglichkeit, günstige Schnittfiguren zu bilden, eingengt.

Es ist bei 5 m Teilabständen in x (Rechenstabgenauigkeit):

Teilstück	Entfernung m	Richtung	
		g	c
a—b	60	94	71
b—c	53	93	84
c—d	50	93	50
d—e	45	92	96

a = 50 m

Im Maßstab 1:2000 ergibt sich folgende flache Kurve:

Die aus der Kurvenkonstruktion infolge Benutzung von Sehnen an Stelle des Bogens auftretenden Fehler sind also gering. In dem gezeichneten Beispiel ist mit $2a = 100$ m ein großer Wert angenommen. Diese Fehler werden sich außerdem durch die symmetrische Anlage der Messung teilweise gegenseitig aufheben. Um aus diesen grafischen Konstruktionen Koordinaten zu gewinnen, werden die aus den einzelnen Dreiersystemen grafisch ermittelten Koordinaten gemittelt.

3.222

Bestimmung aus Strecken

3.2221

Räumliche Berechnung

Die Bestimmung der NP-Koordinaten x , y und z aus den gemessenen l führt zu einem räumlichen Bogenschnitt. Dieser ist vorwiegend in der frühen Literatur der Photogrammetrie behandelt. Dort werden für seine numerische Lösung jedoch fast ausschließlich die an der Spitze der Pyramide gemessenen Raumwinkel benutzt. Praktisch verwendet wird er in diesem Wissenszweig heute nicht mehr, an seine Stelle sind optisch-mechanische Lösungen mit Hilfe der Auswertegeräte getreten. Setzt man

$$\left. \begin{array}{l} x_o \\ y_o \\ z_o \end{array} \right\} \text{ Näherungswerte für NP}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right\} \text{ Koordinaten eines FP}$$

$$\left. \begin{array}{l} dx \\ dy \\ dz \end{array} \right\} \text{ die zu berechnenden Verbesserungen}$$

$$l = \text{gemessene Entfernung}$$

so bringt die Entwicklung der Taylorschen Reihe bei Vernachlässigung des dritten Gliedes, $\lambda^2 = (x_o - x_i)^2 + (y_o - y_i)^2 + (z_o - z_i)^2$ gesetzt und durch 2 dividiert,

$$0 = \frac{\lambda^2 - l^2}{2} + (x_o - x_i) dx + (y_o - y_i) dy + (z_o - z_i) dz \quad (42)$$

und

$$0 = dx + \frac{y_o - y_i}{x_o - x_i} dy + \frac{z_o - z_i}{x_o - x_i} dz + \frac{\lambda^2 - l^2}{2(x_o - x_i)} \quad (43)$$

Es ergibt sich eine lineare Funktion, wie die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate sie verlangt. Die Vernachlässigung des dritten Gliedes (das vierte wird 0) wirkt sich wie folgt aus:

$$\begin{array}{lll} x_i = 0 & x_{o1} = 500 \text{ m} & dx = 10 \text{ m} \\ y_i = 0 & y_{o1} = 500 \text{ m} & dy = 10 \text{ m} \\ z_i = 500 & z_{o1} = 0 \text{ m} & dz = 15 \text{ m} \end{array}$$

$$F(x, y, z)$$

$$1.-3. \text{ Glied} = 863,38 \text{ m}$$

$$1.-2. \text{ Glied} = 863,13 \text{ m}$$

$$\text{Differenz} = 0,25 \text{ m}$$

Setzt man

$$dx = 20 \text{ m}$$

$$dy = 20 \text{ m}$$

$$dz = 30 \text{ m}$$

ergibt sich

$$F(x, y, z)$$

$$1.-3. \text{ Glied} = 861,68 \text{ m}$$

$$1.-2. \text{ Glied} = 860,23 \text{ m}$$

$$\text{Differenz} = 1,45 \text{ m}$$

Die Beispiele liegen in der Größenordnung der aus den praktischen Versuchen zu erwartenden Werte. Der Abbruch beim zweiten Gliede bringt also kaum merkbare Fehler.

Die einzusetzenden Näherungswerte x_0 , y_0 und z_0 können im vorliegenden Fall, wie in 3.21 erwähnt, gewonnen werden. Aus je drei Punkten, die Formeln nach (44) aufgestellt, lassen sich die Koordinaten des NP berechnen. z (Höhendifferenz gegen den eingesetzten bekannten Sollwert) ist ein Maß für die den benutzten l anhaftenden Fehler.

Die Berechnung einzelner Dreierkombinationen wird sehr einfach, wenn hierfür Determinanten genommen werden.

Aus drei Gleichungen der Form (44) lassen sich durch einfache Subtraktionen zwei Gleichungen der Form

$$\begin{aligned} A dy + B dz &= C \\ A_1 dy + B_1 dz &= C_1 \end{aligned} \quad (44)$$

herleiten. Daraus ergibt sich sofort

$$dy = \frac{C B_1 - C_1 B}{A B_1 - A_1 B} \quad (45)$$

$$dz = \frac{A C_1 - A_1 C}{A B_1 - A_1 B} \quad (46)$$

Mit Hilfe von dy und dz gewinnt man aus einer der Anfangsgleichungen dx .

In dieser Weise läßt sich auch eine größere Anzahl Dreierkombinationen ohne großen Aufwand rechnen.

Werden die Gleichungen aller FP zusammengefaßt und nach den Prinzipien geodätischer Ausgleichungsrechnung (vermittelnde Beobachtungen) behandelt, ergeben sich in Gaußscher Schreibweise [2]

$$a_1 dx + b_1 dy + c_1 dz = l_1 + v_1 \quad (47)$$

$$a_n dx + b_n dy + c_n dz = l_n + v_n \quad (48)$$

und daraus die Fehlergleichungen

$$-l_1 + a_1 dx + b_1 dy + c_1 dz = v_1 \quad (49)$$

$$-l_n + a_n dx + b_n dy + c_n dz = v_n \quad (50)$$

und Normalgleichungen

$$[aa] dx + [ab] dy + [ac] dz - [al] = 0 \quad (51)$$

$$[ab] dx + [bb] dy + [bc] dz - [bl] = 0 \quad (52)$$

$$[ac] dx + [bc] dy + [cc] dz - [cl] = 0 \quad (53)$$

Die Faktoren der Gleichungen (51) bis (53) sind mit relativ geringem Rechenaufwand zu bestimmen, da die $[aa]$, $[ab]$, $[ac]$ und $[al]$ durch einfache Addition berechnet werden (alle $a = 1$). Zusätzlich wird noch $[ll]$ gebildet und mit Hilfe der Gaußschen Elimination dx , dy , dz und $[ll \cdot 3]$ berechnet.

Diese dx , dy , dz sind die Verbesserungen, die den Näherungswerten zugeschlagen werden müssen. Aus (51) bis (53) ergeben sich dann die einzelnen v und die Kontrolle $[vv] = [ll \cdot 3]$. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler hat dann die Größe

$$m = \sqrt{\frac{[ll \cdot 3]}{n - 3}} \quad (54)$$

wobei n die Anzahl der Fehlergleichungen bedeutet. Mit Hilfe der Gewichtungskoeffizienten können nun auch die mittleren Fehler m_{dx} , m_{dy} und m_{dz} berechnet werden.

3.2222

Ebene Berechnung

Die Bestimmung der Koordinaten aus den s über $\sqrt{l^2 - h^2}$ ist schon in 3.21 für Näherungsrechnungen behandelt. Für eine endgültige Berechnung wird dem dort angegebenen Formelapparat nichts hinzuzufügen sein. Die Formeln entwickeln sich analog 3.2221, jedoch nur für zwei Unbekannte.

4

Praktische Versuche

4.1

ALLGEMEINES

4.11

Voraussetzungen

In [3] werden auf Grund der theoretischen Untersuchungen folgende Bedingungen als notwendig erachtet, die eine seismische Koordinatenübertragung mit einer Sicherheit von etwa ± 2 m ermöglichen:

- a) Kenntnis der Höhe des NP
- b) Einfallen der zu messenden Strecken etwa 50°
- c) 20 Festpunkte
- d) Ausgleichung nach geodätischen Grundsätzen

Selbstverständlich muß die Lagegenauigkeit der FP im Verhältnis zum mittleren Fehler des Neupunktes als fehlerfrei angesehen werden können. Geologische Bedingungen konnten in diesen theoretischen Untersuchungen noch nicht berücksichtigt werden. Der Gebirgskörper wurde dort als homogen betrachtet. Dem wird die Praxis wohl in keinem Falle entsprechen. Aus diesem Grund sind in den vorstehenden Kapiteln Gedanken entwickelt worden, die es ermöglichen sollen, ohne Berücksichtigung der geologischen Situation die Rechnung erfolgreich zu Ende zu führen. Deshalb sind bei den nachfolgenden Versuchen die Rechnungen ohne Berücksichtigung der Geologie des Meßgebietes angesetzt.

Von vornherein wurde die Bestimmung von zwei oder mehreren Punkten im gleichen Meßkreis ins Auge gefaßt, um Kontroll- und Vergleichsmöglichkeiten zu haben.

4.12

Gerät

Zur Registrierung der Sprengungen ist bei den Vorversuchen mit Schußbohrungen unter Tage ein 24spuriger Reflektionsapparat des VEB Geogeräte Brieselang verwendet worden, der auf einem Spezialwagen montiert war. Mit diesem Gerät waren lediglich Seismometer der gleichen Firma eingesetzt. (Eigenfrequenz etwa 30 Hz, Vergrößerung im Bereich 30 bis 75 Hz etwa 10^5 .)

Bei den Vorversuchen mit Schußbohrungen über Tage und bei den endgültigen Messungen war ein transportabler vierspüriger Refraktionsapparat der gleichen Firma eingesetzt.

An diesen Apparat waren Brieselang-Seismometer sowie solche nach Prof. MARTIN und nach Prof. MEISSER angeschlossen. (Eigenfrequenzen 6 bis 8 Hz, Vergrößerungen im Bereich 30 bis 75 Hz etwa 10^6 .)

Die bei der Arbeit mit diesen Geräten gewonnenen Filme zeigen außer der Registrierung der Bodenbewegungen noch den Schußmoment (Abriß) und die Zeitmarkierung. Die Zeitmarken erscheinen als senkrechte, einander parallele Linien und haben einen Abstand von etwa 2 mm. Dadurch ist eine Interpolation auf 0,001 sec möglich, wenn es die Eindeutigkeit des Einsatzes erlaubt.

Beide Geräte wurden von der Akademie der Wissenschaften, Institut für Erdbenenforschung und Bodendynamik, Prof. MARTIN, in Jena, zur Verfügung gestellt. Die technische Betreuung der Apparaturen lag in den Händen von Herrn Dipl.-Physiker TEUPSER [5] [6].

Geschossen wurde mit Gelatine-Donarit 2 und elektrischer Zündung.

Bei den Vorversuchen wurden für eine Übertragung des Abrisses und für die Sprechverbindung je eine geerdete Einfachleitung verwendet. Jede Leitung war etwa 700 m lang, der Abriß kam schlecht und schlug stark auf die anderen Spuren durch. Für diese Versuche, bei denen er ohne Bedeutung war, wurde deshalb auf den Abriß verzichtet.

Für die Herstellung der Bohrlöcher stand ein 2-m-Handbohrer zur Verfügung, der Löcher von etwa 10 cm Durchmesser lieferte.

4.13

Meßgebiet

Bild 11 zeigt die Übertagesituation des Meßgebietes. Es ist ein mäßig profiliertes, von zahlreichen Bergbauhalden durchsetztes Gebiet mit ländlicher Bebauung und durchschnittlicher Wegedichte.

Unter ihm liegt ein außerordentlich stark von Gangerzbergbau (15 Sohlen auf ~ 700 m Teufe) durchörtertes Gebirge, in dem alle Baue jahrhundertlang offen bleiben. Zwischen den einzelnen Sohlen liegen noch umfangreiche schwebende Strecken und Abbaue mit oder ohne Versatz, unterbrochen von unabgebauten, verquarzten Gangpartien. Die Gebirgsmasse besteht aus Gneis, der bei etwa 115° Streichen mit ungefähr 25° nach Südwesten einfällt. Außerdem zeigt sich etwa von B 12 nach B 19 der Ausbiß einer Glimmerschieferplatte von unterschiedlicher Dicke, die mit 40 bis 60° nach Süden einfällt. Neben den vererzten Gangspalten, in denen die Grubenbaue liegen, wird das Gebirge noch von einer Reihe 4 bis 6 m dicker, sogenannter Minette-Gänge durchzogen, die fast senkrecht stehen.

Schon dieser grobe geologisch-bergbauliche Überblick zeigt, daß die experimentelle Ausschaltung der Einflüsse dieser Faktoren auf eine seismische Messung entweder unökonomisch oder unvollständig sein wird. Deshalb wurde die Berechnung von vornherein so angefaßt, als wäre das Gebiet weder bergmännisch noch geologisch bekannt. Am Ende der Arbeit, bei vorliegendem Ergebnis, wird es möglich sein, rückblickend auf den Einfluß dieser Faktoren zurückzukommen.

4.14

Vorversuche

4.141

Sprengungen unter Tage

Es ist einfacher, an einer Stelle zu sprengen und an 20 Stellen zu messen, als umgekehrt. Aus diesem Grunde wurden die ersten Versuche mit der Sprengung unter Tage und der Messung über Tage angesetzt. Es war festzustellen, welche Bohrlochtiefe und welche Ladungsmengen zu auswertbaren Ergebnissen führten.

Das 24spurige Gerät war über Tage einsatzbereit aufgestellt, und etwa senkrecht unter ihm wurden folgende Schüsse bei den angegebenen Teufen gezündet (Tabelle 3):

Bild 11. M = 1 : 8000

Tabelle 3

Nr.	Teufe m	Ladung kg	Bemerkungen
1	610	0,2	verdämmt
2	610	0,4	"
3	370	0,4	"
4	370	0,3	im Bohrloch 0,9 m tief
5	370	0,5	verdämmt
6	370	0,5	"
7	370	5,0	"
8	370	8,0	verdämmt, 3 Zünder
9	370	10,0	" 4 "
10	370	10,0	" 4 "

Die Seismometer (Brieselang) waren ungefähr 30 bis 40 cm tief eingegraben. Von keinem der abgegebenen Schüsse konnte ein einwandfreier Einsatz auf einer genügend großen Anzahl der 24 Spuren registriert werden.

Das Versagen hatte folgende Ursachen:

- Infolge elektrischer Induktionsströme (Überlandleitungen) konnte die mögliche Verstärkung nur zu 10% ausgenutzt werden. Es waren eindeutig 50-Hz-Schwingungen, die schon bei dieser geringen Verstärkung die seismische Registrierung unkontrollierbar überlagerten.
- Es gelang nicht, bei den Sprengungen unter Tage eine brauchbare Energieübertragung zu erreichen. Niedrige Ladungen erzeugten keine über Tage meßbaren Bodenbewegungen. Große Ladungen konnten wegen der Gefahr der Zerstörung der Grubenbaue nicht in Bohrlöchern gezündet werden.
- Wie die späteren Versuche zeigten, lagen die Brieselangschen Seismometer in ihrer Eigenfrequenz von etwa 30 Hz im Frequenzbereich der zu registrierenden Bodenbewegungen.

4.142

Sprengungen über Tage

Die bei 4.141 gemachten Erfahrungen zwangen, die Sprengungen nach über Tage zu verlegen und die Messungen auf dem Neupunkt unter Tage vorzunehmen. Es ergaben sich folgende Nachteile:

Transport des Gerätes in die Grube
Sprengung auf allen FP
Absperrung und polizeiliche Überwachung jeder Sprengung

Folgende Vorteile waren zu erwarten:

Gleichzeitige Registrierung mehrerer Punkte unter Tage für jeden Schuß
Größere Bodenruhe als über Tage
Besserer Energieübergang

Bergakademie
-Bücherei-
Freiberg i. Sa.

Der Einsatz der vierspurigen Refraktionsapparatur unter Tage machte eine 24stündige Akklimatisation des Gerätes erforderlich. Das Gerät stand etwa 450 m unter den Sprengpunkten. Die Seismometer mußten nach einigen mißglückten anderen Aufstellungen in besonders ausgespitzten Bühnenlöchern im anstehenden Gneis untergebracht werden. Nach erfolgter Akklimatisation konnte die Apparatur auf 100% Verstärkung aufgedreht werden, ohne daß die Spuren störend unruhig wurden.

Alle Schußbohrlöcher, außer Nr. 7, lagen in der 1 bis 2 m dicken, mit Steinen durchsetzten obersten Verwitterungsschicht. Tabelle 4 zeigt Tiefe und Ladung der Schüsse.

Der Schuß 7 lag auf einer etwa 10 m hohen, alten, steinigen Bergehalde. Die Schüsse 1, 2, 3 und 5 konnten aus technischen Gründen nicht einwandfrei aufgenommen werden.

Tabelle 4

Schuß	Tiefe m	Ladung kg
1	2,0	2
2	1,8	8
3	1,4	5
4	1,8	5
5	1,0	2
6	1,9	2
7	0,9	2
8	1,0	1
9	1,0	0,5

Es waren ein Meißersches (Me.) und ein Brieselangesches (Br.) Seismometer angeschlossen. Die Überlegenheit des Me.-Seismometers war offensichtlich. Bei 2 m Sprenglochtiefe und 5 kg kamen einwandfreie Einsätze bei Me. und Br. Br. war jedoch schwächer.

Bei 2 m und 2 kg kam bei Me. ein brauchbarer Einsatz, Br. war nicht mehr eindeutig.

Bei 1 m Sprenglochtiefe und 1 kg hatte Me. einen noch brauchbaren Einsatz, Br. war sehr schwach.

Bei 1 m und 0,5 kg kam bei Me. wohl noch ein Einsatz, aber nicht mehr klar, Br. war unbrauchbar.

Der Schuß durch die Halde (7) brachte weder bei Me. noch bei Br. einen brauchbaren Einsatz. Die Spur wurde weich ausgebogen.

Auf Grund der vorstehenden Feststellungen wurde beschlossen, bei der Messung eine Bohrlochtiefe von 2 m anzustreben und je Loch mit 1–2 kg zu besetzen. Dabei bleibt der Flurschaden, wie eine Besichtigung der Schußlöcher 6 und 8 zeigte, in erträglichen Grenzen. Als Seismometer kommt nur das Meißersche bzw. ein ihm in der Eigenschwingung entsprechendes in Betracht.

4.2

MESSUNGEN

4.21

Anlage der geodätischen Vorarbeiten

Die Lage der zu bestimmenden Punkte war zu späteren Vergleichszwecken vor Beginn der Messung bekannt. Die vollkommen symmetrische Anlage der Festpunkte zu den Neupunkten war aus Gelände- und Bebauungsgründen trotzdem nicht möglich. Eine Kenntnis der Lage der NP auf ± 50 m, wie es bei den theoretischen Überlegungen angenommen wurde, hätte nicht zu einer anderen Verteilung der Festpunkte geführt. Auch dann wären die jetzt ausgewählten FP genommen worden, weil jeder einzelne von ihnen den in seiner weiteren Um-

gebung brauchbarsten Punkt für eine Bohrlochsprengung einnimmt (abhängig von der Eindringtiefe des Handbohrers, vom Schutz von Gebäuden und Straßen, vom möglichen Flurschaden, von der Sichtmöglichkeit zur Zündstelle usw.).

Bild 11 zeigt die Lage der ausgewählten FP.

An diesen Punkten sind die Löcher zur Aufnahme der Sprengladung von Hand gebohrt worden. Diese Bohrlöcher wurden als die späteren Festpunkte der Rechnung nach Lage und Höhe eingemessen. Innerhalb des Meßkreises liegen die TP A und B (Bild 11). Zwei Tachymeterzüge zwischen diesen beiden TP, die über sämtliche FP führten, dienten zur Koordinaten-Bestimmung. Gleichzeitig wurde eine tachymetrische Höhenübertragung durchgeführt. Beide Züge schließen mit einer Genauigkeit von 1:1000 und mit Winkelabschlüssen von $15''$ bzw. $413''$ bei 12 bzw. 18 Punkten. Die Höhenübertragung schließt mit 0,2 m Differenz. Diese Genauigkeit ist ausreichend, um gegenüber den seismisch bestimmten l als fehlerfrei gelten zu können, da bei diesem l Fehler von ~ 50 m erwartet werden. Außerdem ist die genaue Fixierung nicht möglich, da als Ausgangspunkt für die Rechnung nicht der Geländepunkt, sondern die Mitte der Ladung im Bohrloch angenommen wird, die mit den Fehlern des Bohrens und der Ladungsunterbringung behaftet ist.

Die Angabe auf dm genügt, da die Art der Einmessung keine Zentimeterangaben erlaubt und diese auch für die erstrebte Genauigkeit nicht erforderlich sind.

Von allen zur Messung vorgesehenen Neupunkten liefert die Betriebsmarkscheideri die Höhenzahlen, und zwar:

9. Sohle = + 142,3 m

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle = + 90,1 m

12. Sohle = + 20,6 m

Diese, durch wiederholte Schachtteufmessung und kontrollierte Nivellements ursprünglich auf mm bestimmten Werte können ohne Zweifel für den vorliegenden Zweck als fehlerfrei angenommen werden. Sie sind über Tage an Züge angeschlossen, die auch den TP A enthalten.

Tabelle 5
Ergebnisse der FP-Einmessung

Pkt.	y m	x m	Höhe m
1	3028,1	8743,9	501,2
4	3471,1	8830,5	515,3
5	3619,9	8826,9	516,3
6	3750,2	8726,0	517,8
7	3849,4	8632,9	520,8
8	3879,6	8434,2	521,5
9	3993,6	8206,2	522,7
10	3972,5	8075,2	522,7
11	3904,7	7951,1	524,4
12	3720,6	7909,2	523,4
13	3596,0	7844,5	521,5
14	3463,2	7836,6	518,8
15	3295,6	7803,9	515,4
16	3215,1	7876,8	513,8
17	3068,0	8002,3	519,2
18	2949,4	8129,6	520,4
19	2910,4	8321,2	511,4
20	3027,0	8543,2	507,6

4.22

Versuchsanordnung

Auf Grund der Voruntersuchungen war die Refraktionsapparatur auf der 90-m-Sohle aufgestellt. Ein Seismometer von Brieselang und eines nach Martin

Tabelle 6

Pkt. Nr.	Tiefe m	Ladung kg	Lage
1	2,0	1,5	Haldenfuß
2	1,3	1,5	"
3	—	—	Halde
4	1,2	1,5	Feld (alte Halde)
5	1,8	2	Feld
6	2,0	2,5	Haldenfuß
7	1,1	1	Feldrain
8	1,8	1	"
9	2,0	1	"
10	1,5	1	trockener Wegegraben
11	1,8	2	Haldenfuß
12	1,3	1,5	Wegerand
13	1,6	1,5	nasse Wiese
14	1,7	2,0	" "
15	1,5	1,5	" "
16	2,0	1,5	" "
17	1,25	1,5	Feld
18	1,3	1,5	Sportplatz
19	1,7	1,5	Halden
20	1,4	1,5	Wegrand

standen unmittelbar nebeneinander in einem vorgebohrten Loch im anstehenden Gestein des Abbaues. Das Seismometer nach Martin war mit der Apparatur durch abgeschirmtes Kabel verbunden. Ein Seismometer nach Meißer stand auf der 20-m-Sohle, ein zweites Bieselang-Seismometer auf der 142-m-Sohle. Bei letzterem konnte die Verstärkung wegen Beeinflussung durch Starkstromkabel nur zu einem Zehntel ausgenutzt werden. Zur Zündanlage über Tage führten eine Telefonkabelleitung und eine weitere Doppelleitung für den Abriß (je etwa 600 m lang). Von der Zündanlage zu den jeweiligen Schußpunkten führte die Schießleitung von 200 bis 800 m Länge.

Tabelle 6 zeigt Punkt-Nr., Tiefe, Ladung und Lage nebeneinander.

4.23

Messung

Das Abschießen aller Löcher dauerte zwei Tage. Die weitaus meiste Zeit davon verbrauchte jedoch das Heranschaffen des Sprengstoffes aus der Grube und das Einspielen der Zusammenarbeit mit der Volkspolizei sowie mit dem anderweitig stark beschäftigten Sprengmeister. Die direkt mit der Messung verbundenen Arbeiten — Kabel legen, Besetzen und Abschießen — hätten sich gut an einem Tage erledigen lassen. Zum Auf- und Abbau des Gerätes muß jeweils noch ein Tag angesetzt werden.

4.24

Ergebnisse

Die Bilder 12 bis 30 zeigen die auf etwa die Hälfte der Originalgröße verkleinerten Seismogramme. Das auf der 142-m-Sohle stehende Brieselangsche Seismometer wurde wegen der in Punkt 9 (10. Schuß) noch sichtbaren, starken Störungen abgeschaltet. Die auf der 90-m-Sohle stehenden beiden Seismometer zeigen die gleiche unterschiedliche Reaktion wie Me. und Br. bei den Vorversuchen. Das Meißersche Seismometer auf der 20-m-Sohle registrierte Amplituden der gleichen Größenordnung wie das Martinsche Seismometer, im Durchschnitt vielleicht etwas kleinere. Die Ursache kann sowohl in der Konstruktion als auch in der Aufstellung der Apparaturen liegen. Der Abriß induziert nur bei den Schüssen 5, 8, 13 und 14 deutlich alle Spuren, dagegen induziert er immer die

Bild 12

Bild 14

Bild 13

Bild 15

Bild 16

Bild 17

Bild 18

Bild 19

Schuß 10

Abriß

9. Sohle (Br.)

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle (Br.)

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle (Ma.)

12. Sohle (Me.)

Bild 20

Schuß 11

Abriß

9. Sohle (Br.)

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle (Br.)

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle (Ma.)

12. Sohle (Me.)

Bild 21

Schuß 12

Abriß

9. Sohle (Br.)

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle (Br.)

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle (Ma.)

12. Sohle (Me.)

Bild 22

Schuß 13

Abriß

9. Sohle (Br.)

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle (Br.)

$\frac{1}{2}$ 11. Sohle (Ma.)

12. Sohle (Me.)

Bild 23

Bild 24

Bild 25

Bild 26

Bild 27

Bild 28

Bild 29

Bild 30

Spur des Brieselangischen Seismometers auf der 90-m-Sohle. Da außerdem die Einsätze dieses Brieselangischen Seismometers wesentlich unklarer sind als die des unmittelbar neben ihm stehenden Martinschen Seismometers, ist nur das letztere zur Auswertung verwendet worden.

Die Einsätze sind stark von der Lage der Bohrungen abhängig. So läßt sich z. B. Schuß 2 — an einem Haldenfuß gelegen — nicht auswerten. Eine Geländebegehung zeigte, daß im Gebiet des Schusses 2 außer diesem Haldenfuß zusätzlich die Massen einer im Laufe der Zeit breitgepflügten zweiten älteren Halde einwirken. Aus dem gleichen Grunde war auch auf Punkt 3 die für die Messung notwendige Erregerenergie nicht in den Boden zu bringen. Im Gegensatz dazu zeigt z. B. Schuß 13 einen hervorragend klaren Einsatz. Er liegt auf einer nassen Wiese, auf der stellenweise das Grundwasser zutage tritt. Nicht ganz so klar, aber noch sehr gut, sind die Schüsse 14 bis 16, die ähnliche Bodenverhältnisse haben.

Die Originale dieser Seismogramme befinden sich im Besitz des Instituts für Erdbebenforschung und Bodendynamik in Jena. Die Auswertung wurde dort an den Originalen vorgenommen.

4.3

AUSWERTUNG

4.31

Laufzeitbestimmung

In den Originalen der Filme wurden zweimal von verschiedenen Beobachtern mit verschiedenen Instrumenten die Laufzeiten vom Abriß bis zum ersten Einsatz für die 90-m- und 20-m-Sohle, unabhängig voneinander, bestimmt, und zwar von

- a) Dipl.-Physiker TEUPSER mit Hilfe eines Komparators mit Ablesemikroskop
- b) dem Verfasser mit Hilfe eines Meßmikroskops

Es ergaben sich die in den Tabellen 7 und 8 angeführten Laufzeiten, aus denen alle Eingangswerte für die Berechnungen dieser Arbeit abgeleitet worden sind.

Die mittlere Unsicherheit des Mittels zwischen a) und b) liegt für die
90-m-Sohle bei $\pm 0,0008$ sec und für die
20-m-Sohle bei $\pm 0,0012$ sec.

Die Werte zeigen, daß die Einsätze eindeutig genug sind, um eine Bestimmung auf rund ± 1 ms zu ermöglichen.

4.32

Bestimmung der Entfernungen aus den gemessenen Laufzeiten

Um einen Mittelwert für v zu bekommen, wurde ein Meßschuß von einem etwa senkrecht über dem Neupunkt liegenden Bohrloch ausgewertet (2 m tief, 2 kg Sprengstoff).

Tabelle 7. 90-m-Sohle ($1\frac{1}{2}$ 11)

Pkt. Nr.	a sec	b sec	Mittel sec
1	0,156	0,158	0,1570
4	0,141	0,140	0,1405
5	0,151	0,151	0,1510
6	0,145	0,144	0,1445
7	0,134	0,134	0,1340
8	0,135	0,135	0,1350
9	0,152	0,152	0,1520
10	0,155	0,153	0,1540
11	0,150	0,148	0,1490
12	0,137	0,138	0,1375
13	0,139	0,138	0,1385
14	0,147	0,147	0,1470
15	0,161	0,161	0,1610
16	0,154	0,154	0,1540
17	0,150	0,149	0,1495
18	0,153	0,154	0,1535
19	0,156	0,157	0,1565
20	0,143	0,144	0,1435

Tabelle 8. 20-m-Sohle (12)

Pkt. Nr.	a sec	b sec	Mittel sec
1	0,169	0,166	0,1675
4	0,156	0,154	0,1550
5	0,165	0,163	0,1640
6	0,157	0,155	0,1560
7	0,145	0,145	0,1450
8	0,148	0,146	0,1470
9	0,162	0,162	0,1620
10	0,161	0,162	0,1615
11	0,156	0,155	0,1555
12	0,144	0,145	0,1445
13	0,144	0,144	0,1440
14	0,152	0,150	0,1510
15	0,164	0,164	0,1640
16	0,157	0,157	0,1570
17	0,155	0,156	0,1555
18	0,157	0,158	0,1575
19	0,160	0,161	0,1605
20	0,153	0,155	0,1540

Tabelle 9

Pkt. Nr.	90-m-Sohle ($1\frac{1}{2}$ 11) m	20-m-Sohle (12) m
1	722,2	770,5
4	646,3	713,0
5	694,6	754,4
6	664,7	717,6
7	616,4	667,0
8	621,0	676,2
9	699,2	745,2
10	708,4	742,9
11	685,4	715,3
12	632,5	664,7
13	634,8	662,4
14	676,2	694,6
15	740,6	754,4
16	708,4	722,2
17	687,7	715,3
18	706,1	724,5
19	719,9	738,3
20	660,1	708,4

Tabelle 10

Pkt. Nr.	$dl_1(1-1')$	Gruppe s. unten
1	— 2	b
4	— 10	c
5	— 34	c
6	— 19	c
7	+ 35	a
8	— 15	c
9	— 3	b
10	+ 18	a
11	+ 55	a
12	+ 40	a
13	+ 47	a
14	+ 6	b
15	— 14	c
16	— 9	b
17	— 1	b
18	+ 18	a
19	— 1	b
20	— 22	c

Die Auswertung ergab eine Laufzeit von rund 0,089 sec (90-m-Sohle). Der Schußpunkt hatte eine Höhe von etwa + 516 m (Mitte Loch in einem bereits tief ausgeschossenen Trichter). Die Höhendifferenz gegen den Neupunkt 10,5 ist demnach rund 410 m. Das ergibt ein v von etwa 4600 ms⁻¹. Mit diesem Wert sind die Laufzeitmittel für die 90-m- und 20-m-Sohle multipliziert worden. Tabelle 9 enthält die Ergebnisse der dabei ermittelten und für die Rechnung benutzten l in m.

4.33

Berechnung des Punktes 12
(20-m-Sohle)

Als Ausgangswerte dienen die Koordinaten und Höhen (4.21) und die l (4.32). Grafischer Bogenschlag mit einigen aus l berechneten s ergab:

y_{01}	x_{01}	1. Näherung
3480,0	8350,0	

Aus den s der Punkte 1, 9 und 17, die dem Schwerpunkt der grafischen Bestimmung nahe lagen, berechnet sich der NP nach den Methoden des mehrfachen Bogenschlages zu

y_{02}	x_{02}	2. Näherung
3461,0	8329,0	
m_y	m_x	
$\pm 4,5$	$\pm 6,5$	
$m_{x_s} = \pm 8,0$		
$m = \pm 6,3$ (mittl. Gewichtseinheitsfehler)		

Mit diesen Werten lassen sich die Strecken l' (FP_n – 2. Näherung) berechnen und mit den l vergleichen ($l - l' = dl_1$). Die dl_1 -Werte sind in Tabelle 10 angegeben (auf Meter abgerundet).

Das m_s der 2. Näherung ist $\pm 8,0$. Legt man aus Abrundungsgründen $\pm 10,0$ zugrunde, können die dl_1 in drei Gruppen geteilt werden (siehe 3.21)

a) $> + 10$	FP Nr. 7, 10, 11, 12, 13, 18
b) $< 10 $	FP Nr. 1, 9, 14, 16, 17, 19
c) $< - 10$	FP Nr. 4, 5, 6, 8, 15, 20

Die Gruppen a und c enthalten je sechs Zahlen. Die Anzahl der möglichen Kombinationen von n -Elementen zur r -ten Klasse beträgt

$$\binom{n}{r}$$

d. h. für sechs Zahlen zur 3. Klasse 20 Kombinationen. Die Berechnung sämtlicher Kombinationen erschien unzumutbar, da nur einigermaßen günstige Schnittfiguren brauchbare Ergebnisse liefern werden.

Aus einer Serie von schnittgünstigen Dreierkombinationen ist nun in jeder Gruppe eine Reihe von z berechnet worden. Die Berechnung erfolgt einschließlich

Probe nach dem in 3.2221 angegebenen Verfahren. Jeder FP wurde mindestens dreimal in eine Kombination genommen, und dann wurden die z der ihn enthaltenden Kombination gemittelt. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 11 und 12 zusammengefaßt.

Tabelle 11. Gruppe a (zu lang)

Pkt. Nr.	z m	dl_2 m
4	- 12,4	- 17,7
5	- 31,4	- 44,8
6	- 14,0	- 20,0
8	- 14,2	- 20,5
15	- 15,7	- 22,4
20	- 22,4	- 31,8

Tabelle 12. Gruppe c (zu kurz)

Pkt. Nr.	z m	dl_2 m
7	+ 43,8	+ 62,5
10	+ 16,3	+ 22,3
11	+ 36,7	+ 52,5
12	+ 37,7	+ 54,0
13	+ 52,0	+ 74,0
18	+ 16,1	+ 23,0

Diese Werte wurden durch $\sin 50^\circ$ dividiert, um den Übergang von der seigeren zur flacheren Verbesserung zu gewinnen (durchschnittliches Einfallen der l etwa 50° , weil $h \sim s$ nach Anlage der Messung). Mit der Kenntnis der dl_1 - und dl_2 -Werte sind nun je zwei gegenüberliegende Punkte, wie in 3.212 gezeigt, miteinander grafisch geprüft worden. Bei dieser Gegenüberstellung mußten selbstverständlich auch die zur Gruppe b) gehörenden Punkte mit herangezogen werden. Folgende Gegenüberstellungen sind behandelt worden: 1-11, 5-15, 8-18, 1-12, 4-13, 7-17, 4-14, 6-16, 9-19. Dabei ergaben sich die in Tabelle 13 angegebenen dl_3 -Werte.

Tabelle 13

Pkt. Nr.	dl_3 m
1	- 0
4	- 17,7
5	- 44,8
6	- 29,0
7	+ 35,4
8	- 20,5
9	- 6,0
10	+ 22,3
11	+ 52,8
12	+ 34,0
13	+ 46,0
14	+ 7,0
15	- 2,4
16	- 0
17	- 0
18	+ 23,0
19	+ 2,0
20	+ 17,9

Werden mit diesen dl die l verbessert, dann errechnet sich mit Hilfe der Formel in 3.2221 (räumlich):

	y_0	x_0	z
2. Näherung	+ 4,4 + 3461,0	+ 7,2 + 8329,0	+ 1,0 0
3. „	3465,4	8336,2	1,0
	m_y $\pm 0,8$	m_x $\pm 2,6$	m_z $\pm 0,8$
	$m_l = \pm 2,8$ $m = \pm 10,7$		

Der Wert z gibt gleichzeitig die Abweichung von der bekannten Sollhöhe. Mit 1,0 liegt er schon recht gut. Es

ist also zu vermuten, daß die 3. Näherung schon recht nahe am wahren Wert liegt. Als Berechtigung für die Annahme kann angeführt werden, daß eine aus Vergleichsgründen räumlich gerechnete Kombination mit den unverbesserten l , aus der die größten Ausreißer auf Grund der ersten Abschätzung entfernt waren, mit 11 Punkten ein z von $-14,0 \pm 8,5$ ergab.

Berechnet man die Koordinaten des Neupunktes nach den Formeln von 3.2222 (eben), so ergibt sich:

	y_0	x_0
2. Näherung	$+ 6,1$ $+ 3461,0$	$+ 6,1$ $+ 8329,0$
3. „	$+ 3467,1$	$+ 8335,1$
	m_y $\pm 2,2$	m_x $\pm 2,1$
	$m_s = \pm 3,0$ $m = \pm 6,3$	

Die mittleren Fehler der Gewichtseinheit m sind also bei dem räumlichen Schnitt größer. Die linearen Unsicherheiten sind fast gleich groß. Beide Berechnungsarten scheinen demnach gleichwertig zu sein. Die errechneten Koordinaten differieren um 1,7 bzw. um 1,1 m. Da m_x bzw. m_s größer ist als $\pm 2,0$ m, werden weitere Rechenoperationen notwendig, um nichts unversucht zu lassen, die geforderten Genauigkeiten zu erreichen. Zuvor sind jedoch die Koordinaten des NP nach den in 3.2221 geschilderten grafischen Verfahren aus den Laufzeitunterschieden noch einmal bestimmt worden.

Tabelle 14

Kombination	abgegriffene Koordinaten	
	x_0	y_0
4. 9.18	3465	8339
5.10.17	3458	8341
6.11.19	3466	8340
7.12.20	3465	8324
8.13.20	3468	8331
1. 8.14	3471	8338
1. 8.15	3471	8339
4. 9.16	3469	8342
5.11.17	3462	8336
6.12.18	3472	8333
7.10.15	3490	8320
9.13.19	3463	8328
7.14.18	3461	8336
Mittel	3467,8 $\pm 7,9$	8434,4 $\pm 6,7$
	$m_s = \pm 10,7$	

Die mittleren Fehler der Gewichtseinheit m sind also bei dem räumlichen Schnitt größer. Die linearen Unsicherheiten sind fast gleich groß. Beide Berechnungsarten scheinen demnach gleichwertig zu sein. Die errechneten Koordinaten differieren um 1,7 bzw. um 1,1 m. Da m_x bzw. m_s größer ist als $\pm 2,0$ m, werden weitere Rechenoperationen notwendig, um nichts unversucht zu lassen, die geforderten Genauigkeiten zu erreichen. Zuvor sind jedoch die Koordinaten des NP nach den in 3.2221 geschilderten grafischen Verfahren aus den Laufzeitunterschieden noch einmal bestimmt worden.

Mit Hilfe von je drei Punkten wurden jeweils grafisch y_0 und x_0 des Hyperbelschnittpunktes abgegriffen (im Maßstab 1 : 2000). Die Ergebnisse zeigt Tabelle 14.

Die mittleren Fehler sind hier wesentlich größer als bei den rechnerischen Methoden. Dies hat seine Ursache in dem Gegensatz zwischen der vollkommenen Ausgleichung der Rechnungen und der mehr oder minder subjektiven Auswahl

der grafischen Kombination. Bei 18 Elementen zur 3. Klasse sind $\binom{18}{3}$ Kombinationen möglich, eine astronomische Zahl. Es sind jedoch nur 13 grafisch ausgewertet. Die Auswahl geschah so, daß günstige Schnittfiguren entstanden und jeder FP mindestens zweimal verwendet wurde. Die drei Ergebnisse gegenübergestellt, geben folgendes Bild:

	y_0	x_0	
räumlich	3465,4	8336,2	
eben	3467,1	8335,1	
grafisch	3467,8	8434,4	
Mittel	3466,7	8435,2	3. Näherung

Auf eine Mittelung nach Gewichten mit $p = 1/m$ ist hier verzichtet worden, ebenso auch auf die Bestimmung des mittleren Fehlers des Mittels m , da dieser Wert nur zu neuer Abschätzung verwendet wird.

Mit den auf 3465 und 8435 abgerundeten Koordinaten ist nun ein neuer Vergleich zwischen l und l'' (3. Näherung — FP_n) gemacht worden. Dabei ergaben sich folgende dl_4 , denen in Tabelle 15 die dl_3 und dl_1 gegenübergestellt sind.

Es ist anzunehmen, daß die Koordinaten der 3. Näherung dem wahren Wert näher liegen als die der ersten Näherung, denn ihre mittleren Fehler sind kleiner. Mit der ersten Näherung sind die dl_1 berechnet worden. dl_4 müßte also für jeden Punkt näher an dl_3 als an dl_1 liegen. Dies ist bei den Punkten 1, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 15, 16, 18, 19 und 20 der Fall. Die Punkte 7, 10, 12, 13, 14 und 17 entsprechen nicht dieser Bedingung. Sie sind deshalb noch einmal nach der in 3.212 gezeigten Weise behandelt, jedoch unter Berücksichtigung der oben erwähnten Bedingung. Es ergaben sich die erneuten Gegenüberstellungen 4—14; 7—17; 4—13; 1—12; 10—20. Hierbei wurde z. B. bei der Gegenüberstellung 7—17 wie folgt überlegt: Beide Punkte passen nicht in die neue Abschätzung. Bei der ersten Gegenüberstellung war 17 unverändert geblieben, was offensichtlich richtig war. Geht 17 auf —4,8 (dl_4) und bleibt 7 auf —35, gibt es einen

Tabelle 15

Pkt. Nr.	dl_4 m	dl_3 m	dl_1 m
1	— 1,9	0	— 2
4	— 12,8	— 17,7	— 10
5	— 39,5	— 44,8	— 34
6	— 24,0	— 29,0	— 19
7	+ 29,2	+ 35,4	+ 35
8	— 19,7	— 20,5	— 15
9	— 6,3	— 6,0	— 3
10	+ 15,4	+ 22,3	+ 18
11	+ 54,6	+ 52,8	+ 55
12	+ 41,5	+ 34,0	+ 40
13	+ 50,2	+ 46,0	+ 47
14	+ 10,1	+ 7,0	+ 6
15	— 8,6	— 2,4	— 14
16	— 2,4	0	— 9
17	+ 4,8	+ 0	— 1
18	+ 23,8	+ 23,0	+ 18
19	+ 3,9	— 2,0	— 1
20	— 19,8	— 17,9	— 22

Schnitt, bei dem 7 31 m und 17 3 m von der 0-Linie entfernt ist. Mit diesen beiden Verbesserungen liegt der endgültige Schnitt ebenfalls bei 0. Diese letzten Verbesserungswerte sind also wahrscheinlich und entsprechen außerdem der Bedingung, dem dl_3 näher zu sein als dem dl_1 .

In dieser Weise behandelt, ergaben sich aus den neuen Gegenüberstellungen die dl_5 -Werte (Tabelle 16).

Tabelle 16

Pkt. Nr.	dl_5 m
1	— 3,0
4	— 20,5
7	+ 31,0
10	+ 15,0
12	+ 37,0
13	+ 48,5
14	+ 8,5
17	+ 3,0
20	— 21,0

Tabelle 17

	x_0 m_y	y_0 m_x	z m_z	$m_{(s)}$	m
räumlich	3465,9 $\pm 0,5$	8338,0 $\pm 1,7$	$\pm 1,6$ $\pm 0,5$	$\pm 1,8$ —	$\pm 7,1$ —
eben	3467,9 $\pm 1,5$	8337,3 $\pm 1,5$	—	$\pm 2,1$ —	$\pm 4,6$ —
grafisch	3466,4 $\pm 1,3$	8339,0 $\pm 1,1$	—	— $\pm 1,7$	— —
4. Näherung ¹	3466,7	8338,2	—	$\pm 1,9$	—

¹ Mit $1/m_l$ als Gewicht berechnet

Die Punkte 1, 4 und 20 mußten noch einmal mitgenommen werden, um die erneuten Gegenüberstellungen zu ermöglichen.

Werden die gemessenen l um die berechneten dl_4 bzw. dl_5 verändert, so ergeben sich nach Wiederholung aller Berechnungen die in Tabelle 17 angegebenen neuen Koordinaten.

Zur grafischen Bestimmung wurden die gleichen Kombinationen wie bei der 3. Näherung verwendet.

Die m , m_l , m_y und m_x sind eindeutig kleiner als die der 3. Näherung. Auch das m_z ist geringer geworden, obwohl das z selbst um 0,6 größer ist. Der Versuch einer weiteren Verfeinerung der Koordinaten erscheint sinnlos, da die Meßgenauigkeit von 1 ms hier einem Fehler von $\pm 4,6$ entspricht und die m_l alle unter diesem Betrag bleiben.

Der mittlere Fehler des Mittels ist nicht berechnet worden, denn alle drei Arten der Berechnung arbeiten mit dem gleichen reduzierten l . Die Differenzen zwischen den einzelnen Berechnungsarten sowie die m sind also ein Maßstab für die aus den Bestimmungsmethoden resultierenden Fehler. Als Maß für die Brauchbarkeit des Mittels kann nur das Mittel aus den drei m_l dienen, das sich zu $\pm 1,9$ m ergibt. Die drei m_l stimmen, wie bei gleichen Ausgangswerten verschiedener Rechenmethoden zu erwarten, ziemlich überein. Es ist nun, wie in den theoretischen Untersuchungen gezeigt, noch möglich, eine andere Methode der Reduzierung der l zu versuchen. Legt man die aus der ebenen Berechnung

gewonnenen Koordinaten der 2. Näherung ($y_{02} = 3467,1$) und ($x_{02} = 8335,1$) zugrunde und zeichnet mit den dazugehörigen s einen grafischen Bogenschlag, so ergibt sich ein Schwerpunkt günstiger Schnitte. An diesem Schwerpunkt geht der Bogen 7 als offensichtlich zu lang und gehen die von 17, 15 und 13 als offensichtlich zu kurz stark vorbei. Die s zweier gegenüberliegender Punkte über dem Neupunkt müssen sich, wenn sie fehlerfrei sind, zur Verbindungslinie dieser Punkte über dem Neupunkt klaffungsfrei ergänzen. Es erscheint deshalb richtig, die s der eben genannten Punkte bis zum Bogen eines gegenüberliegenden, den gemeinsamen Schwerpunkt nicht grob verfehlenden Punktes zu längen bzw. zu kürzen. Damit ist keine Reduktion der korrigierten s auf den gemeinsamen Schwerpunkt verbunden, so daß von einem Zwang gesprochen werden könnte, da die gegenüberliegenden Punkte ja ihrerseits auch mit Abweichungen gegen den Schwerpunkt der Schnitte behaftet sind. Es zeigt sich:

7 und 16 gegenübergestellt: 7 um 12 m kürzer
 17 und 6 gegenübergestellt: 6 um 12 m länger
 15 und 5 gegenübergestellt: 5 um 12 m länger
 13 und 4 gegenübergestellt: 13 um 10 m länger

Werden nun für die vier verbesserten Punkte erneut die s gerechnet und die ebene Berechnung der Koordinaten wiederholt, wird

y_0	x_0	5. Näherung
3469,0	8338,9	
m_y	m_x	
$\pm 2,2$	$\pm 2,1$	
$m_s = \pm 3,0$		
$m = \pm 6,5$		

Auf dem eben beschriebenen Wege gelingt es offensichtlich ebenfalls, die l so zu reduzieren, daß brauchbare mittlere Fehler erhalten werden. Sie liegen etwas höher als die der ebenen Berechnung der 4. Näherung, sind dafür aber auf kürzerem Wege gewonnen.

Tabelle 18

	y_0	x_0	m_l	p
4. Näherung	3466,7	8338,2	$\pm 1,9$	0,52
5. „	3469,0	8338,9	$\pm 3,0$	0,33
Mittel (y, x)	3467,6	8338,5	$\pm 2,4$	0,85
Sollwert	3470,4	8339,0	—	—
Differenz	+ 2,8	+ 0,5	+ 2,85	—

Als Endergebnis der Bestimmung des Punktes 12 auf der 20-m-Sohle wird das Mittel zwischen der 4. und 5. Näherung eingeführt. Die 5. Näherung muß hier

mit der durch drei verschiedene Berechnungsarten entstandenen 4. Näherung (mit $p = l/m_i$) zusammengetan werden (siehe Tabelle 18), da sie nicht nur eine andere Berechnungsart, sondern zum Teil auch auf neuen Wegen reduzierte Eingangswerte hat.

Der mittlere Fehler des Mittels aus beiden Näherungen ist hier mit $d/2$ anzunehmen, da keine unabhängigen Berechnungen vorliegen, sondern die 5. Näherung nur das Ergebnis einer anderen Reduktion gleicher Eingangswerte darstellt. Deshalb ist als mittlerer Fehler des Mittels ebenfalls das Mittel des mittleren Fehlers angenommen ($\pm 2,4$).

Dem Endergebnis sind dann die von der Betriebsmarkscheiderei bestimmten Sollwerte gegenübergestellt. Sie sind für diesen Vergleich praktisch als fehlerfrei anzunehmen. Sie entstammen Einrechnungszügen mit Abschlußfehlern von 1:10 000 bis 1:15 000. Die 5. Näherung liegt näher am Sollwert als das Mittel zwischen 5. und 4. Näherung. Es besteht jedoch kein Grund, die 4. Näherung auszuschalten, im Gegenteil, ihre mittleren Fehler sind besser als die der 5. Näherung.

Als Ergebnis der Übertragung der Koordinaten für einen Punkt in etwa 500 m Teufe ergibt sich eine Abweichung gegen den wahren Wert von 2,85 m. Diese Abweichung ist noch höher als das erstrebte Ziel von ± 2 m. Da eine Steigerung der Meßgenauigkeit nicht möglich erscheint, kann die Lagegenauigkeit nur durch Bestimmung mehrerer Punkte verbessert werden.

4.34

Berechnung des Punktes 10,5 (90-m-Sohle)

Auf Grund der Erfahrungen bei der Berechnung des Punktes 12 sind bei dem vorliegenden Punkt wesentliche Vereinfachungen in der Berechnungsart vorgenommen worden.

Aus grafischem Bogenschlag und mit Hilfe der Berechnung des Bogenschnittes aus den Punkten 1, 15 und 8 ergab sich die 1. Näherung

y_{0_1}	x_{0_1}
3460	8370

Unter Ausschaltung der grafisch klar erkennbaren Ausreißer 11, 12, 13, 19 und 20 wurde aus ebenem Bogenschnitt die 2. Näherung zu

y_{0_2}	x_{0_2}
3474,7	8346,9
m_y	m_x
$\pm 10,4$	$\pm 11,0$
$m_s = \pm 15,3$	
$m = \pm 29,0$	

berechnet. Mit diesen Werten ergibt sich die erste Abschätzung der Fehler (siehe Tabelle 19).

Tabelle 19

Pkt. Nr.	dl_1 m	Pkt. Nr.	dl_1 m
1	+ 3,1	12	+ 30,7
4	- 2,3	13	+ 38,4
5	- 36,4	14	- 9,6
6	- 30,2	15	- 28,0
7	+ 22,1	16	- 24,4
8	- 23,0	17	- 3,4
9	- 9,1	18	+ 6,9
10	+ 4,8	19	- 15,2
11	+ 42,7	20	- 17,2

Innerhalb des m_s von ± 15 m liegen die Punkte 1, 4, 9, 10, 14, 17 und 18. Die Entfernungen zu den Punkten 5, 6, 8, 15, 16, 19 und 20 sind mehr als 15 m zu lang. Entsprechend sind sie zu den Punkten 7, 11, 12 und 13 mehr als 15 m zu kurz.

Da das m_s von ± 15 m im Verhältnis zur Berechnung von NP 12 (± 8 m) groß ist, wurden hier auch die innerhalb der 15-m-Grenze liegenden Punkte mit betrachtet.

Aus einer Reihe von Kombinationen (jeder Punkt mindestens zweimal) ergaben sich folgende Werte für die Gruppe b (siehe 3.21) innerhalb 15 m (Tabelle 20):

Tabelle 20

Pkt. Nr.	z_I m	z_{II} m
1	- 2,6	+ 1,1
4	- 2,4	+ 1,4
9	- 6,4	+ 0,2
10	+ 5,1	+ 3,4
14	- 8,1	+ 0,1
17	- 0,3	- 0,8
18	- 1,8	- 1,4

Die z_I sind die Ergebnisse der Rechnung in Dreierkombinationen mit unverändertem l . Die geringen z (Soll ± 0) zeigen, daß die Annahme, diese Punkte haben relativ gute l , richtig ist. Die z_{II} sind aus den gleichen Kombinationen aber aus den nach z_I verbesserten l gerechnet. z_{II} ist außer bei Punkt 17 kleiner als z_I . Die Verbesserungen haben die l also den wahren Werten genähert. Punkt 17 widerspricht dem nicht, da z_I und z_{II} kleiner als lm sind. Diese Zweitberech-

nungen sind angestellt worden, um nachzuweisen, daß es sich bei den Punkten dieser Gruppe wirklich um diejenigen handelt, deren Meßergebnisse den wahren Werten der l sehr nahe liegen. Dies war bei Berechnung des NP 12 nicht geschehen, weil dort der mittlere Fehler nur halb so groß gewesen ist. Bei der Berechnung des NP 10,5 ist nicht nur aus den oben genannten Gründen, sondern auch aus prinzipiellen Überlegungen heraus nicht schematisch der gleiche Weg gewählt worden, um etwaige Fehlschlüsse in der Methode zu finden. Für die Gruppe a) (zu kurz) ergibt sich

Tabelle 21

Pkt. Nr.	z_I m	z_{II} m	dl_2
7	+ 35,1	- 12,3	+ 46,6
11	+ 34,2	- 3,6	+ 45,4
12	+ 43,8	+ 7,5	+ 58,2
13	+ 39,1	- 4,5	+ 52,0

Die Abschätzung wird durch z_I in der Richtung bestätigt. z_{II} zeigt, daß die aus z_I errechnete Zahl wirklich eine Verbesserung ist, denn z_{II} ist überall kleiner als z_I . Gleichzeitig ist z_{II} ein Maß, ob z_I evtl. zu groß oder zu klein ist. dl_2 ist z_I mal 0,75 (Übergang von senkrechter auf flache Verbesserung).

Für Gruppe c) (zu lang) ergibt sich entsprechend

Tabelle 22

Pkt. Nr.	z_I m	z_{II} m	dl_2
5	- 36,2	+ 12,8	- 48,3
6	- 42,6	+ 21,3	- 57,8
8	- 26,5	+ 1,0	- 35,3
15	- 42,6	+ 21,3	- 56,9
16	- 41,9	- 3,1	- 55,9
19	- 47,0	+ 16,5	- 62,5
20	- 31,9	+ 17,8	- 42,5

Durch die Gegenüberstellung folgender Punktpaare (siehe 3.212) 9 — 19; 6 — 16; 8 — 18; 5 — 15; 10 — 20; 4 — 14; 4 — 13; 7 — 17; 1 — 12 und 1 — 11, unter Berücksichtigung der dl_1 und des Übergangs $dl_1 - dl_2$, ergaben sich die in Tabelle 23 angeführten dl_3 - und damit l_1 -Werte.

Mit den aus l_1 gewonnenen s_1 ergibt ein mehrfacher grafischer Bogenschlag einen Schwerpunkt günstiger Schnitte bei $y_{03} = 3465$ und $x_{03} = 8360$. Als Ausreißer zeigen sich 12, 14, 15, 16 und 19 (zu lang) und 5 (zu kurz). Theoretisch müßten sich die s_1 zweier gegenüberliegender Punkte zu ihrer Verbindungslinie klaffungsfrei ergänzen. Es erscheint deshalb nach den bei der Berechnung

Handwritten text, possibly a signature or date, is visible at the bottom of the page.

Tabelle 23

Pkt. Nr.	dl_3 m	l_1 m	Pkt. Nr.	dl_3 m	l_1 m
1	- 10,0	712,2	12	+ 33,0	665,0
4	- 20,0	626,3	13	+ 52,0	686,8
5	- 35,0	659,6	14	- 21,0	655,2
6	- 32,0	632,7	15	- 30,0	710,6
7	+ 19,0	635,4	16	- 25,0	683,4
8	- 24,0	597,0	17	± 0	687,7
9	± 0	699,2	18	+ 10,0	716,1
10	+ 12,0	720,4	19	- 28,0	691,9
11	+ 56,0	741,4	20	- 25,0	635,1

des NP 12 gemachten Erfahrungen, die dort durch andere Rechnungen kontrolliert waren, richtig, auch hier die s_1 der genannten Punkte so zu ändern, daß sie den Bogen des gegenüberliegenden Punktes tangieren.

Dabei ergibt sich

5 (mit 12 und 17, weil 14 und 15 selbst unsicher)	- 15
12 (mit 1)	+ 15
14 (mit 4)	+ 25
15 (mit Mittel 4 und 6)	+ 14
16 (mit 6)	+ 6
19 (mit 9)	+ 12

Diese ebenen Verbesserungen, an den s_1 angebracht und dann den ebenen Bogenschnitt mit Ausgleichung gerechnet, ergaben

y	x
3468,6	8361,8
m_y	m_x
$\pm 1,4$	$\pm 1,4$
$m_s \pm 2,0$	
$m \pm 4,2$	

Damit sind die Näherungskordinaten günstiger mittlerer Fehler auf schnellerem Wege als bei NP 12 gewonnen. Allerdings mußten die längeren Berechnungen bei 12 gemacht werden, um die Aussichten dieser kürzeren Berechnung zu prüfen. Es sei hier erwähnt, daß auch die bei 12 angestellte Längenberechnungsart das Endergebnis langer, oft vergeblicher Rechenversuche ist.

Verglichen mit dem wahren Wert der Betriebsmarkscheiderei ergibt sich

Bergakademie
- Bücherei -
Freiberg i. Sa.

	y	x
Ist	3468,6	8361,8
Soll	3469,7	8362,4
Differenz	+ 1,1	+ 0,6
	$d_s = 1,2$	

Das Ergebnis liegt innerhalb der geforderten 2-m-Grenze.

4.35 Endergebnis aus beiden Berechnungen und Schlußfehler

Die ebene Entfernung 10,5 — 12 ist aus den gegebenen Koordinaten zu 23,5 m bekannt. Sie würde sich in jedem Falle durch markscheiderische Messungen unter Tage bestimmen lassen. Aus den seismischen Berechnungen ergeben sich 22,8 m. Die Differenz beträgt + 0,7 m. Dieser Vergleich ist die erste durchgreifende Kontrolle beider Berechnungen, da die mittleren Fehler — weil die Original-Meßgrößen verändert werden — keinen vollkommenen Einblick in die Genauigkeit der Rechnungen geben. Es ist bei der Bestimmung eines Punktes nach den vorliegenden Methoden durchaus denkbar, daß bei den Reduktionen Fehlschlüsse gezogen werden, obgleich die große Zahl der verwendeten Punkte davor weitgehend schützen wird. Es ist aber unwahrscheinlich, daß bei zwei unabhängigen Punktberechnungen gleichzeitig soviel einseitige Fehlschlüsse auftreten, daß beide Punkte nach der gleichen Richtung um fast den gleichen Betrag verschoben werden und so auch um die gemessene Solllänge voneinander entfernt sind. Diese Art der Kontrolle läßt sich noch verbessern, wenn man drei oder mehrere Punkte mit den gleichen Schüssen bestimmt, zwischen denen die Entfernungen gemessen sind. Der Plan, bei der vorliegenden Arbeit noch einen dritten Punkt einzubeziehen (NP 9), mußte, wie weiter vorn erwähnt, nach bereits erfolgter Aufstellung des Seismometers fallen gelassen werden.

Die paritätische Veränderung der Koordinaten beider seismisch bestimmten Punkte, so, daß ihre Entfernung 23,5 m wird, erbringt

NP	y	x
10,5	3468,6	8362,1
12	3467,6	8338,6

Die Differenzen zu den wahren Werten betragen dann

NP	d_y	d_x	d_s
10,5	+ 1,1	+ 0,3	+ 1,1
12	+ 2,8	+ 0,3	+ 2,8

Da zwei Punkte bestimmt sind und eine Orientierung von beiden Punkten gerechnet werden könnte bzw. von einem zwischen beiden Punkten liegenden dritten Punkt, ergaben sich für einen solchen, als genau in der Mitte angenommen, folgende Werte:

	x	y
Ist	3468,1	8351,0
Soll	3470,0	8350,4
d	+ 1,9	- 0,6
	d_s	2,0

Für jeden aus der Rechnung abzuleitenden Fehler sind maßgebend:

1. die m_s der Einzelpunktbestimmung
2. die Differenz gegen die bekannte Sollentfernung
1. beträgt $\pm 3,1$ m
2. dagegen nur 0,7 m

Eine echte Beziehung zwischen diesen beiden Werten gibt es nicht, da die beliebigen Vorzeichen der m_x und m_y , aus denen m_s entsteht, viele Möglichkeiten offenlassen. Es ist aber anzunehmen, daß die Lageunsicherheit des Mittels aus beiden Berechnungen nicht kleiner ist als 0,7 m und nicht größer als 3,1 m. Damit ist auch ohne Kenntnis der wahren Differenz von 2,0 m der Schluß auf eine Lageunsicherheit in der gleichen Größe naheliegend.

Mit diesen Überlegungen ist das gesteckte Ziel, die Koordinaten eines Punktes etwa auf Streckenbreite in die Grube zu übertragen, erreicht.

4.4 BETRACHTUNGEN ZUR AUSWERTUNG

4.41 Vergleich der dl

Die Tabellen 24 und 25 zeigen den Vergleich der wahren Messungsdifferenzen mit denen der einzelnen Reduktionen.

Die größten wahren dl liegen bei 50 bis 60 m. In 3.211 war ± 62 m als maximal zu erwartender Fehler geschätzt worden. Die Größenordnung der Abschätzung war also richtig.

Die Tabellen 24 und 25 zeigen, daß alle l , ohne Rücksicht auf die Größe ihres wahren dl , bei den Reduktionen Veränderungen erleiden. Es ist zu ersehen, wie sich die dl durch die Beachtung und verschiedenartige Anwendung der Zwangsbedingung $z = 0$ immer wieder dem wahren Wert nähern, auch wenn sie zwischendurch einmal nach der falschen Seite abwandern (z. B. Punkt 13 und 20).

Ebenso können schon gut stimmende Punkte wieder schlechter werden, wenn sie zur Korrektur von Ausreißern herangezogen werden müssen (z. B. 12 und 16).

Die verkürzte Berechnung von Reduktionen für den NP 10,5 gegenüber NP 12 wirkt sich auf die dl_2 ungünstig aus, sie passen schlecht zu den wahren dl . Dies

Tabelle 24

Pkt. Nr.	wahres dl m	NP 12			
		dl_1	dl_2 m	dl_3 m	dl_4 m
1	— 2,0	— 2	0	0	— 3
4	— 15,6	— 10	— 18	— 18	— 20
5	— 42,9	— 34	— 45	— 45	
6	— 28,2	— 19	— 20	— 29	
7	+ 26,0	+ 35	+ 62	— 35	+ 31
8	— 22,4	— 15	— 20	— 20	
9	— 8,0	— 3	0	— 6	
10	+ 14,6	+ 18	+ 22	+ 22	+ 15
11	+ 54,7	+ 55	+ 52	+ 53	
12	+ 42,4	+ 40	+ 54	+ 34	+ 37
13	+ 52,5	+ 47	+ 74	+ 46	+ 48
14	+ 12,9	+ 6	0	+ 7	+ 8
15	— 5,0	— 14	— 22	— 2	
16	+ 0,3	— 9	0	0	
17	+ 8,5	— 1	0	0	+ 3
18	+ 27,2	+ 18	+ 23	+ 23	
19	+ 6,5	— 1	0	+ 2	
20	— 18,8	— 22	— 32	— 18	— 21

Tabelle 25

Pkt. Nr.	wahres dl m	NP 10,5		
		dl_1 m	dl_2 m	dl_3 m
1	— 8,4	+ 3		— 10
4	— 13,9	— 2		— 20
5	— 46,6	— 36	— 48	— 35
6	— 37,2	— 30	— 58	— 32
7	+ 18,3	+ 22	+ 47	+ 19
8	— 21,6	— 23	— 35	— 24
9	— 2,0	— 9		0
10	+ 14,4	+ 5		+ 12
11	+ 54,2	+ 43	+ 45	+ 56
12	+ 42,8	+ 31	+ 58	+ 33
13	+ 51,0	+ 38	+ 52	+ 52
14	+ 2,2	— 10		— 21
15	— 17,3	— 28	— 56	— 30
16	— 15,5	— 24	— 56	— 25
17	+ 1,6	— 3		0
18	+ 8,1	+ 7		+ 10
19	— 18,5	— 15	— 62	— 28
20	— 25,3	— 17	— 42	— 25

war zu vermuten, deshalb ist hierbei außer den z_I auch das z_{II} berechnet worden, um ein Maß für den Wert des z_I zu haben.

Es war naheliegend, bei beiden Berechnungen die Punkte mit den extrem großen dl_1 — die sich schon in der ersten Abschätzung deutlich herausheben — von vornherein auszuschneiden. Eine solche Ausscheidung hätte jedoch den Prinzipien geodätischer Ausgleichung widersprochen, außerdem wäre dadurch der symmetrische Aufbau der Messung, dem ja im wesentlichen das Gelingen der Reduktion zu verdanken ist, zerstört worden.

4.42 Rückschlüsse auf die Geologie des Meßgebietes

Wie in 3.14 erwähnt, sind die Berechnungen so durchgeführt worden, als wäre die geologische Situation völlig unbekannt. Die Reduktion der seismisch gemessenen Entfernungen erfolgte nicht auf Grund geologischer Daten des Meßgebietes, sondern nur durch mathematische Überlegungen. Aus diesem Grunde kann nun mit den Ergebnissen der Rechnung auf die geologische Situation des Meßgebietes rückgeschlossen werden. Die Berechnungen der Laufzeiten zwischen den NP mit Hilfe der berechneten Koordinaten ergeben folgendes Bild (siehe Tabelle 26):

Tabelle 26

FP	90-m-Sohle ms^{-1}	20-m-Sohle ms^{-1}	FP	90-m-Sohle ms^{-1}	20-m-Sohle ms^{-1}
1	4500	4600	12	5000	4850
4	4500	4500	13	4960	5000
5	4310	4390	14	4620	4720
6	4360	4440	15	4500	4550
7	4720	4770	16	4500	4590
8	4430	4420	17	4600	4700
9	4580	4580	18	4650	4770
10	4730	4790	19	4500	4600
11	4980	4950	20	4410	4430

Auffallend ist sofort eine Geschwindigkeitsanisotropie. In 11, 12 und 13 treten besonders hohe Scheingeschwindigkeiten auf. Wie in 4.13 erwähnt, zieht sich von 12 nach 19 der Ausbiß einer Glimmerschieferplatte, die für die Geschwindigkeitserhöhung verantwortlich sein dürfte.

In 5 und 6 treten besonders niedrige Scheingeschwindigkeiten auf. Sie können ihre Ursache in der Entspannung des Gebirges durch die Grubenbaue haben. Dies kommt bei den Punkten 15, 16 und 19, wo es ebenfalls zu erwarten wäre, nicht zum Ausdruck. Es ist anzunehmen, daß die Glimmerschieferplatte diese Wirkung zum Teil kompensiert, so daß ein Wert nahe am allgemeinen Mittel 4600 ms^{-1} herauskommt. Dieser Mittelwert, der durch einen senkrechten Meßschuß gewonnen worden ist, stimmt mit dem Mittel aus allen Geschwindigkeiten gut überein.

Die hohen Scheingeschwindigkeiten in 7 und die niedrigen in 20 sind nicht eindeutig erklärbar.

Für die hier nicht erwähnten restlichen Punkte ist keine eindeutige Erklärung ihrer Geschwindigkeit aus der geologischen Situation möglich, wie etwa eine Folgerung auf die Schichtung des Gneises. Der Einfluß des durch den Bergbau weitgehend entspannten Gebirges ist zum großen Teil unkontrollierbar.

Zusammenfassung

Der Grundgedanke der Arbeit ist, eine vom Zustand der Tagesöffnungen weitgehend unabhängige Methode zur Orientierung von Grubenbauen und sonstigen unterirdischen Hohlräumen zu finden. Als hierzu geeignete Methode wird die Bestimmung der Koordinaten von untertägigen Neupunkten mit Hilfe der seismisch gemessenen Entfernungen zu bekannten Festpunkten untersucht. Diese Messungen werden durch geologische und bergbauliche Einflüsse verfälscht. Die Größenordnung dieser Einflüsse wird abgeschätzt. Es erweist sich dann als notwendig, die verfälschten Ergebnisse auf ein für die gewünschte Genauigkeit notwendiges Maß zu reduzieren. Dazu wird die Höhe der Neupunkte als bekannt eingeführt, da sich eine Höhenübertragung in einfachster Weise in jeden befahrbaren unterirdischen Hohlraum bewerkstelligen läßt. Die bekannte Höhe und die symmetrische Anlage der gesamten Messung erlauben dann, die Fehler der seismischen Entfernungsbestimmungen soweit zu reduzieren, daß brauchbare Ergebnisse (± 2 m) erwartet werden können. Dabei ist es nicht mehr notwendig, die geologischen und bergbaulichen Verhältnisse des Meßgebietes zu kennen. Für die Abschätzung und schrittweise Reduzierung werden Beispiele gebracht. Um den symmetrischen Aufbau der Messung zu ermöglichen, kann man die Lage des Neupunktes vor der endgültigen Bestimmung durch einige Probe-schüsse festlegen.

Die Bestimmung der Koordinaten wird formelmäßig als mehrfacher ebener und als räumlicher Bogenschnitt behandelt. Zusätzlich ist eine grafische Lösung mit Hilfe von Hyperbelschnitten angegeben.

Auf Grund theoretischer Überlegungen werden praktische Vorversuche beschrieben, bei denen Geräteeinsatz sowie Tiefe und Besetzung der Bohrlöcher für eine Messung untersucht werden. Unter Berücksichtigung der bei den Vorversuchen gemachten Erfahrungen und der theoretisch als notwendig erkannten Bedingungen werden zwei NP in 400 bis 500 m Tiefe bestimmt. Nach Reduzierung der seismisch bestimmten Entfernungen und Berechnungen der Koordinaten auf verschiedenen Wegen ergibt sich eine Differenz gegen die wahren Werte von linear 2,0 m.

Die mit Hilfe der so bestimmten Koordinaten berechneten Geschwindigkeiten der Stoßstrahlen zwischen Neu- und Festpunkten lassen Rückschlüsse auf den Zustand der zwischen diesen liegenden Gebirgszone zu.

Literatur

a) im Text angezogene:

- [1] TUCHEL, C.: Seismische Messungen. Abschnitt C des Taschenbuches der angewandten Geophysik von H. REICH und R. v. ZWERTGER (1943).
- [2] JORDAN, W., und EGGERT, O.: Handbuch der Vermessungskunde. 1. Bd. 9. Aufl. (1948).
- [3] STRAUBEL, R.: Theoretische Untersuchungen zur seismischen Orientierung von Grubenbauen (1955). (Unveröffentlichte Arbeit im Rahmen der wissenschaftlichen Aspirantur am Lehrstuhl für Markscheidewesen und Bergschadenkunde der Bergakademie Freiberg.)
- [4] HUGERSHOFF, R., und CRANZ, H.: Grundlagen der Photogrammetrie aus Luftfahrzeugen. (1919) S. 59 ff.
- [5] MARTIN, H., und TEUPSER, CH.: B.V. Nr. 3558 des Instituts für Bodendynamik und Erdbebenforschung Jena vom 7. Dezember 1956.
- [6] MARTIN, H., und TEUPSER, CH.: B.V. Nr. 3590 vom 22. Januar 1957.

Bergakademie
-Bücherei-
Freiberg i. Sa.

b) allgemein verwendete:

- [7] DOLEŽAL, E.: Internationales Archiv für Photogrammetrie (IV, 1913 bis 1914).
- [8] WILLERS, A.: Methoden der praktischen Analysis (1950).
- [9] LINSSER, H.: Verfahren zur Auswertung von Untertage-Seismogrammen. *Geofisica pura e applicata* 30 (1955).
- [10] TARCZY-HORNOCH, A.: Über die Bestimmung der durchschnittlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei der seismischen Reflexionsmethode. *Acta Technica Academiae Scientiarum Hungariae* IX (1954) S. 222—241.
- [11] SCHMERWITZ, G.: Ausgleichung der besten Stationsbeobachtungen mitteleuropäischer Erdbeben. *Z. f. Geophysik* 14 (1938) S. 351—390.

V

Handwritten text, possibly a signature or date, in the center of the page.

SLUB

Wir führen Wissen.

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK
FREIBERG