

12



~~Op. a. Pysin.~~

519. a. Plathem:

POSITIONES PHYSICAE,

QUAS,

ANNUO LABORE,

IN SCHOLIS PRIVATIS EXPLICAT, EXPERI-
MENTIS ILLUSTRAT, ET AUDITORUM
SUORUM MEDITATIONI PROPONIT,

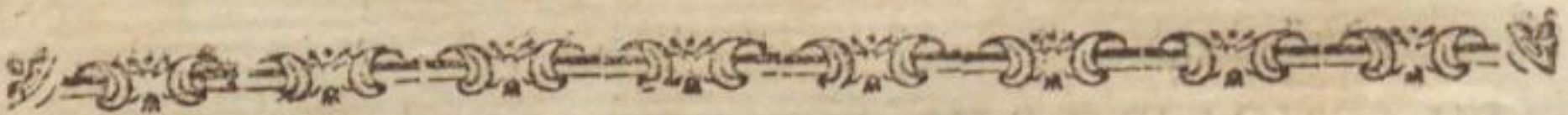
J. H. VAN SWINDEN;

ANTE HAC IN ACADEMIA FRANEQUERANA PHILOSOPHIAE,
LOGICES ET METAPHYSICES; NUNC VERO IN ILLUS-
TRI AMSTELAEDAMENSI ATHENAEO, PHILOSO-
PHIAE, PHYSICES, MATHESEOS, ET ASTRO-
NOMIAE PROFESSOR, VARIARUM ACA-
DEMIARUM SOCIUS.

Anno

TOMUS PRIMUS.

HARDEROVICI GELRORUM,
APUD IOANNEM VAN KASTEEL,
MDCCLXXVI.


Veneror inventa sapientiae, inventoresque; adire tanquam multorum hereditatem juvat. Mibi ista acquisita, mibi laborata sunt. Sed agamus bonum patrem familiae: faciamus ampliora, quae accepimus: major ista hereditas a me ad posteros transeat. Multum adhuc restat operis, multumque restabit: nec ulli nato post mille secula praeccludetur occasio aliquid adhuc edjiciendi. Sed, etiamsi omnia a veteribus inventa sunt: hoc semper novum erit, usus, & inventorum ab aliis scientia & dispositio.— Multa egerunt, qui ante nos fuerunt, sed non peregerunt.

SENECA EPIST. LXIV.



ILLUSTRIS. AMSTELAEDAMEN-

SIS. ATHENAEI. CURATORIBUS

MUNIFICENTISSIMIS

GULIELMO. HUYGHENS. Jcto

PETRO. CLIFFORD. Jcto

JACOBO. E L I A S. Jcto

VIRIS

DE. PATRIA. URBE. ET. LITERIS

OPTIME. MERITIS

HOC OPUS
PHYSICES. CULTORIBUS. OMNIBUS
INPRIMIS. AUTEM. AMSTELÆDAMENSIS
JUVENTUTIS. STUDIIS. JUVANDIS
DESTINATUM

D. D. D.
AUCTOR.
JACOBUS O. E. L. A. S.



DE PATRIA
OPTIMIS MERITIS



P R A E F A T I O.

LECTORI BENEVOLO

S. P. D.

J. H. VAN SWINDEN.

Cum ante hos novemdecim annos docendae physicae in academiâ Franequeranâ admoverer, ante omnia, de modo, quo hanc disciplinam profiterer, cogitavi. Et, re bene perpensâ, visus sum mihi me operae pretium facturum, si breves exararem positiones, quas auditoribus meis explicarem, demonstrarem, & experimentis confirmarem. Has equidem typis non mandavi; sed eas auditoribus meis exscribendas tradebam: quo itaque factum est, ut, tractu temporis, in aliorum atque aliorum notitiam hae positiones pervenerint, eorumque

haud pauci illas curatius editas videre desiderarint. In-
 ter hos praecipuum occupat locum vir doctissimus BERN-
 HARDUS NIEUHOFF in Gelrorum academiâ Harderovi-
 censi philosophiae professor celeberrimus: qui me iterum
 iterumque hortatus est, ut meas physicas positiones,
 quas antea sedulo examinaverat, ederem. Regerebam
 equidem, opus, in aliquot demum juvenum gratiam con-
 scriptum, & scholis meis unice dicatum esse consecratum-
 que: at respondit; opus hoc non auditoribus tantum
 meis, si ederetur, aequè ac nunc, imo magis etiam,
 profuturum, sed & iis insuper omnibus, qui physices
 studio incumbunt; de penuriâ elementorum, in qui-
 bus singula physices capita debitâ curâ tractentur, &
 recentissima quaeque, justo ordine digesta, congruisque,
 ut legitimum efficiant systema, locis inserta reperiantur,
 audiri querelas. Multos equidem, apud exteros inpri-
 mis, quotidie, elementorum titulo, prodire libros;
 in iis autem cursitatim de momentosioribus, fusius vero,
 de elegantioribus & levioribus capitibus differi: neque
 hos itaque, inexplebilem physicorum, qui solidiora quae-
 runt, sitim extinguere. Juvenes omnino ferme libris
 destitui, in quibus, non tantum rerum elementa clare
 tractentur: sed &, quid, de quâque re dictum factum-
 ve fuerit? exponatur, & scriptores, qui potissimum
 consulendi sint, indicentur; meumque opus, huic fini,

si curis tractaretur secundis, inservire posse, sibi videri.

Hoc equidem argumento pressus, non tamen victus, reposui, me quidem jam in ampliori, quam antehac, constitutum esse theatro; de Amstelædamensibus optima quæque sperare posse; probe scire, quanto fervore universæ literæ in hac urbe colantur, vel ab ipsis etiam illis, qui has, eo tantum tempore tractare possunt, quod aliis negotiis, quibus intenti sint oportet, & quibus vere obruuntur, eripere, sibi licet. At librum hunc, latine scriptum, haud multis Amstelædamensibus juvenibus inserviturum: non ideo tantum, quod ab eo tempore, quo pleræque disciplinae aliis atque aliis linguis tractantur, haud æque late ac antea, & magnâ quidem solidioris doctrinae jacturâ, amplificata fuerit latina dicitio; sed & quod ea negotia, quibus agendis plerique Amstelædamenses juvenes, summo patriæ bono, dicantur, ipsos adeo occupatos, teneant, ut pauci tantum e multis latinis literis operam dare queant. — Meque nullo jure exspectare posse, alios in patriâ nostrâ professores, me, & ætate, & doctrinâ, & meritis, & famâ potiores, opusculum meum in suis lectionibus adhibituros: namque, si ego, admodum juvenis, propria cogitata sequi, quam, (audax certe in juvene facinus, & rubore fere suffundor, dum nunc, sedatioris animi, reu-

narro) celebrioribus, & longo quodam usu in patriae scholis, juvenum informationi quasi consecratis scriptoribus, S GRAVESANDIO aut MUSSCHENBROEKIO uti mauerim, mihi certe nec jus nec rationem superesse postulandi, ut alii, aut propria cogitata, aut scriptores, quos huc usque secuti sunt, desererent, universamque, quam adhibuerunt, & usu, utilem invenerunt, methodum mutarent, ut me, sequerentur? — Apud exteros vero, jam adeo & in ipsis academiis invaluisse usum disciplinas omnes, illas etiam, quae in literis Latinis, Graecisque poliendis versantur, vernaculis linguis tractandi, ut, praeter memorata omnia, vel ipsa, quae scriptum est, lingua operis usui obstaret.

Haec, etsi mihi maximum pondus habere videbantur, NIEUHÖFFIO tamen non ejusdem apparebant pretii: regerebat enim, hic ejusmodi notae argumenta nihil quidquam valere: de ipso opere tantum agi; se non dubitare, quin doctores omnes publici, qui hoc reliquis praestantius judicabunt, pro eo, quo feruntur, veritatis & utilitatis publicae amore, ipso usuri sint; eos vero, qui alia physices elementa, meis, quoad ordinem, perspicuitatem, utilitatem, dictorumve elegantiam & concinnitatem, praestantiora sibi habere videntur, meo quidem, ut aequum est, in lectionibus suis non usuros; sed illud ta-

men discipulis suis certo certius commendaturos, cum, & talia, quae alibi frustra quaeruntur, confineat, neque aliud ullum, sibi saltem cognitum, citatorum scriptorum numero, ordine; addebat & delectu, rerumque utilitate & fecunditate conspicuarum copia insigni, cum meo, in quo quippe praestantissimae hujus philosophiae statum in hunc usque diem comperiundum, arbitrabatur, comparari posse; se, meum opus non tantum aliis commendaturum, sed & hoc, in suis lectionibus expositurum, quod ut tractu temporis alii & facerent, se maximopere desiderare.

Quid his, quae partim denegare non poteram, sed quorum parti, quominus assentirer, vetabat tenuitatis meae conscientia, quid his objeci? Id, quod perpetuo sensi: me sc. a me impetrare non posse, ut bibliopolae opus offerrem, de cuius sorte eo magis eram sollicitus, quo penitius ejus naturam inspicerem, attentiusque praesentem physices faciem intuerer, & impensius levidensem illam & evanidam physices scientiam, quam unam sibi comparare cupiunt multi, perpenderem. Sed & hoc etiam obstaculum e medio sustulit benigne certe nimis de me, meoque opere sentiens NIEUHOFFIUS. Postulavit tantum, ut opus ipsi traderem: se & bibliopolam facile inventurum, qui libenter illud prelo committeret; se &

editionis curam in se suscepturum, & omnia, quae requirerentur, praestitutum, dummodo non renuerem. — Succubui denique, & paterno forte amore erga librum ductus, quem, etsi incomtiorem, juvenibus, curae meae commissis, haud inutilem esse undeviginti annorum experientia comprobaverat, ipsum edere decrevi.

Narravi B. L. quae contigerint. Vides, quantas habeam NIEUHOFFIO rependendas gratias. Vides, cur elementorum, quibus jam obruimur fere, numerum auxerim. Vides denique, te ipsum, si aliquid utilitatis ex operâ meâ percipias, & hanc NIEUHOFFIO acceptam ferendam habere.

Dixi de causis, quae me impulerunt, ut opus hoc ederem: de ipso jam videamus. In eo, & studiosorum, juvenum imprimis, rationem habui; & illorum rebus prospexi, qui, aetate licet proveciores, solidiori tamen physices cognitione delectantur; & horum denique curam habui, qui, quovis aetatis tempore, aut quibuscunque in opportunitatibus, peculiaris quaedam physices capita, penitus, & ex professo, ut loquuntur, tractare cuperent. — Ut melius pateat, quomodo triplicem hunc finem assequi conatus fuerim, paucula quaedam de modo, quo physica docenda sit, praefari mihi liceat.

Juvenibus, qui animum rite studiis applicent, iis praecipue incumbendum esse disciplinis, quae ad solidam

doctrinam comparandam faciunt, constat. Inter has, & humaniores literas, & historias, & artem criticam, & perennem veterum scriptorum usum, numeranda esse, nemo facile negabit: eidemque ordini mathematicas & philosophicas disciplinas adscribendas esse, quis, jure dubitabit? Mathematicas, cum intellectum acuunt, perficiant, nobisque instrumentum praebeant, quo in physicâ, artibusque bene multis carere non possumus: philosophicas vero, cum dei, nostri ipsius, atque naturae scientiam evolvant.

In scholis autem philosophicis, iis non tantum prospiciendum est, qui, ad intimos usque philosophiae aditus penetrare, singulaque hujus disciplinae capita curatius addiscere cupiunt, eisque majori fervore incumbunt: sed & his, iisque longe plurimis, qui, dum aliis disciplinis se totos & ex professo dederunt, laudabili tamen acti desiderio, atque legitimo studiorum ordine adhibito, ut ab humanioribus literis, ita & a philosophiâ studiorum curriculum incipiunt; eidemque, curriculum hoc emetientes, aliquam sui temporis partem impendere pergunt. — Hi autem hunc sibi proponunt, aut proponant oportet, finem: & mentem iis informare philosophiae partibus, in quibus judicium acuendi, verum demonstrandi, a falso secernendi, & investigandi rationes explicantur; mathesi sc. & logicâ, quibus deinceps ad re-

liquas disciplinas addiscendas aptiores evadunt. — 2^o Generaliorem sibi in scholis physicis comparare naturae cognitionem, ut eo melius pulchrum hoc mundi, rerumque in eo existentium, spectaculum contemplari; ex hac speculatione uberiores fructus colligere; multarum denique rerum, phaenomenorumque quotidie occurrentium causas & rationes noscere possint. — Denique 3^o haec studia ita dirigere, ut, si circumstantiae, in quibus deinceps & peracto studiorum curriculo versaturi sunt, munera, quibus forte fungentur, aut salus publica, postulent, ut quaedam physices capita penitus intelligant, easve ad usus societatis humanae adhibeant, iis instructi reperiantur cognitionibus, quibus hoc opus facile aggredi, proprioque labore, & breviori tempore, perficere possint.

Publicus ergo philosophiae, matheos, & physices magister scholas suas ita dirigat, oportet, ut, horum juvenum desideriis ex asse satisfaciat. Nunquam itaque fit immemor, se, non coram viris loqui, qui merae delectationis causa, generaliore & leviolem disciplinarum cognitionem habere cupiunt: sed coram juvenibus, i. e. coram hominibus, qui studiis eum in finem operam dant, ut non evanidas, nostris eheu! diebus nimis frequentes, sed solidas cognitiones sibi comparent. Nihil itaque omittat, quod ad has acquirendas requiratur,

Nihil soliditati, unius amoenitatis causa & placendi gratia, detrahat: sed utilitatem juvandi praeferat gratiae placendi, licet omnibus enitatur viribus, oportet, ut misceat utile dulci. — Mathematicas itaque disciplinas ita doceat, ut juvenes ex his & ea adminicula, sibi comparent, quae ad ingenium acuendum & perficiendum inserviant; & satis instrumenti depromant, quo ad intelligenda scientiarum artiumque physicarum elementa uti possint. Etsi enim mathematicae speculationes in se sint pulcherrimae, & eorum quaedam admirationem nostram excitent, vel tum etiam, cum rebus in vitam civili peragendis nondum inserviunt; licet humanae mentis robur & sagacitatem in aprico ponant: praecipue tamen, ut instrumentum spectandae sunt, quo in vitam civili, atque reliquis disciplinis, ad ea peragenda, quae numero, pondere, & mensurâ absolvuntur, uti debemus.

Cum vero plerique, qui scholas physicas frequentant, non eo scopo physicam colunt, ut physici ex professo evadant: sed eo demum, qui literatos viros omnes, quaecunque ceterum studiorum genera fuerint amplexi, decet modo, horum in primis ratio habenda erit; neque tamen illorum cura negligenda, qui penitiorum physicis cognitionem sibi comparare cupiunt. Tria itaque capita physices doctorem sollicitum teneant, occupatumque: pri-

mum generalem naturae, ejusque phaenomenorum, & legum scientiam juvenibus exhibere; alterum, hanc scientiam ita explicare, ut juvenes, qui hanc sibi comparant, multarum rerum, in vita occurrentium, variorum artificiorum in artibus adhibitorum, phaenomenorumque, maxime obviorum, rationes & causas percipere ac reddere possint; denique tertium, efficere, ut haec scientia, omnium quidem captui accommodata, non tamen levis sit, sed solida: ut juvenes eam, non levioribus, & quae literatos viros dedecerent, sed solidioribus studiis assuescant; & eorum, quae in scholis physicis didicerunt, ope, facile alia atque alia, difficiliora etiam, physices capita intelligere, eave usibus humanis adaptare queant, si circumstantiae, in quibus versantur, aut munera, quae obeunt, id ab ipsis postulant, iive ipsi majori fervore, suoque ingenio ad studia philosophica ferantur.

Oportet ergo, ut vera tradantur principia, quibus singula physices capita nituntur. At haec principia non omnia ejusdem sunt generis: in physicis enim, quaedam solis observationibus patent; quaedam solis experimentis eruuntur; quaedam utrisque inter se nexis evolvuntur; quaedam denique, nec observationibus, nec experimentis tractari possunt, sed legitimam theoriam sunt invenienda, & experimentis, dein, observationibusque, confirmari.

da. In hac itaque parte, ut in phoronomiâ, mechanicâ, hydrostaticâ, cet. experimenta nil valent, nisi priuserutae fuerint, matheseos ope, illae leges, quae in corporum motu, atque actione obtinere debent: quae postquam autem detectae sunt, experimentis confirmantur. Verum haec, in eo rerum genere, ad detegendas leges adhiberi nequeunt; ad summum, hominibus, theoriae ignavis, eorum ope, hae leges indicari possunt: sed minime ita, ut hoc modo plenam, aut accuratam, aut veris principiis stabilitam notionem; eamque, quae deinceps in usus & applicationem vocari possit, acquirant. Unde hanc methodum adhibere, homini, juvenes, studiis, ut par est, incumbentes, & verae doctrinae acquirendae impatientes, docenti nefas arbitror. Absque mathefi nihil in plerisque physices capitibus proficere possumus: praecipue cum illi, qui nullam mathefi operam dederunt, nullis matheos principiis sunt imbuti, raro ingenium ita habeant excultum, ut ad intelligendam physicam requiritur. — Scientia porro physica, quae mathefi non est superstructa, solida non est, sed levis, sed vana, sed ea, quae studiosos juvenes prorsus dedecet. Mathefi itaque, quam e scholis physicis, & e libris, qui physices elementorum titulo prodeunt, exulare faciunt multi, perpetuo & in hoc opere, & in scholis utar; nunquam tamen ostentationis gratiâ, verum ubi eâ carere nequeo.

*Phyficam coram studiosis juvenibus ita tradere nefas
 duco ut mero spectaculo ipsorum oculi recreentur, nul-
 lum vero ipsorum menti offeratur pabulum: sed eam ita
 tradendam esse duco, ut quascunque in naturâ obtineant
 leges, singulas pro suâ diversâ indole, firmiter demon-
 stratas, & experimentis confirmatas videant; ut natu-
 ram non cursim oculis lustrent, sed vere; ut illam rerum
 phyficarum sibi comparent notitiam, quae & in vitâ
 civili, & rebus peragendis utilis esse potest; ut ex ipso
 denique modo, quo hanc addiscunt, nova depromant ad-
 minicula, quae mentem perficiant, rebusque diversissi-
 mae, & incertioris aliquando indolis, bene intelligendis,
 aptam reddant. In iis enim phyfices capitibus, quae
 meris experimentis absolvuntur, multa habentur incer-
 tiora; multa, quae tantum probabilitate quadam inno-
 tescent: non eâ, quae ad computum revocatur; sed eâ,
 quae rerum tantum analogiis superstruitur; & ex ef-
 fectuum, qui explicari possunt, numero atque momento,
 ipsarum denique explicationum majori minorive accura-
 tione desumitur. Habitum autem haec considerandi,
 ponderandique, atque ab iis, quae mathematica sunt
 discernendi; noscendi porro, quousque valeant in praxi
 mathemata, quid ferre recusent, ad mentis informa-
 tionem multum facere, quis negabit?*

En B. L. quae de docendâ phyficâ, deque iis, qui ita

lam addiscunt cogitavi. Quomodo positiones has constitu-
tuerim, ut his finibus satisfacerem, jam paucis accipe.

Quod ad ipsum ordinem attinet: dicam tantum me
illum elegisse, in quo singula capita commodius tractari
posse mihi videbantur, eaque prima tractarentur, quae
in expositione aliorum saepius usu veniunt. Praelibatis
itaque paucis de corporum generalioribus proprietatibus,
phoronomiam, seu scientiam motus expono: cum omnia,
quae in rerum naturâ observantur phaenomena, a motu
pendeant. — Sequitur mechanica, quae partim phoro-
nomiâ superstruitur: maximâ tamen pro parte, propriis
nititur principiis, e naturâ aequilibrîi desumptis. — Me-
chanicam excipit hydrostatica: cum maxime naturale
videretur ab aequilibrio & pressione corporum solidorum
ad aequilibrium & pressionem fluidorum pergere. — Ab
aequilibrio, pergo ad veram actionem, a motu penden-
tem, i. e. ab impactione tum solidorum, tum fluidorum
cujus scientia dynamicam, & hydrodynamicam consti-
tuit. — Hae quinque partes, generaliora praebent
physices capita, quorum uberrimus est usus: eaque con-
ficiunt, quae maxime a mathesi pendent, & pauca ab
ipsâ mutuantur experienciâ, hydrodynamicam forte
si excipias, ob angustos theoriae limites. — Ab his
generalioribus ad magis peculiaria pergo: sc. ad consi-
derationem fluidorum aërisformium, aërisque ipsius in

**

—

se considerari; ignis, luminis. — Postquam de his
 egi, examino vires, quibus corpora agunt, seu attrahen-
 do, seu aliis modis, & dynamicam constituo physicam,
 illam sc. quae a naturâ corporum singulari pendet, ut
 in libro V. mathematicam dynamicam constitui; illam
 sc. quae corporum in genere consideratorum, actionem,
 a solâ impenetrabilitate & motu pendentem, respicit. —
 Atque, his viribus cognitis, gressus fit ad notionem
 compositionis corporum, & elementorum, e quibus con-
 stant. — Ultimum occupat locum tractatus de meteoris,
 omnium forte difficillimus, & qui rite exponi, aut in-
 telligi nequit, nisi ab illis, qui in praecedentibus omni-
 bus physices partibus rite sunt versati. Haec de ordine
 sufficient.

Ut omnibus prospicerem finibus, quos supra exposui,
 in singulis libris ea tractavi, quae, & principia, &
 principiorum applicationem, & praecipua capita, quae
 in his ad examen vocarunt physici, continent. Singulas
 positiones eâ serie ordinavi, ut e praecedentibus facile
 elici possent sequentes, &, sive mathematicae sint, sive
 physicae, demonstrari.

Ipsas tamen demonstrationes non addidi: tum quia
 illas coram auditoribus proponere soleo; tum ut, & his
 ipsis, & reliquis physices cultoribus, materiam praebe-
 rem, in qua proprii ingenii vires exercere possent. Quid

enim, si demonstrationes adscripsissem, meditationi? quid ingenio reliquissem? nihil utique: obtunditur autem ingenium, simul ac non exercetur. Sed curavi, quantum fieri potuit, ut exercitium non in fatigationem vereretur. Ideoque fontes indicavi, e quibus lectores demonstrationes deducere possunt, non tantum alios scriptores consulendo; non tantum, quae viva voce protuli, si haec audiverint, revocando: sed & proprio labore. Et haud paucos, tum hic tum Franekeræ juvenes offendi, qui proprio Marte demonstrationes composuerunt, aut has, a me semel auditas, citationum mearum ope restituerunt.

Post singulos §§ citationes reperiuntur, quae indicant loca, a quibus propositionis, de qua agitur, demonstratio vel expositio pendet. Haec loca eo ordine disponentur, quo in demonstratione, ipsis opus est: ut, si scribatur v. c. (IV. 37; EUCL. VI. 4; I. 18; III. 43; I. 15), id indicat, in demonstratione adhibendam esse primo prop. 37. libri IV; dein 4. libri VI elementorum EUCLIDIS; porro 18. nostri libri I; 43. libri III; denique 15. libri I. — In citandis geometricis propositionibus, adhibui EUCLIDIS elementa, tum, quoniam in omnium manibus versantur: tum, quoniam plerique, qui geometriae elementa conscripserunt, suis operibus indices addiderunt, e quibus facile percipitur, quibusnam EUCLIDEIS propositionibus suae respondeant.

Verum EUCLIDIS elementa non omnia continent subsidia, quae hodie physicus e matheſi depromere debet. Hinc utile mihi viſum fuit, introductionis nomine illas exhibere matheſeos propoſitiones, quae apud EUCLIDEM non reperiuntur, & quibus frequentior eſt in phyſicis uſus, ac ſingulis nomina celebriorum aliquot ſcriptorum apponere, apud quos harum demonſtratio videri poteſt. Ita & brevitati, & ut opinor, etiam commoditati lectorum atque auditorum conſului. — Si vero contingat, ut in lectionibus meis majori propoſitionum, haud ita vulgo cognitarum, numero indigeam, his in antecellum demonſtrare ſoleo: quemadmodum id de parabolâ obtinet, ubi ad corporum projectorum proprietates exponendas pervenio.

Haec de citationibus, quae juxta ſingulas propoſitiones reperiuntur: ad illas pergamus, quas infra easdem appoſui, & quae conſulendos ſcriptores indicant.

Scriptores, quos citavi ad duas generaliores claſſes reducere liceat: illos ſc., qui integra phyſices ſystemate ediderunt; atque illos, qui tantum de his illiſve phyſices partibus egerunt, aut etiam, de hoc illove peculiari capite, ſcripta quaedam evulgarunt.

Cum opusculum meum juvenum imprimis informationi, atque ſcholis meis, dicatum ſit; juvenes autem libros omnes ſibi comparare nequeant, atque, licet hos ſibi

compararent, eosdem, quominus legerent omnes, veta-
rent & temporis penuria, & varietas finium, propter
quos physices studio incumbunt: iis certe generatiora
fuerunt indicanda elementa, quae integrum physices
ambitum complecterentur, & in quibus singula breviter
exposita legere & repetere possent. Si ex iis, qui pro-
stant, scriptoribus, 'S GRAVESANDIUM, MUSSCHEN-
BROEKIUM, NOLLET, KRAFFT, DESAGULIERS, SIGAUD
DE LA FOND, perpetuo citaverim, principes in arte
nostrâ viros me citasse, mihi visus sum. Si alios, ut,
inter Brittannos, philosophiam Brittanicam cl. MAR-
TIN; inter Germanos, elementa HAMBERGERI, EBER-
HARDI, ERXLEBENII non citaverim, ratio est, quod ci-
tationum numerum nimis augere inutile duxerim: eosque
scriptores antepone debuerim, qui & maxime scopo
meo inserviunt; & quorum opera linguis scripta sunt,
quae hîc facilius intelliguntur.

Nemini autem auctor essem, ut hos elementorum
scriptores, quos citavi, legeret omnes. Quisque eum,
qui sibi maxime arridet, deligat: aut delectum faciat
legitimis principiis nixum; de hoc, alio forte tempore
& loco agam.

Verum illis, qui non summa tantum capita tractare,
eaque levius percurrere, sed rem paullo altius inspicere
cupiunt, memorati scriptores minime sufficiunt: alii,

qui singulas partes curatius tractarunt, sunt adeundi. Atque hic occurrunt primo illi, qui matheſeos applicatae elementa ſcripſerunt, i. e. illas phyſices partes, quae mathematice tractari poſſunt, curatius expoſuerunt. Inter hos HENNERTIUM & WOLFIUM, v. g. perpetuo citavi, aliosque variis in locis, ubi opus erat, iique res melius tractarunt, addidi: ſed quis omnes citare poſſet? & cui bono hic maximus citationum numerus? — Praeter hos alii ſunt ſcriptores, qui egregie de his illiſve partibus integris egerunt: alii de phoronomia, alii de mechanicâ, alii de dynamicâ, alii de igne, opticâ, electricitate, cet. Inter hos aliquot elegi, qui mihi praestantiores, aut maxime cogniti videbantur; illos ſuis locis perpetuo citavi. Sunt denique ſcriptores, qui de unico tantum capite, ſed ex profeſſo, & profundius egerunt, ſive in libris ſeorſim editis, ſive in diſſertationibus, quas monumentis academiae cujuſdam inſeruerunt. — Haec opuscula a veris phyſices cultoribus praecipue adeunda ſunt; ex his ſolis vera doctrina haurienda eſt: haec itaque praecipue conſului; haec praecipue, ſimul ac nova & utilia quaedam protulerunt, citavi; in eo peculiarem operam poſui. Hoc certe titulo, ſi quovis alio, ſe commendat meum opus: in dicti confirmationem e tomo hoc primo aſſerre mihi liceret capita, in quibus de pendulorum applicatione, de corporibus in aëre ope pul-

veris pyrii projectis, de bilancibus, de attritu, in medium protuli. Dixi multa, quae alii systematum physices collectores silentio praeterierunt: an operae pretium fuerit, haec proferre, tu ipse judica B. L.

Ceterum aliquando citationibus duo signa praefixa reperiuntur. Signum † indicat scriptorem, cujus nomini apponitur, me judice, praecipue adeundum esse: alterum * scriptores, de quibus agitur, aut primos rem, de qua agitur, tractasse; aut illos, qui elementa scripserunt, ex his ea, quae afferunt, praecipue desumpsisse.

Multos itaque legi, multos citavi scriptores: volui nimirum, ut hoc opusculum etiam, (quantum per vires meas licuerit) inserviret tanquam generalior index praecipuorum scriptorum, qui res physicas tractarunt: ita scilicet, ut, si quis peculiare quoddam caput, & quae de eo dicta fuerunt, profundius intelligere cupiat, evolvendum tantum habeat illum libri mei locum, in quo de eâ re agitur. Ex ipsis positionibus discat praecipua, quae dicta fuerunt: in citationibus vero quaerat, & scriptores, apud quos haec praecipua latius exposita, reperiet; & illos, qui hanc rem ulterius tractarunt, eaque protulerunt, quae afferre mihi, dolenti quidem, & maxime dolenti, non licuit; tum, ne in nimiam molem incresceret opus: tum, quod matthesi nimis sublimi superstruantur.

Academiæ monumenta praecipua continent, quae

*nova detecta fuerunt: sunt non tantum academi-
 arum, eorum sc. quae in his peracta sunt, sed ipsius ingenii
 humani monumenta. Haec itaque mihi comparavi mul-
 ta, utinam potuissem omnia! haec sedulo pervolvi: ne-
 que aliquid, de industria saltem, omisi, quod ad rem
 pertinere mihi videbatur. Si aliquid omiserim, (& hoc
 aliquando contigisse, haud dissitebor), id humanae mentis
 debilitati tribuatur; fractisque aliquando e protracto la-
 bore viri. Haud tamen contigit saepe: & in opere
 adeo longo, quis somnum aliquando obrepisse mirabitur?
 quis condonare recusabit? — Consului monumenta aca-
 demiae Parisinae, Divionensis, Londinensis, Edinbur-
 gensis, Petropolitanae, Dantiscanae, Berolinensis; so-
 cietatis amicorum naturam explorantium, Gottin-
 gensis, Pragensis, Bojicae, Manheimensis, Holmien-
 sis, Upsaliensis, Drontheimensis; societatis Haarlemen-
 sis, Roterodamensis, Vlislinganae, Trajectinae, Teyle-
 rianae; academiae Bruxellenfis, Taurinensis, Bononien-
 sis; societatis artium Genevensis. — Addidi, acta Haf-
 niensia, Helvetica, Lipsiensia, Miscellanea Wratis-
 baviensia; Hordeum Hamburgicum; illud quod Go-
 thae cum maxime edit clar. LICHTENBERG. — Porro
 collectanea, quae Belgice prodierunt, sub titulis Hol-
 lands magazyn, uitgeleeze verhandeligen, uitge-
 zogte verhandeligen, natuurkundige verhandeligen*

gen, natuurkundige jaarboeken, natuurkundig kabinet; *denique diarium physicum, seu journal de physique* Abbatis ROZIER.

Aliarum academiarum acta, aut miscellanea consulere mihi non licuit. His addidi scriptores de singulis physices capitibus praestantissimos, quotquot mihi comparare potui: me tamen omnes, qui exstant, acquirere non potuisse, perspicuum est (a). Feci itaque, hac in re, non quod fieri poterat, sed quod nunc praestare mihi licuit, optimum. Tractum temporis hanc laborum meorum partem perficere conabor; illamque perficient alii. Neque ea ad summum perfectionis fastigium deduci poterit, nisi

(a) Inter omnes qui mihi defuerunt, maxime desideravi tractatum clar. XIMENES, quem §. 295. mechanics citavi. De eo ita loquuntur scriptores egregii diarii Anglici (*monthly review for Mey 1783. p. 440.*) „ this is a publication of the first merit: the „ subject is difficult, and has never been hitherto treated in a „ manner that has given entire satisfaction: &c. &c. The law of „ resistance laid down by AMONTONS, according to which the re- „ sistance is supposed to increase in proportion to the increase of „ weight in the moving body, was suspected of fallacy by MUS- „ SCHENBROEK; but is entirely exploded and proved false, by „ numerous experiments in the work before us.” Quantum dolet, me haec experimenta ignorare! sed librum, quidquid fecerim, comparare mihi non potui. Alium, de eadem re, & mihi etiam ignotum a cl. LICHTENBERG apud ERXLEBENIUM citatum vidi, sc. „ Esperienze intorno alla resistenza del fregamento del legno & de „ metalli, ed a quella prodotta dalla durezza e ruviditi delle corde, „ fatte del capitaneo PAOLO de LANGEZ, Verona 1782, 8^o.”

unanimi multorum physicorum, in variis regionibus degentium, labore. — Citationes denique ita disposui, ut non indicarem in genere, hos illosve scriptores esse adeundos: sed qui, & quo loco, pro singulis positionibus consulendi sint? omnes ipse legi, & quantum fieri potuerit, curavi, ut errores in citationibus non irreperent: nullum tamen irrepsisse asseverare, temerarium esset: & ut illos, qui irreperunt, aequi bonique consulant lectores, humillime rogo.

Denique ad calcem praefationis indicem addidi alphabeticum omnium citatorum scriptorum: tum, ut juvenes libros melius cognoscere possent; tum, ut lectores facilius scriptorum, quos consului, nomina cernerent. Aliquid enim mihi, vel tacite etiam, tribuere, quod aliorum est, piaculum duco. Plinianis verbis dicam „ argumentum hujus stomachi mei habebis, quod in his voluminibus auctorum nomina praetexui: est enim benignum (ut arbitror) & plenum ingenui pudoris, fateri, per quos profeceris (b).”

Pergo tandem, ad ipsas positiones. His complexus sum praecipua, quae hodie per integrum physices ambitum cognita reperiuntur principia: quibus rite intellectis ad omnia, maxime etiam sublimia, gressus fieri potest,

(b) PLIN. hist. natur. in praef.

dummodo sufficiens accedat in mathematicis disciplinis peritia. Principia haec ita inter se necere conatus sum, ut e se invicem deducerentur. Verum alia sunt palmaria, omnibusque illis, qui, vel levisime etiam, physicam colunt, necessaria: alia, secundi ordinis, e prioribus pendentia, & quae iis demum usu veniunt, qui physicam paullo latius excolere cupiunt: alia denique etiam difficiliora, & quibus ad interiora physices penetralia panditur aditus. Curavi itaque, ut haec a se invicem distinguerentur: ideo triplici typorum genere usus sum. — Literis majoribus ea comparent, quae prima constituunt elementa: ea proinde in lectionibus meis singulis annis exponam, demonstrabo, & experimentis confirmabo, ut sic studiosi juvenes legitimam, eamque haud ita levem, sed quae solidiori doctrinae acquirendae viam parabit, physices cognitionem sibi comparent; imo talem quae, si principia, quibus superstructa est, spectentur, jam ipsa solida dici meretur.

Quae litteris minoribus expressa spectantur, sunt principia secundi ordinis, de quibus modo dixi, paullo difficiliora, neque ab omnibus addiscenda; sed ab iis demum, qui ardentius physicae incumbunt. Unde haec non adeo constanter in auditorio meo exponere soleo: sed tantum hinc inde quaedam, prout rerum pertractandarum copia, circumstantiae, auditorum peritia, atque desi-

deria id ferent; & gratulor sane mihi, atque maximè perfundor voluptate, quod & Franequerae, & Amstelædami, juvenes invenerim, quibus hæc exponere mihi licuit, qui hæc facile intelligebant, atque avidè accipiebant.

Quæ denique literis minimis comparent, ea ut materia meditationis, & ulterioris inquisitionis iis propono, qui, sive auditorum meorum numero accenseantur, sive non, physicam penitus colunt, & ad interiora penetrare cupiunt. Hæc scholis nostris solitis minus accommodata videntur: unde ea silentio premere soleo, sed in privatis scholis libenter exponam, & si opus est, experimentis confirmabo illis, qui se ex professo physices studio applicant, majoresve in hac disciplinâ progressus facere cupiunt. — Horum desideriis satisfacere, ad muneris, quo fungor, officia pertinere censeo. — In iis autem, quæ ad tertiam hanc positionum classem pertinent, multa indicare tantum debui, quæ paullo latius exponere maluissim: sed operis ratio id impedivit. Curavi, si altioris indaginis scripta quaedam citarem, ut probe principia physica, quibus hæc nituntur, perspicerem, eaque ipsi meo operi insererem; ut disciplinae hujus cultores in eo omnia invenirent principia physica, quibus ad intelligentiam aliorum scriptorum opus est.

At, quae in his e sublimiori mathesi repetuntur, explana-
re, praesens institutum non sinebat.

Hac autem opportunitate juvenes impense hortari li-
ceat, ut, tum pro ingenii culturâ, tum pro civitatis
commodis, atque disciplinarum physicarum majori per-
fectione, aliquam, & quantum ipsis licebit, haud le-
vem sublimioris matheseos cognitionem sibi comparent:
nam & in mathesi, ut vulgo, sed immerito satis, &
pene dixerim odioso nomine, vocatur, sublimiori, mul-
ta invenient capita, quae ingenii sagacitatem acuent,
robur ipsi conciliabunt, illudque in arte inveniendi per-
ficient: & in ipsâ physicâ haud pauca sunt scitu ne-
cessaria, rebusque in vitâ civili peragendis utilia quae
non, nisi matheseos sublimioris ope, intelligi & absolvi
possunt; imo & quaedam, quae nondum absolvi potue-
runt ideo tantum, quod instrumentum, quo uno perfici
possent, mathesis nempe, nondum sufficienter sit excul-
tum; cujus rei exemplum attulimus, & quidem, cum
mathematicorum herculem, EULERUM, auctorem ha-
beat, insigne, in §. 240 phoronomiae. — Neque
matheseos sublimioris intelligentia adeo difficilis est ac
multi, harum rerum ignari, eamque, vel hac unâ de
causâ, ut fieri solet, contemntes, clamant. —
Equidem in eâ reperiuntur, quae primâ fronte magis

ad sagacitatem ingenii humani declarandam, quam ad utilitatem, si tamen verum sit, ea, quae sagacitatem perficiunt, non, vel ita etiam, inter utilia reponi debere, pertinent: sed & haec ad egregium instrumentum perficiendum & poliendum faciunt, & gratiae maximae iis habendae sunt, qui huic operi incumbunt, & mathe sin, ulterius provehere conantur. Hanc, ipsius non utilitate in vitam civilem, sed pulchritudine moti, coluerunt veteres. — Nonne EUCLIDES, APOLLONIUS, ARCHIMEDES, ceteri, conicarum v. g. sectionum doctrinam, aliaque mathe seos capita sedulo excoluerunt & perfecerunt, licet ea rebus, in vita civili peragendis, aut societatis humane commodis vix unquam applicare potuerint: eorumque utilitas ante sesquiseculum demum patescere inceperit, postquam KEPLERUS veram orbitarum, in quibus planetae moventur, figuram; GALILAEUS corporum, gravitate delabentium leges; NEWTONUS denique gravitatem universalem detexerint. Quae utilisima inventa, aut detegi non potuissent, aut inutilia prorsus jacuissent, nisi veteres sectionum conicarum doctrinam sedulo excoluissent; etsi hujus usum non intellexerint.

— Si mathe si sublimiori uti mihi licuisset, quot non in phoronomia addere potuissem, quae ad scripta EULERI,

D'ALEMBERT, BERNOULLIORUM aliorumque intelligenda multum inserviissent, & utilitatem habuissent haud contemnendam? Anxie praecipuas formulas, quibus hi scriptores utuntur, perquisiveram; facili simplicitate eas proposueram; earum usum paucis ostenderam; & quo modo cum reliquis, quae simpliciiori mathesi nituntur, conveniant, indicaveram: sed haec omnia, etsi scripto mandata, dolens seposui, cum plerisque, quibus hoc opus dicatum est, parum inservirent; haec itaque in aliud tempus servabo.

Dum nunc, absoluto hoc primo volumine, de integro opere, ulterius attentiusque cogito, videor mihi multa proposuisse, quae in solitis physices tractatibus non reperiuntur, sive theoriam, sive, & praecipue, praxin spectent; physices itaque cultoribus oportunitatem me praebuisse, haec, vulgo insuper habita, hinc & plerisque incognita, imo in academiarum thesauris, ac libris bene multis, tanquam in vasto oceano recondita, addiscendi, indagandi, & ulterius persequendi, quod haud levis utilitatis erit. Utilitati itaque publicae opus hoc, ingenti, & ferme incredibili, labore e multis libris collectum, consecro. Ingenii laudem, quae nulla mihi ex eo tribui potest, non quaero: res ipsa

*hanc negat. Animo benigno laborem meorum fructus
accipe B. L. Errores quos, commisi, corrige: &*

„ Si quid novisti rectius istis
„ Candidus imperti: si non; his utere mecum.”

AMSTELAED.

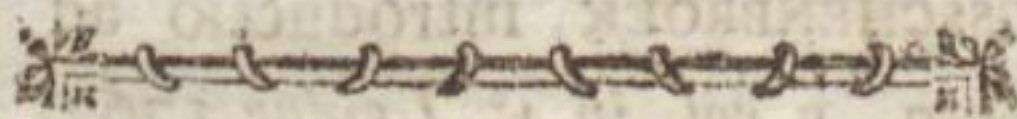
die 3 Februarii 1786.





I N D E X

LIBRORUM, QUI IN HOC OPERE CITANTUR,
PRAETER ACADEMIARUM MONUMENTA,
ALIAQUE COLLECTANEA, IN PRAE-
FATIONE MEMORATA.



CURSUS PHYSICI INTEGRI, PER INTEGRUM OPUS PERPETUO ADHIBITI.

1. D. — DESAGULIERS, *curfus physicus, qui liber Anglice conscriptus, Belgice prodiit sub titulo: natuurkunde uit de ondervinding opgemaakt; 3 deelen, 4° Amsterdam 1751. Gallice prostat sub titulo cours de physique, 2 vol. 4°. Usus sum versione Belgicâ: citantur lectiones.*

2. EU. — EULER lettres à une princesse d'Allemagne; Londres 1775. 3 vol. 8°. *Egregius hic liber etiam Belgice prodiit.*

3. G. — 's GRAVESANDE elementa physices, editio 3^a, Leï-
dae 1744. 2 vol. 4°. Prodiit etiam Gallice: versionis
Belgicae exstat tantum primus tomus.
4. H. — HENNERT cursus matheseos applicatae, Ultraj.
1768 seqq. sex vol. in octavo. Liber egregius, sed
non adeundus, nisi ab illis, qui mathesin sublimiorem
probe intelligunt.
5. Kr. — KRAFFT praelectiones physicae, Tubingae 1765.
3 vol. in 8°.
6. M. — MUSSCHENBROEK introductio ad philosophiam
naturalem, 2 vol. in 4°. Leidae 1762. Exstat, tribus
voluminibus in quarto, versio Gallica sub titulo cours
de physique — traduit par M. SIGAUD DE LA FOND
Leidae. Optima editio physicae Belgicae MUSSCHEN-
BROEKII est illa, quae anno 1739 prodiit: sed adhibui,
ultimam editionem Latinam, quae sola adhiberi debet.
7. N. — NOLLET leçons de physique, 6 vol. in 8°. Exstat
etiam egregia versio Belgica: usus sum editione Gallica,
cujus aliquando paginas citavi. Huic operi aliud ejus-
dem auctoris addatur, in quo, quaecunque machinarum
construccionem spectant, fuse exposuit vir clar. titulus
est: art des expériences, ou avis aux amateurs de
physique &c. 3 vol. 8°. Amst. 1770.
8. S. — SIGAUD DE LA FOND leçons de physique, Paris
1777. 4 vol. 8°. Cui operi jungatur aliud ejusdem
auctoris, cui titulus description & usage d'un cabi-
net de physique, 2 vol. 8°. 1776. Utriusque nuper
alia prodiit editio.

9. *W.* — WOLFF elementa mathefeos universalis, *Halaë* 1743. 5 vol. 4°. Citantur volumina: & additâ literâ indicatur, an mechanica; an hydrostatica &c. citatur?

II.

LIBRI CITATI IN PROLEGOMENIS.

10. D'ALEMBERT mélanges de philosophie, d'histoire, & de littérature, *Paris* 1761. 5 vol. 8°.
11. BOERHAAVE elementa chemiae. *Multae dantur editiones: optima & geminaest Leidensis anni 1731. 2 vol. 4°. Usus sum Parisinâ; cui adnexae sunt BOERHAVII opuscula.*
12. ————— oratio de comparando certo in physicis, habita *Leidae* 1715; inserta opusculis; & ad calcem edit. *Paris. chemiae.*
13. BONNET contemplation de la nature *Amsterd.* 1764. 2 vol. 8°. *Usus sum versione Belgicâ, quae Francqueræ a. 1774 seqq. prodiit tribus voluminibus in 8; & multis notis illustratur. Praestat editio novissima Gallica, auctoris operibus inserta, & etiam seorsim edita.*
14. BOYLE disquisitio de ipsâ naturâ: in operibus, *tomo IV. editionis Latinae.*
15. CARRARD art d'observer: inserta haec praemijera dissertatio in actis societatis *Harlemensis* *tomo XIII; sed seorsim recusa in octavo, Amstelædami 1777.*

16. CONDILLAC traité des systémes, 2 vol. 8°. Paris 1755;
alia editio prodiit Amstelaedami 1771.
17. 's GRAVESANDE oratio de evidentiâ, habita Leidae 1724;
praefixa elementis physices.
18. LA LANDE astronomie: *optima editio est illa anni 1771,*
4 vol. in 4°. Belgica etiam versio trium priorum volu-
minum exstat.
19. MACLAURIN exposition des découvertes DE NEWTON,
Paris 1756. 4°. Liber ille Anglice prodiit sub titulo
account of sir Isaac NEWTON's discoveries, 4° & 8°.
20. MACQUER dictionnaire de chymie, 2^e ed. 4 vol. 8°. Pa-
ris 1778.
- 20.* MUSSCHENBROEK oratio de methodo instituendi expe-
rimenta.
21. SENEBIER art d'observer: *praemifera dissertatio inserta*
in actis societ. Harlemens. t. XIII; sed seorsim, &
multum aucta, est recusa Genevae 1775. 2 vol. in 8°.
22. STEENSTRA redevoering over de natuurkunde, Amst.
1775.
23. STURMIUS physica electiva, 2 vol. 4°. Halae. *Primum*
prodiit a. 1697: dein 1723, cum praefatione WOLFII.
24. VAN SWINDEN oratio de hypothefibus physicis, quomo-
do sint e mente NEWTONI adhibendae? Amstel. 1785.
- 24.* ————— tentamina theoriae mathematicae de ma-
guete Lugd. Bat. 1772. 4°.

III.

SCRIPTORES CITATI IN LIBRO I, SEU
DE CORPORE IN GENERE.

25. ACHARD chymisch-physische schriften, Berlin 1780. 8.
26. D'ALEMBERT traité de dynamique, 2^a editio Paris 1752. 4°.
27. ——— opuscules, Paris 1761 seqq. 8 vol. 4°.
- 27.* ——— V. supra n°. 10.
28. BOSCOVICH theoria philosophiae naturalis, 4°. Vien-
nae 1763.
29. BOUGUER traité de la figure de la terre, 4°. Paris 1749.
30. BOYLE de mirâ effluviörüm subtilitate, in opp. Lati-
nis tomo 2°.
31. CARTESIUS principia philosophiae, Amstel. 4°. Multas
sunt hujus libri editiones.
- CLARKE v. infra n°. 45.
- CONDILLAC v. supra n°. 16.
- ENGELHARD v. infra n°. 45.
32. EULER mechanica, Petrop. 1736. 2 vol. 4°.
33. ——— theoria motüs corporum rigidorum, Rostoch,
1765. 4°.

34. EULER opuscula varii argumenti, *Berolini variis annis*,
3 vol. 4°.
35. GASSENDI epistola ad NAUDEUM de novem stellis circa
jovem sitis: *inserta ad calcem institutionum astro-*
nomiae & in operum tomo 4°.
36. ^S GRAVESANDE: v. n. 17.
36. HAHN dissertatio de efficaciâ mixtionis in mutandis
corporum voluminibus, *Lugd. Batav. 1751. 4°.*
37. DU HAMEL physique des arbres, *Paris 1768. 2 vol. 4°.*
38. HAWKSBEЕ expériences physico-mécaniques, *Paris*
1754. 2 vol. 8°. Liber hic ex Anglico sermone Gal-
lice versus est: exstat etiam versio Belgica; sed &
Anglicae & Belgicae editioni praestat Gallica, ob
egregium commentarium, quo ipsam ornavit cl. DES-
MARETS.
39. HUIGENS dissertatio de causâ gravitatis. *Prodit Gal-*
lice ad calcem libri, cui titulus traité de la lumière,
la Haye 1690. 4°. Sed eam Latine, operibus HU-
GENII reliquis, quae a^o. 1728. edidit, inseruit cl.
^S GRAVESANDE.
40. KAESTNER dissertationes mathematicae & physicae,
societati Gottingensi oblatae, *Gottingae 1771. 4°.*
41. K. — KEILL introductio ad veram physicam, & ad
veram astronomiam. — *Hae introductiones seorsim*
prodierunt Oxonii, in octavo: sed has collegit, & alia

- ejusdem auctoris opuscula addidit cl. 's GRAVESANDE, Leidae 1725 in 4^o. Citavi lectiones. — Hunc librum Belgice vertit, & egregiis notis illustravit cl. LULOFS, sub titulo inleiding tot de waare natuur-en sterrekunde, Leiden 1742, 4^o. Introductionem ad astronomiam Gallice vertit cl. LE MONNIER, sub titulo institutions astronomiques 4^o. Paris 1747.*
42. LEIBNITS *essais de theodicée, 2 vol. in 8^o. Amst. 1747, quae editio est omnium optima. Versiones, Belgica & Latina, exstant.*
- — — *epistolae v. n^o. 45.*
43. LEEUWENHOEK *opera omnia, seu arcana naturae: Lugd. Batav. 1722, 4 vol.*
- MACQUER *v. supra n^o. 20.*
44. MAIRAN *traité de la glace, 2a ed. Paris 1749. in 8^o.*
45. DES MAIZEAUX *recueil de diverses pièces la philosophie &c., par MM. NEWTON, LEIBNITS, & CLARKE, 2 vol. Amst. 1740. — Illius partis, quae mutuas CLARKII & LEIBNITII continet epistolas, versionem Latinam, eandemque THUMIGII, LEIBNITII vices jam sup-
plentis epistolá, & KOENIGII dissertatione auctam, dedit cl. ENGELHARD, sub titulo otium feriis Groninganis interpositum, Groningae 1740. 8^o.*
46. MAUPERTUIS *traité de la figure des astres, Paris 1742. in 8^o; recusis in operibus.*

47. MORVEAU élémens de chymie de l'académie de Dijon, 3 vol. 8°. Dijon 1776.
48. MOSES MENDELSSOHN philosophische schriften, Berl. 1771.
49. MUSSCHENBROEK tentamina academiae Florentinae del Cimento, Lugd. Batav. 1731. 4°.
50. NEWTON principia philosophiae naturalis mathematica, 3^a ed. Lond. 1726. — Prodiit idem liber Genevae 1739 4 vol. in 4°, ornatus egregio commentario clar. le SEUR & JACQUIER. Datur & versio Gallica celeb. Marchionissae DU CHATELET pulchro commentario celeb. CLAIRAUT aucta, Parisiis 1759. 4°.
51. ——— optica. — Liber Anglice conscriptus, & Latine versus a CLARKIO: optima Latina editio est Lausannensis anni 1740. in 4°. — Datur etiam versio Gallica doct. COSTE, Amstel. 1720. in 8°.
52. PRIESTLEY disquisitions relating to matter and spirit; London 1777. 8°.
- 52.* SAURI cours de physique.
53. TILLET memoire sur la ductilité des métaux, Bordeaux 1750. 4°.

IV.

SCRIPTORES IN LIB. II DE PHORONOMIA,
ET IN LIBRO III DE MECHANICA,
CITATI.

D'ALEMBERT v. supra n^o. 10, & 26.

54. ANDALA exercitationes academicae, *Frankf.* 1709. 4.
55. ANTONI examen de la poudre, *Paris* 1753. 8°; *est liber ex Italico sermone versus.*
56. ARCHIMEDES tractatus de aequiponderantibus.
57. D'ARCY essai d'une théorie d'artillerie, *Paris* 1760. 8°.
58. ARISTOTELES quaestiones mechanicae.
- ATWOOD v. *infra* n°. 112.
59. AUZOUT traité du micromètre, *Paris* 1662; *recusus in anciens mem. de l'acad. tom. 7, & in memoires adoptés t. 4.*
60. BELIDOR bombardier François, *Paris* 1731. 4°.
61. ——— architecture hydraulique, 4 tom. 4°; *duo priores prodierunt a°. 1737; posteriores a°. 1750.*
62. ——— science des ingenieurs. *Paris* 1729, 4°.
63. JAC. BERNOULLI opera, *Genevae* 1744. 2 vol. 4°.
64. JOH. BERNOULLI opera, *Lausannae* 1742. 4 vol. 4°.
65. DAN. BERNOULLI hydrodynamica, *Argentorati* 1738. 4°.
- dissertation sur le flux de la mer; *inserta in mem. qui ont remporté les prix tomo 4. & in comment. clar. LE SEUR & JACQUIER ad NEWTONI principia.*

66. DAN. BERNOULLI dissertation sur les boussoles d'inclinaison; *inserta in mem. qui ont remporté les prix, tome 5.*
67. ——— dissertation sur la meilleure maniere de suppléer à l'action du vent; *ibid. tome 8.*
68. BERTHOUD essai d'horlogerie, 4°. *Paris 1763. 2 vol.*
69. ——— art de conduire les montres, *Paris 1759. 12.*
70. BEZOUT cours de mathématiques, à l'usage des gardes du pavillon & de la marine, *Paris 1770 seqq. 4 vol. 8°.*
71. BION construction & usage des instrumens de mathématiques, *la Haye 1723. 4°.*
72. *Bt.* — BLASSIERE grondbeginzels der werktuigkunde, 's Hage 1764. 8°. *In hoc tractatu inseruit vir doctissimus duos tractatus Gallicos: sc. Leçons elementaires de mécanique par LA CAILLE, Paris 1757. 8°; & traité élémentaire de mécanique & de dynamique par BOSSUT, 8°, 1763. Alia quaedam addidit.*
73. LE BLOND artillerie raisonnée, *Paris 1776. 2 ed. 8°.*
74. BLONDEL art de jetter les bombes, *Paris 1683. 4°.*
75. BORELLI de motu animalium, *Hagae 1743. 4°.*
76. BOSSUT traité élémentaire de mécanique, *Paris 1775. 8°.*
 ——— *v. supra n°. 72.*

77. BOUGUER traité du navire, Paris 1746. 4o.
78. ——— manoeuvre des vaisseaux, Paris 1757. 4o.
79. BUFFON histoire naturelle. Editionis in 12o tomus primus & secundus citantur.
80. L. C. — LA CAILLE leçons d'astronomie, Paris 1761. 8o.
 ——— v. supra n°. 72.
81. CAMUS traité des forces mouvantes, Paris 1724. in 8o.
 CARTESIUS v. supra n°. 31.
82. CASATUS mechanica, Lugd. 1684. 4o.
83. DE CHAUNES nouvelle methode pour diviser les instrumens de mathematiques, folio, Paris 1765.
84. CLAIRAUT théorie des comètes, Paris 1757. 8o.
 CLARKE v. supra n°. 45.
- 84.* CRAMER elementa artis docimasticae, Lugd. Batav. 1744. 2 ed. 2 vol. 8o.
85. EULER scientia navalis, Petrop. 1749. 2 vol. 4o.
 ——— v. supra n°. 32, 33, 34; & infra — 121*.
86. ——— dissertatio de aestu maris; inserta in mem. qui ont remporté le prix de l'acad. t. 4. & in commentariis ad NEWTONI principia.
87. FRANK VAN BERKHEY natuurlyke historie van Holland, 4e deel.

88. FRISI cosmographia, *Mediol.* 1774. 2 vol.
89. GALILAEUS, dialogi de motu locali, *Lugd. Batav.* 1699. 4°.
90. GASSENDI de motu impresso a motore translato,
91. ——— epistolae ad CAZREUM de proportionibus, quâ gravia accelerantur, *Paris* 1646. 4°.
92. LE GENDRE dissertation sur une question de balistique &c. *Berlin* 1782. 4°.
93. GULDINUS de centro gravitatis liber, 4°.
94. DU HAMEL traité de la conservation des grains, *Paris* 1754. 8°; & supplément au traité &c. *Paris* 1761. 8°.
95. ——— moyen de conserver la santé aux équipages, *Paris* 1759. 8°. Datur etiam versio Belgica.
96. ——— traité des manoeuvres des vaisseaux: ou l'art de la corderie, 2^e ed. *Paris* 1769. 4°.
97. HENNERT dissertation sur la vis d'archimede, *Berlin* 1764. 4°. V. etiam supra n°. 4.
98. LA HIRE traité de mécanique, *Paris* 1695. 8°.
99. ——— traité des epicycloïdes, *Paris* 1694. 4°. recuf. in anciens mem. de l'acad. tom. 9.
100. HORREBOW opera, *Hafniae* 1741. 3 vol. 4°.

inserta
in operi-
bus,
tomo 3.

101. HUIGENS horologium oscillatorium, Paris 1673 fo-
lio: recusum in operibus physicis, quae cl. 'S GRA-
VESANDE, a. 1725 Leidae in 4°. edidit.

101*. INGENHOUSZ dissertatio de pulvere pyrio, quam in
phoronomiae §. 295. citavimus; eademque recusa
habetur in ipsius opusculis, quae Germanice & Gal-
lice prodierunt, ut & Belgice, sub titulo verzameling
van verhandeligen over verschillende natuur-
kundige onderwerpen, 's Hage 1785. 2 deel. 8°.

KAESTNER v. supra n°. 40.

K. — KEILL v. supra n°. 41.

102. LAMBERT anmerkungen uber das gewalt des schies-
pulvers, Dresden 1766. 8°.

103. ——— beytraege, zum gebrauch der mathema-
tik, Berlin 1765. 3 tomi, 4 volumina in 8°.

104. LA LANDE voyage d'un François en Italie, 8°. 6 vol.
1769.

105. ——— abregé d'astronomie, Paris 1783. 8°.

——— v. supra n°. 18.

106. LEIBNITHI opera, Genevae 1768. 6 vol. 4°.

——— v. supra n°. 45.

107. LEUPOLD theatrum machinarum; variis annis, & fa-
sciculis.

108. LOCKE essai sur l'entendement humain, traduit par

COSTE, *Amst.* 1735 in 4°; prodierat *Anglice*, & datur etiam *versio Latina*.

109. DE LUC lettres physiques & morales sur les montagnes, 5 vol. 8°. *Haye* 1779.

110. LULOFS inleiding tot eene wiskundige beschouwing des aardkloots, *Leiden* 1750. 4°.

111. MACLAURIN dissertatio de aestu maris, inserta in mem. qui ont remporté le prix de l'acad. t. IV; & in comment. ad principia NEWTONI.

112. MAGELLAN description d'une nouvelle machine de dynamique, inventée par G. ATWOOD, *Londres* 1780. 4°.

113. MARIOTTE traité de la percussion.

114. ——— traité du mouvement des eaux, 1686. in 8°. — *Ambo hi tractatus recusati sunt in operibus, quorum optima editio est, quae a. 1740 Hagae prodit in 4. 2 vol.*

115. MAUPERTUIS figure de la terre, déterminée par les observations faites au cercle polaire, 8. *Paris* 1737. *Amst.* 1738; *recusa in operibus*.

————— v. *supra n. 46.*

116. MONTUCLA histoire des mathématiques, *Paris* 1758. 2 vol. 4°.

116.* NATRUS, POLLY, en VAN VUUREN, groot molenaerboeck, folio, *Amst.* 1739.

NEWTON v. *supra n. 50.*

117. PAPIN recueil de nouvelles machines, *Paris* 1685. 8.
118. PARENT recherches de mathématiques & de physique, *Paris* 1713. 3 tom. 8.
119. LE PAUTE traité d'horlogerie, *Paris* 1755. 4.
120. REISELIUS sypho Wurtembergicus, *Stutgard* 1694. 4.
121. RICATI opuscula, *Romae* 1757. 4.
- 121*. ROBINS new principles of gunnery: *qui liber Gallice prodiit sub titulo traité de mathématiques de M. ROBINS, contenant ses principes d'artillerie, Grenoble* 1771. 8°, & *Germanice, sub titulo neue grundfaetze der artillerie aus dem Englischen durch L. EULER, Berlin* 1745. 8°. EULERUS *egregium commentarium adjecit.*
122. SAVERIEN dictionnaire universel de mathématiques, *Paris* 1753. 2 vol. 4.
123. ——— dictionnaire de marine, *Paris* 1758. 2 vol. 8.
124. ——— nouvelle théorie de la manoeuvre des vaisseaux, *Paris* 1745. 8.
125. SCHOEBER versuch einer theorie von uberwicht, *Leipsig* 1751. 8.
126. VAN SCHOOTEN exercitationes mathematicae, *Leidae* 1657. 4°. *Datur etiam versio Belgica, edita a°* 1660. 4.
127. SIGORGNE institutions Newtoniennes, *Paris* 1769. 2 ed. 8.
128. SIMPSON select exercises for young proficient in mathematics, *London* 1752. 8.

129. STAMMETZ mathematisch woordenboek, uitgegeeven door LA BORDUS, *Leide* 1740. 4°.
130. STAPERT dissertatio de aestu maris, *Lugd. Batav.* 1765. 4.
131. St. — STEENSTRA meetkundige grondbeginzels der natuurkunde, 2 vol. 8. *Amst.* 1776.
132. STEVIN beginzelen der weegkunde, *Leiden* 1586. *Recusus in operibus, quae prodierunt a° 1605 Belgice; 1608 Latine; 1634 Gallice; editione Gallicâ usus sum. Ceterum in his operum editionibus, statica appendice aucta prodiit, in quo de machinâ funiculariâ, & trochleis, oblique agentibus, differitur.*
133. VAN SWINDEN cogitationes de variis philosophiae capitibus, *Franequerae* 1767 *seqq.* 4°. octo partibus.
134. TEMPELHOF bombardier Prussien, *Berlin* 1781. 8°.
135. TORRICELLI de motu projectorum, in operibus *Florentiae a. 1664.* 4°. editis,
136. Tr. — TRABAUD principes sur le mouvement & sur l'équilibre, *Paris* 1741. 4°.
137. VALERIUS de centro gravitatis solidorum liber, *Bonon.* 1661. 4°.
138. VARENIUS geographia generalis, *Amstel.* 1650. 12°. *Denuo edidit & auxit NEWTONUS Cantabrigiae 1681. 8. Anglice vertit, multisque notis illustravit JURIN, quae editio, omnium optima, Gallice fuit versa, & edita 1755. 4 vol. in 8°.*
139. VAR. — VARIGNON nouvelle mécanique, 2 vol. 4°. *Paris* 1725.
140. VARIGNON nouvelles conjectures sur la pefanteur, *Paris* 1690. 8.
141. WALLIS mechanica, *Londini* 1670. Tribus partibus prodiit, quae volumen in 4. conficiunt; — recusa habetur in operibus.
142. WIGERI dissertationes duae de spatio vacuo, *Franeq.* 1770, 1771. 4.
143. WILS wiskonstige werken, *Amst.* 1654. 4°.
144. VAN DE WYNPERSSE *dissert.* de aestu maris, *Leid.* 1780. 4°.



INDEX RERUM.

PRAEFATIO.	I.
INDEX LIBRORUM.	XXXIII.
INDEX RERUM.	XLIX.
INTRODUCTIO.	LIX.
ADDENDA ET EMENDANDA.	

	pag.
P ROLEGOMENA DE PHILOSOPHIA NATURALI IN GENERE.	I.
I. De materiâ philosophiae naturalis.	I.
II. De scopo philosophiae naturalis.	5.
III. De methodo.	6.
IV. De regulis, ita dictis, Newtonianis.	9.
V. De physicâ generali.	10.
LIBER I. DE CORPORE IN GENERE CONSIDERATI.	13.
I. De corporum proprietatibus universalibus.	13.
II. De corporis, in genere considerati, naturâ.	25.
III. De corporum principiis.	25.
IV. De corporum compositione, porositate, & densitate.	27.
V. De corporum distributione in classes.	32.
LIBER II. PHORONOMIA.	33.
PARS I. De motu in genere.	33.
II. De motu rectilineo uniformi.	39.
SECTIO I. De motu uniformi simplici.	39.

	pag.
SECTIO II. De motu uniformi composito.	41.
PARS III. De motu rectilineo variato.	47.
SECTIO I. De theoriâ motus variati.	47.
II. Applicatio theoriae motus uniformiter accelerati ad motum corporum, gravitate libere ruentium.	51.
III. Applicatio theoriae ad motum corporum, per plana inclinata descendendum.	56.
IV. Applicatio theoriae ad corpora, quae per curvas descendunt.	62.
PARS IV. De centro gravitatis.	65.
SECT. I. De centri gravitatis palmariis proprietatibus.	66.
II. Applicatio theoriae centri gravitatis ad explicationem phaenomenorum.	69.
III. De inventione centri gravitatis.	71.
IV. De motu centri gravitatis.	75.
PARS V. De motu curvilineo.	76.
SECT. I. De motu curvilineo in genere.	76.
II. De motu pendulorum.	79.
I. Generales pendulorum proprietates.	79.
II. De viribus, quibus pendula agitantur.	82.
III. De pendulo circulari.	84.
IV. De pendulo cycloidali.	87.
V. De oscillationibus conicis.	88.

	pag.
VI. De pendulo composito & centro oscillationis.	89.
VII. De applicatione pendulorum ad horologia:	92.
1. De aëris resistentiâ.	92.
2. De modo, quo pendula horologiis applicantur.	93.
3. De horologiis ordinandis.	95.
4. De pendulis invariabilibus.	96.
VIII. De inventione penduli simplicis & applicatione theoriae ad corpora, gravitate sua ruentia.	97.
IX. De applicatione theoriae ad gravitatem & telluris figuram.	101.
SECT. III. De motu corporum projectorum.	103.
I. De corporum projectione in genere.	103.
(Consule addenda.)	
II. De corporum projectorum affectionibus.	106.
1. De velocitatibus.	106.
2. De temporibus impensis.	108.
3. De amplitudinibus & directionibus jactûs.	108.
4. De altitudinibus, ad quas corpora projecta pervenire possunt.	110.

**** 2

	pag.
III. Problemata.	111.
IV. Applicatio theoriae ad motum in curvis integris.	113.
V. Applicatio theoriae ad artem balisticam.	114.
1. De velocitate, quâ globi e tormentis projiciuntur.	114.
2. De resistentiâ, quam globi projecti ab aëre expe- riuntur.	118.
3. De curvâ, quam corpora in aëre projecta descri- bunt.	122.
(Consule addenda.)	
4. De methodis tormenta di- rigendi.	123.
SECT. IV. De viribus centralibus.	126.
I. Generalia de viribus centrali- bus.	126.
II. De tempore, quod variis ar- cibus percurrendis impen- ditur, & de velocitate in diversis trajectoriae punctis.	128.
III. De temporibus periodicis.	129.
IV. De velocitate angulari.	131.
V. De viribus centralibus, si mo- tus corporum, ad motum medium reductus, intelliga- tur.	132.

	pag.
VI. De viribus centralibus pro curvâ quacunque.	137.
VII. De comparatione virium centralium cum vi gravitatis.	136.
VIII. De curvis, vi centrali percurrentis.	143.
1. De problemate virium centralium directo.	144.
2. De problemate virium centralium inverso.	147.
(Consule addenda.)	
IX. De variationibus, quae viribus centralibus contingunt.	147.
X. De applicatione virium centralium ad phaenomena quaedam corporum coelestium.	148.
1. Brevis phaenomenorum enarratio.	148.
2. De vi, quae planetas in suis orbitis retinet.	152.
3. Comparatio vis, quae planetas retinet, cum gravitate.	153.
4. De planetarum figurâ.	156.
5. De systemate gravitationis universalis.	162.
6. De aestu maris.	164.
a. Principia, e quibus phaenomena pendent.	165.
b. De phaenomenis, eorumque explicatione.	169.

**** 3

	pag.
(Confule addenda.)	
LIBER III. MĒCHANICA.	177.
PARS I. Statica.	178.
SECT. I. De aequilibrio in genere.	178.
I. De iis, quae ad aequilibrium consti- tuendum requiruntur.	178.
II. De potentiis & momentis staticis.	181.
III. De machinis in genere.	182.
SECT. II. De machinis simplicibus.	183.
CAPUT I. De vecte.	183.
I. Generalia.	183.
II. De aequilibrio in vecte.	185.
De inventione fulcri.	190.
De aequilibrio, si corpo- ra vecti appendantur.	191.
De aequilibrio, quando vectis gliscere, aut in quovis plano moveri potest.	192.
De aequilibrio, quando plures potentiae simul agunt.	193.
III. De fulcro.	195.
IV. De potentiis.	197.
V. De vecte physico.	198.
VI. Applicatio ad elevanda onera.	200.
VII. Applicatio vectis ad va- ria instrumenta.	200.
VIII. Applicatio doctrinae vec- tis ad hominum actiones.	202.

	pag.
XI. De applicatione vectis ad bilances & stateras.	204.
1. De bilancibus rite conficiendis.	204.
2. De libris dolosis.	210.
3. De bilancis usu, & phaenomenorum quo- rundam explicatione.	210.
4. De stateris.	212.
5. De peculiaribus ali- quot staterarum ge- neribus, in quibus nullo facomate opus est.	214.
CAPUT II. De axi in peritrochio.	216.
I. Generalia.	216.
II. De aequilibrio in ergatis & fuculis.	217.
III. De fulcris.	219.
IV. De usu axeos in peritro- chio.	221.
V. De applicatione theoriae.	224.
CAPUT III. De trochleâ.	226.
I. Generalia.	226.
II. De rechamo.	227.
III. De monospasto.	228.
IV. De fulcro monospasti & rechami.	230.
V. De usu monospasti.	231.
CAPUT IV. De plano inclinato.	231.

**** 4

	page
I. De aequilibrio in plano inclinato.	232.
II. De onere plani.	234.
III. De usu plani inclinati.	236.
IV. Applicatio hujus theo- riae ad phaenomena explicanda.	237.
V. Applicatio theoriae ad pressionem, quam in curvas exferunt cor- pora in his mota.	239.
CAPUT V. De cuneo.	241.
I. De aequilibrio in cuneo.	241.
II. De usu cunei.	243.
CAPUT VI. De cochleâ.	244.
I. De aequilibrio in coch- leâ.	244.
(Consule addenda.)	
II. De usu cochleae.	246.
a. Usus ad premenda corpora.	246.
b. Usus ad corpora at- tollenda.	248.
c. De usu cochlearum in micrometris.	249.
CAPUT VII. De machinâ funiculariâ.	251.
I. De aequilibrio.	251.
(Consule addenda.)	
II. Applicatio theoriae.	253.
SECTIO III. De machinis compositis.	255.

pag.		pag.
	CAPUT I. Generalia de machinis	
	compositis. -	255.
	CAPUT II. De compositione vectium.	256.
	I. De compositione vectium	
	liberâ. -	256.
	Theoriae applicatio.	257.
	(Consule addenda.)	
	II. De compositione vectium	
	non liberâ. -	259.
	CAPUT III. De compositione rotarum,	
	dentibus instructarum.	260.
	I. Theoria. -	260.
	II. Applicatio theoriae. -	262.
	a. De motu, rotarum ope	
	conciliando. -	262.
	b. De oneribus, rotarum	
	ope elevandis. -	264.
	c. De applicatione rota-	
	rum ad horologia.	266.
	(Consule addenda.)	
	CAPUT IV. De trochlearum compage	
	& polyspastis. -	269.
	CAPUT V. De reliquis machinis com-	
	positis. -	273.
	CAPUT VI. De machinis compositis,	
	quae e variis simplicibus	
	diversi generis confi-	
	ciuntur. -	274.
	CAPUT VII. Statices conclusio genera-	
	lis. -	280.

**** 5

	pag.
PARS II. De obstaculis, quae motum machinarum impediunt.	281.
SECTIO I. De attritu.	282.
CAPUT I. Generalia de attritu.	282.
CAPUT II. De methodis attritum explorandi; & de palmariis attritus affectionibus.	285.
CAPUT III. De computando attritu in machinis.	305.
SECTIO II. De funium rigiditate.	314.
CAPUT I. De funium naturâ & rigiditate.	314.
CAPUT II. De modis rigiditatem funium explorandi & computandi.	323.
PARS III. Mechanica motûs.	327.
SECTIO I. De potentiis, quibus machinae moventur.	327.
SECTIO II. De machinarum motu & usu.	337.
I. De potentiâ.	337.
II. De onere.	339.
III. De machinarum structurâ.	340.
IV. De celeritate oneris atque potentiae.	343.
1. De corporum inertia.	343.
2. De corporum motu in plano horizontali.	344.
3. De corporum motu ope vectis.	345.
4. De motu corporis ope axeos in peritrochio.	349.
5. De motu corporum ope trochleae.	352.
6. De corporum descensu per planum inclinatum.	354.

I N D E X

LECTURUM, QUI IN INTRODUCTIONE

CONTINENTUR.

Gravissimi philosophi elementa, Lugd. Bat. 1744. 2. Vol. 4.



INTRODUCTIO.

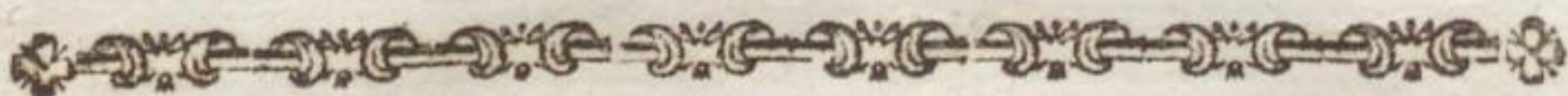
CONTINENS IN CONTINUUM PROPOSITIONES HARMONICIS MATHESINIS
SISTENS THEOREMATA, QUORUM FREQUEN-
TISSIMUS EST IN PHYSICIS USUS, ET
QUAE IN EUCLIDIS ELEMENTIS NON
REPERIUNTUR.

L. C. — LA CAILLÉ. Paris 1759. 8.



L. C. — LA CAILLÉ. Paris 1759. 8.

L. C. — LA CAILLÉ. Paris 1759. 8.



I N D E X

AUCTORUM, QUI IN INTRODUCTIONE CITANTUR.

Gr. — 's GRAVESANDE physices elementa, *Lugd. Bat.* 1744. 2
vol. 4°.

GUIDO GRANDI demonstrationes theorematum Hugonianorum de
logistica, *Florent.* 1701. 4°; *recusae in HUGENII operibus
reliquis.*

H. — HENNERT elementa matheseos purae, 3 vol. 8°. *Traject. ad
Rhen.* 1767.

HORREBOW in continuam proportionem harmonicam mathemata,
1737; *recusa in operibus tomo 2°.* p. 175.

HUIGENS theoremata de logistica, *ad calcem dissertat. de causâ gra-
vitat. recusa in operibus reliquis.*

LAMI traité de la grandeur, *Amst.* 1710. 8°.

L. C. — LA CAILLE leçons élémentaires de mathématiques, *Paris*
1759. 8°.

L. C. astr. — LA CAILLE leçons d'astronomie.

MAUDUIT introd. aux sections coniques, *Paris* 1760. in 8°. *Belgi-
ce translatus, & egregio commentario ornatus fuit optimus
hic liber a doct. BLASSIERE sub titulo, inleiding tot de ke-
gelsnede, 's Hage* 1762. 8°.

St. — STEENSTRA grondbeginzels der meetkunst, *Leiden* 1779. 8°.

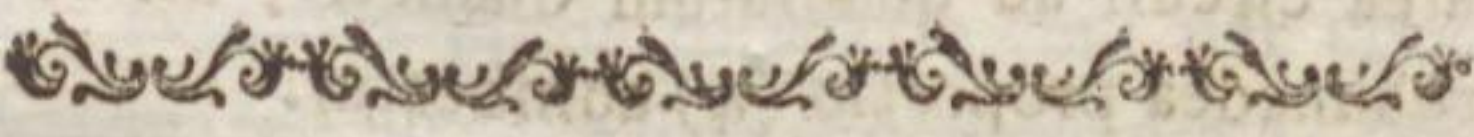
St. N. — STEENSTRA meetkundige grondbeginzels der natuurkun-
de, *Amst.* 1776. 2 vol. 8°.

TACQUET selecta theoremata ex Archimede, *ad calcem elemento-
rum Euclidis, quae edidit. Optima editio est illa, quam
dedit WHISTON, & recudi curavit MUSSCHENBROEK, Amst.*
1725. 8°.



INTRODUCTIO,

SISTENS THEOREMATA MATHEMATICA, QUORUM
FREQUENTIOR EST IN PHYSICIS USUS, ET
QUAE IN EUCLIDIS ELEMENTIS NON
REPERIUNTUR.



I. DE FIGURIS RECTILINEIS.

1. **A**rea parallelogrammi exprimitur producto baseos,
per altitudinem multiplicatae.

*H. I. §. 319. 20. — L. C. §. 590. 91. — St. p. 63
seqq. 67.*

2. Area trianguli exprimitur producto baseos, per semi-
altitudinem multiplicatae.

H. I. §. 321. — L. C. §. 592. — St. p. 66. 68.

3. Area polygones regularis exprimitur semiproducto baseos,
multiplicatae per lineam, e centro in unum e lateribus
perpendiculariter ductam.

H. I. §. 325. — L. C. §. 601.

II. DE CIRCULO.

4. Est diameter circuli ad circumferentiam, secundum
ARCHIMEDEM, uti 7 : 22; secundum **METIUM**, uti 113 :

355; secundum LUDOLF VAN CEULEN uti 1 : 3. 1416.

TACQUET Archimedeae pr. 6. — H. I. §. 330 — 338.

* Hinc arcus radio aequalis $\approx 57^{\circ}. 17'. 56''$. fere.

5. Est area circuli aequalis triangulo, cujus basis peripheriam circuli; altitudo vero circuli radium aequat; hinc (2) aequalis peripheriae per diametri quadrantem multiplicatae.

TACQUET Archimedeae pr. 5. — H. I. §. 186. — St. p. 270.

6. Est area circuli ad quadratum diametri, uti 11 : 14; si Archimedeae proportio (4) adhibeatur.

H. I. §. 338. — St. p. 272.

III. DE CORPORIBUS SOLIDIS.

7. Soliditas parallelepipedi, aut prismatis, aut cylindri, exprimitur area baseos, per altitudinem multiplicata.

H. I. §. 362. — L. C. §. 709. — St. p. 361 seqq.

8. Pyramidis vel conii soliditas exprimitur area baseos, per trientem altitudinis multiplicata (7. & EUCL. 7 ad 10. XII).

H. I. §. 364. 365. — L. C. §. 710. — St. p. 379. 383.

9. Soliditas cylindri est ad illam parallelepipedi aequae alti, uti 11 ad 14, (6. 7).

H. I. §. 363.

10. Cylindri superficies convexa est area parallelogrammi, cujus altitudo est illa cylindri; basis vero circumferentia baseos: hinc, aequalis circulo, cujus radius est medius proportionalis inter altitudinem cylindri & diametrum baseos.

TACQUET Archimed. p. 11. — H. I. §. 348. — L. C. §. 690.

11. (A) Coni recti superficies convexa est area trianguli, cujus altitudo est latus coni; basis vero, baseos circumferentia: adeoque aequalis areae circuli, cujus radius est medius proportionalis inter latus coni, & baseos radium.

TACQUET *pr.* 13. — *H. I.* §. 351. — *L. C.* §. 693.

(B) Superficies convexa coni truncati aequatur trapezio, cujus altitudo est latus coni truncati; bases vero sunt coni circumferentia superior & inferior: — seu, aequatur producto lateris coni per circumferentiam, ab utrâque datâ aequè remotam, seu quae est inter ambas media proportionalis arithmetica; — vel, aequatur areâ circuli, cujus radius est medius proportionalis inter coni dati latus, & summam radiorum utriusque baseos.

TACQUET *pr.* 15. — *H. I.* §. 352. — *L. C.* §. 696.

12. (A) Cujuscunque sphaerae superficies quadrupla est maximi circuli ejusdem sphaerae: vel aequalis circumferentiae circuli, multiplicatae per diametrum.

TACQUET *Archimed.* *pr.* 24. — *H. I.* §. 354. — *L. C.* §. 697. 98

(B.) Superficies segmenti sphaerici aequatur areâ circuli, cujus radius est recta, a vertice portionis ducta ad circumferentiam circuli, qui est segmenti dati basis.

TACQUET *l. c.* *pr.* 25. — *H. I.* §. 355. — *L. C.* §. 70.

13 (A) Superficies cylindri recti, sphaerae circumscripti, aequalis est superficiei sphaerae; &, si cylindrus & sphaera secantur planis, ad axin rectis: erunt singu-

la superficiei cylindricae segmenta, singulis superficiei sphaericae segmentis aequalia.

TACQUET *l. c. pr. 26.*

(B) Cylindrus rectus sphaerae, cui circumscribitur, est soliditate & superficiei totâ fesquialter.

TACQUET *l. c. pr. 32. — L. C. §. 699. — St. p. 388.*

14. Sphaera est ad cubum diametri, uti 11 : 21; uti sexta circumferentiae pars ad diametrum.

H. I. §. 366 *seqq.*

IV. DE MENSURA ANGULORUM, ET TRIGONOMETRIA PLANA.

15. Angulus est in ratione directâ arcûs & inversâ radii.

LA CAILLE *astron. §. 124.*

16. Arcus est in ratione compositâ anguli & radii; seu ut angulus per arcum multiplicatus.

LA CAILLE *astron. §. 124.*

17. (A) Sinus, cosinus, tangentes, secantes, cotangentes & cosecantes sunt iidem pro angulis quibuscunque, & eorum supplementis.

V. H. I. §. 377 *seqq. de hac & seqq. prop. — L. C. §. 725 seqq. — St. p. 282 seqq.*

(B) Sinus, & tangentes minimorum arcuum, vel angulorum, sunt ipsis his angulis, vel arcubus proportionales.

St. p. 298.

(C) Quadratum finis & quadratum cosinus aequantur quadrato radii.

St. p. 290.

$$(D) \text{Tang. } a = \frac{\sin. a}{\cos. a} = \frac{1}{\cot. a}; \quad \cot. a = \frac{\cos. a}{\sin. a} = \frac{1}{\text{tang. } a}$$

L. C. §. 734. 736. 737.

$$(E) \text{Sec. } a = \frac{1}{\cos. a} = \frac{\text{tang. } a}{\sin. a}; \quad \text{cosec. } a = \frac{1}{\sin. a} = \frac{\cot. a}{\cos. a}$$

St. p. 302.

$$(F) \text{Sin. v. } a = 1 - \cos. a; \quad \text{sin. v. supp. } a = 1 + \cos. a$$

$$\text{Sin. v. } a = \frac{\text{chord.}^2}{2} = \frac{(2 \sin. \frac{1}{2} a)^2}{2} = 2 (\sin. \frac{1}{2} a)^2$$

$$(G) \text{Sin. } (a \pm b) = \sin. a \cos. b \pm \sin. b \cos. a.$$

St. p. 294. — H. II. §. 181.

$$(H) \text{Cof. } (a \pm b) = \cos. a \cos. b \mp \sin. a \sin. b.$$

St. p. 295. — H. II. §. 181.

$$(I) \text{Sin. } 2a = 2 \sin. a \cos. a; \quad (G).$$

$$\text{Cof. } 2a = (\cos. a)^2 - (\sin. a)^2 = 1 - 2 (\sin. a)^2 = 2 \cos. a^2 - 1; \quad (G).$$

H. II. §. 182.

18. In quolibet triangulo sunt latera finibus angulorum proportionalia.

H. I. §. 394. — L. C. §. 748. — St. p. 311.

19. In triangulo rectangulo est unum latus ad radium, ut alterum ad tangentem anguli, qui ipsi opponitur.

H. I. §. 387. — St. p. 307.

V. DE PROGRESSIONIBUS ARITHMETICIS.

20. Omnis progressio arithmetica hac formulâ potest exprimi $a; a \pm d; a \pm 2d; a \pm 3d; \dots a \pm nd.$

H. II. §. 128—131. — L. C. §. 270. 275. — St. p. 207. 211.

21. Summa omnium terminorum progressionis arithmeticae aequatur dimidio producti summae extremorum, per numerum terminorum multiplicatae: aut, si terminorum numerus sit impar, producto termini medii, per numerum terminorum multiplicati.

H. II. §. 133. — L. C. §. 280. — St. p. 213.

21.* In omni progressionem arithmetica, cujus primus terminus est 0 (feu $a = 0$), est summa duorum terminorum aequalis termino, tantum a secundo adhibitorum remoto, quantum eorum primus ab initio seriei, feu 0 , distat (20).

VI. DE PROGRESSIONIBUS GEOMETRICIS.

22. Omnis progressio geometrica hac formulâ exprimitur $a; aq; aq^2; aq^3; \dots aq^{n-1}.$

H. II. §. 135. — L. C. §. 292. 311. — St. p. 237.

23. Sit S summa alicujus progressionis; a primus terminus; q quotiens; u ultimus; n terminorum numerus; b terminus secundus: erit

$$S = \frac{a^2 - ub}{a - b} = \frac{uq - a}{q - 1} = \frac{aq^n - a}{q - 1} = a \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

H. II. §. 138. — L. C. §. 327. — St. p. 241.

24. Duarum quantitatum, quae perparum a se differunt, media proportionalis arithmetica, aequatur mediâ proportionali geometricâ.

L. C. astr. §. 126.

25. Quantitates, quae suis differentiis proportionales sunt, sunt in proportione geometricâ.

Nam si $a-b : c-d = b : d$; erit alternando & componendo
 $a : b = c : d$.

L. C. §. 315.

26. In omni progressionē geometricâ, cujus primus terminus est unitas, est productum duorum terminorum, quorumvis aequale termino, qui tantum a secundo adhibitorum distat, quantum primus eorum a seriei initio (22).

VII. DE PROPORZIONE HARMONICA.

27. Tres quantitates sunt in proportione harmonicâ, si prima sit ad tertiam, ut differentia inter secundam & primam, ad differentiam inter tertiam & secundam: i. e.

Si $a : c = b-a : c-b$, erunt,

a, b, c in proportione harmonicâ.

HORREBOW §. II. — LAMI p. 461.

28. Varii termini sunt in progressionē harmonicâ, si terminus quidam sit ad secundum, qui sequitur, uti differentia inter ipsum & terminum intermedium, ad differentiam inter terminum intermedium, & illum qui hunc sequitur: i. e.

Sit A, B, C, D, E , progressio harmonica; erit

$$\begin{aligned} A : C &= B - A : C - B \\ B : D &= C - B : D - C \\ C : E &= D - C : E - D \\ D : F &= E - D : F - E. \end{aligned}$$

29. Si A, B, C, D, E, F progressionem harmonicam constituent: erit productum duorum priorum terminorum, ad illud duorum ultimorum, ut differentia inter primum & secundum, ad differentiam inter penultimum & ultimum; seu,

$$AB : EF = B - A : F - E \quad (28).$$

30. Si A, B, C, D, E, F progressionem harmonicam constituent, & M, N, O, P, Q sint terminorum differentiae, ita ut $B - A = M$; $C - B = N$ &c; sit porro E terminus n tus seriei: erit

$$B - nM : M = E : Q; \text{ seu}$$

$$B - n(B - A) : B - A = E : F - E.$$

Nam $A : C = B - A : C - B$: (28); ergo

$$A : B - A = C : C - B,$$

$$\& \quad B : B - A = 2C - B : C - B,$$

$$\& \quad B - (B - A) : B - A = C : C - B$$

$$\& \quad B - 2(B - A) : B - A = B : C - B. \text{ Q.E. D. } 1^{\circ}.$$

$$\text{Est } B : C - B = D : D - C \quad (28);$$

$$\text{ergo } B - 2(B - A) : B - A = D : D - C$$

$$\text{unde } B - 3(B - A) : B - A = C : D - C. \text{ Q.E. D. } 2^{\circ}.$$

Et sic porro.

31. Terminus n tus E alicujus seriei harmonicae erit

$$E = \frac{AB}{B - (n - 1)M} = \frac{AB}{B - (n - 1)(B - A)} \quad (30. 29),$$

32. Si eadem quantitas successive per terminos progressionis arithmeticae dividatur: constituent quotientes progressionem harmonicam (29. 20); seu, termini, qui terminorum seriei arithmeticae reciproci, vel inversi sunt, sunt in progressionem harmonicam.

HORREBOW §. 10. — LAMI p. 465.

VIII. DE LOGARITHMIS.

33. Logarithmi generaliter dicuntur numeri, in progressionem arithmeticae constituti, qui respondent numeris, in progressionem geometricam constitutis. Unde in progressionem,

$$b^0, b^1, b^2, b^3, b^4, \dots, b^x$$

sunt exponentes 0, 1, 2, 3, . . . x logarithmi terminorum b^0 (seu 1), b , b^2 , b^3 , & $x \equiv \log. b^x$; ac $1 \equiv \log. b$, seu bases; & 0 logarithmus unitatis.

H. II. §. 139—144. — L. C. §. 334 seqq. — St. p. 393 seqq.

34. Sunt ergo logarithmi numeri, constituentes seriem arithmeticam, a cyphra vel 0 incipientem, & qui respondent numeris in progressionem geometricam constitutis, sed quae ab unitate incipit: & inde sequitur (21*; 26),

(A) Logarithmum producti duorum numerorum aequari summam logarithmorum horum numerorum; seu,

$$L. (AB) \equiv L. A + L. B.$$

(B) Logarithmum potentiae (A^n) esse aequalem indicem (n), per logarithmum numeri multiplicato; seu

$$L. A^n \equiv n L. A.$$

***** 3

(C) Logarithmum divisionis duorum numerorum æquari differentiâ logarithmorum numerorum ipsorum; seu

$$L \left(\frac{A}{B} \right) = L. A - L. B,$$

(D) Logarithmum radice alicujus quantitatis ($\sqrt[n]{A}$) æquari logarithmo quantitatis ipsius, diviso per indicem; seu

$$L. \sqrt[n]{A} = L. A^{\frac{1}{n}} = \frac{L. A}{n}.$$

35. In systemate logarithmorum potest sumi basis quæcunque; seu pro lubitu sumi potest numerus, cujus logarithmus est unitas. Sic in logarithmis *tabularum*, seu *Briggianis*, est basis numerus *decem*: hinc logarithmus $\log. 10 = 1$; $\log. 100 = 2$: illi numerorum intermediorum sunt fractiones mixtae; illi numerorum inter 1 & 10 fractiones verae; illi numerorum infra 0, seu fractionum, negativi.

H. II. §. 145 — 148. §. 156. — L. C. §. 337. — St. p. 404.

36. Logarithmi hyperbolici, vel *naturales*, ita dicti, quod quadratura hyperbolæ iis exprimi possit, seu *Neperiani*, pro basi *b* habent numerum 2.718281828. Et, cum numeri binarii logarithmus *tabularis* sit 0.3010300; hyperbolicus vero 0.69314175: erunt logarithmi *tabulares* ad hyperbolicos eorundem numerorum, uti 0.3010300 ad 0.6931471; seu ut 1 : 2,3025850. Adeoque, si logarithmi *tabulares* per 2.3025850 multiplicentur: prodeunt hyperbolici; aut, si hyperbolici per 2.3025850 dividantur, (aut,

quod eodem recidit), per $\frac{1}{2.3025850} = 0.4342944$

multiplicentur: prodeunt tabulares.

H. III. §. 203 seqq.

37. Quantitatis $1+x$ logarithmus hyperbolicus exprimitur hac serie

$$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \&c;$$

& quantitatis $\frac{1+x}{1-x}$, exprimitur hac serie

$$2 \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \&c. \right)$$

H. III. §. 204.

38. Ex §. 33 colligitur, quod, si habeatur $ax = \log. y$; atque sit b basis logarithmici systematis, seu numerus, cujus logarithmus est unitas: quod tunc fit

$$b^{ax} = y;$$

esset enim (34. B) $ax \log. b = \log. y$; & ob $\log. b = 1$; $ax = \log. y$.

* Haec operatio dicitur *revocatio logarithmorum ad numeros*.

Videantur de logarithmis, quae infra §. 74 seqq. de logarithmicis dicentur.

IX. DE SERIEBUS.

39. Omnis fractio, divisione continuâ, in seriem infinitam redigi potest: ut

$$\frac{a}{b+x} = \frac{a}{b} - \frac{ax}{b^2} + \frac{ax^2}{b^3} - \frac{ax^3}{b^4} + \&c.$$

L. C. §. 370.

***** 4

40. Numeri *figurati* sunt illi, qui ex continuâ additione numerorum, in progressionem arithmeticâ constitutorum, formantur: ut

Numeri naturales 1, 2, 3, 4, 5, 6 &c.

— — trigonales 1, 3, 6, 10, 15, 21 &c.

— — pyramidales 1, 4, 10, 20, 35, 56 &c.

H. III. §. 9 *seqq.* — L. C. §. 365.

41. Summa n terminorum, in serie numerorum naturalium, est

$\frac{n \cdot n + 1}{2}$ (41); & hic est terminus generalis seriei numerorum trigonalium.

H. III. §. 9.

42. Summa infinitorum terminorum in serie numerorum

naturalium est $\frac{n^2}{2}$ (41).

L. C. §. 382.

43. Si habeatur series quadratorum omnium numerorum naturalium, sc.

1², 2², 3², 4², 5², &c. feu

1, 4, 9, 16, 25,

constituent differentiae terminorum proximorum seriei numerorum imparium

1, 3, 5, 7, 9, &c.

44. Summa n terminorum in serie quadratorum numerorum naturalium erit

$\frac{n \cdot n + 1 \cdot 2n + 1}{6}$

6.

H. III. §. 14.

45. Summa infinitorum terminorum in serie quadratorum numerorum naturalium est (44)

$$n^2$$

$$\frac{1}{3}$$

$$3$$

L. C. §. 383.

X. DE POTENTIIS.

$$46. (A) a \pm b^n = a^n + n a^{n-1} b + \frac{n \cdot n-1}{2} a^{n-2} b^2 + \&c,$$

Hinc, si $n = \frac{1}{m}$:

$$a \pm b^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a \pm b} = a^{\frac{1}{m}} + \frac{1}{m} a^{\frac{1}{m}-1} b - \frac{1}{2m} \times \frac{1}{m-1} \times \dots$$

$$a^{\frac{2-m}{m}} b^2 + \&c.$$

H. III. §. 17. — L. C. §. 192 seqq.

(B) Differentia quadratorum duarum quantitatum, quae *perparum* a se differunt, est ad quadratum unius e quantitibus: uti dupla differentia quantitatum, ad hanc quantitatem,

L. C. astr. §. 1036.

XI. DE CYCLOIDE,

47. Si circulus BEF super basi AF sit constitutus, & super eâ vertatur, ac moveatur ab F ad A, vel reciproce, (ut rota currûs supra solum): perveniet punctum B in A, & in suo motu describet lineam cur-

***** 5

nam BDA. Si vero circulus a B ad Z moveatur: describet curvam aequalem & similem BZ. Curva haec integra dicitur *cyclois*, vel *trochois*, (Gallice *cycloide*, *trochoide*, *roulette*; Belgice *roltrek*, *cirkel-trek*).

Linea AFZ dicitur *basis cycloidis*; linea BF ipsi perpendicularis *axis*; circulus vero BEF, cujus diameter est BF, dicitur *circulus genitor*. Linea DL axi perpendicularis vocatur *ordinata*; BL vero *abscissa*.

Est itaque AF aequalis femicircumferentiae BEF circuli genitoris; & basis integra AZ aequalis integrae circumferentiae: porro fecat axis BF cycloidem in duas partes aequales & similes ADBF, FBZ. Gr. §. 409. 410. — St. N. §. 289—92.

48. Si e quocumque cycloidis puncto D, ducatur linea DE parallela basi, quae circulo genitori occurrat in E, erit haec linea aequalis circuli genitoris arcui EB: qui inter memoratum occurſus punctum E, & verticem B continetur.

G. §. 456. 57. — St. N. §. 292. 93.

48.* Si vero circulus ita supra basi moveretur, ut linea DE major sit arcu EB; basis AF major femicircumferentiâ FEB: *cyclois* vocatur *protracta*, vel *elongata*; tunc enim justo longior est. Circulus ejusmodi cycloidem protractam describit, quando, praeter motum vertiginis supra centrum, adhuc aliâ vi, in directione baseos agente, citato gressu fertur. — E contra, *cyclois* dicitur *contracta*, si DE minor sit

arcu BE; basis AF, minor semicircumferentiâ FEB. — Cyclois vero, de qua §. 47. fuit sermo, cyclois *primaria*, etiam *vulgaris* dicitur: de qua solâ nunc agendum.

H. II. §. 431.

49. Hinc posito $DL = y$; $BL = x$; $BF = 2a$;

$$y = \sqrt{2ax + x^2} + A. \text{ sin. } \sqrt{2ax - x^2}$$

a ,

HENNERT II. §. 433.

50. Tangens DU cycloidis, in puncto D quocumque, est parallela & aequalis chordae BE circuli genitoris.

G. §. 458. — St. N. §. 295—98.

51. Arcus quicumque DB cycloidis est duplus chordae BE correspondentis in circulo genitore.

G. §. 459. — St. N. §. 298.

52. Longitudo totius cycloidis est quadrupla diametri BF circuli genitoris,

St. N. §. 299.

53. Tangens DU cycloidis perpetuo cum horizonte angulum DUK facit, cujus cosinus crescit in eâdem ratione, ac radix quadrata partis FL diametri circuli genitoris, contentae inter basin & occursum L lineae DL, e puncto contactûs paralleliter ad basin ductae.

G. §. 488.

54. 1° Sit cyclois AqC, cujus semicirculus genitor sit Amφ; semibasis φC; axis Aφ = FC. — 2° Fir-

gatur, in C affigi filum rigidum, quod super arcum AqC tenditur, eumque suâ longitudine aequat. —
 3^o Fili AqC partes successive relinquunt puncta arcus AqC , cui applicatae erant, incipiendo ab A, ita ut, ubi extremum A pervenerit in R (v.g.), pars fili Rq in lineam rectam extendatur; reliqua pars Aq maneat arcui applicata, & ideo fit Rq tangens in puncto q : — describet hoc modo extremum R huius fili curvam ABZ , quae dicetur *evoluta* curvae AqC ; eaque evoluta erit cyclois ipsi cycloidi AqC aequalis & similis.

Gr. §. 460. — St. N. §. 306 — 309.

55. In B convenit cycloidis arcus cum parvo arcu circulari ex C, radio CB ducto: & hic arcus circularis potest pro arcu cycloidis haberi.

Gr. §. 463.

XII. DE EPICYCLOIDIBUS.

55.*(A) Si circulus A (fig. 2) qui *genitor* dicitur, volvendo moveatur super circumferentiâ exteriori alius circuli CMD: punctum E, a puncto C profectum, & in D perveniens, describet curvam CED, quae cycloidi (§. 47.) erit analoga & *epicyclois* dicitur.

LA LANDE, *in traité d'horlogerie* par LE PAUTE, cap. 19. §. 9.
 LA HIRE traité des epicycloides. p. 1.

(B) Si idem circulus genitor Aa , super circumferentiâ interiori, concavâ, moveatur: punctum E, ab H profectum & in G perveniens, aliam cycloidem

HEG describet, quae *hypocyclois* dicitur, vel *epi-
cyclois inferior*.

LA LANDE. *ibid.* §. 10. — LA HIRE p. 1.

(C) Si circuli genitoris V diameter NK dimidium sit
diametri circuli NIGF, in quo movetur: ejus cir-
cumferentia semper per centrum K transibit, &
punctum *describens* K, jam in R perventum, ipsam
diametrum KI, seu lineam rectam, percurrit, i. e.
hypocyclois in lineam rectam mutatur.

LA LANDE §. 11. — LA HIRE *prop.* 5.

(D) Omnis linea, quae per punctum contactus ad punctum
describens ducitur, vel in cycloide (fig. 1, TD),
vel in epicycloide (ME fig. 2), vel in hypocycloide
(TE fig. 2), est semper ipsi curvae perpendicularis.
Nam linea haec fingi potest ut radius, super puncto
contactus mobilis, & altero extremo (*puncto descri-
bente*) perparvum arcum circulare formans, qui
cum arcu cycloidali perparvo conveniet. Hic autem
radius est circuli circumferentiae, hinc & arcui cy-
cloidali descripto, perpendicularis.

LA LANDE *ibid.* §. 13.

XIII. DE PARABOLA.

§6. (A) Si detur linea curva, quaecunque, cujus MT
(fig. 3) sit tangens in puncto M, ac in eâ ducantur lineae
EN, HI *h* tangenti parallelae; dicuntur hae lineae
ordinatae: linea vero MI, quae e puncto contactus
ducta has *ordinatas* bissecat, dicitur curvae *diameter*.
Ordinatae, quae ab eâ bissecantur, ad hanc diame-

trum pertinere dicuntur; & partes ML, MI, quæ his ordinatis a diametro abscinduntur, dicuntur *diametri abscissæ*. His positis

(B) Dicitur *parabola* illa curva, in quâ sunt abscissæ ML, MI, ut quadrata ordinarum vel femiordinatarum, EL, HI: i. e. $ML : MI = EL : HI$.

H. II. §. 297 *seqq.* — MAUD. §. 23. 34. 39.

(C) Illa diameter AFQ, quæ suas ordinatas Mp, Nr perpendiculariter bissecat, dicitur *curvæ axis*, & curvam ipsam in duas partes æquales dividit.

H. II. §. 307. 308. — MAUD. §. 22.

(D) Illa linea, quæ tertiâ proportionalis est abscissæ & ordinatæ correspondenti, dicitur *parameter*; axeos, si de ordinatis axeos; diametri vero, si de diametro quadam agatur.

Parameter axeos literâ p exprimi solet; axeos vero ordinatæ per y , abscissæ per x : unde $y^2 = px$ est æquatio parabolæ pro axi.

Parameter diametri literâ π exprimitur; diametri vero abscissæ & ordinatæ literis X & Y: unde $Y^2 = \pi X$ est æquatio parabolæ pro diametris.

H. II. §. 298. 99. — MAUD. §. 22.

(E) Illud axeos punctum F, quod distat a vertice A parabolæ quartâ parte parametri, dicitur *parabolæ focus*: & hinc

Illa ordinata integra, quæ per focum transit, parametrum æquat.

H. II. §. 307, 8, 9, 10. — MAUD. §. 20.

Hinc, si sit $AF = \frac{1}{2} p = a$: erit $y^2 = 4ax$ nova
parabolae aequatio.

Si axis producat^{ur} extra parabolam, donec pars pro-
ducta AD sit aequalis AF , seu quartae parti parame-
tri, ac ipsi in D erigatur perpendicularis GD : vo-
catur haec linea GD *directrix parabolae*.

H. II. §. 314, 15. — MAUD. §. 18.

57. (A) Linea FM , ducta a foco ad quodvis parabolae
punctum M , dicitur *radius vector*.

MAUD. §. 32.

(B) Radius vector aequatur summâ abscissae axeos, &
distantiae verticis a foco; seu lineâ ab eodem para-
bolae puncto perpendiculariter ad directricem ductâ:
i. e. $FM = x + \frac{1}{2} p = AP + AF = PD = GM$.

H. II. §. 311. — MAUD. p. 50.

(C) Differentia duorum radiorum vectorum est eadem,
quae abscissarum correspondentium: i. e.

$$FN - FM = AQ - AP = PQ.$$

H. II. §. 312. — MAUD. p. 50.

(D) Radius vector, qui cum axi angulum $QFM = \phi$
facit, exprimitur hac formulâ

$$FM = \frac{\frac{1}{2} p}{1 - \cos. \phi}.$$

H. II. §. 313.

58. (A) Tangens MT in quovis parabolae puncto bisse-
cat angulum GMF in hoc puncto a radio vectore,

& lineâ, perpendiculariter in directricem ductâ, formatum.

H. II. §. 316. — MAUD. §. 27.

(B) Hinc anguli circa K recti: $GK \equiv KF$; $MK \equiv KT$; $GM \equiv TF$; $CK \equiv KA$; & $\angle MGF \equiv \angle PMT$.

H. II. §. 317. — MAUD. §. 28. 31.

(C) *Subtangens* TP, i. e. pars axcos intercepta inter occursum tangentis & ordinatae, est duplum abscissae: i. e. $TP \equiv 2AP \equiv 2x$.

H. II. §. 319. 20. — MAUD. §. 28.

(D) *Normalis* MR, i. e. linea, in puncto contactûs perpendiculariter tangenti ductâ, & usque ad axin protensa, exprimitur hoc modo

$$MR \equiv \frac{\sqrt{p(4x+p)}}{4} \equiv \sqrt{p \cdot FM}.$$

MAUD. §. 30.

(E) *Subnormalis* PR, i. e. illa pars axeos, contentâ inter occursum abscissae & normalis, est dimidium parametri; seu $PR \equiv \frac{p}{2}$.

MAUD. §. 29.

(F) Est linea FK, perpendiculariter ducta e fôco in tangentem, dimidium normalis, seu $FK \equiv \frac{1}{2}\sqrt{p(p+4x)}$ $\equiv \sqrt{p \cdot FM}$; i. e. perpendiculara FK crescunt in ratione subduplicatâ radiorum vectorum.

MAUD. §. 33 & 189

58.* Si super GM ducatur semicirculus, atque e puncto K , cui tangens semicirculo occurrit, ducatur perpendicularis CKA in axin, transibit haec per verticem parabolae: & reciproce, linea, quae e vertice ducitur perpendiculariter in axin, semicirculum in illo puncto secat, per quod tangens MT transibit.

59. (A) Diameter MI facit cum tangente MT , per verticem suum M transeunti, angulum VMI , aequalem ei (TMF), quem cum radio vectore MF facit tangens MT (§. 58: A).

(B) Parameter π diametri MI , aequatur summam quadrupli abscissae MP axeos, interceptae per ordinatam, quae per verticem M diametri transit, & parametri axeos: adeoque quadruplo radii vectoris (FM), seu lineae MG perpendiculariter ductae in directricem; i. e. $\pi = p + 4x = 4FM = 4MG$.

H. II. §. 325. — MAUD. §. 41—44.

(C) Dupla ordinata (IFH), quae per focum transit, aequatur parametro π , & pro abscissa (MI) habet quartam parametri partem: & reciproce, ordinata, cujus abscissa quartam parametri partem aequat, transit per focum, & aequatur dimidio parametri.

MAUD. §. 43.

(D) Si per diametrum quaecumque MO transeat ordinata ad axin, Nr , utrimque per parabolam ipsam terminata in N & r : erit

$$MO \times p = NO \times rO.$$

H. II. §. 327.

60. Circulus, qui per tria puncta, sibi infinite propinqua parabolae, (vel curvae cujuscunque) transit, dicitur *circulus osculator*, vel *curvedinis*; ejusque radius *radius osculator*, vel *radius curvedinis* dicitur: & erit

$$\text{pro parabolâ radius curvedinis } R = \frac{\pi \times MR}{2PR}, \text{ vel}$$

$$(59. B) = \frac{4FM \cdot MR}{2 \cdot PR} \text{ vel } (58. D. E) = \frac{4MR^3}{p^2} = \frac{MR}{\frac{1}{4}p^2}$$

MAUDUIT §. 192 & 193. — L. C. §. 887.

60.* Area cujuscunque segmenti parabolici CAPM aequat duas tertias partes parallelogrammi A CMP, constituti super ordinatâ MP, quae ad extrema segmenti pertingit, & abscissam AP, ad hujus ordinatae diametrum APR pertinentem (fig. 3).

MAUD. §. 48—54.

XIV. DE ELLIPSI.

61. (A) Si detur linea curva ita constituta (fig. 4), ut sit AB *axis major* integer; C centrum; ΔCη linea axi perpendicularis in centro, seu *axis minor*; PM ordinata orthogonalis: erit illa curva *ellipsis*, si sit $\overline{AC} : \overline{C\Delta} = \overline{AP} : \overline{PB} : \overline{PM}^2$; seu, quadratum ordinatae ad rectangulum partium axeos, uti quadratum femiaxeos majoris, ad quadratum femiaxeos minoris.

H. II. §. 330. 331. 332. MAUD. §. 59.

(B) Unde, si $AC = a$; $\Delta C = b$; $PM = y$; $AP = x$: erit

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax - x^2).$$

H. II. §. 333. — MAUD. §. 59.

(C) Semiparameter (p) est tertia proportionalis semiaxi majori & minori, seu

$$p = \frac{b^2}{a};$$

unde $y^2 = \frac{p}{a} (2ax - x^2).$

H. II. §. 343. — MAUD. §. 57.

(D) Focus dicitur axeos majoris punctum (F), ita constitutum, ut ordinata (y), quae per ipsum transit, aequetur semiparametro: unde duo dabuntur foci, F & f , aequae a centro C remoti, & quidem quantitate, quae aequatur radice differentiae quadratorum axium.

H. II. §. 346 *seqq.* — MAUD. §. 54. 61.

(E) Linea $F\Delta$, quae ab extremo axeos minoris in alterutrum focorum F ducitur, aequatur semiaxi majori.

H. II. §. 347.

(F) Radius vector FM , faciens angulum BFM , seu ϕ

$$= \frac{a^2 - x\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{b^2}{a - \cos. \phi \sqrt{a^2 - b^2}}; \text{ \& hinc } fM$$

$$= a^2 + \frac{x\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{2a^2 - b^2 - 2a \cos. \phi \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \cos. \phi \sqrt{a^2 - b^2}}$$

***** 2

Unde $FM + fM = 2a = AB$; quae est palmaria ellipseos proprietas, & etiam pro principio sumi posset.

H. II. §. 348. 349. — MAUD. §. 54.

¶2. (A) Linea MT , quae in puncto M ellipseos angulum KMF bissecat, formatum per radium vectorem MF & productionem alterius fM , est ellipseos tangens in puncto M .

H. II, §. 350. — MAUD. §. 67.

(B) Radii vectores FM & fM , in idem punctum M ducti, aequales ab utrâque parte angulos TMF & GMf faciunt cum tangente in hoc puncto: i. e.

$$\angle TMF = fMG.$$

H. II. §. 352. — MAUD. §. 68:

(C) $PR : PC = CA^2 : CA$, seu

$$PR = \frac{PC \cdot CA^2}{CA^2} = \frac{PC \times b^2}{a^2} = \frac{p \cdot PC}{a}$$

$$= \frac{p \cdot (AC - AP)}{a}.$$

MAUD. §. 72.

(D) Normalis $MR = \frac{b \sqrt{AP^2 (a^2 - b^2)}}{a^2}$

MAUD. §. 79.

(E) $CT : CA = CA : CP$.

H. II. §. 354. — MAUD. §. 76.

$$(F) \text{ Subtangens } PT = \frac{AP \cdot PB}{PC} = \frac{AC - CP}{PC}$$

H. II. §. 354. — MAUD. §. 75.

$$(G) \text{ Tangens } MT = \frac{\sqrt{b^2 - (AP \cdot PB)} + \frac{AP^2 \cdot PB^2}{PC^2}}{a^2}$$

MAUD. §. 79.

63. (A) Quaecunque linea $M\mu$, quae per centrum ellipseos transit, ab hoc bissecatur; & ellipseos diameter dicitur.

H. II. §. 357.

(B) Quaecunque diameter CM bissecat chordas Ng , quae tangenti TML per extremum diametri M parallelae sunt; & hae chordae diametri *ordinatae* vocantur: illa vero chorda, quae per centrum transit, seu, diameter md' tangenti TML parallela, diameter, alteri diametro $M\mu$ *conjugata* dicitur.

H. II. §. 356. 363. — MAUD. §. 92 *seqq.*

* *Pro diametris obtinent, quaecunque de axi §. 60. B, C, E, diximus.*

(C) Parallelogrammum $SGKI$, super diametris conjugatis descriptum, aequatur rectangulo super axibus; & hinc $md' \times MZ = AB \times CA$,

H. II. §. 362. — MAUD. §. 108. — St. N. §. 444.

(D) Summa quadratorum quarumvis diametrorum conjugatarum aequatur summam quadratorum axium.

H. II. §. 364.

***** 3

64. (A) Si super axi majori ellipseos describatur circulus, omnia perpendicularia, ut Fe , fL , ducta ab alterutro focorum (F aut f) in tangentem quamcunque, ad hujus circuli circumferentiam pertingent.

L. C. astron. §. 240. 41.

(B) Illa radii vectoris Mf pars MW , quae inter punctum M , per quod diameter $M\mu$ transit, & occursum W diametri conjugatae md' continetur, aequatur semi-axi majori,

L. C. astron. §. 244. — St. N. §. 445.

65. (A) Et, rectangulum perpendiculararium fL , Fe , ab utroque foco in eandem tangentem ductarum, aequatur quadrato semiaxeos minoris $C\Delta$.

L. C. astron. §. 242. 3. — MAUD. §. 187.

(B) Rectangulum confectum e lineis MF , Mf , ab eodem puncto ad utrumque focum ductis, aequatur quadrato semidiametri Cd' illi conjugatae, quae per punctum M transit: seu

$$MF \times Mf = C d'^2$$

L. C. astron. §. 245. 6.

66. Est $C\Delta : Cd' = fL : fM$; seu $fL = \frac{fM \times C\Delta}{Cd'}$.

L. C. astron. §. 247.

67. (A) Radius osculi (§. 60.) ellipseos, seu $R = \frac{Cm^2}{MZ}$

$$(\S. 63. C) = \frac{Cm^3}{a, b} = \frac{Cm^3}{a\sqrt{ap}} = \frac{MR^3}{p} \quad (\S. 62. D)$$

MAUD. §. 191 & §. 193.

(B) Hinc, pro puncto A axeos majoris, erit

$$R' = \frac{CA^2}{CA} = p.$$

(C) Pro puncto Δ axeos minoris $R'' = \frac{CA^2}{C\Delta} = p \times \frac{CA}{C\Delta^3}$.

(D) Unde $R' : R'' = C\Delta^3 : CA^3$; & ellipsis majorem habet curvaturam in extremo axeos majoris, quam in extremo minoris: & tanto majorem in quovis puncto, quanto hoc sit axi majori propius.

68. (A) Si super utroque ellipseos axi describatur circulus; atque ordinatae usque ad utriusque circuli circumferentiam protendantur: erit quaevis ellipseos ordinata, ad quamvis ordinatam circuli correspondentem, ut axis, ad quem non pertinet, ad axin, ad quem pertinet; seu

$$PM : Pn = AC : AC$$

$$QM : QO = CA : AC.$$

MAUD. §. 90.

(B) Area ellipseos est ad aream circuli, super majori aut minori axi descripti, uti axis major ad minorem: aut minor ad majorem.

MAUD. §. 109.

(C) Area ellipseos aequat illam circuli, cujus radius est media proportionalis inter femiaxes.

MAUD. §. 110.

(D) Adeoque est area ellipseos, (sumptâ proportionae

***** 4

Archimedea) $\frac{22}{7}$ reſanguli, ſuper axibus conſtituti.

MAUD. §. III.

XV. DE HYPERBOLA.

(A) Si in plano ſumatur linea indeterminata $pfFF$ (ſig. 5.) & in eâ ſumantur duo puncta F & f , & inſuper duo alia, ab his aequidistantia, A & a : linea curva ita conſtituta, ut differentia linearum fM , FM ad ſingula ipſius puncta M ductarum, conſtans ſit, & lineae Aa aequalis, dicetur hyperbola.

H. II. §. 381. — MAUD. §. 112.

(B) Unde ſequitur, hyperbolam duos habere ramos, ſibi oppoſitos, ſimiles, & aequales.

H. II. §. 371. — MAUD. §. 113.

(C) Punctum C , quod medium eſt lineae Aa , vocatur centrum: ſique in C erigatur perpendicularum BCb , illudque ita conſtituitur, ut ſit BC ($\equiv Cb$) media proportionalis inter FA & Af , vocabitur BCb axis minor, dum Aa axis major dicitur. Puncta autem F & f , vocantur foci.

H. II. §. 368. 9. — MAUD. §. 114.

(D) Parameter axeos p dicitur tertia proportionalis axi majori & minori,

H. II. §. 375. 76. — MAUD. §. 114.

(E) Linea PM , a quovis hyperbolae puncto perpendiculariter in axin ducta, *ordinata* axeos dicitur: ejus vero *abſciſſae* dicuntur partes AP , aP inter hanc or-

dinatam & axeos extrema contentae. — Etiam abscissa dicitur pars CP, inter centrum & occursum ordinatae MP contenta.

H. II. §. 367. — MAUD. §. 114.

(F) Quadratum ordinatae PM est ad rectangulum abscissarum $aP \times AP$ (seu $CP - CA$), uti quadratum axeos minoris ad quadratum axeos majoris; seu sumtis a & b pro semiaxibus,

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (x^2 - a^2) = \frac{p}{a} (x^2 - a^2) = \frac{x^2 p}{a} - ap.$$

Et hinc ordinatarum quadrata, uti sunt abscissarum rectangula.

H. II. §. 367 seqq. 376. — MAUD. §. 118.

(G) Radius vector FM, cum axi angulum $PFM = \phi$

$$\text{faciens} = \frac{x \sqrt{b^2 + a^2} - a^2}{a} = \frac{b^2}{a - \cos \phi \sqrt{b^2 + a^2}}$$

H. II. §. 380:

70. (A) Linea MT, quae bissecat angulum FMf, formatum a duobus radiis vectoribus, in idem punctum M ductis, est hyperbolae tangens.

MAUD. §. 127.

(B) Radius vector FM & productio WM alterius Mf cum tangente aequales angulos faciunt,

MAUD. §. 128.

(C) Perpendicularium FE, fe, a focus in eandem tangentem MT e ductarum, rectangulum aequatur quadrato

$$CB \text{ semiaxeos: seu } FE \times fe = \overline{CB}^2$$

MAUD. §. 187,

71. (A) Si e vertice A hyperbolae ducatur perpendicularis AR aequalis semiaxi minori CB; ac per centrum & punctum R ducatur linea recta: haec quidem propius propiusque ad hyperbolam accedet, sed eam nunquam, nisi in infinitum producta, tanget; hinc hyperbolae *asymptoton* vocatur.

Asymptota itaque quatuor RC, Cq, (quae unam rectam conficiunt), & CQ, Cr, (quae unam rectam conficiunt), duo sc. pro utroque hyperbolae ramo, se in centro decussant.

H. II. §. 385. 6. 7. 8. — MAUD. §. 140. 141.

(B) Si ambo axes AC & CB (feu AR) sint aequales: erit angulus QCR, quem asymptota inter se faciunt rectus; unde hyperbola aequilatera dicitur.

H. II. §. 389—92. — MAUD. §. 124.

$$(C) \text{ Est } MS \times MH \stackrel{\text{---}_2}{=} CB \stackrel{\text{---}_2}{=} AR; \text{ \& } \\ MS \times MG \stackrel{\text{---}_2}{=} AC \stackrel{\text{---}_2}{=} RB.$$

H. II. §. 392. — MAUD. §. 142.

(D) Linea aCA (fig. 6), quae per centrum transit, dicitur *diameter*, & diameter ipsi *conjugata* est linea DAd, quae tangens est in puncto A, & asymptotis in D & d terminatur: vel etiam diameter conjugata dicitur linea QCq, per centrum C transiens, & tangenti dAD parallela; sumpto sc. CQ = Cq = AD = Ad. Diametri vero aCAP ordinatae dicuntur lineae Mm, Nn, ipsi Dd parallelae; & partes AP, aP abscissae vocantur: similiaque pro diametris ac pro ordinatis locum habent.

H. II. §. 384. — MAUD. §. 147.

(E) Si, e duobus punctis quibuscunque M & N (fig. 6) hyperbolae, duae lineae MK, NH sibi parallelae ducantur usque ad occursum asymptoti CH, in K, & H; atque ex iisdem duae lineae LM, IN, huic asymptoto parallelae, & altero CI in L & I terminatae: erit $MK \times ML = NH \times NI$; & $Mk \times MK = NH \times Nh = AD^2$.

H. II. §. 393. — MAUD. §. 144.

(F) Ductis MR, & NO, asymptoto CL parallelis, est $ML \times MR = NI \times NO$.

H. II. §. 394. — MAUD. §. 154.

(G) Hinc, $\square CRML = \square CoNI = \square CE Ae$, quod ultimum hyperbolae potentia dicitur.

MAUD. §. 155.

72. Hinc, si ponatur $CE = a$; $AE = b$; $CL = x$; $ML = y$: erit $c^2 = ab$; $xy = ab = c^2$.

Unde $y = \frac{c^2}{x}$; si $c^2 = 1$ ponatur.

H. II. §. 399. 400. — MAUD. §. 156.

73. (A) Si sumantur in asymptoto CL partes CG, CH, CK, CL proportionales; & ducantur GF, HD, KB, LE, alteri asymptoto parallelae: erunt spatia hyperbolica GFDH, KBLE aequalia.

H. II. §. 406.

(B) Hinc, si $CG : CK = CK : CL$: erit spatium GFBK = BKLE; & si $CG : CH = CH : CK = CK : CL$: erit spatium GFDH = DHBK = BKLE; unde spatia FGHD, FGBK, FGLE, crescunt in progressionem arithmetica, dum

lineae CG, CH, CK, CL, in progressionē geometricā sunt: i. e. erunt haec spatia hyperbolica asymptotica, illarum linearum logarithmi (33). Adeoque & logarithmi quadraturā hyperbolae possunt inveniri: hinc & hi, qui ita inveniuntur, logarithmi hyperbolici vocantur,

H. II. §. 407. 8.

XVI. DE LOGARITHMICA VEL LOGISTICA.

74. (A) *Logarithmica vel logistica* (fig. 7) est curva, cuius *abscissae* AB, AC, AD, AE, &c. (si a puncto A computari incipiant) crescunt in progressionē arithmetica; *ordinatae* vero his respondentēs, AM, BN, CO, DR, ES, in progressionē geometricā; unde sunt abscissae quidam *ordinatarum logarithmi* (33).

¶ de his HUGENII propositiones de logistica, & demonstrationes GRANDII. — Gr. §. 1992 — 95. — H. II. §. 425. 26.

(B) Est axis AU asymptoton logarithmicae.

H. II. §. 430.

(C) Si duae ordinatae AM, CO, & ES, GZ, aequae a se invicem distent, (seu HO vel AC = IZ vel EG): eadem ratio inter eas dabitur, seu AM : CO = SE : ZG; & hinc illa distantia (EG = AC) a quibusdam logarithmus rationis harum ordinatarum vocatur.

G. §. 1995:

(D) Linea ordinata AM est ad aliam ES, uti differentia MH inter primam AM & tertiam quamcunque CO, ad differentiam SI inter secundam ES & quartam aequidistantem ZG: seu

$$AM : SE \doteq MH : SI \text{ (25).}$$

Gr. §. 1996.

75. (A) Si e puncto N ducatur tangens NT: erit *sub-*
tangens BT, quantitas constans, i. e. eadem, ad
quodcunque curvae punctum pertineat tangens; seu
v. g. $BT \doteq Et$.

Gr. §. 1997—98.

* Hoc facile patet, si ordinatae NB ac OC, & SE ac VF *in-*
finite propinquae ponantur: tunc enim arcus NO, VS cum
suis tangentibus confunduntur; punctum *b*, cum O, *c* cum
V coincidit, ac ideo triangula Nab , & ScI , cum NOa , &
SVI convenient; unde, ob triangulorum similitudinem,

$$Na : aO \doteq NB : BT$$

$$IV : IS \doteq Et : SE$$

$$IS : Na \doteq SE : NB \text{ (74. D).}$$

Unde $IV : aO \doteq Et : BT$.

Est $IV \doteq aO$: unde $Et \doteq BT$:

(B) Si duae ordinatae NB, CO infinite propinquae po-
nantur: erit earum differentia infinite parva Na , ad
differentiam infinite parvam aO abscissarum, uti or-
dinata NB ad subtangentem BT; seu

$$Na : aO \doteq NB : BT.$$

* Est ipsissima proportio prima in demonstratione praecedente.

Mathematici ordinatas per y , abscissas per x exprimere
solent; differentiam infinite parvam per d , ita ut dx , dy
significant differentias infinite parvas, quae inter duas ab-
scissas, aut duas ordinatas infinite parvas dantur. Quo no-
tato, & posito subtangente constanti $BT \doteq t$: erit praec-
edens proportio haec

(dy) : dx = y ; t : seu

$$dx = t \frac{dy}{y}, \quad \& \quad \frac{dx}{t} = \frac{dy}{y}, \quad \& \quad \frac{dx}{dy} = \frac{t}{y}$$

76. Spatium in longitudinem infinitam (74. B) expor-
rectum NY UB, & per ordinatam NB ac curvam
NOY, ejusque asymptoton BU constitutum, aequa-
tur duplo trianguli NBT, ab eadem ordinatâ & sub-
tangente confecti, seu rectangulo ordinatae & sub-
tangente.

*Est septimum HUGENII theorema: de quo vide GRANDII demonstra-
tiones.*

* Interim e modo dictis ita potest demonstrari: spatium hoc
infinitum = trapes: NC + OD + RE + &c. = NB x BC
+ OC x CD + RD x DE + SE x EF &c. = BC (NB +
OC + RD + SE + &c.), quae lineae conficiunt seriem

NB

geometricam; adeoque = BC x $\frac{NB}{NB - CO}$: (per §. 23.

ob ultimum terminum hic infinite parvum) = $\frac{BC \times NB^2}{Na}$

$$= \frac{dx \times y^2}{dy} \text{ vel (75. B) } = \frac{ty^2}{y} = ty = NB \times BT.$$

77. (A) Ponamus jam, initium abscissarum poni alicubi ita
E, & SE poni = 1; esse vero SE : RD = 1 : b:
erit haec ratio, ratio fundamentalis omnium ordina-
tarum; & sit DE = 1, tunc DE logarithmus ipsius
b, seu RD, erit *unitas*, & b vel RD vocabitur *basis*
omnium logarithmorum. Hinc EC logarithmus ip-
sius OC, seu b² erit 2. &c. dum logarithmus ipsius
SE, seu unitatis erit 0: & logarithmus EF numeri

VF unitate minoris, & quidem hic $\frac{1}{b}$, erit negativus, seu -1 ; & sic de reliquis.

Unde posito $SE \doteq 1 : RD \doteq b$ pro basi, e qua omnes logarithmi pendent, & quae pro lubitu sumitur, ac ille numerus est, cujus logarithmus (hic ED) est *unitas*, sumptâ y pro ordinatâ quacunque; & x pro ejus *abscissâ*; seu intervallo ab origine: erit $y \doteq b^x$, per naturam curvae, seu proportionis continuae; & inde $\log. y \doteq x$, cum logarithmus ipsius b sit *unitas*. Alias, si haberetur $y \doteq c^x$: esset $ly \doteq xlc$; ut ex ipsâ figurâ patet, & supra ex aliis fontibus fuit deductum, (§. 34. B).

(B) Si ordinatae ES, RD, OC maneant eadem, sed alio intervallo a se separentur, ut ED, DC &c. fiant majores minoresve: alia prodibit *logarithmica*, iidemque numeri alios habebunt logarithmos; sed constantem rationem servabit curvarum subtangens. Nam in triangulis similibus NOa & NTB, si Na & NB maneant constantes, ut hîc fit: subtangens BT mutatur in eâdem ratione ac ab , i. e. ac distantia inter eosdem numeros; unde in variis logarithmicis, erunt subtangentes ut correspondentes abscissae, si ordinatae in eâdem ratione sumtae fuerunt, seu erunt subtangentes ut logarithmi rationum aequalium (§. 74. D).

Gr. §. 1999. 2000.

78. (A) Si ea ordinatarum fit proportio, ut habeatur $SE : RD \doteq 1 : 10$; & ideo fit $SE \doteq 1 ; RD \doteq 10$; porro $DE \doteq 1 \doteq \log. RD \doteq \log. 10$: erunt abscis-

fae logarithmi vulgares, seu tabularum, vel *Briggiani*,
& sublimiori calculo invenitur esse hujus logarith-

$$\text{micae subtangentem } t \approx 0.43429448 \approx \frac{1}{2.30258509}$$

(B) Si vero ita constituta sit logarithmica, ut, dum sit
SE ≈ 1 , subtangens t etiam ≈ 1 ; seu SE $\approx t$:
orientur logarithmi hyperbolici, seu *Neperiani*, &
erit ratio ipsius SE ad RD $\approx 1 : 2.718281828$.
Adcoque in his unitas erit logarithmus numeri
2.71828 &c. dum in logarithmis tabularum sit loga-
rithmus numeri 10: eorundemque numerorum loga-
rithmi in utroque systemate erunt inter se ut sub-
tangentes (78. A & supra §. 36).

(C) Cum sit in logarithmis hyperbolicis $t \approx 1$, erit
(75. B) $dx \approx \frac{dy}{y}$, dum sit $x \approx \log. y$. Cur autem
hi logarithmi *hyperbolici* dicantur? patet e §. 73. B
& §. 72.



PROLEGOMENA

D E

PHILOSOPHIA NATURALI IN GENERE.

1. Philosophiae materiam constituunt universae naturae scrutatio, atque nexus, qui inter res omnes reperitur, investigatio.

M. §. 1—14. — Kr. I. §. 1—6.

2. Per *naturam* intelligimus rerum omnium, quae in hoc universo existunt, congeriem, agendique vires.

BOYLE, in disquis. de ipsa natura. opp. t. IV.

3. Res omnes sunt vel corporeae, vel incorporeae, vel entia e corpore & spiritu mixta.

I.

DE MATERIA PHILOSOPHIAE NATURALIS.

4. Illa philosophiae pars, quae corpora examinat, *philosophia naturalis* dicitur.

M. §. 9. — Kr. I. 1—2.

5. Corpora considerantur vel *in genere*, (*in abstracto*), vel *in specie*.

A

6. Proprietates, quae omnibus corporibus communes sunt, *corpus in abstracto consideratum* constituunt.
7. Proprietates *singulares* vel *privae* sunt illae, quae singulis corporibus conveniunt, eorumque naturam constituunt.
8. Hinc, philosophia naturalis versatur 1^o. in examine proprietatum, virium, quae corporibus omnibus, seu corpori *in genere* considerato competunt, effectuumque, qui inde oriuntur. 2^o. In examine proprietatum ac dotium corporis cujuscunque, in specie considerati, ac phaenomenorum, effectuumve, qui ex his proprietatibus originem ducunt.
- G. §. 1-4.
9. *Physica generalis* est illa philosophiae naturalis pars, quae proprietates, vires, & actiones corporis, in genere considerati, exponit.
- M. §. 15.
10. *Physica specialis* exponit naturam, dotes, vires corporum singulorum, quae in naturâ existunt: & pro diversis corporibus, quae examini subijcit, alia atque alia nomina assumit.
11. Corpora universe dividuntur in illa, quae extra tellurem sunt, & illa, quae ad tellurem pertinent.
12. Priora, (II) corporum coelestium, vel astro-

rum nomine veniunt: de eorum intimâ naturâ nihil novimus; varia vero de ipforum motibus innotescunt.

13. Corpora terrestria (11) in tria *regna* dividi solent:
- 1^o. Regnum *fossile*, quod fossilia vel mineralia continet. Haec vero corpora, organis, vitâ, sensu, carere dicuntur.
 - 2^o. Regnum *vegetabile*, quod plantas continet: eaque corpora, vitâ & organis praedita, sed sensu carentia, habentur.
 - 3^o. Regnum *animale*, quod animalia, seu corpora vitâ, organis, & sensu praedita, continet.

M. §. 23—28:

14. Dubitandum autem videtur: fatisme certum sit, omnia fossilia organis, omnes plantas sensu carere: & constat, naturam ejusmodi praebere corpora, quae vix melius ad unum, quam ad aliud regnum referri possunt. — Hi insensibiles gressus, quibus Natura ab uno regno ad proxime sequens, ab unâ specie ad aliam transit, quibus proinde omnia arctissime connectuntur, sibi mutuo inserviunt, & continuam quasi catenam efficiunt, variis quidem annulis, intime tamen inter se junctis, constantem, *legem* ita dictam *continuitatis* constituunt.

Kr. I. §. 13. — praecipue BONNET, cont. naturae p. III. p. 33—69: p. IV. p. 89—100. ed. Belg. aut, quod praestat, eadem loca in ed. noviss. Gallica, quae in opp. inserta est, & seorsim etiam exstat. — De corporum in classes distributione, V. CARRARD art d'observer. p. 260. mult. seqq. — SENEBIER art d'observ. p. III. ch. 4.

15. Variæ sunt physicae specialis (10) partes, ut mineralogia, botanica, animalium historia naturalis, cæteræ.

16. Illa vero ars, quæ certe unam e præcipuis constituit phylices partibus, quæque in corporum elementa inquirit, horum naturam, compositionem, numerum, modumque, quo inter se miscentur, investigat, atque harum miscelarum & compositionum leges, effectusque, ex iisdem oriundos, rimatur, *chemia* dicitur.

BOERHAVE *chem. in init.* — MACQUER. *diction. art. chimie.*

17. Quaecunque inter varia corpora detur diversitas, hæc vel a diversis, e quibus confecta sunt, elementis pendet, vel ab eorundem elementorum varia confociatione: & ex eadem gemina causa omnis oritur mutatio, quæ corporibus contingit.

18. Omnis mutatio pendet a motu. Motus est vel *externus*, seu *localis*; vel *intestinus*: hic vero, qui vel *visibilis* est, vel *invisibilis*, naturam corporum intimam afficit.

M. §. 18.

19. Omnes effectus, quos corpora mutuis suis actionibus edunt, pendent ab ipsorum proprietatibus, tum generalibus (6), tum particularibus, quas Deus corporibus attribuit. Hi vero effectus *leges naturæ* vocantur.

M. §. 19.

20. Hinc *naturae leges* sunt constantes apparitiones vel effectus, qui, quotiescunque corpora in similibus opportunitatibus versantur, semper eodem eveniunt modo. *Naturae* proinde leges immutatae perstant.

G. §. 3. 4. 5. 6. 7. *praef. p. VI. & orat. de evidentia.* — M. §. 19—24. — SENEBIER *art d'observer. p. III. ch. 8.*

II.

DE SCOPO PHILOSOPHIAE NATURALIS.

21. Scopus philosophiae naturalis hic est, ut effectus, quos corpora edunt, quando in se mutuo agunt, cognoscamus, praevideamus, eorumque rationes, quantum fieri potest, reddamus, causasque eruamus.
22. Effectus ab ipsis corporibus pendent: ipsorumque naturae, a Deo semel conditae, tribuendi sunt.
23. Hinc, ubi effectum corporis cujusdam nondum observatum detegimus, detegimus eo ipso novam hujus corporis proprietatem.
24. Proprietates corporum, sunt omnium effectuum, quos edunt, causae.
25. Inventio itaque causarum tantum consistit in assignatione proprietatum, a quibus effectus, de quo agitur, pendet.

BONNET *contemp. nat. praef. §. 5. 6. ed. Belg.* — SENEBIER *art d'observ. p. III. ch. 2. 3. & c. 5.*

26. Rerum *principia prima*, seu *causae primariae* nos

latent; a sola Dei voluntate pendent: sed effectuum quorundam per alios universaliores effectus explicatio hominibus conceditur; horumque universaliorum effectuum indicatio *causarum secundariarum* inventionem constituit.

G. §. 3. praef. IV. V. — CARRARD art d'observer. p. 303 — 309.

27. Haec autem causarum secundariarum scrutatio maximam adfert utilitatem.

M. §. 39. — Kr. I. §. 14. 15. — STURMIUS phys. elect. praelim. art. IV. — BOERHAAVE chemia t. I. p. II. p. 153. ed. Paris. — LA LANDE praef. astron.

III.

DE METHODO.

28. Methodus, quae in physicis adhibenda venit, duobus nititur principiis: altero, *naturae contemplatione*; altero *legitimo ratiocinio*, praecipue *geometrico*, hac contemplatione innixo.

G. praef. p. V. — M. §. 16. — Kr. I. §. 2. — R. HAAVE in orat. de comparando certo in physicis. — MACLAURIN exposit. des decouvertes de NEWTON lib. I. cap. I. toto.

29. Naturam contemplantur philosophi tum *observatione*, tum *experimentis*.

De methodo observationes & experimenta instituendi fuse egerunt SENEBIER & CARRARD in opp. quibus titulus l'art d'observer.

30. Observatio consistit in contemplatione illorum phaenomenorum, quae Natura sponte offert, eorumque sedula investigatione. Horum magna

& accurata collectio philosophiam maxime promovet.

M. §. 24 → 30. — CARRARD. *l. c.* p. 112 — 129.

31. *Experimentis* corpora variis modis inter se conjungunt philosophi, nova producunt phaenomena, quae Natura sponte vel non offerret, vel non in illis circumstantiis. Unde naturam hoc modo altius urgent, pressius interrogant.

K. I. §. 3. — MUSSCHENBR. *oratio*, de methodo instituendi experimenta. D'ALEMBART *melanges t. 4. p.* 265 → 280.

32. Quemadmodum penuria observationum ad experimenta ducit, ita experimenta ad observationes reducere debent: ut sic omnia phaenomena inter se nectantur, & generalissimae, e quibus pendent, pateant causae.

33. Solae observationes, sola experimenta nullius sunt usus, nisi ex iis deducantur, quae inde deduci possunt. Hinc maximus ratiociniorum, in primis vero matheos, usus: sed haec unice principiis, experientia aut observatione detectis, nitatur.

Systemata, principiis ab experientia desumptis, superstruenda esse, paucis, sed egregie docuit CONDILLAC traité des systèmes. ch. I. v. etiam P. STEENTRA redenvoering over de natuurkunde.

34. Primum, experimentis, vel observationibus phaenomenorum causae *analytice* sunt eruendae: dein ex his assumtis causis, conclusiones *syn-*

thetice sunt deducendae, quae novis effectibus explicandis inferuiant.

M. §. 37. — *De methodo analytica.* v. SENEBIER art d'observ. p. III, c. 12. p. IV. ch. 5. p. 68.

35. Quae nec experimentis, nec observationibus fundata sunt, nec solidis ratiociniis inde deducta, minime sunt ut certa admittenda.

36. Non tamen legitimus rejicitur hypothesium usus: sed hae prudenter effingantur; experimentis, vel observationibus sint innixae; iisve instituendis ansam praebeant; phaenomenis denique explicandis accurate satisfaciant; & nunquam, tanquam certum quid, proponantur, aut principiorum numero accenseantur.

M. §. 32. — STURM. *phys. elect.* art. III. t. 2. — BONNET *cont. nat. praef.* §. 2. §. 4. CARRARD, art d'observ. p. 310 — 313. — † SENEBIER, art d'observ. p. III. c. 9 — 10 — 11. — D'ALEMB. *melanges* t. 5. p. 55 — 67. † CONDILLAC *traité des systèmes* ch. 12. § 14. — VAN SWINDEN *orat. de hypothesebus physicis: & in praef. tentamin. theor. mathem. de magnet.*

37. In physicis est maximus analogiae usus: sed haec caute adhibeatur, neque ultra legitimos limites extendatur.

G. praef. p. VIII — XI. § *orat. de evidentia i. f.* — *M.* §. 38. — CARRARD art d'observ. p. 247 — 304. — SENEBIER art d'observ. p. III. c. 7.

IV.

REGULAE ITA DICTAE, NEWTONIANAE.

38. I. Causae rerum naturalium non plures sunt admittendae, quam quae & verae sint, & phaenomenis explicandis sufficient.

G. §. 9. *pr. p. VII.* — M. §. 31 — 34. — Kr. I. §. 9. —
SENEBIER *art d'obs.* p. III. *ch.* 4. §. 62.

39. II. Effectus naturales ejusdem generis eidem causae sunt assignandi, quantum fieri potest.

G. §. 10. — M. §. 34. — Kr. I. §. 10. — CARRARD
art d'observer. p. 293. — SENEBIER *l. c.* p. 63.

40. III. Qualitates corporum, quae intendi & remitti nequeunt, quaeque omnibus corporibus competunt, in quibus experimenta institui licet, pro qualitatibus corporum universonum sunt habendae.

G. §. 11. — M. §. 35. — Kr. I. §. 11. — CARRARD,
art d'observer. p. 6. — 8. — SENEBIER *l. c.* p. 66.

41. IV. In philosophia experimentalī, propositiones, e phaenomenis per *inductionem* collectas, non obstantibus contrariis hypothefibus, pro veris aut accurate, aut quam proxime, sunt habendae, donec alia occurrerint phaenomēna, per quae, aut accuratiores redduntur, aut exceptionibus obnoxiae.

M. §. 36. — *De inductione v.* SENEBIER *l. c.* p. III. *c.*
6. p. 77.

V.

DE PHYSICA GENERALI.

42. Examen proprietatum, omnibus corporibus communium, proprie *physicam generalem* constituit: accedit examen *luminis*, cujus ope omnia corpora cernuntur; *ignis*, quo corpora perfunduntur; *aëris*, in quo corpora natant; & fluidorum *aëriiformium*, quae multorum phaenomenorum causas exhibent: denique perscrutatio virium omnium, quas corpora possident, & legum, quas in suis actionibus sequuntur.
43. Physica generalis versatur plerumque circa ideas abstractas (42). Hinc latissimus in ea geometriae usus, (a) cujus ope detegere conamur leges, quas corpora, sibi relicta, vi suae naturae sequi debent (b).
- (a) D'ALEMB. melan. t. 4. p. 182. seq. t. 1. p. 34—45.
 (b) D'ALEMB. melan. t. 4. p. 210—221.
44. Experimentorum triplex usus est in physica generali.
- 1°. Confirmatio legum, theoriae ope erutarum (43).
- 2°. Examen causarum, quae efficiunt, ut experimenta aliquando a theoria abluant; & hinc inventio novarum veritatum, quae sola theoria nunquam patuissent.

3^o. Examen proprietatum universalium, quas observatione generaliter tantum percipimus, sed quarum effectus solis experimentis innotescunt: ut de gravitate, lumine, coloribus, igne, aëre, &c. obtinet.

D'ALEMBERT, melang. t. IV, p. 284. seqq.

45. Ordo hujus cursus hic fit:

Liber I. aget de corpore in genere considerato.

— II. de phoronomia, seu scientia motus.

— III. de statica & mechanica, seu aequilibrio corporum & motu machinarum.

— IV. de hydrostatica, seu de aequilibrio & pressione fluidorum, tum elasticitate carentium, tum elasticorum, quorum exemplum praebebit aër,

— V. de dynamica mathematica, seu de mutua corporum solidorum actione, quae ex impactione, & collisione oritur.

— VI. de hydrodynamica, seu de motu & impactione fluidorum; deque resistantia, quam corpora, in fluidis mota, experiuntur,

— VII. de variis aërum speciebus.

— VIII. de igne: ubi de electricitate.

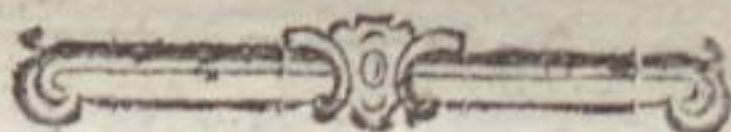
— IX. de lumine.

— X. de dynamica physica, seu de corporum viribus physicis: ubi agetur, de variis attractionum generibus; de cohaesione; de corporum cohaerentia; de elasticitate;

de fluidorum natura, elasticitate, & eorum a solidis attractione, adeoque & de tubis capillaribus; de attractione magnetica; de naturae quibusdam legibus, quas phyfici condiderunt, ut lege *parcimoniae, conservatione virium vivarum, &c. &c.*

Liber XI. aget de corporum compositione & elementis.

— XII. de meteoris.



POSITIONUM PHYSICARUM

LIBER I.

DE CORPORE IN GENERE CONSIDERATO.

I.

DE CORPORUM PROPRIETATIBUS UNIVERSALIBUS.

1. **S**ensibus corpora cognoscimus: impressionibus, quas haec in organa sensuum faciunt, tum *attributa*, tum *modos*, seu *qualitates* addiscimus: & ex iisdem jure corporum *veram existentiam* efficimus.

G. orat. de evid. praefixa elem. phys. p. L. — M. §. 40. — Kr. I. §. 16 — 19. — S. §. 29. — N. I. S. II. p. 144. seqq. — Eu. lettr. 117 — 118.

† D'ALEMBERT. melang. de philos. t. IV. p. 47 — 58.

2. Corpora omnia sunt extensa.

G. §. 12 — 15. — M. §. 49. 50. — N. I. p. 5. — K. II. p. 18. — Eu. lettr. 122.

3. Omnia corpora determinatam habent figuram.

G. §. 20. — M. §. 77. N. I. sec. 2. tota. — Kr. I. §. 41. — S. §. 34.

4. Observationibus constare videtur, singula corporum genera, quae ipsa natura conficiuntur, sive *organis* sint instructa, sive iis careant, determinatam, sibi-que propriam, & *characteristicam* adipisci figuram.

Figuras animalium & vegetabilium constantes esse, notum est omnibus.

De salium cristallisatione v. M. §. 1023—27. — N. I. S. 2.
Exp. 1. 2. — S. §. 36. & scriptores chemicos:

De constanti figura, quam glaciei & nivis elementa formant: v.
MAIRAN traité de la glace: p. 144—169: p. 311—19. *De*
constanti metallorum fusorum & frigefactorum figura v. MOR-
VEAU elem. de chymie de l'Acad. de Dijon t. I. p. 75. p.
213: vel Journ. de phys. t. VI. p. 193. t. VII. p. 148. &
mem. présentés a l'acad. t. IX. p. 516.

5. Corpora omnia sunt *solida*, vel *impenetrabilia*:

G. §. 15. 23—27. 29. 30. — M. §. 78—81. — N. I. sec.
3. tota: consule etiam II. sec. 3: exp. 1. & 2: horum pri-
mum, quod Florentinum dicitur, ulterius in libro X. ad exa-
men revocabimus. Consule etiam N. I. VI. sect. 1. exp. 3,
quod huc referri potest. — Kr. I. §. 28—31. — S. §. 35—
45. — D. I. §. 4. — K. II. p. 19. Eu. lettr. 69—70.

6. Corpora omnia vel *intellectu*, vel *revera divisibi-*
lia concipimus: si de ea divisione agitur, quam
tantum *intellectu* peragimus, vel concipimus,
corpora sunt in infinitum divisibilia.

G. §. 16. 33—36. — M. §. 51—58. — N. I. p. 6. 7. —
Kr. I. §. 22. — S. §. 75—78. — D. I. §. 5. — † K. III.
p. 25. seqq. Eu. lettr. 123. 124.

Demonstrationi inserviunt fig. 1. & 2.

7. Ex inde quidem sequitur.

1.) Quantitatem finitam infinitum partium numerum
continere posse.

† G. §. 38. 45—53. — S. §. 78. — D. I. §. 5. n.
4. — † Kr. IV. p. 34—38.

2.) Infinita & infinite parva omnia non inter se ac-
quari.

† G. §. 53. 54. — D. I. §. 5. n. 4. K. IV. p. 38.

3.) Sed, infinitorum varios ordines dari,

† G. §. 55—63. — D. I. §. 5. n. 4. — † K. IV.
p. 40. *seqq.*

Verum tantum abest, ut haec pugnantia sint: quin potius e natura *infiniti*, rite intellecta, sponte sequantur, & certissimis geometriae exemplis confirmantur: ut in fig. 3. si arcus AB est infinite parvus, est sagitta AD, infinite parva secundi ordinis (EUCL. 8. VI.)

8. Si de *reali* corporum *divisione* agatur, corpora *revera non sunt in infinitum divisibilia*, sed tantum ad certum usque gradum, quem, etsi *forte* pro diversis corporum generibus diversum, neque ars excedere potest, neque natura in suis operationibus unquam transgredi videtur.

M. §. 58—68. — N. I. p. 8—15. — Kr. I. §. 23. 24. — S. §. 78. i. f. §. 79. 80. — D. I. §. 6.

9. Partes, quas natura ulterius dividere nequit, ipsissima videntur corporum *elementa*: utrum autem haec ob summam duritiem, an alia de causa, *indivisibilia* sint? latet.

M. §. 68—72. — Kr. I. §. 25. 26. — S. §. 10. — D. I. §. 6. — NEWTON. *princip. III.* in expl. regul. 3. De *elementorum duritie eximie idem egit*, in opt. Q. 31. p. 315. *seq.* 325. 47. ed. Lausian.

10. Licet elementa corporum, artis aut naturae viribus, *insecabilia* sint, adeoque *nostri respectu simplicia*, non tamen sunt *inextensa*.

S. §. 30. 31.

Nota. *Quid per monades, vel entia simplicia, sibi voluerit LEIBNITIUS, optime explicuit CONDILLAC, traité des systèmes ch. 8. qui simul egregiam refutationem addidit. v. etiam Eu. Lettr. 76. 125—133.*

lementa corporum puncta esse inextensa, indivisibilia, non contigua, viribus tamen repellentibus et attrahentibus praedita, assumptis clar. BOSCOVICH theor. philos. natur. p. I. §. 7. seqq. Hunc quodammodo secutus SAURI cours de physique. t. I. sect. 3. ch. I. p. 125. seqq. & PRIESTLEY (disquisitions relating to matter and spirit: sect. 1. & 2,) qui corporum impenetrabilitatem negavit:

II. Ars corpora in particulas ad stuporem usque exiguas dividere potest (a). Natura vero nobis innumera offert corpuscula, vel organis destituta (b), vel iisdem instructa (c), imo viventia (d), quae, sua exiguitate, omnem fere imaginationem superant. Neque tamen ultimos exitus, quam natura producit, terminos novimus.

(a) De filis deauratis & lamellis aureis, V.

G. §. 41. 42. 63. 64. ——— M. §. 72. No. 2. 3. ——— N. I. p. 36 — 41. ——— Kr. I. §. 27. ——— S. I. §. 81. 82. ——— D. I. §. 7. n. 6. ——— † K. V. p. 43.

* BOYLE de mira effluviis subtilitate c. 2. in operum tomo 2.

* HALLEY. phil. transf. No. 194. vol. 17. p. 540. — * REAUMUR mem. de l'acad. 1713. p. 203. seqq.

Fig. 4. Cognitis ponderibus auri & argenti, quae ad cylindrum auratum conficiendum adhibentur, horumque metallorum densitatibus (vid. infra §. 55.); porro, longitudine & crassitie hujus cylindri deaurati: facile computari potest (EUCL. 1, & 2. XII.) crassities AB cylindri aurei concavi AFEIBGDH, qui cylindrum argenteum solidum BGDH cingit: & cognito pondere, quod filum, ex hoc cylindro ductum, sub determinata longitudine tenet, computabitur eodem modo (EUCL. 14, 11, & 2. XII.) hu-

jus fili diameter, & crassities auri, argentum obducentis: & his cognitis, (10. introd.) superficies, quam aurum occupat.

De filis e vitro ductis: REAUMUR l. c. p. 208.

De miris quibusdam artificijs: S. I. §. 85.

(b) De metallorum, aliorumque corporum solutionibus:

M. §. 72. No. 4, 5. ——— N. I. S. 1. exp. 2. 4. ——— Kr.

I. §. 27. ——— S. I. §. 83. 84. ——— D. I. §. 7. n. 6.

——— † K. V. p. 44. ——— * BOYLE l. c. C. 3. p. 9.

De odorum &c. effluviis:

G. §. 43. ——— N. I. S. 1. exp. 3. ——— S. §. 86. ———

D. I. §. 7. n. 6. ——— † K. V. p. 45 -- 50. ——— * BOYLE

l. c. C. V. p. 115.

(c) De plantarum elementis:

DODART mem. de l'acad. 1700. p. 136: 1701. p. 239. ———

DU HAMEL physique des arbres t. II. p. 177.

(d) De corpusculis animalium:

G. §. 44. ——— M. §. 72. no. 6. ——— S. I. §. 87. ——— D. I.

§. 7, n. 6. ——— † K. V. p. 50 -- 56. ——— * LEEUWENHOEK

opera. ——— MALEZIEU hist. de l'acad. 1718. p. 9.

De filis bombycinis:

G. §. 45. ——— M. §. 72. no. 1. ——— N. I. p. 41. ——— Kr.

I. §. 27. ——— * BOYLE l. 4. c. 2.

De filis aranearum: REAUMUR l. c. p. 213. seqq.

II. Corpora minora majorem habent, respectu massae, superficiem, quam corpora majora: est autem haec proportio illa laterum homologorum reciproca. [EUCL. 18. & 2. XII.]

M. §. 73 -- 75. ——— S. I. §. 88: & nota 20. ——— * FITOT mem. de l'acad. 1728. p. 369.

12. Propositio praecedens maximi usus est in explicandis

B

omnibus corporum effectibus, qui partim a massa, partim a superficie pendent.

M. §. 76.

13. Corpora omnia sunt mobilia.

G. §. 17. — M. §. 129. 130. — N. III. in init. —

Kr. I. §. 43. 44. — S. §. 89—90.

14. Corpora omnia e statu suo, vel motus, vel quietis, deturbari nequeunt, nisi vi quadam accedente. Si talis non accederet, semper in eodem statu, in quo semel versantur, perseverarent. Haec proprietas corporum dicitur *inertia*, eademque est massae proportionalis.

G. §. 18. 19. — M. §. 115—126. — N. III. S. I. p. 178—189. — Kr. I. §. 41. 42. — S. I. §. 91. 92. —

† NEWTON princip. I. axiom. 1. — † D'ALEMBERT dynamique. §. 2—9: & Encyclopedie, voce force d'inertie. Vir clar. etiam pulcherrimam dedit inertiae demonstrationem analyticam, sed sublimiori calculo innixam, in opusculis t. IV. p. 349, quam ulterius excoluit mem. de l'acad. 1769. p. 280. — Aliam dedit FONCENEIX mem. de Turin. II. p. 301.

Inertiae naturam pulchre exposuit EULER. opusc. t. I. p. 281—285. — Mechan. I. §. 74—77. & §. 142—146. — Theoria motus corporum rigidorum cap. II. toto: denique in memoires de Berlin 1750. p. 419. seqq. quem locum exposuit KAESTNER in dissertatione de inertia, inserta in dissert. mat. & physic. p. 75. — v. etiam EU. lettr. 74—75.

15. Disputant philosophi, sit ne quidem inertia a gravitate diversa? & an vis inertiae debeat vocari, nec ne?

M. §. 126—129. — N. III. S. I. exp. 1. — Kr. I. §. 131. — S. §. 92. 93. MEURLINE Journ. de phys. t. I. p. 245.

Inertiam vim insitam vocavit NEWTON princ. I. def. 4. Ima, solum vim corporibus insitam. Pr. III. reg. 3. i. f. Etiam principium passivum (opt. Q. 31. p. 322.), quod maximam corporum resistentiae partem efficit, ibid. p. 294. 296: Pr. II. prop. 31. schol. & prop. 40 schol.

16. Corpora omnia sibi commissa tellurem petunt, & alia corpora, quibus sustinentur, premunt. Hoc phaenomenon corporum *gravitas* dicitur.

G. §. 147. 148. — M. §. 315--17. — N. VI. p. 99. —
Kr. I. §. 131. — S. I. §. 184--188. — D. I. §. 10. 17.
— Eu. lett. 45—51.

17. De experimentis, quibus *levitas positiva* confutatur, V.
M. §. 318. — N. VI. sec. I. exp. 1. — Kr. I. §. 31. —
Tentam acad. Florentinae p. II. §. 69.

18. Corpora horizonti perpendiculariter cadunt.
N. VI. p. 125. — Kr. I. §. 128.

19. Posita tellure sphaerica, tendunt corpora ad telluris centrum. (18. & EUCL. 16. III.) V.
fig. 5.
M. §. 331. — Kr. I. §. 129.

20. Cum tellus non sit sphaera, sed *sphaerois* (v. L. II. prop. 256. 445.): non transeunt omnes gravitatis directiones per ipsius centrum, sed in variis punctis sese decussant, quae curvam, *barocentricam* dictam, formant.
V. etiam lib. II. §. 260. — M. §. 332.

21. In praxi, omnes gravitatis directiones pro parallelis haberi possunt.

Sc. propter magnam distantiam, qua a centro telluris distamus. Nam radius telluris aequat 1432 leucas gallicas: *leuca* continet 2283 *hexapedas*: hexapes continet 6 pedes mensurae gallicae. Hinc, cognita (fig. 6.) distantia AD, inter duo loca A & D, angulus ACD, quem gravitatis directiones inter se faciunt, facile computatur; sive distantia AD sat magna sit, ut

pro arcu fumatur, sive talis, quae cum tangente AB confundatur: hoc casu angulus invenitur per 19. *introd.*

22. Gravitas in singulis terrae locis semper eadem est (a), & corpora in singulis semper ad idem punctum tendunt (b).

(a) *M.* §. 335. 365. — BOUGUER, figure de la terre p. 336. §. 13, qui hoc experimentis, pendulorum ope institutis, probavit: quo modo id ex iis deduci possit, dicemus lib. II. §. 200.

(b) *M.* §. 335. — BOUGUER, mem. de l'acad. 1754. p. 250. Quaestio haec jam agitata fuit a GASSENDI (in post-script: Epistolae ad NAUDEUM de novem stellis circa Jovem sitis; habetur ad calcem institut. astron. p. 264: & in opp. t. IV.): dein curatius à MAIRAN hist. de l'acad. 1742. p. 104 -- 109.

23. Gravitas, licet corporum proprietas *universalis*, non tamen est e numero illarum, quae intendi & remitti nequeunt (*prolegom.* 40.), ut sunt reliquae, de quibus diximus; sed eo fit minor, quo magis a tellure recedimus: est autem in ratione inversâ duplicatâ distantiarum ab illius centro.

M. §. 336. — *Kr.* I. §. 156. — *D.* I. §. 17. nota. — De hoc gravitatis decremento plura dicemus lib. II. §. 416. *seqq.*

Quidam contendere voluerunt, gravitatem majorem esse in locis excelsis, quam in depressioribus; quoniam, si corpus grave, unâ cum fune lanci impositum, in aequilibrio est cum sacomate, alteri lanci imposito, hoc praeponderat, si corpus, funi jam annexum, ex altera lance dependeat. V. haec experimenta a rev. BERTIER, aliisque instituta, *journal de physique* t. 2. p. 251. 275. — t. 4. p. 340. 456. — Sed haec experimenta a tot causis pendent, ut nulla certa conclusio inde elici queat, et saepe aliis omnino fuerit ipsorum eventus: v. *journal de physique* t. 6. p. 1: quod et ipse BERTIER fassus est: *ibid.* t. 9. p. 460. Rem optime examinarunt, & experimenta ipsa invalida esse, demonstrarunt, experimentorum collatione LE SAGE, *journal de physique* t. 7. p. 1: novis experimentis † MORVEAU, *ibid.* t. 5. p. 314: & † ACHARD, in *seus* miscellaneis, quibus titulus: *chymisch-physische schriften*: 8°. Berlin 1780: p. 197 --

205. Caeterum similia experimenta, & eodem invalido successu jam instituta fuerunt Londini Ao. 1662. a POWER (BIRCH history of roy. society I. p. 133.) & HOOK (ib. p. 163.) Ao. 1664. a COTTON (ibid p. 433.) & HOOK (ib. p. 466. 471.) & in epist. ad BOYLE d. 15 Aug. & 26 Sept. 1665. scriptis: v. BOYLEI opera, vol. 5. edit. Angl. in folio p. 544. Verum de gravitatis decrementis deinceps lib. II. §. 259.

24. Hinc disputant philosophi: utrum gravitas ad *essentiam* corporis constituendam conferat, nec ne? imo, utrum ipforum *attributum* sit, an vero tantum *modus* seu *accidens*?

M. §. 365--68. — N. VI. p. 99--103: 105. — Gravitationem corpori *essentialem esse non censebat* NEWTONUS *pr. III. reg. 3. i. f. quod etiam e variis optices locis patet.*

25. Gravitas, seu illa vis, qua corpora deorsum feruntur, in singulas agit moleculas, & ideo in omnia corpora aequaliter.

G. §. 150--156. — M. §. 319, 326. — N. VI. *sect. 1. exp. 2. p. 128. exp. 3.* — Kr. I. §. 135. — S. §. 189--192. — D. I. §. 8. — NEWTON *pr. III. prop. 42.*

26. *Pondus* dicitur *quantitas materiae*, quam corpus continet.

G. §. 156. 7. — M. §. 321. — NEWTON *pr. I. def. 1.*

Nota. NEWTONUS *hoc experimentis, ope pendulorum institutis, probavit, libr. II. prop. 24. cor. 7: libr. III. prop. 6: quorum experim: fundamenta infra videantur lib. II. §. 202. Secus censebat CARTESIUS princip. philos. IV. §. 24. 25, quem jam refutaverat HUGENIUS in dissert. de causâ gravitatis p. 106. in opp. reliq.*

27. Hinc sedulo distinguendum inter *pondus* & *gravitatem*. *Pondus* est ut *gravitas*, per numerum particularum, in corpore existentium, vel per corporis *massam*, multiplicata. (25. 26.)

M. §. 316. — N. VI. p. 103. 104. — Kr. I. §. 134. —
S. §. I. 188.

28. Experimentis & observationibus constat, corpora niti, ut ad se invicem accedant, & revera accedere, si in legitima ponantur distantia. Haec proprietas corporum *tractio* dicitur.

G. §. 73. — M. §. 1000-1003. — Kr. I. §. 129. —
S. I. §. 17-19.

29. Magnitudo attractionis pendet 1°. a massa corporum, quae se mutuo trahunt: 2°. a superficie, quam sibi offerunt: 3°. a distantia. Est autem in ratione directa massarum & superficialium & *inversa quadam* distantiarum.

M. §. 1011: 1041. 1062-65. — Kr. I. §. 242. — S. I. §. 19. —
D. I. §. 20. 22.

30. Haec generalis corporum omnium attractio probatur tum experimentis (a), tum observationibus physicis (b).

(a) 10. Ope guttarum: G. §. 76-80. — M. §. 1017-22. — Kr. I. §. 240. — S. §. 25.

20. Ope tuborum capillarum: G. §. 82. 83. 107. — M. §. 1046-61. — Kr. I. §. 272-75. — D. I. §. 21. — * HAWKS-BEE exper. physico-mec. t. 2. c. 1. art. 1. edit. galli:

3°. Ope aquae inter laminae vitreae ascendentes: G. §. 84. 99 — 104. 106-110. — M. §. 1013. 62. 63. — * HAWKS-BEE l. c. art 3-10.

4°. Ope guttae olei inter laminae vitreae ascendentes: G. §. 85-110. — M. §. 1041-64. — * HAWKS-BEE l. c. art. 10-11. 12.

5°. Ope corporum sibi impositorum, aut abversorum: G. §. 81. — M. §. 1003-1011. — S. §. 22-25. 26. — D. I. additam. p. 43: sed praecipue phil. transf. n°. 389. art 6. vol. 33. p. 345.

6°. *Ope globorum vitreorum, aquae innatantium: G. §. 91 — 95. — M. §. 1038. 39. — K. I. §. 242. 75.*

7°. *De attractione solidorum à fluidis: G. §. 86. 1035 — 38. §. 1040. 1042 — 45. 1077. 78. — D. I. §. 23. 24. 25.*

(b) *Observationes circa montium attractionem, v. apud BOUGUER fig. de la terre p. 368. — MASKELYNE phil. transf. vol. 65. p. 95.*

De singulis his phaenomenis, quae hic tantum indicantur, lib. X. fusius agetur.

31. *Gravitas nihil est nisi attractio telluris in singula corpora (16. 30.)*

D. I. §. 16. — Consule NEWTON pr. I. schol. axiom. p. 56.

32. *Attractio illa generalis se extendit usque ad corpora coelestia: quo modo considerata gravitatio universalis dicitur, de qua pluribus agetur libr. II. §. 419. 452.*

D. I. §. 77. — Eu. let. 51 — 52.

33. *Praeter hanc generalem attractionem, (28.) in corporum miscelis chemicis attractiones observantur peculiare, quae affinitatum nomine veniunt.*

G. §. 86 — 95. — M. §. 1066 — 73. 1074 — 78. — S. I. §. 27. 58 — 63. §. 69. seqq.

Operationes chemicas in attractionis argumenta adduxit NEWTONUS optic. Q. 31. p. 303. seqq.

34. *Hae affinitates non pro corporum massis totalibus, sed pro eorundem elementis locum habere videntur: unde quandoque, ut duo corpora sibi intime misceantur, tertio, tanquam proxeneta, opus est.*

S. I. §. 72. §. 74. nota. — MACQUER diction. de chymie; voce affinité. — Elémens de chymie de l'acad. de Dijon. t. 1. p. 50 — 53. p. 78 — 98.

35. Hae affinitates non aequae fortes vigent inter omnia corpora: sed inter haec majores minoresve sunt, quam inter alia. Unde varia phaenomena chemicarum operationum, *coagulationum, praecipitationum &c.* oriuntur.

M. §. 1022 — 35. 1073. — Kr. I. §. 241. — S. I. §. 73. 4. 5. — NEWTON optic. Q. 31. p. 308.

Quaecumque has affinitates, earumque leges spectant, in libro X. debita cura tractabuntur. Hic pauca quaedam indicasse sufficiat.

36. Cum attractio proprietas sit, quae intendi & remitti potest, disputant philosophi: utrum corporis sit *attributum* essentialiale, an vero *modus*, aut *accidens* (24.)? Quidam hanc inter *qualitates occultas* referunt.

M. §. 103. 104. — Kr. I. §. 232 — 37.

An sit occulta qualitas? G. §. 98. — D. I. 42. — NEWTON optic. Q. 31. p. 326. — † MAUPERTUIS. figure des astres. ch. 2. — N. appendix ad l. VIII. expl. exp. IV. p. 411 — 412.

37. Repulsionis multa quidem afferunt exempla physici plerique: verum haec, specie licet non destituta, omni exceptione majora mihi haud videntur. Genuina, quae novi, exempla repulsionis obvia sunt in electricitate & magnetismo.

V. haec exempla apud G. §. 87 — 91. 94. — M. §. 1080 — 1090. — Kr. I. §. 244. 76. — D. I. §. 31. seqq. — NEWTON optic. Q. 31. p. 324.

Reliqua quae repulsionem & mutationem attractionis in repulsionem spectant in libro X. debita cura expenduntur.

II.

DE CORPORIS IN GENERE CONSIDERATI NATURA.

38. Corporis in genere considerati natura consistit in congerie omnium proprietatum universalium simul sumtarum. Seu brevius, quod fit substantia solida.

M. §. 44—47. §. 132.

39. Hinc minus recta videtur sententia CARTESII, qui naturam & essentiam corporis in sola extensione consistere arbitrabatur, & reliquas proprietates omnes inter accidentia referebat.

CARTESII princip. phil. P. II. §. 4. seqq. — M. §. 133. 4. — S. I. §. 32. 33. — K. II. p. 20. 21.

40. Quidam philosophi, gravitatem & attractionem ad naturam, & essentiam corporis non pertinere, contendunt (§. 24. 36.). Alii secus censent. Res pendet a modo, quo gravitas & attractio explicantur.

M. §. 136. 7.

Varias de natura corporum quaestiones v. apud M. §. 138—141.

III.

DE CORPORUM PRINCIPIIS.

41. Principia, quae arte chemica, ex omnibus corporibus in hac tellure existentibus, extrahuntur, ultima analysi ad haec reducuntur: *terram, aquam, phlogiston, seu principium inflammabile, & principium aliquod aërisforme, elasticum; tale in multorum corporum analysi se conspiciendum*

praebet: sed, an in omnibus idem sit, & ideo tantum diversum appareat, quod alienis particulis inquinetur; an vero in singulis generibus sit specificè diversum; utrum denique in corporibus, e quibus elicitur, in antecessum delitescat; an vero ipsi operationi, qua elici videtur, originem debeat; nondum ab omni parte plene & evidenter constat.

M. §. 104. — S. I. §. 2—9. — † MACQUER diction. de chymie, *vocibus*, *elemens* & *principes*.

Nota. De quaestione: an aqua in terram verti queat, aut in fluida aëriformia decomponi? in libro XI dicitur.

42. Illa ex his elementis, quae nulla arte ad pauciora reduci possunt, nostri respectu, corporum elementa *secunda* habenda sunt, quae sua conjunctione elementa *tertia*, &c. producant.

S. I. §. 2—7.

43. Neque determinare nobis licet, an *unica* tantum detur materiae *species*, e qua corpora omnia constant; an vero dentur varia corporum *elementa prima* (9.) vere a se invicem diversa. S. I. §. 33. — D. I. §. 3. & nota. — K. VIII. p. 79. seqq.

De mutua corporum transmutatione v. NEWTON optic. Q. 30.

Ingeniosas conjecturas, sed peculiari hypothese innixas, de perfecta omnium elementorum identitate protulit EULERUS opusc. t. I. diss. ultima. Sed statuit simul, materiam, e qua fluidum constat, quod ut gravitatis causam assumit, a materia reliquorum corporum esse diversissimam.

44. Attractio est causa cohaesionis corporum compositorum.

G. §. 72. — Kr. I. §. 239. 41. — S. §. 16. seqq. Qui refutat sententiam CARTESII §. 12—16. — D. I. §. 19. 28. — NEWTON optic. Q. 31. p. 315. seqq. ubi praecipue computus p. 319. notandus. — Verum de cohaesione, ejusque legibus, fusius dicetur in libro X.

IV.

DE CORPORUM COMPOSITIONE, POROSITATE,
ET DENSITATE.

45. Quotidiana experientia, & experimentis, de industria institutis, constat: corpora; tum solida, tum fluida, omnia innumeris scaterere foraminulis, propria corporum materia vacuis. Foramina haec dicuntur *pori*.

M. §. 87. — N. II. sect. 1. — S. I. §. 46.

1°. *Observ. circa corporum pelluciditatem*: M. §. 91. N°. 1. — Kr. I. §. 33. — S. I. §. 52.

2°. *Experim. circa corporum penetrationem ab igne*: M. §. 91. N°. 2. — Kr. I. §. 33.

3°. *Exper. circa penetrationem corporum solidorum a fluidis, vaporibus, effluviis subtilioribus*: M. §. 91. N°. 3. — N. II. exp. 1—5. p. 112. seqq. — Kr. I. §. 33. — S. I. §. 52—59. §. 63. — † HOMBERG mem. de l'acad. 1713. p. 139. seqq. & p. 367. — † DU FAY, ibid 1728. p. 50: 1731. p. 169, circa methodum marmorum tingendi.

4°. *Experim. circa mutuam fluidorum penetrationem*: M. §. 91. N°. 4. — Kr. I. §. 33. — S. §. 64. — * HAWKSBEЕ exp. physico—mec. t. 2. art 2. ed. gal. & praecipue notas: — * REAUMUR mem. de l'acad. 1733. p. 165. — † HAHN dissert. de efficacia mixtionis in mutandis corporum voluminibus. — † BRISSON mem. de l'acad. 1769: qui non tantum de penetratione egit, sed investigavit: quodnam e duobus corporibus adhibitis alterum praecipue penetret, quodnam penetretur?

5°. *Circa penetrationem metallorum fusorum*: V. TILLET mem. sur

la ductilité des métaux: referuntur etiam haec experimenta in versione gallica experimentorum HAWKSBEJI t. 2. p. 473. Ut haec experimenta, & alia quaedam ex allatis, intelligantur, oportet, ut nota sit methodus corporum densitates hydrostatice determinandi, quam exponemus lib. IV. §. 87. 89.

46. E corporum porositate sequitur, elementa corporum prima, secunda, tertia, dum sua conjunctione corpora formant, sese non in omnibus punctis continere.

M. §. 86.

47. Corpora sub eodem volumine eandem massam non continent, quam containerent, si pororum essent expertia.

48. Hinc oritur *densitatis* notio. *Densitas* dicitur quantitas materiae, seu massa, quam corpus relate ad spatium, quod occupat, seu *volumen* continet: vel, est *relatio* quae inter massam & volumen datur.

M. §. 88. 90. 96. — N. I. sect. 2. p. 45. II. sect. 3. p. 114. — Kr. I. §. 31. 32. — S. I. §. 46—51.

49. Densitas (Δ , δ) crescit in ratione directa massarum (M.) & inversa voluminum (48.); i. e.

$$\Delta : \delta \quad \equiv \quad \frac{M}{\text{vol.}} : \frac{m}{\text{vol.}}$$

50. Hinc, volumina sunt in ratione directa massarum, seu ponderum, (26.) & inversa densitatum (49.); i. e.

$$\text{Vol.} : \text{vol.} \quad \equiv \quad \frac{M}{\Delta} : \frac{m}{\delta}$$

51. Hinc massae sunt in ratione directa densitatum & voluminum (49.): i. e.

$$M: m. \quad \square \quad \Delta. \text{ vol.} : \delta. \text{ vol.}$$

52. Experientia docet, non esse in omnibus corporibus eandem pororum copiam, magnitudinem, figuram.

l. §. 92.

53. Hinc sequitur, elementa in variis, quae constituunt, corporibus, aut diversae esse magnitudinis; aut diversa numero; aut diversis modis sibi apponi; aut diversam habere figuram; aut denique omnia haec, vel eorum quaedam, simul locum habere. — Porro, inde probabile fit, *varios dari particularum componentium ordines.*

M. §. 83—6. 94. 98—102. — Kr. I. §. 35. — S. I. §. 7. 8. — D. I. §. 7. — NEWTON optic. Q. 31. p. 320.

54. Computari potest, quae sit in corpore quodam densitatis δ , pororum vel raritatis quantitas r , respectu materiae solidae, dummodo in alio corpore densitas Δ , pororumque quantitas R cognoscatur: erit sc: si pro utriusque corporis volumine *unitas* assumitur (49.)

$$r : 1-r \quad \square \quad \Delta - \delta (1-R) : \delta (1-R).$$

Et hinc, si corpus, cujus densitas Δ , esset *perfecte* solidum, pororumque expers, haberemus,

$$r : 1-r \quad \square \quad \Delta - \delta : \delta.$$

Kr. I. §. 34. 35.

55. Immensam esse corporum, quae novimus, densissimorum etiam, porositate, experientia con-

stat: licet verosimile sit, *prima* elementa, ex quibus formata sunt corpora, esse durissima, & pororum expertia.

N. II. p. 108. *seqq.* — K. V. p. 59. — NEWTON *Optic.*
lib. II. P. III. *prop.* p. 8. 206. *seqq.*

56. E stupenda tenuitate, ad quam corporum materia reduci potest, (II.) paradoxa quaedam, circa corporum raritatem & compositionem, demonstrari possunt. Scil.

I. E quacumque materiae particula, formari potest sphaera concava, cujus semidiameter sit datae rectae aequalis.

K. V. lemma p. 57. ubi tamen insignis datur error typographicus: nam loco $\frac{p b^3}{r}$ legitur $\frac{p b^3}{8r}$; qui error per integram demonstrationem influit, ita ut conclusio sit: crassities lamellae AB =

$$b - \sqrt[3]{b - \frac{24 r a^3}{2 p}} \text{ loco } b - \sqrt[3]{b^3 - \frac{3 r a^3}{2 p}}. \text{ Omnia recte se}$$

habent in philosoph. transactions n°. 339. t. 29. p. 82, ubi hae demonstrationes primum fuerunt propositae, ut & in versione belgica lectionum KEILLII.

Sc. b recta data; r : p ratio radii circuli ad circumferentiam: invenitur autem 1°. soliditas sphaerae (introd. 13. 14.), cujus radius est b: seu (fig. 4.) BC. Dein illa, cujus radius est x, seu CA. Harum soliditatum differentia, erit soliditas annuli sphaerici AFEIBGDH quae sit datae particulae (sit a^3) aequalis: e qua aequatione deducetur x: ac problema erit solutum. Si autem

$$\sqrt[3]{b^3 - \frac{3 r a^3}{2 p}}: \text{ per binomium NEWTONI evolvatur (introd. 46.),}$$

habebimus pro solutione problematis $\frac{r a^3}{2 p b^2}$. Ad hanc autem quantitatem facilius pervenire potuissimus, cum crassities quaesita (AB) sit aequalis soliditati (a^3) divisa per superficiem: superficies autem sphaerae, cujus radius est b, noscitur ex elementis (12. introd.)

II. Data quavis materiae quantitate, quantumvis exigua, arenulâ v. g. & dato spatio quovis finito, utcunque amplo, v. g.

cubo, qui sphaeram Saturni circumscriberet, potest materia istius arenulae ita per hoc spatium diffundi, illudque ita adimplere, ut nullus sit in eo porus, cujus diameter datam lineam, ut ut parvam, superet.

G. §. 37. — K. l. c. th. I. p. 57.

Facile patet, ex ipsa arenula formandos esse globos concavos, E, F, G, H, (fig. 7.) quorum diameter datam rectam Z aequat (per theor. I.); latus autem DC cubi in partes dividitur, singulas datae Z aequales: puta in partes numero n ; unde cubus AC numerum n^3 ejusmodi cuborum, adeoque globorum, continet; inter quos nullus porus, cujus diameter data recta Z major.

III. Possunt esse duo corpora, mole aequalia, quorum materiae quantitates sunt utcumque inaequales, & datam quamvis ad se invicem obtineant rationem: pororum tamen summe, seu spatia vacua inter corpora, ad rationem aequalitatis fere accedant.

K. l. c. p. 58. 59.

57. Immensam esse corporum porositatem, vel e genesi ipsorum, ex elementis non porosis (55.), a priori potest deduci. Si enim ponamus, elementa haec tantumdem inter se relinquere spatii vacui, quantum tenent voluminis, dum formant particulas A ordinis primi fig. 8. idem pro his locum habere, quando formant particulas B ordinis secundi: & pro his, dum constituunt particulas C ordinis tertii &c. Erit in corpore, si tres ordines sumantur, septies tantumdem porositatis quantum materiae: si quatuor sumantur, quindicies: si quinque, trigiesies & semel, notante NEWTONO. Expressio vero generalis, quae numeros, a NEWTONO in exemplum allatos, complectitur, & rationem porositatis ad illam materiae exprimit, est, si n indicat particularum ordines adhibitos, $2^n - 1 : 1$.

NEWTON opt. II. P. III. pr. 8. p. 207. — M. §. 89. 102.

58. Si vero fingamus, vacuum, quod inter se relinquunt particu-

lae, esse ipsarum partem m ; erit pro numero n ordinum;
 quantitas porositatis ad illam materiae uti

$$\frac{m^n}{m+1} - m^n : m^n$$

Ex hac formula facile computatur tabula, quae habetur apud
 M. §. 89.

V.

DE CORPORUM DISTRIBUTIONE IN CLASSES.

59. Corpora dividuntur in *solida* & in *fluida*. Priora
 sunt vel *dura*, vel *mollia*, vel *elastica* &c. Fluida
 etiam in *elastica* & *non elastica* dividi solent. Por-
 ro dantur alii *modi* corporibus, tum solidis, tum
 fluidis communes, quod sc: corpora sint, vel
pellucida, vel *opaca*, vel *calida*, vel *frigida*, &
 quae sunt harum divisionum plures.

G. §. 64—71. 96. — N. II. sect. 3. exp. 3. p. 125—144.
 — S. I. §. 9.

60. Horum modorum, alii pendent a partium situ, com-
 positione, magnitudine; alii a causis externis.

M. §. 47—48. 104—105.

61. Est maxima corporum in hac tellure existentium di-
 versitas: haec a partium componentium diversitate,
 aut eorundem vario situ, ac diversa conjunctione
 (*proleg.* 17.) pendet.

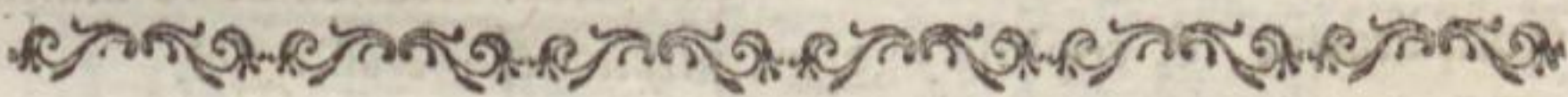
M. §. 103—106. 109. 110. — Kr. I. §. 37—40. §. 202—
 229. ubi de hac re eximie agit. — K. VIII. p. 79—86.

62. Corpora quaedam adeo homogenea videntur, ut nulla
 inter particulas, e quibus constant, observari queat
 discrepantia.

M. §. 106. 107. 108. — S. I. §. 35.

63. Duo tamen corpora, perfecte similia, nec dari, nec dari posse, quidam statuunt philosophi: quod principium, *principium identitatis indiscernibilium* ab ipsis vocatur.

LEIBNITIUS opp. t. I. p. 155. — Theod. §. 49. & in epistola ad CLARKIUM IV. §. 4. 5. conf. recueil de diverses pièces &c. par M. LEIBNITZ, CLARKE & NEWTON t. I. p. 50. — Cui praeplicet horum versio latina, adeat N. ENGELHARD in otio feriis Groninganis interposito p. 67. — V. etiam M. MENDELSSOHN philos. schrift. t. I. p. 256. seqq. — Acut. MERIAN mem. de l'acad. de Berlin t. VII. p. 27. seqq. item t. X. p. 385. seqq. & confer. BEGUELIN. ibid. t. XI. p. 437.



POSITIONUM PHYSICARUM

LIBER II.

PHORONOMIAE

PARS I.

DE MOTU IN GENERE.

- I. Phoronomia est scientia *motus*, i. e. agit de phaenomenis, quae in translatione corporum de loco in locum obtinent.

G

2. Argumenta, quae sceptici contra motus possibilitatem attulerunt, & inter quae ZENONIS ita dictus *Achilles* eminent, male intellectâ motus, aut quantitatum infinitarum, naturâ nituntur: eaque facile refelluntur.

M. §. 189—207. §. 235—46. — Kr. I. §. 74—77. — † K. VI. p. 62. *seqq.*

3. Physici varias enumerant causas motus, qui in corporibus observatur, ut voluntatem Dei, corporum collisionem, gravitatem atque attractionem, quas ambas *actiosa principia* vocabat NEWTONUS, imperium *spirituum* &c.

M. §. 236—46. — Kr. I. §. 80.

4. Quomodo corpora motum accipiant, servant, & dum sibi occurrunt, communicent? hucusque latet: licet ea de re multum disputarint, & copiose egerint physici & metaphysici.

M. §. 196—204. — S. I. §. 94—97. — † *Legi omnino meretur* EULER de motu corporum rigidorum, *introd. cap. 3. usque ad §. 139.*

5. Motus supponit *spatium* quoddam, quod corpus emetitur, & *tempus*, quo spatium percurritur.

G. §. III. 112. — M. §. 205. — Kr. I. §. 70. 77. 78. — St. §. 18. 20.

6. Non omnia spatia, quae inter corpora jacent, materie corporea, penitus, esse repleta; sed e contrario, multa dari spatia, omni corpore vacua, feu, ut loquuntur philosophi, dari *spatium vacuum disseminatum*, varia evincere mihi videntur argumenta.

1°. De spatii vacui possibilitate: G. §. 21. 22. — M. §. 142—152. 159—162. — S. I. §. 65—69. — K. II. p. 22—25.

2°. Argumenta deducta e motu in genere: G. §. 4119—25. — M. §. 164—Kr. I. §. 49.

3°. *Arg. deducta e corporum figurâ: M. §. 162—65. — Kr. I. §. 2.*

4°. *E Corporum inaequali densitate: G. §. 4130. — K. I. §. 50. — D. I. §. 7. 8. 9. & nota 7. II. §. 11.*

5°. *E corporum resistantia: G. §. 4124—30. — M. §. 165. 168. — Kr. I. §. 49. — D. I. n. 8.*

6°. *E corporum coelestium phaenomenis: G. §. 4131—35. — Kr. I. §. 51.*

7. *Objectiones, quas CARTESIUS contra spatium vacuum protulit, nullius esse videntur momenti.*

V. CART. princ. phil. p. II. §. 10. 16. 18: distinctius proponuntur apud ANDALA exercit. acad. p. II. exerc. IV. §. 19.

Refutationem quarundam objectionum metaphysicarum vide apud M. §. 154—158. §. 169—173. — Kr. I. §. 53. 55.

Pleraque objectiones metaphysicae propositae fuerunt a LEIBNITIO, & habentur in epistolis CLARKII & LEIBNITII; sc. in ep. LEIBN. II. §. 2. III. §. 5. 9. IV. §. 18. 19. resp. CLARKII videantur in ipsius ep. II. §. 2. III. §. 2. §. 9. De his in metaphysicis dicam.

8. *Quidquid de spatii natura disputarunt philosophi: an sit ens reale, sui generis; an vero relatio? id omne a physica est alienum. In ea spatium unice habetur ut intervallum, quod inter corpora jacet, ut ordo coexistentium.*

De naturâ spatii v. G. §. 27. 28. — M. §. 152. 153. 173—179. — Kr. I. §. 56. Sententia NEWTONI v. in opt. Q. 28. i. f. & in schol. gener. principiorum. Hanc tuiti sunt LOCKIUS de intel. hum. II. c. 13. §. 27. c. 15. §. 3. seqq. CLARKIUS in epist. ad LEIBN. III. §. 3. IV. §. 8. 10. V. §. 33—35. Varia objecit LEIBN. ep. V. §. 42. seqq. cujus sententia, quam hic sequimur, v. ep. V. §. 47. & obj. CLARKII in eam, ep. III. §. 4. — Pleraque, quae circa spatii vacui existentiam prolatae fuerunt, collegit, examinavit, digessit, WIGERI in duabus dissert. de spatio vacuo. Franeg. 1770—71.

9. *Spatium, quod corpora, dum moventur, trahant, dicitur medium: vocatur medium resistens.*

si materiam contineat, quae corporum motui resistit; *medium* vero *liberum*, seu *vacuum*, si aut omni materia sit penitus vacuum, aut saltem materiam contineat, quae nullam *sensibilem resistantiam* praebet. — In hoc libro semper supponemus *medium liberum*, seu *vacuum* esse.

10. Materiam, etsi densis particulis constantem, ita rarefieri posse, ut nullam sensibilem edat resistantiam, docuit NEWTONUS, *optic.* Q. 31. p. 294. seqq.

11. E successione nostrarum idearum elicitur, & in ea proprie consistit *durationis* notio: sed haec deinceps rebus externis, ideas nostras excitantibus, applicatur, iis tribuitur, & independenter ab ideis nostris consideratur.

12. Duratio, considerata ut fluxus aequabilis alicujus puncti indivisibilis, *momentum* dicti, vocatur *tempus verum*, *mathematicum*, *absolutum*.

G. §. 117. — M. §. 182—3. — Kr. I. §. 60. 61. — K. VI. p. 66—7.

13. Tempus vero *vulgare*, *apparens*, vel *relativum*, est sensibilis & externa quaevis mensura durationis absolutae, vel temporis absoluti.

G. §. 118. — M. §. 184. — Kr. I. §. 62. — K. VI. p. 67. — St. §. 22. 23.

14. *Motus uniformis* (i. e. ille, in quo, constanter, aequalia spatia aequalibus temporibus percurreuntur) est simplicissima *temporis mensura*. Utrum autem motus quidam uniformis sit, variis mediis dijudicare licet, M. §. 185. — N. III. sect. 2. p. 195. — Kr. I. §. 63. →

K. VI. p. 68. — † D'ALEMBERT dynam. §. 12. seu melanges
t. IV. p. 189—195. — St. §. 25.

15. Quidquid de temporis naturâ disputarunt philosophi : an sit
ens reale, an *relatio*; id omne nullius est momenti in physicâ,
ubi tempus tantum ut *relatio*, vel *ordo successivorum*, confide-
ratur.

De naturâ temporis v. M. §. 186. — Sententia LEIBNITII,
CLARKII, & NEWTONI e locis prop. 8. citatis cognoscitur.

16. Ad mensurandum tempus utimur motu solis,
tum diurno, tum annuo, seu, quod verius,
motu telluris, tum in suâ orbitâ, tum supra
axin, qui ultimus motus uniformis habetur.
Hinc orta, *anni*, *dies*, *horae*, *minuta prima*,
quorum sexaginta in horâ continentur; *minuta*
secunda, quorum sexaginta in primo; *minuta*
tertia, *quarta* &c.

17. Hinc ab astronomis dicitur *tempus verum* illud, quod
annuo solis cursu revera mensuratur: *tempus vero me-*
diu, vel *aequale* illud, quod mensurari fingitur per
solem medium, qui suum motum in circulo aequabi-
liter peragit, eodem tempore, quo sol verus, in verâ
suâ orbitâ periodum suam absolvit.

18. Differentia, quae datur inter tempus verum & tempus medium,
quorum alterum, alterum nunc superat, nunc ab eo superatur,
vero quotannis aequat, dicitur *aequatio temporis*.

G. §. 3964—3975. — K. introd. ad veram astr. l. XXV. p.
449. seqq. — LA LANDE astron. §. 656. seqq. — LE PAU-
TE traité d'horlogerie p. 80. — † BERTHOUD essai sur l'horlog
P. I. ch. I & 20. Art de conduire les montres. §. I
& II.

19. Proportio, quae inter *spatium* & *tempus* datur, *velocitatis* nomine venit. Hac intelligimus spatium, quod corpus, dato tempore, percurrit, aut tempus, quod, dato spatio percurrendo, impendit.

G. §. 119. — M. §. 213. — N. III. S. 2. p. 193. — Kr. I. §. 81. — S. I. §. 100—103. qui ibi etiam de *velocitate* relativa agit. — D. II. §. 4. — K. VII. def. 2. — St. §. 24. — Eu. lettr. 2.

20. Hinc, ubi de *velocitate* loquimur, semper tacite ad determinatam, atque semel constitutam unitatem, tum pro spatio, tum pro tempore, respicimus.

21. Quemadmodum locus est vel *absolutus*, vel *relativus*: ita motus etiam est vel *absolutus* vel *relativus*; porro *realis* vel *apparens*; *uniformis* vel *variabilis*; *rectilineus* vel *curvilineus*; *simplex* vel *compositus*.

G. §. 113—116. — M. §. 179—182. 189—196. 219—228. — N. III. sect. 2: p. 190. 195. seq. — Kr. I. §. 57—60. §. 64—72: §. 81. — S. I. §. 97. — K. VI. p. 65. 66. VII. p. 69—74. — St. §. 10—18. §. 20.

22. Generalissimae motus leges hae sunt.

I. Corpus omne perseverat in statu suo vel quiescendi, vel movendi, uniformiter, & in lineâ rectâ; nisi quatenus a viribus impressis cogatur statum illum mutare.

G. §. 355. — M. §. 218. — N. III. S. 2. p. 192. & S. 3. p. 257—8. — Kr. I. §. 72. — S. I. §. 105. n. 1. — D. V. §. 2. — NEWTON princ. lex. I. — K. XI. lex. I. p. 106—111. — St. §. 65. — D'ALEMB. dyn. §. 3—9: opusc. t. IV. p. 349. & mem. de l'acad. 1769. p. 280. — Eu. lettr. 71—73.

23. II. Omnis mutatio, quae in corpore moto contingit, sequitur proportionem virium motricium impresfarum, & semper fit in eâ rectâ, in quâ vires imprimuntur.

* G. §. 357. 8. — M. §. 269. — N. IV. p. 260. — Kr. I. §. 73. — S. I. §. 105. n^o. 2. — † D. V. §. 10. 14. — St. §. 66. — † NEWTON princip. I. II.

PARS II.

DE MOTU RECTILINEO UNIFORMI.

SECTIO I.

DE MOTU UNIFORMI SIMPLICI.

24. Velocitas (V), quâ datum spatium (S) dato tempore (T), percurritur, est in ratione directâ spatii et inversâ temporis: seu ut spatium per tempus divisum: i. e.

$$V = \frac{S}{T}; \text{ et } V: v = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}.$$

M. §. 239. — N. III. S. 3. p. 193. 4. — Kr. I. §. 82. — S. I. §. 100. — Bl. §. 42 — 45. — St. §. 26. 27.

25. Haec formula: velocitas aequat spatium, per tempus divisum; significat, numerum, quo spatium exprimitur, divisum per numerum, quo tempus exprimitur, indicare numerum unitatum, quo velocitas indicatur (20).

† D'ALEMB. dyn. §. 14. & melanges t. IV. p. 186. 7: t. V. p. 270 — 73. — St. §. 28.

26. Spatia percurfa sunt in ratione directa velocitatum, et temporum: feu ut velocitates multiplicatae per tempora: i. e.

$$S \equiv VT; \text{ et } S : s \equiv VT : vt.$$

G. §. 119—122. — M. §. 212—216. — Kr. I. §. 83. — K. IX. th. 7. — Bl. §. 49. — St. §. 39.

27. Tempora sunt ut spatia directe, et velocitates inverfe: feu ut spatia divifa per velocitates: i. e.

$$T \equiv \frac{S}{V}; \text{ \& } T : t \equiv \frac{S}{V} : \frac{s}{v}.$$

M. §. 231. — Kr. I. §. 83. — K. IX. th. 8. — Bl. §. 54. — St. §. 42.

28. E tribus regulis, modo positis, innumerae eliciuntur, prout aliae & aliae proportionones inter tempora, spatia, velocitates ponantur: de his v.

M. §. 232. — K. IX. th. 5. 6. — Bl. §. 49—51. §. 54—59. — St. §. 29—39. §. 40, 41. — praecipue VARIGNON mem. de l'acad. 1692. p. 193. seqq.

29. Multa corpora, quae in universo existunt, rapidissime moventur.

M. §. 235. — Kr. I. §. 79. — Eu. lettr. 2.

30. Quantitas motus (P) alicujus corporis est in ratione directâ massarum (M), et velocitatum (V), feu ut massae per velocitates multiplicatae: i. e.

$$P \equiv MV; \text{ et } P : p \equiv MV : mv.$$

G. §. 123. 124—147: si per obstacula, ut hinc fieri debet, corporum massae intelligantur. — M. §. 209—12. 246—68, eadem conditione. — N. III. S. 2. p. 196: — S. I. §.

103. — D. II. §. I—II. qui hanc propositionem veterum balistis applicat. — K. VII. p. 73. 74. IX. th. 3. — Bl. §. 59. — St. §. 53—60.

31. Quantitas motus est etiam in ratione directâ massarum et spatiorum, ac inverfa temporum (§. 30. 34.): i. e.

$$P = \frac{MS}{T}; \text{ \& } P : p = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t}$$

Bl. §. 60.

32. Si massae sint in ratione inverfa velocitatum, aut, quod eodem recidit (§. 24), spatiorum, iisdem temporibus percursorum, erunt motus quantitates aequales, (30. 31. et EUCL. 16. VI.).

Si $M : m = \frac{1}{V} : \frac{1}{v} = \frac{1}{S} : \frac{1}{s}$ et $T = t$ erit $P = p$.

St. §. 61. — Fig. 1. inservit ad praeparationem experimenti, quo haec propositio illustratur.

33. E propp. 30 & 31. multae aliae elici possent, prout aliae & aliae proportiones inter spatia & tempora assumantur: de quibus v.

S. I. §. 104. n°. 1. 2. 3. — K. IX. th. 1. 2. 4. X. prob. 1. & praecipue VARIGNON mem. de l'acad. 1692. p. 190. seqq.

SECTIO II.

DE MOTU UNIFORMI COMPOSITO.

34. Corpus duabus viribus, oblique agentibus, simul agitatum, percurrit diagonalem (AD) parallelogrammi (ABDC), confecti supra lineis

(AB, AC), harum virium directiones indicantibus: idque eodem tempore, quo singulis actum viribus, singulas lineas (BA, AC) percurrisset: adeo ut (§. 24) haec diagonalis AB simul exprimat velocitatem, quam corpus his duabus viribus acquisivit.

G. §. 359—61. — M. §. 510. — N. V. p. 4. *seqq.*
exp. II. p. 13. *exp.* III. p. 19. — Kr. I. §. 106. 7. —
 S. I. §. 107—111. — D. III. §. 84. V. §. 3. & n^o. 2.
 76. *exp.* I. 2. 3. — Bl. §. 64. 65. 68. — St. §. 64.
 68—71. — † D'ALEMB. dyn. §. 28. 29. — NEWTON
 prin. I. *lex.* 3. *cor.* 1.

35. Si duae lineae (AB AC) suis longitudinibus expriment virium, simul in corpus agentium, magnitudines, sua vero inclinatione virium directiones; exprimet diagonalis (AD) parallelogrammi, supra his lineis confecti, magnitudinem vis, quae e componentibus oritur, iisque simul sumtis aequipollet, (34. 31.).

Kr. I. §. 109. — S. I. §. 111. — Bl. §. 69—73. —
 St. §. 71—74.

36. Loco duarum virium, simul in corpus agentium, semper unica substitui potest, his duabus aequipollens (35). Haec propositio *principium compositionis virium, aut motuum* dicitur.

G. §. 318. — M. §. 566—73. — N. V. p. 8. — Kr. I.
 §. 109. — St. §. 89. — NEWT. pr. I. *lex.* 3. *cor.* 2.

37. Quicumque sit numerus, quaecumque sint directiones potentiarum, semper inveniri potest directio, & magnitudo unius potentiae, memoratis omnibus ae-

quipollentis: sc. binae sunt combinandae, ut parallelogramma fiant, quorum diagonales iterum combinantur, (36), fig. 3.

M. §. 597—99. — Kr. I. §. 120. — D. V. §. 3. n. 1. — Bl. §. 78. 79. — St. §. 85—89. — In hoc §. 89. agitur de viribus, quae non sunt in eodem plano: de hoc casu v. etiam St. §. 90. & VARIGNON loco, quem §. 41. citabimus.

38. Si tres vires sunt ut latera trianguli, una reliquis aequipollebit, dummodo hae ita dirigantur, ut conficiant angulum, qui sit supplementum illius, quem in triangulo complectuntur (35) (EUCL. 33. I.).

G. §. 315. 16. exp. §. 322—32. — M. §. 565. 58. — Bl. §. 81. — St. §. 82—85. Eu. lettr. 121.

39. Si tres vires in triangulo disponantur, erunt inter se ut sinus angulorum oppositorum (38. & trigon: sc: 18. introd.) fig. 4. G. §. 320. — M. §. 581.

40. Tres vires, quae in aequilibrio sunt, sunt inter se ut sinus angulorum, qui formantur a directionibus potentiarum oppositarum: vel quaevis potentia est ut sinus anguli, a duabus reliquis formati (89).

Kr. I. §. 117. 118.

41. Hinc facile invenitur, quomodo tres vires disponendae sint, ut una reliquis aequipolleat (35 aut 38. & EUCL. I. 20.).

S. I. §. 114. — Bl. §. 82. 83—89. — Kr. I. §. 116, qui pulchram, & facilem formulam proposuit, ad exprimendam tum magnitudinem, tum directionem potentiae AB, reliquis duabus AB, AC, aequipollentis. Eandem exhibuit St. §. 75—82. & haec est; sint V & v velocitates per AB & AC, fig. 4. erit

$AD \doteq \sqrt{V^2 + 2Vv \cos \text{BAC} + v^2}$. (EUCL. 12. II. & 18. intr.)

& $\sin \text{BAD} \doteq \frac{v \sin \text{ABC}}{\sqrt{V^2 + 2Vv \cos \text{BAC} + v^2}} \doteq \frac{V \sin \text{BAC}}{AD}$

(18. introd.)

*Caeterum hoc thema de potentiis obliquis egregie tractavit VARI-
GNON mem. de l'acad. 1714. p. 280. seqq.*

42. Magnitudines virium, sibi aequipollentium, pulchre possunt
geometricè exprimi: si scil. supra earum directionibus AB,
AC, AD. fig. 5. in puncto quocunque (K, L, M) erigan-
tur perpendiculares (EF, FG, GE); hae suis interseccioni-
bus triangulum (EFG) formabunt. Erunt autem singulae po-
tentiae (AB. AC. AD), ut perpendiculares (EF. FG, GE),
ipsarum directionibus insistentes, (17. introd. EUCL. 4. VI. 40.).
*Kr. I. §. 119. — * LA HIRE (trait. de mech. prop. 23.) pri-
mus hanc constructionem exhibuit.*

43. Si tres dentur potentiae, sibi aequipollentes, atque e puncto
quocunque, in directione unius, perpendiculares demittantur
in directiones reliquarum duarum, erunt hae vires in ratione
inversa harum perpendicularium; fig. 6. (38. 17. introd.).
Bl. §. 208. 209.

44. Una vis (BA fig. 7.) semper in duas (AE &
EB; vel AD & DB &c.), aut plures alias, pro
lubitu, resolvipotest; & ideo, vis quaecunque
simplex semper haberi potest, acsi e duabus,
pluribusve oblique agentibus, composita esset.
— Principium hoc dicitur *principium resolu-
tionis virium, vel motuum.*

*G. §. 319. — Kr. I. §. 109. — S. I. §. 112. — Bl. §.
80. — St. §. 91 — 104. — NEWT. pr. I. lex. 3. cor. 2.*

45. Vis quaedam, quae e duabus componentibus
obliquis oritur, iisque aequipollet, harum sum-
mâ semper minor est, (38. EUCL. I. 20.).
St. §. 74. & 101.

46. Datur ergo in viribus, oblique agentibus, jactura (45). Haec inde oritur, quod vires obliquae agant per suas energias relativas in directione harum energiarum, non vero per potentias absolutas, fig. 8. (84. EUCL. 26. I.).

M. §. 563—64. — Bl. §. 84—89. — St. §. 103—108.

47. Vires obliquae minori agunt energiâ perpendicularibus ejusdem magnitudinis; hae enim agunt modo maxime lucroso. Vires autem obliquae agunt intensitate eo minori, quo major est ipsarum obliquitas (46).

D. V. §. 13. cor. 2. 3.

58. Facile determinari potest proportio inter vim directam (x) & vim obliquam a , ipsi aequipollentem: erit enim (39), fig. 9,

$x = a \cdot \sin. \text{ obliq.}$ & $a = \frac{x}{\sin. \text{ obliq.}} = x \cdot \text{cosec. obliq.}$ (17. introd.).

G. §. 309—315. exhibet construct. geom: — Kr. I. §. 115. St. §. 108—111.

59. Theoria motus compositi, praeterquam quod ingentis fit usus per universas scientias physico-mathematicas, multorum phaenomenorum directas praebet explicationes. Ex horum numero sunt:

1^o. Quod corpus, e vertice mali navis, plenis velis agitatae, demissum, aequè ad ejus pedem cadat, ac si navis quiesceret.

N. V. sect. 1. p. 21. 34. 35. — Experimenta a cl. GASSENDI fuerunt instituta, v. ejus tract: de motu impresso a motore translato, in initio: seu tom. 3. p. 478. operum.

2^o. Refutatio objectionis, contra telluris motum prolatae.

N. V. sect. I. exp. V. appl: p. 34. 35. — D. V. §. 3. exp. 4. — Conferatur GASSENDI l: c: epist. 2. tota.

3^o. Causa, cur conversione gubernaculi tota navis convertatur?

M. §. 575. 76. — De situ gubernaculi maxime lucroso, v. M. §. 587.

4^o. Explicatio motus navium, vento non penitus secundo, imo partim adverfo, motarum.

M. §. 574. — De situ velorum maxime lucroso, v. M. §. 577.

5^o. Ratio, cur naves gyratoriae (belgice *Gier Bruggen*), solo fluminis cursu, ab uno littore ad alterum provehantur?

M. §. 578.

6^o. Explicatio motus draconis volantis (belg. *Vlieger*: gal. *Cerf-volant*).

M. §. 573.

7^o. Actio fumi, vaporumque oblique agentium.

M. §. 579.

PARS III.

DE MOTU RECTILINEO VARIATO.

SECTIO I.

DE THEORIA MOTUS VARIATI.

60. Motus variatus est ille, in quo velocitas non semper eadem manet, sed singulis momentis vel augetur, quo casu motus dicitur *acceleratus*; vel minuitur, & tunc motus *retardatus* vocatur.

G. §. 36. 69. — K. VII. def. 12—13. — Bl. §. 25. —
St. §. 224.

61. Omnis motus variatus, pro momento temporis, ut *uniformis* concipi debet, & pro hoc momento, spatia, tempora, & velocitates, per lege motus uniformis, exprimuntur.

G. §. 373. — Kr. I. §. 139. — Bl. §. 61.

62. In motu uniformi velocitas constans est, hinc finita; in motu variato velocitas inde ab origine consideratur, & corpus concipitur inde a quiete, per varios velocitatis gradus, transire, donec determinatam, eandemque finitam velocitatem, dato tempore, acquisiverit: haec *velocitas* dicitur *finalis*; & ea est, quae imprimis in motu variato consideratur.

63. *Motus variatus est uniformiter variatus, si variatio, quae singulis tempusculis in velocitate contingit, constans manet: hoc itaque casu est vis, quae accelerationem producit, constans, a tempore, velocitate, aut spatio independens. Si vero ipsa haec vis sit variabilis, motus variabiliter variatus dicitur.*

K. VII. d. 14. 15. — Bl. 89. — St. §. 227.

64. In motu uniformiter variato sunt velocitates finales (v. §. 62.) uti tempora praeterlapsa, (63): i. e.

$$V \equiv T; \text{ \& \, } V : v \equiv T : t$$

G. §. 372. — M. §. 343.

65. Velocitates acquisite, ut & tempora, sunt, inde ab initio motus, ut series numerorum naturalium, 1, 2, 3. &c.

Bl. §. 94. — St. §. 225.

66. Spatium, motu uniformiter accelerato percursum, est uti tempus, per dimidium *velocitatis finalis* multiplicatum (61. 64.): i. e.

$$S \equiv \frac{VT}{2}; \text{ hinc } S : s \equiv \frac{VT}{2} : \frac{vt}{2} \equiv VT : vt.$$

Haec propositio demonstratur, vel ope trianguli rectanguli ABC (fig. 10), cujus unum latus AB indicat tempus, alterum BC velocitatem finalem: dein sumuntur tempuscula AF. FE &c. atque trianguli ABC area est limes summæ omnium parallelogr. FKGE &c. seu (61. 26.) spatiorum singulis tempusculis percursum; hinc totum spatium.

G. §. 373. 74. — M. §. 345. — S. I. §. 198. — D. V. §. 15. — St. §. 236. not. a.

Vel summatione seriei arithmeticae, qualem elementa velocitatis, quae sunt hic ut spatia (28) conficiunt (65. § 21. introd.). Bl. §. 95. 99. — St. §. 232.

67. Si corpus velocitate, quam motu uniformiter accelerato acquisivit, deinceps uniformiter moveri pergat, percurret tempore, quo durante hanc velocitatem finalem acquisivit, spatium duplum illius, quod motu accelerato percurret (66. 28).

G. §. 376. — M. §. 352. — S. I. §. 201. — D. I. §. 15. cor. 3.

68. Spatia, inde a motus initio percurfa, sunt ut quadrata temporum, vel velocitatum finalium (66. 64): i. e.

$$S \equiv V^2 \equiv T^2; \text{ \& } S : s \equiv V^2 : v^2 \equiv T^2 : t^2.$$

G. §. 374. — M. §. 343. 4. 5. — S. §. 203. — Bl. §. 97. 98.

69. Spatia, momentis 1^o, 2^o, 3^o, &c. percurfa, sunt ut series numerorum imparium, 1, 3, 5, 7, &c. (68).

G. §. 375. — M. §. 343. — Bl. §. 96.

70. Velocitas finalis est ut radix dupli spatii, quod corpus eodem tempore, motu accelerato, percursit (68. 67): i. e.

$$V \equiv \sqrt{2S}.$$

71. Vis, quae motum variabilem *massae* cuidam conciliat, dicitur vis *acceleratrix*, vel *retardatrix* absoluta (P). — Illa vero, quae in tingulas

D

moleculas agit, dicitur vis *acceleratrix* vel *retardatrix simplex* (Π).

Bl. §. 90.

72. Vis absoluta (P) est ut productum vis simplicis (Π), per massam (M) corporis multiplicatae (71): i. e.

$$P = \Pi M; \text{ \& } P : p = \Pi M : \pi m.$$

73. Productum vis absolutae per tempus aequatur producto massae per velocitatem: i. e.

$$PT = MV; \text{ \& } PT : pt = MV : mv.$$

Bl. §. 100. 102.

74. Vires absolutae, multiplicatae per quadrata temporum, sunt ut massae multiplicatae per spatia percurfa (73. 66): i. e.

$$PT^2 = MS; \text{ \& } PT^2 : pt^2 = MS : ms.$$

Bl. §. 102. 103.

75. Vires acceleratrices absolutae, per spatia multiplicatae, sunt uti massae multiplicatae per quadrata velocitatum (73. 66): i. e.

$$PS = MV^2; \text{ \& } PS : ps = MV^2 : mv^2.$$

Bl. §. 102. 103.

76. Eaedemque formulae pro viribus simplicibus valent, si massam ex iis seponas (73. 74. 75. 72): i. e.

$$1^\circ. \Pi T = V; \text{ \& } \Pi T : \pi t = V : v.$$

$$2^\circ. \Pi T^2 = S; \text{ \& } \Pi T^2 : \pi t^2 = S : s.$$

D

$$3^{\circ}. \Pi S \equiv V^2; \text{ \& } \Pi S : \pi s \equiv V^2 : v^2.$$

Bl. §. 101.

77. E praecedentibus formulis multae eliciuntur, prout aliae & aliae proportionales inter tempora, & spatia, & vires ponuntur: ut v. g. $\Pi : \pi \equiv S : s$; si $T \equiv t$ & reciproce.

(*) Harum formularum ope, multo breviores & faciliores redduntur demonstrationes, quae motum corporis, per planum inclinatum descendens, spectant.

SECTIO II.

APPLICATIO THEORIAE MOTUS, UNIFORMITER ACCELERATI, AD MOTUM CORPORUM GRAVITATE LIBERE RUENTIUM.

78. Gravitas est vis uniformiter variabilis, i. e. singulis momentis aequalibus, aequalia velocitatis incrementa, vel decrementa corpori conciliat: unde corpus, propria gravitate ruens, fertur motu uniformiter accelerato.

G. §. 370. I. 2. — N. VI. sect. 1. exp. 4. 5. — Kr. I. §. 122—125. §. 137. — S. §. 196. — K. XI. i. f. legis 2. & th. XVI. — St. §. 230. seq.

78* De experimentis, quibus evincitur, corpora ruentia motu, uniformiter accelerato, ferri, videantur

N. VI. sect. 1. exp. 6. — S. I. §. 209. Pulchram machinam hunc in finem construxit dexter. TRUCHET; v. hist. de l'acad. 1699. p. 116: mem. p. 285. & animadversiones clar.

VARIIGNON mem. de l'acad. 1702. p. 135. — *Nuper aliam, omnibus numeris absolutam, invenit doct. ATWOOD, quam cl. MAGELLAN descripsit.*

Primus experimenta hac de re instituit GALILAEUS, cui integræ hæc theoria debetur. Dialog. de motu locali. D. III. p. 157. 158. — Hunc secuti GRIMALDI, & RICCIOLI. v. hujus Almagestum. t. I. l. II. c. 21. pr. 24.

79. Hinc spatia, singulis momentis; a corpore delabente percurfa, sunt uti numeri impares (69): & illa, quae inde a motus initio percurruntur, sunt uti temporum, aut velocitatum finalium, quadrata (68).

*M. §. 342. — Kr. I. §. 132. 142. 3. 4. — S. I. §. 202. 3. — D. V. §. 14. 15. cor. 1. — K. XI. th. 17. cor. 3—7. — Bl. §. III. 12. 13. — St. §. 233. 34. 35. 36. — * GALILAEUS dial. III. th. 2. & cor. 1.*

*Aliam hypothefin protulerant VIVIANI & CAZREUS, etiam postquam GALILAEUS veram theoriam condidisset; sc. esse velocitatis incrementa ut spatiola percurfa: ast hæc non tantum a vero aberrat, sed etiam in absurdum ducit; v. Kr. I. §. 125. — w. mech. II. §. 115. — EULER. mec. I. §. 135. — * VARIIGNON mem. de l'acad. 1693. p. 76. — * GALILAEUS dialog. III. p. 148: Sed de hujus refutationis validitate non inter omnes constat; v. MONTUCLA hist. des mathem. t. 2. p. 273. — CAZREUM integro libro, cui titulus de proportione, qua gravia accelerantur, refutavit GASSENDI. Coeterum, hæc hypothefis vulgo BALIANO tribuitur, & BALIANA vocatur: certe immerito, cum BALIANUS easdem, ac GALILAEUS, leges statuerit, ut egregie probavit RICATI in opusculis: opusc. 10: p. 136.*

80. Experientia constitit, corpus, primo sui lapsus minuto secundo, Parisiis percurrere pedes 15.094662, seu lineas 2175. 34 mensurae Parisinae; quod cum pedibus 15.625 mensurae Rhenanae, seu cum 15625. scrupulis, vel partibus millesimis unius pedis, convenit.

M. §. 341. — Kr. I. §. 132. — Bl. §. 115. — St. §. 238.

Deinceps dicetur (252), quibus fundamentis haec experimenta nitantur: & cur spatium hoc in omnibus locis idem non sit?

§1. Cum numerus 15625 sit quadratus, cujus radix est 125, eo, facilitatis gratiâ, deinceps utemur.

§2. In lapsu gravium sunt, in iisdem locis, vires acceleratrices eadem, quaecunque sit corporis massa: i. e. omnia corpora aequè celeriter ruunt, (22, 25): seu

$$\Pi \equiv \pi.$$

Consuli meretur GALILAEUS dial. 1^o. p. 57. seqq. Id tamen locum tantum habet pro corporibus in eodem telluris loco positis: nam deinceps (256) ostendetur, gravitatem non esse ubivis eandem.

Haec propositio experimentis, in vacuo institutis, fuit confirmata. Si vero corpora in aëre sibi permittantur, ponderosiora citius delabuntur rarioribus, ob aëris resistentiam, quae horum magis quam illorum motum retardat. v. loca ad prop. 25. l. I. citata.

Quod ad experimenta, in aëre instituta, attinet, v. HAWKSEJI exp. phys. mec. t. I. p. 20 seqq. ed. gall. — DESAGUL. phil. trans. n^o. 362. vol. 30. p. 1021. — † NEWTON, princip. II. prop. 40. ex. 13.

§3. Corpus, quod, inde a quiete, delabendo spatium quoddam percurrit, potest, velocitate acquisitâ, si motu uniformi progredi queat, eodem tempore spatium duplum percurrere (67).

G. §. 376. — M. §. 352. — Kr. I. §. 139. 140. — S. I. §. 197. 198. 200. — D. V. §. 14. p. 349: §. 15. cor. 3. — K. XI. th. 17. — St. §. 232. — * GALIL. dial. 3. th. 1.

§4. Velocitas, qua corpus quodcunque fertur, considerari potest, ac si corpus eam, dum a

determinata altitudine ceciderit, acquisivisset;
Haec altitudo dicitur *altitudo velocitati* debita.

M. §. 354. — Kr. I. §. 149.

85. Data corporis velocitate, facile invenitur altitudo, huic velocitati debita; ut & spatium, quod corpus, per determinatum tempus ruens, percurrit; nec non tempus, quod huic spatio percurrendo impendit.

S. I. §. 204. — B. §. 116. 117. — St. §. 238. 243.

86. His fundamentis nititur computatio tabularum, e quibus patet: quam velocitatem corpus acquirat, si a determinata altitudine iuit; & reciproce, a qua altitudine ruere debeat, ut datam velocitatem acquirat?

M. §. 368.

87. Ad has computationes facilius ineundas, maximi sunt usus hae formulae, (adsumta prop. 81. pro basi): & hinc, quod quaeritur, prodit in scrupulis pedis rhenani.

$$(A) \quad T = \frac{\sqrt{S}}{125}. \quad (68)$$

M. §. 248. — Kr. I. §. 147. — S. §. 204. II.

$$(B) \quad V = 250 \sqrt{S} = 2. \sqrt{15625 S} = 2. (125)^2 T. \quad (67.68.)$$

Kr. I. §. 149. — S. §. 204. I.

$$(C) \quad S = \frac{V^2}{125^2} T^2 = \frac{V^2}{(250)^2}.$$

M. §. 349. — Kr. I. §. 148.

88. Si corpus diu cadat, adeoque a magna altitudine, ejus motus tandem proxime ad uniformitatem accedit (79).

89. Corpus rectâ in altum projectum, fertur motu

uniformiter retardato, & tandem omnem suam velocitatem amittit. Ubi hanc vero amiserit, iterum gravitatis actione in superficiem telluris recidit.

G. §. 377. — M. §. 355. — D. V. §. 6. — K. XI. th. 16. — St. §. 248. 54.

90. Absurdum est experimentum, quod R. P. MERSENNE retulit, globos, e tormento bellico rectâ sursum explosos, in terram non recidere (a). Absurditas ex ipsâ rei naturâ patet (89), & experimentis, accurate institutis, fuit demonstrata (b). Neque difficile est, causam erroris investigare.

(a) In epistol. ad CARTESIUM, cujus rogatu hoc experimentum instituit: v. CARTESII epist. 76. partis II. & epist. 106. p. 356, quae CARTESII dubia continet. — † VARIGNON conject. sur la pesanteur, quae recensentur in actis Lips. 1691. p. 301.

(b) Comment. Petrop. tom. II. p. 338.

Notâ. Ponitur hic, tellurem quiescere, aut corpora ad parvam tantum altitudinem projici. Quid obtineat, si motus telluris simul consideretur? docuit D'ALEMBERT hist. de l'acad. 1771. p. 10. & opuscuies tom. 7. p. 315. HOOKIUS jam quaedam experimenta instituerat, quae vide apud BIRCH history of the royal society t. 3. p. 512. 16. 17: IV. 1. 2. 5. 6.

91. Corpus, in altum projectum, ad eam ascendit altitudinem, e quâ, si cadat, acquirere possit velocitatem, quâcum projectum fuit (85).

G. §. 378 — 81. — M. §. 356. 7. — S. I. §. 206. — Bl. §. 105. — St. §. 253.

92. Motus, uniformiter retardatus, easdem sequitur leges, ac motus uniformiter acceleratus: hinc pro corporibus projectis eadem leges obtinent, ac pro corporibus delabentibus.

M. §. 358.

93. Hinc spatium, quod corpus ascendendo percurrit, est dimidium istius, quod eodem tempore uniformiter percurrere potuisset, si sc. velocitate, quâcum projicitur, fuisset actum.

M. §. 359. — S. I. §. 206. — D. I. §. 16. cor. 1. —
Bl. §. 106.

94^a. Hinc, cognito tempore, quod corpus impendit, ut ad altitudinem quandam ascendat, cognosci poterit altitudo, ad quam alio tempore quocumque ascendet (68); ut & tempus, quod impendit, ut ad aliam altitudinem perveniat.

G. §. 381. — M. §. 359. — S. I. §. 207.

94^b. Cognito spatio, quod corpus primo sui ascensus *minuto secundo* percurrit, cognosci poterit 1^o. velocitas, quâcum projicitur (80); 2^o. tempus, quod impendit ad integram velocitatem amittendam; & 3^o. altitudo, ad quam pervenerit, ubi integram velocitatem amiserit (80. 68).

St. §. 250—53.

95. Vires gravitatis sunt uti spatia, iisdem temporibus a corpore delabente percurfa (76. & 76. n^o. 2, aut 77).

SECTIO III.

APPLICATIO THEORIAE AD MOTUM CORPORUM

PER PLANA INCLINATA DESCENDENTIUM.

96. Corpus, quod per planum inclinatum (AF, fig. 11.) descendit, fertur quidem motu, uniformiter accelerato (78), sed non illâ vi, quae cor-

poris integro pondere aequatur: pars (DC) istius ponderis (CB) a plano sustinetur (44), reliquâ parte (BD) descendit corpus; haec (BD) *pondus relativum* (Φ) dicitur.

G. S. 382. — M. S. 608. — N. VI. f. 2. p. 176—181. — Bl. S. 120. — St. S. 256—60.

97. Est pondus relativum (Φ) corporis, supra planum inclinatum descendens, ad pondus absolutum (P), uti altitudo plani (A) ad plani longitudinem (L), (96. EUCL. 4. VI): i. e.

$\Phi : P = A : L$; hinc $\Phi = P \times \frac{A}{L}$: & pro variis planis

$$\Phi : \Phi = \frac{A}{L} : \frac{a}{l}.$$

G. S. 341—45. — M. S. 613. — S. I. S. 210. — D. III. n°. 7. — Bl. S. 119.

98. Est pondus relativum ut pondus absolutum, per sinum inclinationis (I) plani multiplicatum (97. & introd. 18): i. e.

$$\Phi = P \times \sin. I.$$

K. XIV. th. 34.

99. Quando corpus per planum inclinatum descendit, res eodem recidit, ac si *libere rueret*, sed gravitate (Φ') minori eâ, quae obtinet, & quidem in ratione altitudinis plani ad longitudinem: ita ut

$$\Phi' = \frac{\pi \times A}{L}.$$

Unde omnes propositiones inde a 82 hîc applicantur: & ex iis facillime, quaecunque sequentur, deducuntur.

D 5

100. Spatium (Σ), quod corpus, per planum inclinatum descendens, percurrit, est ad spatium (S), quod libere ruens *eodem tempore* absolvere potest, uti altitudo plani ad plani longitudinem (95. 99).

G. §. 384. — M. §. 609. 10. — K. XV. pr. 5. —
Bl. §. 121. — *GALIL. dial. III. p. 53. — St. §. 262.

101. Si ex angulo recto (H), confecto per altitudinem (AH), & basin (HF) plani inclinati (AF, fig. 11.) ducatur, in longitudinem (AF,) perpendicularis (HI); corpus, libere ruens, eodem tempore totam altitudinem (AH) plani percurret, quo, per planum inclinatum descendens, pervenit a vertice (A) ad occursum (I) memoratae perpendicularis (HI), (§. 100, & EUCL. 8. VI).

G. §. 385. — M. §. 611. 14. — S. I. 213. — D.
V. §. 18. — K. XV. pr. 5. cor. 1. — Bl. §.
125. — St. 267.

102. Velocitas (C), quam corpus acquirit, descendendo per totam longitudinem plani, est ad illam (V) quam acquireret libere *per idem tempus* ruendo, uti altitudo plani ad plani longitudinem, (76. n°. 3: 99. 100) vel (66. 100).

M. §. 615. — S. §. 211. 212. — K. XV. th. 35. —
Bl. §. 132.

103. Velocitas, acquisita descendendo per totam longitudinem plani, est

$$C = 2 \sqrt{15625. L. \sin. I.} \quad (102, 87 B, 100, \text{ \& } 18. \text{ introd.})$$

HENNERT *math. applic.* (17.) I. §. 316.

104. Corpus eandem acquirit velocitatem descendendo per totam plani longitudinem, quam acquireret, si per totam altitudinem libere rueret (76. n^o. 3. & 99).

G. §. 390. — M. §. 615. — S I. §. 216. — D. V. §. 18. cor. — K. XV. th. 37. — St. §. 278. 9.
Hanc propositionem assumpsit GALILAEUS dialog. 3. p. 149.

105. Tempus descensus per integram plani longitudinem est

$$\frac{L}{125 \sqrt{A}} = \frac{\sqrt{L}}{125 \sqrt{\sin I.}} \quad (76. n^o. 1. 104. 99. 87. A. \& 18. introd.)$$

M. §. 616 — 19. — H. I. §. 310. legendo sin. ϕ pro sin. ϕ^2 .

106. Tempus, quod corpus impendit descendendo per integram longitudinem plani, est ad tempus, quod impendit ruendo per integram altitudinem, ut plani longitudo ad plani altitudinem (76. 99. vel 105 & 87.)

G. §. 389. — N. VI. sect. 2. exp. 1. — K. XV. th. 36. — Bl. §. 130. — St. §. 275.

107. Corpus, per planum inclinatum ascendens, fertur motu uniformiter retardato; hinc, illa velocitate, quam descendendo acquisivit, iterum ad punctum, e quo descendit, poterit ascendendo pervenire: & ubi huc pervenerit, integram amiserit velocitatem (99. 89. 91).

K. XV. th. 35. cor. 3. — th. 38. cor. 2. 3. — St. §. 284 — 286.

108. Quadrata velocitatum (C & c), acquisitarum descendendo per varia plana inclinata, sunt uti planorum altitudines: seu velocitates sunt in

ratione subduplicatâ altitudinum (76. n^o. 3. 99):
i. e.

$$C^2 : c^2 \equiv A : a; \text{ \& } C : c \equiv \sqrt{A} : \sqrt{a}.$$

G. §. 392. — Bl. §. 123. 124. — St. §. 282.

109. Velocitates, quas corpora per varia plana inclinata descendendo acquirunt, sunt in ratione compositâ e directis altitudinum (A, a), & temporum (Θ, θ), atque inversâ longitudinum (L, l), (§. 76. n^o. 1. 99): i. e.

$$C : c \equiv \frac{A \Theta}{L} : \frac{a \theta}{l}.$$

M. §. 299—303: sc: proponuntur ibi, e quibus haec propositio facile deducatur. — Bl. §. 123. — Ex hac propositione facile innumerae aliae elici possunt.

110. Quadrata temporum, quae in descensibus per integras planorum longitudines impenduntur, sunt ut quadrata longitudinum, per altitudines divisa, (76. n^o. 2. 99): i. e.

$$\Theta^2 : \theta^2 \equiv \frac{L^2}{A} : \frac{l^2}{a}.$$

Bl. §. 123. — * GALIL. III. pr. 4. 5:

111. Hinc, si planorum altitudines, adeoque & velocitates finales (§. 108) sunt eadem; erunt tempora descensuum, ut planorum longitudines (110): seu, si $A = a$, $C = c$: erit

$$\Theta : \theta \equiv L : l.$$

K. XV. th. 36. cor. — Bl. §. 131. — * GAL. dial. III. pr. 10. — St. §. 276.

112. Hinc, tempora descensuum per similia plana, erunt

ut radices longitudinum, vel altitudinum planorum?
(110): i. e. si $L : l = A : a$, erit

$$\Theta : \theta = \sqrt{L} : \sqrt{l} = \sqrt{A} : \sqrt{a}.$$

M. §. 634. 35. — K. XV. th. 40.

113. Si corpus per plura plana inclinata (AB, BC, CD, fig. 12,) fibi contigua descendat, *ita ut in transitu ab uno ad alterum nullam amittat velocitatem*; habebit in fine descensus eandem velocitatem, ac si per lineam perpendicularem (AG), a vertice primi plani in basin ultimi ductam, cecidisset: aut, ac si descendisset per lineam rectam (AD), ductam e vertice (A) primi plani, in ultimum punctum (D) infimi (104).

M. §. 631. — S. I. §. 217. — D. V. §. 18. cor. 3. 4. — K. XV. th. 38. — St. §. 280—1.

114. Ope prop. 105. seqq. solvuntur tria problemata, a GALILAEO proposita dial. III. pr. 17. 28. & etiam a KEILLIO. XV. prob. 6. 7. ut & a M. §. 626—631.

115. Si corpus per duo plana inclinata, fibi contigua, (AB, BD, fig. 13) descendat, & in transitu ab uno ad alterum velocitatis jacturam patiatur: erit haec jactura ut sinus versus (CD) supplementi istius anguli, quem plana inter se complectuntur (44).

116. Velocitas, qua corpus per secundum planum moveri pergit, est ut cosinus anguli, quem plana inter se faciunt, divisus per velocitatem, quam corpus in primo plano habebat (115).

M. §. 637. 38. — D'ALEMB. dyn. §. 37. — *Rem optime tractavit VARIGNON mem. de l'acad. 1693. p. 181.*

117. Si plana, sibi contigua, tanto numero sumantur in spatio finito, ut memoratorum (115) finuum verorum summa sit omni quantitate finita minor: erit etiam integra velocitatis jactura omni quantitate finita minor, seu nulla.

D'ALEMB. dyn. §. 38—41.

SECTIO IV.

APPLICATIO THEORIAE AD CORPORA, QUAE PER LINEAS CURVAS DESCENDUNT.

118. Corpus, per lineam curvam descendens, nullam patitur velocitatis jacturam, dum ab uno arcu curvae ad proxime sequentem pergit (117. & *naturâ curvarum*).

M. §. 640. — Bl. §. 426. 27. — † D'ALEMB. dyn. §. 42. 43: *qui vitium, quod plerique in hac propositione demonstranda committunt, merito animadvertit.* — † FRISI COSMOGR. t. I. introd. §. 21.

119. Corpus, per curvam descendens, in fine descensûs eandem habet velocitatem, ac si a puncto A, (fig. 12), in quo moveri incipit, perpendiculariter cecidisset in lineam horizontalem GD, per arcus ABCD descripti punctum infimum D ductam, aut per hujus arcus chordam AD descenderet (113--118).

G. §. 393. 4. exp. 5. §. 395—404. — M. §. 632. 33. — N. VI. f. 2. exp. 3. — S. §. 127. — D. V. §. 18. cor. 4. — K. XV. th. 38. cor. 1.

120. Corpus ab uno puncto ad alterum, oblique infra primum positum, per innumeras vias perve-

nire potest, quae omnes diversis temporibus percurrentur: sed inter has una datur, quae *minimo* percurreretur *tempore*. Haec erit linea curva, quae curva *celerrimi descensus*, seu *brachystochrona*, vel *olygochrona* dicitur.

G. §. 453—56. — N. VI, p. 189. *seqq.*

* Hujus curvae ea est natura, ut tangentes ipsius arcuum semper cum horizonte angulos faciant, quorum cosinus sunt in ratione subduplicatâ altitudinum, quas corpus in suo motu percurrit, seu (108) in ratione velocitatum, quas acquisivit.

G. §. 483—88. — K. XV, i. f. — St. §. 325. — † *Omnium simplicissime* FRISI cosmograph. t. I, introd. §. 22, 23

121. Curva celerrimi descensus, seu *brachystochrona* est *cyclois* inversa, cujus alterum extremum cum puncto superiori convenit, & quae per infimum transit, (120. introd. 53).

Gr. §. 483—9. — K. XV, i. f. — St. §. 321. *seqq.* — † FRISI l. c. §. 24.

Hoc problema primum propositum fuit A° 1697. a JOH. BERNOULLI, & a solis JAC. BERNOULLI, NEWTONO, LEIBNITIO, HOSPITALIO, *solutum*: — acta lipsiensia 1697. p. 205, 218, 223. & priorum opera — phil. transf. n° 224, vol. 19. — *Aliam solutionem dedit* JOH. BERN. mem. de l'acad. 1718. p. 136. *Dein idem problema ab aliis ulterius fuit provectum, inprimis ab* EULERO com. petrop. VII, p. 137. *seqq.* & mec. II. §. 361—407: 673. *seqq.* — *Pleraque exposuerunt* WOLFF. II, M. §. 357. *seqq.* & H. I. §. 340. *Sed ad haec intelligenda mathefi sublimiori opus est.*

122. Si ab eodem puncto variae cycloides ducantur, & inde ab hoc puncto in iis capiantur arcus, qui eodem tempore percurrantur: erunt infima horum arcuum puncta in lineâ curvâ sita, quae *synchrona* dicitur, ideo quod corpus ad singula ejus puncta eodem tempore minimo perveniat.

Haec curva a JOH. BERNOULLI fuit detecta: v. ACTA LIPS. 1697. p. 210. & operum t. I. p. 192. — † VARIGNON mem. de l'acad. 1700. p. 99. §. 28. 29. — † FRISI §. 26.

123. Diverfarum curvarum arcus varii, ideo quod inaequalis sunt curvaturae, diverfis temporibus percurreuntur. Hinc inquifiverunt mathematici in curvam, cujus arcus omnes, quaecunque fint earum longitudines, eodem tempore percurreuntur. Talis curva dicitur *tautochrone*.

D. V. §. 73. 4.

* Curva *tautochrone* ita est conftituta, ut finguli arcus fint uti vires, quibus percurreuntur (77).

124. Invenit HUGENIUS, primus *tautochronarum* inventor, *cycloidem* effe *tautochronam* pro corporibus, sponte delabentibus: ita ut omnes *cycloidis* arcus, feu majores, feu minores, inde ab eorum origine, ufque ad punctum infimum, eodem tempore percurreantur (113. & introd. (12) 51).

G. §. 409—15. — M. §. 653. 64. — K. XV. th. 46. & cor. — St. §. 315. — † FRISI §. 25. — † HUGENIUS de hor. oscil. p. II. pr. 25. — *Inde ab HUGENII temporibus incrementa maxima accepit tautochronismi doctrina. v. NEWTONI princ. prop. 51. — EULER MEC. II. §. 408—464. 570. feqq. — WOLFF. M. §. 351—54.*

125. Quando corpus per lineam curvam descendit, accedit quidem ad horizontem, fed magis minusve, prout arcus percursi varie sunt inclinati: hinc inquifiverunt mathematici in naturam curvae, per quam, fi descenderet corpus, hoc aequalibus temporibus aequae ad horizontem accederet, adeoque absque ulla acceleratione. Curva haec *curva Isochrone* dicitur, vel *aequabilis descensus*:

Propositum fuit hoc problema a LEIBNITIO a°. 1687; solutum ab HUGENIO. LEIBNITIUS *syntheticam demonstrationem dedit in actis Lipsiens. 1689. Curva haec est parabola cubica, seu Neiliana, in qua abscissarum quadrata sunt ut cubi ordinarum.*

126. Si curva ita sit constituta, ut corpus, per eam descendens, aequalibus temporibus aequaliter a dato puncto recedat, vel ad idem accedat, dicitur *isochrona paracentrica*, seu curva *aequabilis accessus & recessus.*

Solutum fuit hoc problema a°. 1694. a JAC. BERNOULLIO in actis Lips. 1694. p. 277. & in opp. t. I. p. 600-612. — Ad haec problemata omnia solvenda, *mathesi sublimiori opus est.*

PARS IV.

DE CENTRO GRAVITATIS

MONITUM.

Huc usque corpora, ut *puncta gravia*, consideravimus, nullâ ipsorum magnitudinis habitâ ratione. Quae corpora, hoc modo considerata, spectant, pereximie tractavit EULERUS, tum in *mechanica*, tum in tractatu *de motu corporum rigidorum*, in utroque libro, *mathesi sublimiori feliciter usus.* Ne vero hypothesein, nimis a veritate alienam, admisisse videamur, ea curatius examinanda venit, & demonstrandum nobis incumbit: dari in singulis corporibus punctum, ita constitutum, ut, si corporis tota gravitas in eo collecta concipiatur, hoc punctum eundem exerat effectum, ac ipsum corpus. Quod si sit, ipsa hypothesis confirmabitur. Hac de causa utile visum fuit de *centro gravitatis* agere, antequam ad alia fieret gressus.

SECTIO I.

DE CENTRI GRAVITATIS PALMARIIS PROPRIETATIBUS.

127. In omni corpore datur punctum, ita constitutum, ut omnes corporis particulae circa id, ad unam partem sitae, eandem exferant actionem, ac illae, quae circa id ad alteram partem sitae sunt. Punctum hoc *centrum gravitatis* dicitur (fig. 13).

G. §. 202. & 215. — M. §. 373. — Kr. II. §. 36. —
S. II. §. 266. 7. — D. II. §. 24. — K. XIII. def. 1.
— Bl. §. 345. — St. §. 129. 136.

128. Centrum gravitatis in corporibus ita situm est, ut, si omnes particulae, ab una parte sitae, per suas ab hoc centro distantias multiplicentur, summa horum productorum aequalis sit similibus productorum summae pro particulis, ab altera parte centri sitis (32. fig. 1).

G. §. 214. — K. XIII. def. 2. 3. 4. — Bl. §. 345.

129. Integra alicujus corporis gravitas, in centro gravitatis collecta, concipi potest & debet (128); & si integrum corporis pondus ad centrum gravitatis applicetur, corpus, eodem modo, quo antea gravitabit.

G. §. 212. — M. §. 374. — Kr. II. §. 37. — St. §. 135.

130. Quando centrum gravitatis sustinetur, corpus integrum sustinebitur: si secus, corpus cadet.

G. §. 204. 5. 12. — *M.* §. 374. — *Kr.* II. 37. — *S.* II. §. 270. 74. — *D.* II. §. 28. 34. 36. — *St.* §. 133.

131. Si corpus ita suspendatur, ut centrum motus cum centro gravitatis coïncidat, res eodem recidit, ac si corpus omnis gravitatis expertis esset; neque ullum a gravitate accipit motum.

D. II. §. 26. 29. 31.

132. Si corpus libere suspendatur, punctum suspensionis (*S*) in linea directionis (*SC*) datur, quando corpus quiescit (fig. 14).

Kr. II. §. 38. — *S.* II. §. 268. 9. — *D.* II. §. 26. 27. — *Bl.* §. 347. — *St.* §. 139.

133. Hinc methodus deducitur, centrum gravitatis corporum mechanice determinandi.

M. §. 377. — *S.* II. §. 268. 9. — *D.* II. §. 26. 27. — *Bl.* §. 348. — *St.* §. 140.

134. Si corpus in puncto (*S*), a centro gravitatis *C* (fig. 14) diverso, suspensum, e quiete deturbatur, movebitur, donec centrum gravitatis in linea directionis sit (132).

M. §. 375. — *Kr.* II. §. 38. — *D.* II. §. 24—28. 37. — *Bl.* §. 347. — *St.* §. 137. 38.

135. Centrum gravitatis corporis suspensi, aut quovis modo mobilis, semper descendit, quantum potest (134).

Kr. II. §. 40. — *S.* II. §. 274 — 78. — *D.* II. §. 24. 25. 37. 41. 42. — *Hanc propositionem singulari, sed pereximio modo, demonstravit D'ALEMBERT dyn. §. 86.*

136. Si corpus ita suspendatur, ut centrum gravitatis infra centrum motus sit, aequilibrium stabile dabitur, eoque firmitus erit, quo magis infra centrum motus depressum sit centrum gravitatis: & corpus, absque eo ut cadat, libere supra centrum motus moveri poterit.

Kr. II. §. 40. — *S.* II. §. 287. — *D.* II. §. 25.

137. Si corpus ita suspendatur, ut centrum gravitatis, vel minimum etiam, supra centrum motus ponatur, nullum aequilibrium adesse potest, & corpus invertitur.

138. Si centrum gravitatis in corpore inclinato, mobili, descendere possit, absque eo ut primum ascendat, corpus cadet (135).

139. Si vero, antequam descendere queat, ascendere debeat centrum gravitatis, corpus, utcumque inclinatum, cadere nequit.

140. Quamdiu linea directionis in corporis basin cadit, eique perpendicularis est, corpus proprio pondere moveri nequit (138. fig. 15).

M. §. 376. — *Kr.* II. §. 40. — *D.* II. §. 43. — *Bl.* §. 399.

141. Si vero linea directionis extra corporis basin cadit, corpus proprio pondere ruet (139. fig. 16),

G. §. 207. — M. §. 376. — Kr. II. §. 40. — D. II. §. 43—45.
— Bl. §. 400.

142. Si linea directionis oblique in corporis basin cadat, quod fieri nequit, nisi corpus plano inclinato imponatur: corpus movebitur *gliscendo*, si memorata linea intra corporis basin cadat; *rotando* vero, si cadat extra eandem, & si planum attritum sufficientem exerat (fig. 17. & II).

G. §. 208. 9. — M. §. 378. — Kr. II. §. 43. — S. II. §. 274. — D. II. §. 51. & not. 15. §. 52. & not. 16. — Bl. §. 402. 3.

SECTIO II.

APPLICATIO THEORIAE CENTRI GRAVITATIS AD EXPLICATIONEM PHAENOMENORUM.

143. Principio §. 135 posito, nituntur phaenomena quae *homuncio magicus Sinensis* exhibet.

A. §. 508. — S. II. §. 280.

144. Ex eodem explicantur effectus quorundam *odometrorum*, seu instrumentorum, quibus viam, a curribus emensam, metiri licet.

S. II. §. 277.

145. Ope §. 136. explicantur

(I) Suspensiones, quarum ope efficitur, ut pyxides magneticae semper situm fervent horizontalem; licet tamen suâ naturâ utcunque imperfectae sint.

S. II. §. 275.

146. (II) Phaenomena *lampadis* dictae CARDANI.

D. II. §. 42. — S. II. §. 76.

147. (III) Alia quaedam experimenta, amoenitatis
causâ instituta.

M. §. 380. — D. II. 52.

148. Ope prop. 136, 137, explicantur phaenomena
sitularum, quae, simul ac repletæ sunt, inver-
tuntur, & utilissimas ad aquam elevandam con-
stituunt machinas.

D. II. §. 27. n. 9.

149. E propositione 140 explicatur, cur turres, etsi
inclinatae, imo aliquando valde inclinatae, non
ruant?

Kr. II. §. 42. — S. II. §. 70. — CASATI *mechanica* I.
c. 9.

150. Harum turrium duo habentur praeclara exempla,
alterum *Bononiae*, alterum *Pisis* (a). Utrum autem
hae ita fuerint de industria constructae; an vero
casu ita inclinatae? inter physicos non convenit (b).

(a) D. II. §. 44. n. 14. praecipue CASATI *méch. l. c.* qui com-
putum adjecit.

(b) LA CONDAMINE *mem. de l'acad.* 1757. p. 347. LA LANDE
voyage d'un François en Italie t. 2. ch. 2. p. 18: ch. 21. p.
482. *Hic prius adfirmat; alter negat.*

151. E positione centri gravitatis efficitur, ut corpus
aliquando supra planum inclinatum propria gra-
vitate ascendere videatur.

G. §. 211. — S. II. 278. — D. II. §. 38. n. 7, qui compu-
tationes varias adjecit. — CASATI *l. c. I. c. 7.*

152. Ex eadem positione efficitur, ut corpus utrimque conicum, inter duo plana inclinata, determinatum angulum secum constituentia, sponte ascendere videatur.

G. §. 210. — M. §. 279. — S. II. §. 279. — D. II. §. 38. §. n. 12. † *Egregie de hoc experimento egit KRAFFT* NOV. COM. Petrop. VI. p. 389. seqq.

153. Ex eadem positione efficitur, ut aliquando corpora, quae, si sola manerent, suo pondere caderent, sustineantur, quando alia corpora ipsis adnectuntur.

S. II. §. 281. — D. II. §. 46—51. §. 53.

154. Multa dantur, in hominum atque animalium incessu, quorum rationes e doctrina centri gravitatis petendae sunt.

Kr. II. §. 41. — S. II. §. 271—74. — *De situ centri gravitatis in homine*, v. D. II. §. 27. n. 9. §. n. 14. — *De incessu hominum & animalium* D. II. §. 44. n. 14. — CASATI MEC. I. cap. IX. p. 62. — praecipue BORELLI de motu animalium I. c. 18—22.

SECTIO III.

DE INVENTIONE CENTRI GRAVITATIS.

155. Duorum corporum commune centrum gravitatis ita est dispositum, ut ipsius distantiae ab utroque corpore sint in ratione inversâ massarum (128).

G. §. 215. — K. XIII. def. 2. — Bl. §. 345.

156. Centrum gravitatis duorum corporum est in lineâ, quae centra gravitatis singulorum jungit, & inveni-

tur hac analogiâ: ut massa amborum ($A + B$), ad massam unius (B): ita distantia (a) centrorum gravitatis corporum, ad distantiam (x) centri gravitatis communis a centro gravitatis alterius corporis (A); (155. fig. 18): i. e.

$$A + B : B = a : x; \text{ hinc } x = \frac{Ba}{A + B}.$$

G. §. 217—24. — Kr. II. §. 44. — D. II. §. 27. n. 9: §. 31—39.

157. Si corpora duobus plura adfunt, prius commune centrum gravitatis duorum investigetur: tum summae illorum in ipsorum communi gravitatis centro positae, & tertii; & sic porro. Si vero corpora haec ($A, B, C, D, \&c.$) in unâ rectâ sint, eorumque distantiae ab A sint $b, c, d, e, \&c.$ erit distantia x communis centri gravitatis omnium, a centro gravitatis ipsius a , (fig. 18. 19): i. e.

$$x = \frac{Bb + Cc + Dd + Ee + \&c}{A + B + C + D + E + \&c}.$$

D. II. §. 32. 40. — K. XIII. def. 3. 4. — St. §. 141—55.

158. Pulchra est hujus (157) propositio ad inventionem communis centri gravitatis totius systematis nostri planetarii.

D. II. §. 40.

159. Centrum gravitatis lineae rectae in medio istius lineae concipitur.

Bl. §. 352.

160. Centrum gravitatis plurium linearum, invenitur eodem modo, ac illud plurium corporum (157).

D. II. §. 27. n. 9. — Bl. §. 354—57.

161. Cum quaevis curva, ut polygonum laterum, numero infinitorum, considerari queat: potest etiam centrum gravitatis *arcus* curvae inveniri; & hoc principio nituntur quaedam methodi a mathematicis propositae.

Bl. §. 363—66. — Verum calculo differentiali faciliores, generaliores, & praestantiores formulae inveniuntur. Elegantissimae sunt, quas exhibuit CLAIRAUT, mem. de l'acad. 1731. p. 157. seqq. & post hunc H. I. §. 90. seqq. — Alias dedit W. II. M. §. 157. seqq.

162. Si, e duobus angulis trianguli, lineae ducantur in media laterum oppositorum: erit centrum gravitatis trianguli in harum linearum intersectione; (158. aut 127. & EUCL. 33. I. fig. 20).

Bl. §. 351.

163. Si, e quodam angulo trianguli, ducatur linea in medium lateris oppositi: erit centrum gravitatis trianguli in hac linea ad duas partes tertias inde a vertice; (162. fig. 20).

164. Omnes figurae in triangula dividi possunt, quorum centra gravitatis inveniuntur (163); dein inveniatur centrum gravitatis totius triangulorum complexus (157): hoc erit centrum gravitatis figurae propositae.

Hoc principio nituntur methodi, a mathematicis propositae, pro inventione centri gravitatis figurarum. Bl. §. 359—63: 65—68. — LA HIRE traité de mécanique prop. 51. & imprimis LUCAE VALERII de centro gravitatis liber; ac WALLIS mech. p. II. tota. Qui hujus longas demonstrationes conferet cum facilissimis, ac generalissimis formulis, quas calculus differentialis exhibet, facile percipiet, quantopere hic recentiorum methodi

*illis veterum praestent. V. praecipue CLAIRAUT & scriptores,
loco in §. 161. citato.*

165. Iisdem principiis nititur methodus centrum gravitatis superficierum inveniendi: sic demonstratur, illud superficiae coni esse ad duas partes tertias axeos coni.

166. Ut & illa inveniendi centrum gravitatis in corporibus solidis.

*Demonstrationes quasdam, absque calculo sublimiori, vide apud
Bl. §. 371 — 383. seqq. — VALERIUM de centro grav. — CA-
SATI mec. I. c. 56. — LA HIRE traité de mécanique pr. 543
praecipue WALLIS mec. p. II. — Sic demonstratur,*

*In haemispherio, esse centrum gravitatis ad quinque partes octa-
vas radii. Bl. §. 371.*

*In cono, ad dodrantem a vertice. Bl. §. 369 — 82. — D. II.
§. 27. n. 9.*

In paraboloido, ad duas tertias partes axeos.

*De cono truncato: v. D. II. §. 27. n. 9. — Bl. §. 370: &
eadem methodus pro solidis, superficiebus, aut figuris truncatis
valet.*

167. In genere, in corporibus homogeneis & figurae regularis, i. e. cujus singula peripheriae puncta similiter circa centrum figurae posita sunt, coincidit centrum gravitatis, cum centro figurae. Si vero corpus sit heterogeneum, aut figurae irregularis, centrum gravitatis a centro figurae diversum est.

Bl. §. 351.

SECTIO. IV.

DE MOTU CENTRI GRAVITATIS.

168. Superficies revolutione lineae generata, aut solidum revolutione generatum, aequatur producto peripheriae, quam centrum gravitatis lineae, circa alterum extremum, aut superficiei, circa axin, revolutae describit, in ipsam lineam, aut *superficiem generatricem*, multiplicatae.

Bl. §. 398. — *W.* II. mec. §. 193—207. — *H.* I. §. 98.

Haec regula dicitur regula GULDINI, & est maximi momenti ad inveniendas corporum soliditates, aut ad centra gravitatis determinanda.

GULDINUS hanc regulam absque demonstratione proposuit in tractatu de centro gravitatis l. II. c. 8. pr. 3. art 3. p. 147: dein vero varii mathematici illam demonstrarunt. — LEIBNITIUS hanc, in superficiebus, quae curvarum evolutione nascuntur, locum habere invenit, sed demonstrationem celavit; (*Act. Lips.* 1695. p. 493). Utramque regulam LEIBNITII & GULDINI, fuse demonstravit VARIGNON, mem. de l'acad. 1714. p. 78—123: novumque usum in geometria addidit. p. 116.

169. Quando duo plurave corpora, in eadem linea, vel in lineis parallelis, moventur, ipsorum centrum gravitatis vel quiescit, vel secundum lineam, corporum directionibus parallelam, movetur (fig. 21).

K. XIII. th. 21. — *Bl.* §. 384—88. — *St.* 155—163. — *H.* I. §. 83, 87. — NEWTON prin. I. lex. 3. cor. 4.

170. Iisdem positis, est summa motuum versus eandem partem aequalis motui, qui produceretur, si singula corpora cum velocitate centri gravitatis ad eandem partem moverentur: vel, si unicum, omnium summae aequale, cum memorata velocitate procederet; (169. fig. 22).

171. Hinc, si corpora per lineas parallelas moventur, erit celeritas centri gravitatis aequalis summae quantitatis motus singulorum corporum per summam massarum divisae (170).

K. XIII. th. 21. 22. — Bl. §. 388—92. — H. I. §. 83. — D'ALEMB. dyn. §. 64.

Si corpora non moventur juxta lineas parallelas, facile per resolutionem motuum in lineas parallelas, invenitur directio & velocitas centri gravitatis. v. D'ALEMB. dyn. §. 65. seqq. & in §. 60. foecundissimum habetur principium, quo perpetuo utitur vir cel.

172. Motus vel quies centri gravitatis multorum corporum nihil mutat in horum corporum actione mutua, dummodo horum corporum systema perfecte liberum sit: i. e. nulli puncto fixo, supra quod moveri cogatur, adstrictum.

K. XIII. th. 23. — D'ALEMB. dyn. §. 76. — NEWTON pr. I. lex. 3. cor. 3.

173. Motus plurium corporum, e motu communis centri gravitatis, aestimandus est: & tantum illud systema progreditur, quantum progreditur centrum gravitatis.

St. §. 164.

PARS V.

DE MOTU CURVILINEO.

SECTIO I.

DE MOTU CURVILINEO IN GENERE.

174. Corpus lineam curvam percurrere nequit, nisi duabus agitetur viribus diversae naturae.

G. §. 559: 71. 604. — M. §. 717. — N. V. f. 2. p. 37. — Kr. I. §. 178. — S. I. §. 256. — Bl. §. 413.

175. Natura curvae percurfae pendet a relatione duarum virium, quae singulis momentis agunt.

M. §. 605—608. — Bl. §. 413. 14.

176. Fine singulorum momentorum versatur corpus in directione tangentis DE per punctum D, in quo corpus tunc versatur, transeuntis (fig. 23).

G. §. 561.

177. Corpus singulis momentis per tangentem aufergere nititur.

G. §. 561. — M. §. 715. — N. V. f. 2. p. 40.

178. Vis (AC, DC, &c. fig. 23), quae corpus perpetuo a tangente ad curvam percurfam (quae *trajectoria* dicitur) retrahit, vocatur *centralis*, *centripeta*, five semper ad idem punctum C tendat, five successive ad diversa.

G. §. 563. — M. §. 715. 16. — N. V. f. 2. p. 41. 42.

179. Si motus per AD, (fig. 23) in duos resolvatur, AB, AL seu BD, quorum alter (AB) est in directione tangentis (AB); alter vero (AL vel BD) ad centrum tendat: dicitur prima vis (AB) *tangentialis*, & haec, ut e duabus partibus AD, AL composita, considerari potest (44).

Kr. §. 178. 9.

180. Illa vis tangentialis AB pars BD, quae in directione ipsius radii BC est, dicitur *vis centrifuga*: haec autem est *vi centripetae* aequalis. Reliqua pars AD efficit, ut corpus in curvae circumferentiam moveri pergat.

G. §. 563—65. — Corpora, quae circulariter agitantur, vim centrifugam acquirere probavit N. VI. sec. 2. exp. 1. 2. — Kr. I. §. 179. 80. 88. — S. I. §. 255. exp. §. 256. 7. 8. 9. — D. V. §. 5. 6.

181. Effectus vis centripetae exprimitur lineam BD, qua corpus a tangente AB retrahitur: linea BD est spatium, quod corpus, dato tempore, arcum quemdam AB absolvens, percurrit, effectus vis centralis: & est *vis centripetae mensura*.

M. §. 721. — Kr. I. §. 182. 188.

182. Etsi infinita sit virium, quibus corpora curvas percurrere possunt, compositio, agemus tantum de compositione vis uniformis cum variabili, examinaturi: 1^o. affectiones corporum pendulorum; 2^o. illas corporum projectorum; denique 3^o. illas corporum, quae integras curvas percurrunt. Haec ultima pars sub nomine theoriae *virium centralium* innotescit.

SECTIO II.

DE MOTU PENDULORUM.

I.

GENERALES PENDULORUM PROPRIETATES.

183. *Pendulum* dicitur corpus B (fig. 24), quod puncto fixo C suspensum, movetur. Punctum C, cui appenditur, dicitur *punctum*, vel *centrum suspensionis*.

G. §. 404. — M. §. 641. — S. I. §. 218. — D. V. §. 61.
— K. XV. def. p. 162. — * HUGEN. hor. oscil. p. IV.
d. 1.

184. *Pendulum simplex* CB, dicitur corpus B, seu punctum, gravitate, aut alia quavis acceleratrice vi actum, adfixum lineae CB, ponderis experti, & alterâ extremitate puncto immobili C suspensae.

M. §. 641. — N. VI. p. 193. — Kr. II. §. 160. — S. I. §. 218. — Bl. §. 537. — St. §. 286. — * HUGEN. hor. oscil. IV. def. 3.

185. *Pendulum* vocatur *compositum*, (CAB, fig. 25). quando plura corpora A, B, lineae ponderis experti, & dicto modo suspensae, affiguntur; aut quando ipsa linea gravis concipitur.

G. §. 424. — M. §. 640. — N. VI. p. 195. — Kr. II. 160.
— S. I. 218. — Bl. 538. — St. §. 327. — * HUGEN.
hor. oscil. IV. def. 4.

186. Quando pendulum, vi gravitatis actum, quiescit, est horizonti perpendiculare, & reciproce (132).

187. Quando pendulum (CB, fig. 24) e situ suo perpendiculari retrahitur (Cb), & sibi committitur; descendit vi gravitatis, i. e. (44) illa gravitatis parte (ED), quae in directione tangentis curvae percurrentae versatur, & eandem ad totam vim (bE) habet proportionem, quam sinus anguli elevationis (BCb) ad radium tenet (39). Ubi vero pendulum ad punctum infimum (B) curvae pervenerit, velocitate accepta ad illam altitudinem () ascendit, e qua descenderat (108); & sic perpetuo it, atque redit. Itus & reditus *oscillationes* vel *vibrationes* vocantur.

M. §. 643. 4. 5. — N. VI. p. 195. 6. 7. — Kr. II. 158.
— S. I. 218. — D. V. 61. 65. — K. XV. def. p. 162.
Bl. §. 540. 43.

188. Descensus per arcum bB , & ascensus per arcum aequalem $B\beta$, seu unus penduli *itus*, dicitur *oscillatio* vel *vibratio simplex*, aut *dimidiata*: vel simpliciter *vibratio* seu *oscillatio*. *Oscillatio* vero *composita*, dicitur *itus* per totum arcum $b\beta$ unâ cum sequenti *reditu* per eundem; ita ut corpus ad idem punctum b , e quo profectum fuerit, redeat.

N. VI. p. 197. — Kr. II. §. 159. — St. §. 287.

189. *Isochronae* vocantur *oscillationes*, quae eodem tempore peraguntur.

S. I. §. 219. — Bl. §. 536. — HUG. hor. oscil. IV. def. 5.

190. Si pendula simplici gravitatis vi agitantur, & ejusdem sunt longitudinis: erunt, in eodem loco, ipsorum oscillationes isochronae, & quâcunque materiâ confecta sint pendula (82).

G. §. 421. 22. — M. §. 647. — Kr. I. §. 167. — S. I. 219. — D. V. §. 62. cor. 2. & §. 64.

191. Si pendula (CB, *c*b) in similibus curvis BA, *ba* oscillant: sunt oscillationum tempora, T, *t*, in ratione subduplicatâ laterum homologorum BA, *ba* illarum curvarum, (108 & 64: aut 112).

192. Si duo pendula in curvis similibus moventur: sunt oscillationum tempora (T, *t*) in ratione subduplicatâ longitudinum pendulorum (L, *l*), (191 & EUCL. 4. VI); i. e.

$$T : t \equiv \sqrt{L} : \sqrt{l}; \text{ seu } T^2 : t^2 \equiv L : l.$$

G. §. 418. 19. — M. §. 658. 660. — Kr. II. §. 168. — S. I. §. 221. — D. V. §. 68. — K. XV. th. 42. — Bl. §. 544—5. — St. §. 326.

193. Si pendula in similibus curvis oscillent: sunt quadrata velocitatum ut pendulorum longitudines; i. e. $V^2 : v^2 \equiv L : l$; seu $V : v \equiv \sqrt{L} : \sqrt{l}$. (192 & 64, aut 108 & EUCL. 4. VI).

G. §. 443.

194. Numerus oscillationum penduli (N, *n*) est in ratione inversâ temporis, vel durationis singularum oscillationum, quae isochronae ponuntur: i. e.

E

$$N : n \equiv \frac{1}{T} : \frac{1}{t}$$

M. §. 659.

195. Numeri oscillationum sunt in ratione inversâ longitudinum pendulorum (194 & 192): i. e.

$$N : n \equiv \frac{1}{\sqrt{L}} : \frac{1}{\sqrt{l}}; \text{ hinc } N^2 : n^2 \equiv \frac{1}{L} : \frac{1}{l}$$

M. §. 659. — K. XV. th. 42. cor. — Bl. §. 547. 8.

196. Datis tribus ex his quatuor, longitudinibus diversorum pendulorum, oscillationum numeris, atque temporibus, semper quartum invenietur, (192, 195).

M. §. 661. — S. I. §. 222.

II.

DE VIRIBUS, QUIBUS PENDULA AGITANTUR.

197. Longitudines pendulorum, in similibus curvis oscillantium, sunt in ratione compositâ virium (Π, π), quibus pendula agitantur, & quadratorum temporum, (76. 2° & EUCL. VI. 4): i. e.

$$L : l \equiv \Pi T^2 : \pi t^2$$

G. §. 432. 33. — St. §. 342.

198. Vires, quibus pendula agitantur, sunt in ratione directâ longitudinum pendulorum, & inversâ duplicatâ temporum (197): i. e.

$$\Pi : \pi \equiv \frac{L}{T^2} : \frac{l}{t^2}$$

G. §. 434. — M. §. 666, *posito* $L \equiv l$; §. 668. 69.

199. Vires, quibus pendula agitantur, sunt in ratione directâ duplicatâ velocitatum finalium, & inversâ longitudinum: i. e.

$$\Pi : \pi \equiv \frac{V^2}{L} : \frac{v^2}{l}; (198. 193).$$

G. §. 444.

200. Si sunt vires gravitatis uti pendulorum longitudines: erunt oscillationes isochronae; & reciproce, si sunt oscillationum tempora aequalia: erunt vires gravitatum ut pendulorum longitudines (197); i. e.

$$\text{si } \Pi : \pi \equiv L : l; \text{ erit } T \equiv t. \quad \&$$

$$\text{si } T \equiv t; \text{ erit } \Pi : \pi \equiv L : l.$$

G. §. 431. — M. §. 665. — Bl. §. 550. — St. §. 344.

201. Si curva, in qua pendulum movetur, ita sit constituta, ut singulorum arcuum, quos percurrit, longitudines sint ut vires, quibus pendulum agitur: erunt hujus penduli oscillationes isochronae, utcumque sint inaequales arcus.

Coincidit cum NEWT. I. pr. 53.

202. Sunt corporum massae, vel quantitates materiae, in pendulis; ut pondus ipsorum & quadratum temporis directe: longitudo vero penduli inverse (72. & 198): i. e.

$$M : m \equiv \frac{PT^2}{L} : \frac{pt^2}{l}.$$

NEWT. princ. II. pr. 24. cum cor. omnibus.

Ex hac propositione facile elicitur 190. Ait autem NEWTONUS: se accuratissimis experimentis invenisse, esse quantitates materiae ponderibus proportionales. princip. II. pr. 24. cor. 7.

203. Sunt numeri oscillationum in ratione directâ subduplicatâ ponderum, & inversis subduplicatis massarum & longitudinum (202. 194); seu, in ratione subduplicatâ directâ virium, & inversâ longitudinum.

$$(A) N : n \equiv \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{ML}} : \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{ml}}; \text{ hinc (72)}$$

$$(B) N : n \equiv \frac{\sqrt{\Pi}}{\sqrt{L}} : \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{l}}; \text{ hinc}$$

$$(C) \text{ Si } L \equiv l; N : n \equiv \sqrt{\Pi} : \sqrt{\pi}; \&$$

$$(D) \text{ Si } \Pi \equiv \pi; N : n \equiv \frac{1}{\sqrt{L}} : \frac{1}{\sqrt{l}}.$$

WOLF. II. mech. §. 418 — 22.

III.

DE PENDULO CIRCULARI.

204. Si corpora supra circuli chordis (CA, CD, fig. 26) aut (GB, GH) moventur: percurruntur eodem tempore, tum omnes chordae (CA & CD, GB & HB), quae ab eodem diametri verticalis extremo C aut B ducuntur; tum ipsa diameter CB, (101. EUCL. 31. III. & EUCL. 4. VI. pro GB & HB; vel 110 & EUCL. 8. IV).

G. §. 386. 7. — M. §. 619. 20. 21. — N. VI. sect. 2. exp. 2. — S. I. §. 214—15. — D. V. §. 62. — K. th. 39. cum cor. — Bl. §. 125—29. — St. §. 269—275. — * GALIL. dial. III. pr. 6. 8.

205. Vires, quibus corpus per ejusdem circuli chordas descendit, sunt ut harum chordarum longitudines (99. EUCL. 31. III. & 8. VI).

M. §. 614. — Hinc per prop. 77 facile praecedens deducetur.

206. Velocitates, quas acquirunt corpora, quae per eisdem circuli chordas descendunt, sunt ut percursorum chordarum longitudines, (76. n°. 1, 204, 99. EUCL. 31. III, & 8. VI. vel 76. n°. 1, 204 & 205).

M. §. 615.

207. Si pendulum non per circuli arcus, sed per horum chordas, moveretur: essent omnes ejus oscillationes isochronae; & tempore unius oscillationis integrae corpus, si libere caderet, octies longitudinem penduli, per chordas oscillantis, percurrere posset (204).

G. §. 407. — M. §. 646. 48. — St. §. 321.

208. Quando pendulum per arcus circulares movetur: sunt velocitates, quas habet, ubi ad circuli punctum infimum B pervenerit, uti percursorum arcuum chordae (GB, HB), (108. EUCL. 31. III. & 4. VI).

G. §. 441. — M. §. 663. — K. XV. th. 43. — Bl. 546.

209. Nanciscimur hinc facillimam methodum corporibus quosvis velocitatis gradus conciliandi.

M. §. 664. — K. XV. th. 43. cor. 2.

209*. Velocitas, quaecum pendulum, per arcus oscillans, in quovis puncto descendere nititur, est ad illam, quaecum ex eodem puncto verticaliter ruere conatur, ut sinus arcus ad radium, (187. 107. EUCL. 4. VI. intr. 18).

CARRÉ mem. de l'acad. 1707. p. 51. n°. 6.

210. Demonstrant mathematici, quod, si k pro semicircumferentia ponatur, posito radio 1, & l pro longitudine penduli: tempus unius oscillationis per arcum perparvum est $\frac{k}{125} \sqrt{\frac{l}{2}}$:

verum ad hoc a priori demonstrandum mathesi sublimiori opus est, nisi prop. 212. praecefferit.

V. EULER M. II. §. 166. 7. — H. I. §. 318. — COURTIVRON mem. de l'acad. 1744. p. 384. seqq. — Bl. §. 579—83: & Kr. II. §. 162. 3, qui eandem formulam, sed absque demonstratione, exhibuit. — EULERUS problema solvit pro casu, quo pendulum arcum datae amplitudinis absolvit, acta petrop. 1777. P. II. p. 159.

211. Oscillationes per arcus perparvos sunt ad sensum isochronae; quod obtinet, etiam si arcus sint utrimque duorum vel trium graduum, (210: vel directe per 77. 187 & introd. 17).

Quantum illae oscillationes a vero isochronismo differant, facili formula, sed calculo integrali nixa, computavit COURTIVRON l. c. & tabulam, ex hac deductam, exhibuit LE PAUTE traité d'horlogerie p. 297. 298. Formula sc: pro tempore oscillationis per arcum est proxime $\frac{k}{125} \sqrt{\frac{l}{2}} (1 + \frac{1}{8} \sin. \text{vers. arcus})$.

212. Hinc tempus lapsus per semilongitudinem penduli est ad tempus unius oscillationis, in arcubus infinite parvis, uti diameter circuli ad circumferentiam (210. & 87. A).

Kr. II. §. 162.

Haecc formula plerumque e nostrâ 216. deducitur: sed etiam directe potest demonstrari ope demonstrationis, quam clar. FRISI propositione 216 dedit, & quae facile huic rei potest accommodari. Hac autem propositione demonstratâ, ex ea 210, facile (per 87 A) deducitur.

213. Est tempus oscillationis per arcum exiguum ad tempus oscillationis per chordas, ut quarta circumferentiae pars ad radium (212 & 207): adeoque oscillationes per arcus celeriores sunt, quam per chordas.

G. §. 406. — M. §. 649. — N. VI. f. 2. exp. 4. —
Kr. II. §. 164. 165. — S. I. §. 220. — D. V. §. 62.
n. — St. §. 323.

IV.

DE PENDULO CYCLOIDALI.

214. Ut pendulum in cycloïde moveatur, debet filum inter duos arcus ejusdem cycloïdis suspendi, ita ut filum, dum ascendit vel descendit pendulum, se alternatim nunc uni nunc alteri arcui applicet. Tunc extremum liberum penduli cycloïdis arcum describet.

M. §. 650. 51. — S. I. §. 225. — D. V. §. 70. 71.
72. — K. XV. th. 46. cor. — Bl. §. 573. — † FRISI
cosmogr. I. introd. §. 27, qui omnes simplicitate vicit. — HUG.
hor. osc. p. I. §. p. III. pr. 6.

215. Quando pendulum in cycloïde movetur, fertur singulis momenti vi, quae est ut arcus percursi longitudo (introd. 51): & hinc (77) omnes oscillationes in cycloïde sunt isochronae.

M. §. 652. 3. 4. — S. I. §. 225. — Bl. 577. — St. §.
309. 315. — FRISI l. c. §. 25: sed qui hoc e sequenti, quam
praemiserat, propositione deduxit. — HUG. hor. osc. p. II.
pr. 25. Videantur, quae supra (134) de tautochronismo hujus
curvae diximus.

216. Tempus lapsus per semilongitudinem penduli, est ad tempus unius oscillationis in cycloïde, ut diameter circuli ad circuli circumferentiam.

G. §. 415. 470. — M. §. 655. — K. XV. th. 44 — 47. — Bl. §. 574 — 77. — St. §. 314. — * HUG. hor. osc. II. pr. 25. — † FRISI, l. c. §. 25, qui omnes simplicitate vict.

217. Tempus unius oscillationis per chordas, est ad tempus unius oscillationis in cycloide, ut diameter circuli ad circumferentiae quadrantem (216. 207).

G. §. 406. — M. §. 657.

Hae duae propositiones, pro exiguis cujuslibet curvae arcibus, locum habent (introd. §. 55); & pro circulo directe aliis ex fontibus demonstrantur, (v. §. 212. 13). — St. §. 317.

V.

DE OSCILLATIONIBUS CONICIS.

218. Corpus conicas oscillationes peragere dicitur, cum non arcum curvae, in plano verticali positum, sed curvae circumferentiam horizontalem percurrit, ita ut suspensionis punctum (C. fig. 26.*) vertex sit coni ACa , quem filum describit. Hoc itaque casu tribus viribus agitatur pendulum: 1°. vi gravitatis AF ; secundo vi centrifugâ (180), quam corpus A , dum circulum percurrit acquirit, ; 3°. vi AE ipsius fili, quod pendulum retrahit; & est vis gravitatis ad vim centrifugam uti altitudo CD coni, ad radium AD : &, si oscillationes sint minimae, uti longitudo penduli AC ad radium AD .

219. HUGENIUS hoc oscillationum genus detexit; ad calcem horologii oscillatorii theoremata, hoc spectantia, proposuit, sed absque demonstratione. Demonstrata habentur in ipsius operibus reliquis. Easdem propositiones etiam demonstravit KEILL ad calcem lectionum. Integram vero hanc theoriam latius excoluit CLAIRAUT mem. de l'acad. 1735. p. 281. — MAIRANUS unum ex his theoremat. sc: esse oscillationes conicas minimas aequa-

les duabus oscillationibus lateralibus ejusdem penduli; experimentis demonstravit mem. de l'acad. 1735. p. 174. §. 33: idem a nobis demonstrabitur prop. 379*. Aliam horum pendul: proprietatem vid. in prop. 362. II.

VI.

DE PENDULO COMPOSITO, ET CENTRO
OSCILLATIONIS.

220. *Centrum oscillationis* O, in pendulo composito CB, dicitur punctum, in quo, si suspendatur pondus, oscillationes istius ponderis isochronae sint cum illis penduli compositi, de quo agitur.

G. §. 424. 25. — M. §. 670. — Kr. II. §. 169. — Bl. §. 579. — St. §. 327. — * HUG. hor. osc. IV. def. 9.

221. Distantia inter punctum suspensionis & centrum oscillationis est longitudo penduli simplicis, cum dato composito isochroni.

G. §. 451. — M. §. 670. — D. V. §. 68. exp. 2:

222. Longitudo penduli compositi (CB), e distantia (CO) centri oscillationis (O), a centro suspensionis aestimanda est.

223. Summa productorum cujusque corporis (F A. fig. 25) supra centrum oscillationis fiti, per suas a centro oscillationis & suspensionis distantias AO, AC multiplicati, est aequalis simili summae pro corporibus B. infra centrum oscillationis fitis: i. e.

$$CA \cdot AO = CB \cdot BO.$$

G. §. 472. — M. §. 670. — St. §. 332.

224. Distantia x centri oscillationis a centro suspensionis, aequat summam productorum cujusque corporis (A, B, D &c.) per quadratum suae distantiae (a, b, d) a centro suspensionis multiplicati, divisam per summam productorum cujusque corporis per suam a centro suspensionis distantiam multiplicati (223): i. e.

$$x = \frac{Aa^2 + Bb^2 + Dd^2 + \&c}{Aa + Bb + Dd} \cdot 2$$

G. §. 474. — M. §. 670. — Kr. II. §. 170. Bl. §. 554. 55. — St. §. 333 — 37. — *Pulcherrimam dem. dedit* JOH. BERNOULLI mem. de l'acad. 1714. p. 208, & ante ipsum frater ipsius JACOBUS mem. de l'acad. 1703. p. 78.

225. Eadem regula obtinet, licet corpora quaedam ad alteram partem centri oscillationis ponantur: tunc vero ipsorum distantiae ut negativae considerandae sunt.

G. §. 475. — M. §. 680 — 83. — Bl. §. 552. 3. — St. §. 341.

226. Hinc deducitur ratio, cur bilancis scaphus, in motum deductus, tam lente oscillationes suas peragat (225).

227. Distantia (x) centri oscillationis a centro suspensionis est aequalis summae productorum cujusque corporis, multiplicati per quadratum suae distantiae a centro suspensionis, divisae per productum distantiae (y) communis centri gravitatis G a centro suspensionis C , multiplicatae per summam corporum, (224 & 157): i. e.

$$x = \frac{Aa^2 + Bb^2 + Dd^2 + \&c}{y(A + B + D + \&c)}$$

G. §. 479. — St. §. 337. — * HUG. hor. osc. IV. pr. 5. 6.

228. Propositiones 224 & 227 fundamentum praebent methodis, quibus utuntur mathematici, ad centrum oscillationis diversarum figurarum & corporum inveniendum.

Haec omnia debentur HUGENIO: quam difficile autem fuerit ea absque calculo sublimiori invenire, ex ipsius opere p. IV. prop. 7—23 patet. Elegantissimas formulas, calculo sublimiori erutas, dedit JACOB BERNOULLI mem. de l'acad. 1703. p. 281, quas bene explcuit WOLF mech. §. 432. seqq. & HERMAN COM. petrop. III. p. 7 seqq. — H. I. §. 413 seqq. Scil.

(A) Pro sphaera, in vertice suspensa, cujus radius est r , est centrum oscillationis ad partes $\frac{7}{5}$ radii.

(B) pro cylindro, cujus altitudo est a , femidiameter b , est centri oscillationis distantia a vertice $= \frac{2}{3} a + \frac{b^2}{2a}$.

229. In lineâ rectâ est centrum oscillationis, ad duas tertias partes ipsius longitudinis, (224. & EUCL. 7. XII; vel 224, & introd. 45. 42; vel 228. B).

G. §. 427. 28, 80. — Kr. II. §. 170. — D. V. §. 68. — Bl. §. 558. — St. §. 338.

230. Idemque pro laminis tenuissimis, cylindricis, valet (229 aut 228).

231. Pendulum compositum e filo tenuissimo, cui globus adnectitur, non est vere simplex, propter fili pondus.

Quomodo hoc ad pendulum vere simplex reduci debeat, docuerunt HUG. H: O: p. IV. pr. 23. — MAIRAN mem de l'acad. 1735. p. 183. §. 40. Si globus ut punctum grave consideretur, ejusque pondus sit ad illud fili, (cujus longitudo usque ad centrum globi est l) uti $n: 1$, formula erit

$$\lambda = l \left(\frac{6n+2}{6n+3} \right); \text{ hinc } l - \lambda = \frac{\frac{1}{6}l}{n + \frac{1}{2}}; \text{ quae facile e prop.}$$

224 & 229 deducitur. Erronea autem est formula, quae apud Bl. §. 564. occurrit, ideo quod principium hoc non fuit observatum: sc. ubi de corporibus, magnitudine quadam praeditis, sermo fit, in usu propof. 224. attendendum esse, quod pondus collectum concipitur in centro gravitatis a N : corpus vero in centro oscillationis m : hinc in formulâ adhiben-

dum esse effectum ponderis in centro oscillationis positi, cum ibi positum concipiatur corpus. Id autem praestabitur, si pondus verum multiplicetur per rationem, quae inter distantias centri gravitatis & centri oscillationis datur, seu per $\frac{Ca}{Cm}$ (fig. 77.) & pondus, ita correctum, loco massae adhibeatur in formulâ prop. 224.

232. Formula adhibenda, si simul, & ad magnitudinem sphaerae, & ad pondus fili attendatur, e praecedentibus facile deducitur.

V. GODIN mem. de l'acad. 1735. p. 509: — LA CONDAMINE *ibid.* p. 538: — HENNERT math. applic. I. §. 415.

233. Si loco sphaerae adhibeatur lens, centrum oscillationis invenietur per formulam cel. CLAIRAUT, quam LE PAUTE exhibuit; sed calculo sublimiori opus est.

LE PAUTE traité d'horlogerie p. 291.

VII.

DE APPLICATIONE PENDULORUM AD HOROLOGIA.

I.

DE AERIS RESISTENTIA.

234. Quando pendula libere agitantur, retardationem ab aëre experiuntur, eo majorem, quo crassior sit aër: unde oscillationes perpetuo minuuntur, & pendula tandem ad quietem reducuntur.

M. §. 679. — De experimentis in vacuo institutis, v. BOYLE exp. physico-mech. t. I. p. 78. HOOK & PAPIN apud BIRCH hist. of the royal society II. p. 431. IV. p. 78. 84. 87. 525. DERHAM phil. trans. n°. 294. vol. 25. p. 786. & n°. 440 art. 5. Alia accuratiora in montium verticibus & radicibus instituta, v. apud BOUGUER fig. de la terre p. 332. §. 8.

Quid pendulis in medio resistente contingat, abunde docuit NEWTONUS princ. II. sect. 6: & post ipsum alii.

235. Ut aëris resistentia melius vincatur, praestat loco sphaerarum, adhibere lentes sphaericas, easque graves: quo casu diu conservantur pendulorum oscillationes.

D. V. §. 67. — *Eximia experimenta de hac re instituit BERTHOUD* essai d'horlogerie t. 2. p. 67—77.

236. Aëris resistentia efficit, ut pondus, pendulo annexum, partim ab aëre sustineatur, hinc levius fiat; & pendulum tantum parte vis gravitatis moveatur; adeoque justo brevius sit. Igitur, ut longitudo penduli simplicis, in vacuo oscillantis, ad illam reducatur, quam in vacuo haberet, ipsi addenda est pars, quae sit ad longitudinem penduli in aëre, uti densitas aëris ad densitatem materiae, e qua pendulum constat.

V. BOUGUER fig. de la terre p. 339. seqq. — JOH. BERNOULLI casum consideravit, quo pendulum in fluido movetur, mem. de l'acad. 1714. p. 226. §. 32. — V. etiam CLAIRAUT ibid. 1738. p. 160.

2.

DE MODO, QUO PENDULA HOROLOGIIS APPLICANTUR.

237. Quando pendula horologiis, e compage rotarum, pondere vel elaterio motarum, constantibus applicantur: ordinat pendulum rotarum motus; et hic penduli motum perpetuo restaurat.

N. VI. p. 204. — * HUG. hor. osc. p. I. — *De modo, quo haec restauratio fiat, v. SAURIN* mem. de l'acad. 1720. p. 208. seqq.

Quantopere ad requisitam vim motricem attendere debeamus, & quo modo haec combinari debeat, docuit BERTHOUD, essai d'horlogerie t. 2. p. 77—91.

De modo, quo rotae sint conjungendae, dicetur in mechanica.

238. Quando pendulum horologiis applicatur, requiritur, ut illud cum virga connectatur, quae rotarum motum accipiat, & vicissim in rotas agat. Hanc virgam Galli *l'échappement* vocant, Belgae *den gang*.

N. VI. p. 205. — S. I. §. 224. 26. — D. V. §. 69.

Quid ad optimam ejusmodi virgae constructionem pertineat, docuit BERTHOUD l. c. t. I. p. 128 — 141. — LE PAUTE traité d'horlogerie p. 153 — 211. Praesertim † CALLET mem. de la société des arts à Geneve t. I. partie 2. — Novam, eamque liberrime motam virgam, a dexter. CUMMING inventam, descripsit MAGELLAN Journ. de phys. t. XX. p. 377.

239. Requiritur porro, ut pendulum rite suspendatur: Eviluit hodie, & merito, mos pendula filorum ope suspendendi; ut &, caeteroquin ingeniosissima, HUGENII inter cycloïdes suspensio (214): sed pendula ope laminae elasticae tenuis, regulariter flexibilis, suspenduntur. Praestat tamen suspensio in formam aciei cultri confecta, ut experimentis dexter. BERTHOUD patet.

S. I. p. 226. — SAURIN mem. de l'acad. 1720. p. 216. — BERTHOUD l. c. p. 59 — 64.

240. Eo autem magis rejicienda est cycloïdis, quod, licet sit curva tautochrone pro pendulis simplicibus, minime talis sit pro compositis (a); & quod isochronismus etiam in parvis arcibus circularibus obtineat (211).

(a) EULER NOV. COM. PETR. III. — *Qui simul in naturam tautochronismi pro pendulis compositis inquisivit. Sed materiam difficultatibus, e quibus se vix expedire potuit, refertam invenit.*

241. Ut horologium, pendulo instructum, bene sit ordinatum, requiritur: 1°. ut rotae legitime sint confectae, bene inter se

compositae, & requisitum habeant dentium numerum; 2°. ut virga, (*l'échappement* §. 238.) bene sit constituta; 3°. ut pendulum bene suspensum sit (239); 4°. ut vis, rotas movens, omnibus his reactionibus, ac frictionibus inde oriundis, sit proportionata (a). E quibus omnibus ea nascitur in horologii motu uniformitas, quae necessario requiritur. 5°. Ut horologium horas, minuta prima &c., secundum tempus medium (17.) computata, indicet, i. e. ut sit *ordinatum*.

(a) V. SAURIN mem. de l'acad. 1720. p. 208.

3.

DE HOROLOGIIS ORDINANDIS.

242. Ut horologium secundum tempus medium ordinetur, utimur vel sole, vel stellis fixis.

Si prius: horologium erit bene ordinatum, quando, ubi sol in meridiano est, indicat horam XII, additâ vel demptâ illâ quantitate, quâ pro variis anni temporibus (18) quotidie augetur vel minuitur *aequatio temporis*; aut quâ, durante toto intervallo, inde ab ultimâ observatione, aucta vel imminuta fuit.

243. Si stellis fixis utamur, ac die quodam, notato tempore, quod horologium indicat, observaverimus transitum stellae cujusdam per meridianum: erit horologium bene ordinatum, si, sequente die, eâdem stellâ meridianum appellente, eandem ac pridie notat horam, demptis tribus minutis primis, & fere 56 secundis; aut, toties hoc

minutorum & secundorum dempto numero, quot dies inde a primâ observatione fuerint praeterlap-
si.

*Haec 3' + 4" auferuntur ob motum telluris in orbita. Interval-
lum enim inter duos appulsus solis ad meridianum, seu dies sola-
ris medius est 24h: sed vera conversio telluris supra axin, vel
dies primi mobilis est 23h, 56', 4".*

244. Si tempus, ab horologio indicatum, non sit secun-
dum prop. 242, 243 constitutum: non conveniet
ejus motus cum tempore medio; sufficit vero, ut
notum sit, quantum ab eo differat. Si tamen requi-
ratur, ut horologium exacte tempus *medium* indi-
cet: casu accelerationis longius, casu retardationis
brevius reddatur pendulum (192), donec voti com-
potes reddamur.

245. Ut pendulum longius breviusve reddatur, depri-
mendum vel attollendum est centrum oscillationis:
quod fit, vel ope pondusculi cujusdam, secundum
penduli virgam mobilis; vel ope cochleae, quâ ip-
sa lens attollitur, vel deprimitur.

*Pro utroque casu formulas computarunt mathematici: pro primo v.
HUG. HOR. OSC. p. IV. pr. 23; — pro secundo M. §. 662. — BER-
THOUD l. c. t. 2. p. 131. 132. — LE PAUTE l. c. p. 22.*

4.

DE PENDULIS INVARIABILIBUS.

246. Quando horologium semel est ordinatum, requiri-
tur, ut semper eundem motum fervet: seu, ut
pendulum constanter eandem fervet longitudinem.
Ast pendula, ut metalla omnia, calore extenduntur;

frigore contrahuntur; hinc eorum longitudo perpetuis variationibus est obnoxia. Ut hoc vitium tollatur, pendula adhibentur e variis composita virgis metallicis, quae ita disponuntur, ut centrum oscillationis semper ad eandem altitudinem remaneat, ut ut extendantur, vel contrahantur laminae.

M. §. 674—78. — S. I. §. 227.

GRAHAM, *Anglus*, primus ejusmodi pendula, quae invariabilia dicuntur, composuit, ope thermometri mercurialis, ita ut, quantum centrum oscillationis per extensionem virgae descenderet, tantum idem, dilatatione mercurii, sursum se extendentis, ascenderet. *V. phil. transf. n.º. 392. vol. 34. p. 40. Parvam tamen in eo superfuisse variationem sc: 1^u pro 4 gr. thermometri Reaumuriani docuit CELSIUS, Zwed. abhandl. t. VI. p. 36. Dein in Gallis (a), & in Anglia (b), varii artifices & physici pendula invariabilia, ope variarum laminarum, construxerunt.*

(a) *V. CASSINI mem. de l'acad. 1741. p. 363. — LE FAUTE l. c. p. 17—24: praecipue BERTHOUD t. 2. p. 118—143. 181—188. 299—306. — GRENIER Journ. de phys. t. XVI. p. 139.*

(b) *Philos. transf. n.º. 431: & vol. 47. p. 479. 517.*

Caeterum, multae causas supersunt, quae perfectam horologiorum regularitatem turbare; aut, si mutua obtineat compensatio, eam constituere possunt: de hac re egregie egit cl. D. BERNOULLI in actis petrop. 1777. vol. 2. p. 109. — Exemplo motuum, sponte e pendulo ad aliud pendulum communicatorum, quod ex HUGENIO (hor. osc. p. 49) attulit, adde simile, sed magis insigne e phil. transf. n.º. 453. art. 5. & 6.

VIII.

DE INVENTIONE PENDULI SIMPLICIS, ET APPLICACIONE THEORIAE AD CORPORA GRAVITATE SUA RUENTIA.

47. Longitudinem penduli simplicis, vel & longitudi-

G

nem penduli, vocant phyfici longitudinem illius penduli, quod singulis minutis secundis unam oscillationem simplicem peragit.

248. Ut longitudo penduli simplicis determinetur, habeatur horologium bene ordinatum (242. 243). Filo tenui, non contorto, appendatur globus, aliudve corpus determinatae magnitudinis, atque noti ponderis. Mensuretur exactissime, & altitudine thermometri notatâ, distantia inter centrum suspensionis, & centrum globi. Oscillationes peragat illud pendulum (quod *probatorium* vocare liceat) dato minorum secundorum tempore. Si hoc pendulum *probatorium*, ut pendulum vere simplex, a quo perparum abest, habetur: ex hujus cognitâ longitudine, cognitâque oscillationum duratione, innotescit facile (192) longitudo penduli simplicis, quod singulis minutis secundis unam oscillationem peragit. — Repetatur saepius hoc experimentum cum pendulis probatoriis diversae longitudinis: ex omnibus deducatur numerus medius, ut tanto certius habeatur penduli simplicis quaesiti longitudo.

De methodo haec experimenta bene instituendi, & de omnibus cautelis, eximie egit MAIRAN mem. de l'acad. 1735. p. 153—220. — Consulatur GODIN & LA CONDAMINE ibid p. 529—44. — BOUGUER fig. de la terre sect. 7. §. 1—10. — LULLOS Haarlemsche maatschappij, tomo 3°. p. 419.

249, Cum pendulum probatorium non sit vere simplex (248. 231): quaedam in eo facienda est correctio, ut ad pendulum vere simplex reducatur; & insuper aliae quaedam, ut habeatur verissima penduli simpli-

cis, in vacuo oscillantis, longitudo. Hæ correctiones omnes sunt seqq.

1^a. Correctio propter calorem, qui regulam, quæ penduli probatorii longitudinem metimur, dilatat: unde hæc regula ad magnitudinem, quam in constanti calore haberet, est reducenda; idque facile fit, cum dilatationis quantitas noscatur.

2^a. Correctio propter pondus fili, & magnitudinem corporis, huic appensi (231. 232).

3^a. Correctio propter aëris densitatem (236).

Hæ tres correctiones pro singulis pendulis probatoriis sigillatim sunt instituendæ. Sequentes vero possunt institui, quando ex omnibus experimentis numerus medius, pro verâ penduli simplicis longitudine, fuerit desumptus.

4^a. Correctio pro effectu vis centrifugæ. Hæc enim, in singulis locis, pendulum brevius redditur sui parte ¹ (cosin. lat.) ², ut infra (propos. 382 & 433) demonstrabitur; hinc illa quantitas inventæ longitudini addenda est, ut habeatur longitudo penduli, quæ obtineret, si tellus quiesceret.

5^a. Correctio propter magnitudinem arcuum percursorum, eorumque a vero isochronismo defectu. Hæc de causâ pendulum ita est elongandum (211), ut reducatur ad pendulum, quod quovis die eundem numerum oscillationum perageret, & insuper numerum illarum, quibus pendulum, ob isochronismi perfecti defectum, quotidie retardat.

De his correctionibus v. MAIRAN, aliosque supra citatos; & insuper pro ultimâ LE PAUTE p. 300 — 306, qui solus eam consideravit.

250. Inventa fuit longitudo penduli simplicis:

1^o. Sub aequatore, ad maris superficiem 439. 21 lin.
par. = 454. 48 mens. rhen.

2^o. Parisiis sub latit. 48^o. 50' ———— 440. 57 lin.
par. = 455. 89 mens. rhen.

3^o. Leidae sub latit. 52^o. 9' ———— 440. 71 lin.
par. = 456. 04 mens. rhen.

4^o. Pello, in Lapon. sub lat. 66^o. 48' ———— 441. 27 lin.
par. = 456. 61 mens. rhen.

V. tabulas apud multos scriptores, praecipue apud BREMOND in versione gall. philos. transf. pro a^o. 1734. p. 126.

251. Cognitâ penduli simplicis longitudine, cognoscitur etiam illa penduli simplicis, quemvis secundorum numerum quâvis oscillatione peragentis (195).

Tabulae hujus generis habentur apud LE PAUTE & BERTHOUD.

252. Cognitâ penduli simplicis longitudine, determinari potest: quot pedes corpus primo sui lapsus minuto secundo percurrat; (212. 79).

HUG. hor. osc. p. IV. pr. 26. — St. §. 31. 6. 7. — Determinationes, ex hac observatione deductae, certius procedunt illis, quae directis experimentis elicerentur. In his enim aër obstat; v. quae diximus §. 78. 82: quantum autem obstat aër, patet inter alia ex experimentis, a clar. MARIOTTE institutis, & ad calcem tractatus traité de la percussion appositis (oeuvres t. 2. p. 107), quae ulterius excoluit LA HIRE, mem. de l'acad. 1714. p. 333.

253. Haec determinatio est illa, quae vere obtinet. Ut vero reducatur ad illam, quae obtineret, si tellus quiesceret: addendum est id, quo, vis centrifugae actione, gravitas minuitur (382. 433).

V. TOUGUER fig. de la terre p. 343. 44.

IX.

DE APPLICATIONE DOCTRINAE PENDULORUM
AD GRAVITATEM ET TELLURIS
FIGURAM.

254. Observationibus compertum est, pendula ifochrona breviora esse in locis excelsis, quam in depressioribus.

V. experimenta BOUGUERII fig. de la terre p. 335. 37.

Descripta quidem (anno 1769 & 1770 in diariis Gallicis, gazette litteraire, journal des beaux arts &c.) reperiuntur experimenta in Alpium jugis instituta, secundum quae pendula aequilonga citius in verticibus, quam ad pedes montium oscillationes peragunt. Verum experimenta haec nunquam instituta fuisse, sed ingenii esse figmenta, demonstravit CHARLES LE SAGE Journ. de physique t. 1. p. 249; & post hunc DE LUC lettres physiques & morales lett. 45: t. 2. p. 358. Caeterum montes ita esse posset constitui, ut suis attractionibus hunc effectum ederent, et si vera gravitas minor in iis sit, quam in locis depressioribus, ut demonstravit D'ALEMBERT opuscules t. VI. p. 85, & verbo, FRISI cosmogr. t. 2. p. 141. — V. quae supra dicta sunt lib. I. §. 23, & infra dicentur in hoc libro prop. 418 seqq.

255. Observationibus compertum est, pendula breviora esse sub aequatore, quam alibi; eoque breviora, quo magis ad aequatorem accedimus; eo longiora, quo magis ab eo recedimus, & propius ad polos pervenimus.

D. V. §. 76. — St. §. 348 — 352. — De his eximie differunt NEWTONUS princ. III. pr. 20. & BREMOND loco §. 250. citato.

256. Gravitas minor est in locis excelsis, quam in depressis; in aequatore, quam in locis ab aequatore remotioribus: eoque minor, quo magis ad aequatorem;

eo vero major, quo magis ad polos accedimus (254, 255, 200).

Sc. §. 349. 350: qui ostendit, has observationes cum hypothese: gravitatem esse in ratione inversâ duplicatâ distantiarum; convenire.

257. Neque tamen omnis deminutio, quam pendula, ad loca excelsa, vel aequatori propria, translata, experiuntur, gravitatis imminutioni est tribuenda: pars quaedam ex auctâ vi centrifugâ oritur, sed haec noscitur (435); reliquum gravitatis decremento debetur.

258. Telluris figura est in polis complanata, in aequatore elevata, ac si eam revolutioni ellipseos supra axi minori deberet (256).

259. Cognitis in variis locis pendulorum isochronorum longitudinibus, potest complanationis quantitas computari, in hypothese: tellurem esse ubique ejusdem densitatis; tamen haec hypothesis admodum dubia est.

Sc. adhibentur §. 200 & 441: e quâ ultimâ propositione, cum 200 collatâ, sequitur, esse debere in variis locis incrementa longitudinis pendulorum, uti quadrata sinuum latitudinum, vel (introd. 17) ut sinus versi duplicatarum latitudinum, quod locum habere e collatione experimentorum docuit FRISI COSMOGR. p. 139. z. 2. De ipso problemate v. LULOFS beschouwing des aardkloots §. 19. & verh. van de Haarlems. maatschap. t. 3: p. 504. §. 40.

260. Ex observatis, circa pendulorum longitudines, sequitur: gravitatis directiones per centrum telluris non tranfire, nisi in aequatore & polis; sed differentia est adeo parva, ut in praxi in censum non veniat (l. 19. 20).

Quem angulum pro quovis loco inter se faciant gravitatis directio
& telluris radius, computavit MAUPERTUIS, fig. des astres:
cap. 7.

261. Longitudo penduli simplicis sub aequatore,
immutabilis mensurae, & mensurae univer-
salis certissimae, absolutissimum typum exhibet.

Kr. II. §. 174. — HUG. hor. osc. p. IV. pr. 25. — † LA
CONDAMINE mem. de l'acad. 1747. p. 489: & 1772. partie
II. p. 482.

SECTIO III.

DE MOTU CORPORUM PROJECTORUM.

DE CORPORUM PROJECTIONE IN GENERE.

262. Si corpus rectâ sursum projicitur: fertur motu uni-
formiter retardato; & si t sit tempus praeterlapsum,
dum corpus iterum ad punctum, e quo proficiscitur,
redit, erit spatium S , quod ascendendo descripsit
(87. C),

$$S = \frac{125^2 t^2}{4}.$$

Kr. II. §. 183. 4. 5.

263. Si corpus directione, vel horizonti parallelâ,
vel obliquâ, projiciatur: fertur motu, altero
uniformi, altero uniformiter variato; adeoque
(174) lineam curvam describit.

G. §. 549. 41. — M. §. 683. — S. I. §. 228. 29. —
K. XVI. p. 178.

264. Haec curva, positis gravitatis directionibus

AP, EN, DB &c., inter se parallelis (I, 23. fig. 28), erit parabola PVZ (79. intr. 56), quam linea EP, secundum quam corpus projicitur, *linea directionis*, vel *directio jactus* dicta, in projectionis puncto P tangit.

G. §. 542: exp. & machina explicantur §. 543—46; melior machina exhibetur §. 1624—19. — M. §. 684. Machinae ad exper. instituenda aptae delineatio habetur §. 704. — N. VI. f. 2. p. 212—222. exp. 5. — Kr. II. §. 177—80. — S. I. §. 230. — D. V. exp. 4. 5. cum cor. — K. XVI. th. 47. 48. — Bl. §. 414. 40. 41. — St. §. 352—56. — * GALIL. dial. IV. th. I. — Instrumentum, ad omnia experimenta circa corporum projectionem instituenda aptum, invenit D. BERNOULLI, quod describitur in nouv. mem. de l'acad. de Berlin 1720. & in encyclopedie voce instrument balistique.

265. Altitudo PA velocitati, quâcum corpus projicitur, i. e. *velocitati initiali* (v) debita (84), dicitur *impetus jactus*.

Bl. §. 445. — * GALIL. D. IV. pr. 3. p. 229 hanc sublimitatem vocat.

266. Angulus EPZ, quem linea directionis EP cum horizonte PZ facit, dicitur *angulus elevationis* (E) vel *projectionis*. Linea vero PZ, horizontaliter e projectionis puncto usque ad occursum Z parabolae ducta, dicitur *amplitudo jactus*, vel etiam *amplitudo horizontalis*.

G. §. 546. — M. §. 689. — Bl. 440. — St. §. 363.

267. Velocitas initialis v est, si a ponatur pro impetu,

$v = 2 \sqrt{15625 a}$; unde $v^2 = 4 \times 15625 a$, &

$$4 a = \frac{v^2}{15625} = \left(\frac{v}{125}\right)^2$$

TAYLOR (phil. trans. n°. 367. vol. 31. p. 150) & HALLEY (ibid. n°. 179. vol. 16. p. 16: & n°. 216. vol. 18. p. 70) egregias demonstrationes concinnarunt: & SIMPSON (ibid. n°. 486. vol. 43. p. 139) elegantes exhibuit constructiones. — Cl. MAUPERTUIS integram corporum projectorum theoriam, formulis simplicissimis, exposuit, mem. de l'acad. 1731. p. 297. Hunc secuti KRAFFT II. §. 179. seqq. — HENNERT I. §. 260: — & STEENSTRA §. 377.

Formulae ipsae e propositionibus nostris facile eruuntur.

Quaeratur 1°. valor ipsius PQ, per prop. 83 & 79. Scilicet: $PQ: 2QM = \sqrt{AP}:\sqrt{QM}$. 2°. Valor ipsius PQ, per EUCL. 47. I; mox (intr. 19) ipsius $NQ = PN$. Tang. $E = PN$. t : si E & t , pro angulo elevationis vel projectionis, ejusque tangente ponantur. Porro $MQ = QN - MN$; unde, positus $PN = y$, & $MN = x$: erit

$$(A). y^2 (1 + t^2) = 4a(yt - x); \text{ seu}$$

$$y^2 (1 + t^2) - 4ayt = 4ax.$$

Quae est formula cl. MAUPERTUISII: unde elicitur (per intr. 17)

$$\frac{y^2}{(\text{cof. } E)^2} + \frac{4ay \sin. E}{\text{cof. } E} = -4ax; \text{ seu}$$

$$(B) y^2 - 4ay \sin. E \cdot \text{cof. } E = -4ax (\text{cof. } E)^2; \text{ seu (intr. 17)}$$

$$(C) y^2 - 2ay \sin. 2E = -4ax (\text{cof. } E)^2.$$

Quae est formula KRAFFTII: e qua sequitur

(D), duplam ordinatam axeos, seu PZ fore

$$PZ = 4a \sin. E \cdot \text{cof. } E = 2a \sin. 2E.$$

Unde semiordinata PB, quae, more solito, ponatur y

$$y = a \sin. 2E;$$

Et abscissa axeos $x = VB = a (\sin. E)^2$.

Hinc per (A) sequitur

$$(E) t = \frac{2a}{y} + \frac{1}{y} \sqrt{4a^2 - 4ax - y^2}.$$

(E) Unde facile deduci potest, quod apud multos scriptores occurrit, esse $4AB : PQ = PQ : QM$; sive M sit supra, sive infra horizontem, sive in horizonte: seu esse quadruplum impetus, lineam jactus, & lineam lapsus in proportione continuad.

268. Parabola, quam corpus percurrit, ita est constituta, ut parameter Π diametri PK, quae per projectionis punctum transit, sit quadruplum impetus jactus PA (83. intr. §. 59): i. e.

$$\Pi = 4a.$$

Bl. §. 444. — Idem demonstratur e §. 267 D. sc. ex intr. 59 & 267 B. — Kr. II. §. 181.

II.

DE CORPORUM PROJECTORUM AFFECTIONIBUS.

I.

DE VELOCITATIBUS.

269. Velocitas, quam corpus in quovis parabolae puncto M (fig. 28), aut V, habet, est illa, quam acquirere potest cadendo e quarta parte parametri, quae ad diametrum MN, vel BV, per punctum M, aut V, de quo agitur, transeuntem, pertinet (268); aut e distantia MU, VR, hujus puncti M, V, a directrice AR, aut e distantia MF, VF a foco F, (intr. §. 57).

G. §. 556. — Kr. II. §. 196. — K. XVI. th. 50. — Idem e formula 268. B elicitur: invenitur sc. altitudo UM velocitati debita in M,

$$y^2 - 4ay \sin. E \cos. E + 4a^2 (\cos. E)^2$$

$$\frac{\quad}{4a (\cos. E)^2}$$

tui eidem quantitati aequalis est quarta pars parametri (intr.

59, 17: & hinc 267 C). — Unde erit (87 B) celeritas in quovis parabolae puncto, seu

$$C = \frac{125 \sqrt{y^2 - 4ay \sin. E. \cos. E + 4a^2 (\cos. E)^2}}{\sqrt{a. \cos. E.}}$$

270. Impetus jactus AP est distantia puncti projectionis P a directrice AB (269. intr. 57).

Bl. §. 445. — K. XVI. th. 5. cor. 2: — Facile hinc sequitur, corollarii ad instar, K. th. 51. — St. §. 356.

271. Velocitates, quas corpus in variis parabolae punctis habet, sunt in ratione subduplicatâ parametrorum ad diametros, quae per haec puncta transeunt, pertinentium (269): i. e.

$$C : c = \sqrt{\pi} : \sqrt{\pi} = \sqrt{4x+p} : \sqrt{4x+p} \text{ (intr. 59).}$$

St. §. 358. 60.

272. Datis directione PE, & impetu PA, parabola, a corpore pereurrenda, facile describitur; & datis parabolâ PVZ, ac puncto projectionis P, facile invenitur, tam directio PE, quam impetus PA.

M. §. 691. — * GAL. dial. IV. pr. 5.

273. Si e puncto projectionis P (fig. 28) radio, aequali impetui jactus PA, describatur circulus AF & FL: erit hic locus focorum pro omnibus parabolis, quae hoc impetu, sub quâcunque directione, describi possunt, (270. intr. 57).

M. §. 691. — Bl. §. 495. 6. — St. §. 373. 4.

2.

DE TEMPORIBUS IMPENSIS.

274. Tempus, quo arcus quicumque PM parabolae percurritur, est aequale tempori, quo corpus, motu uniformi, tangentem PQ hujus arcus, vel diametri protensae MN partem QM, quae a parabola & tangente intercipitur, percurreret (34).

Kr. II. §. 178. — Hinc tempus illud $\equiv \frac{PQ}{C}$ (27) \equiv

$\frac{PN}{C \cdot \cos. E}$ (intr. 17).

275. Tempus T, quo integra parabola percurritur, est in ratione composita e directis quadrupli impetûs (a), & finûs anguli elevationis E, ac inversa velocitatis initialis (274 & 79): i. e.

$$T = \frac{4a \sin. E}{v} = \frac{v \cdot \sin. E}{15625} = 2 \cdot \sin. E \cdot \sqrt{\frac{a}{15625}}, \quad (267).$$

Kr. II. §. 147. — K. XVI. prob. 11. — Bl. §. 457. — *Deduci etiam posset haec propositio e 267 B, per 87 A.*

3.

DE AMPLITUDINIBUS ET DIRECTIONIBUS JACTUS.

277. Si corpus, sub angulo 45. gr. projicitur: pervenit ad amplitudinem omnium maximam (273).

Haec autem est duplum impetus jactus; aut dimidium parametri, ad diametrum PL pertinentis, quae per punctum projectionis transit, (268 vel 267 C. fig. 29).

G. §. 551. 53. — M. §. 690—96. — Kr. II. §. 191. —

K. XVI. prob. 8. cor. — Bl. §. 451. — St. §. 370. —

* GALIL. dial. IV. p. 6. & corol.

278. Quo anguli minores vel majores fiunt, quam 45 gr: eo amplitudines breviores redduntur (277).

M. §. 690. 94.

279. Corpus, eodem impetu projectum, ad idem horizontale punctum, per duas diversas directiones, pervenire potest (277), nisi sub angulo 45°. projiciatur (277; vel 267 D).

G. §. 551. — Kr. II. §. 191. — K. XVI. prob. X. cor.

280. Bini anguli ZPG, ZPI, per quos corpus ad idem punctum horizontale Z pervenit, sunt ita constituti, ut, quantum alter ZPG 45. gr. vel HPZ superat; tantum alter ZPI a 45. gr. veli ZPH deficiat: & proinde, ut anguli GPH & HPI, quibus a 45. gr. vel angulo HPZ deficiunt, sint aequales, (279. 277. intr. 58, & EUCL. 27. III).

Kr. II. §. 191. — Bl. 450. — St. §. 369. — * GALIL. D. IV. pr. 8.

281. Amplitudines horizontales sunt in ratione directâ impetuum jactûs (a vel AP), & duplorum finuum (EG, DI), duplorum angulorum (GCE, PCD), projectionis (280. EUCL. III. 20; aut 267 C): i. e.

$$A : A' \quad \square \quad 2 a \text{ fin. } 2 E : 2 a \text{ fin. } 2 e.$$

M. §. 692. 93. — Kr. II. §. 182. — Bl. 452. — St. §. 364. — * TORRICELLI de motu project: *expl. tab. I. p. 207.*

opp. — Hinc, eodem manente angulo projectionis, erunt amplitudines uti impetus, seu vires: quod de amplitudinibus, supra vel infra horizontem, quibuscunque etiam valet; ut elegantissime demonstratum fuit in miscel. Berol. I. 189.

282. Amplitudo, quae sub angulo 15. gr. obtinetur, est dimidium amplitudinis maximae (281 & intr. 17).

M. §. 691. — St. §. 376.

283. Amplitudines horizontales sunt in ratione directâ duplicatâ velocitatum, & simplici duplorum finuum dupli angulorum projectionis (281 & 79).

G. §. 552. — K. XVI. cor. 2. prob. 8, si impetus maneat idem.

284. Cognita amplitudine jactûs sub quovis projectionis angulo, & dato impetu: facile determinatur amplitudo sub alio projectionis angulo quocunque, five idem sit impetus, five diversus.

4.

DE ALTITUDINIBUS, AD QUAS CORPORA
PROJECTA PERVENIUNT.

285. Altitudo maxima BV, Bv (fig. 28), ad quam corpus pervenit, aequat finum versum PE, PD, anguli PCE aut PCI, qui duplus est anguli projectionis, ZPG, ZPI, multiplicatum per dimidium impetûs, (intr. 17; aut 268 nota & introd. 17).

K. XVI. cor. prob. 8, si impetus constans ponatur. — Bl. §. 456.

286. Altitudines maximae sunt (a) ut impetus, multiplicati per sinus versos dupli angulorum projectionis (285); vel (b)

ut quadratum velocitatis, multiplicatum per quadratum finis anguli projectionis (283. intr. 17); vel, pro eodem impetu, ut amplitudo, multiplicata per tangentem anguli projectionis (intr. 19).

(a) * TORRICEL, expl. *tab.* 2. p. 208. operum.

(b) *Ibid.* expl. *tab.* 3. p. 209.

187. Corpus, quod sub angulo 45 gr. projicitur, pervenit ad altitudinem, quae est dimidium impetus (285).

Bl. §. 455. — * GALIL. *D.* IV. pr. 7. & cor.

III.

PROBLEMATA.

288. Datis impetu jactûs, scopo, & projectionis puncto, invenire directiones, & integram parabolam.

1^o. Solvitur, *geometricè*, (per 273. introd. 57. 56).

G. §. 549—51. — *M.* §. 636. 7. 8. — *Kr.* II. §. 190. — *M.* §. 506. — *K.* XVI. prob. X. XIII. — *Bl.* §. 448.

Tres solutiones dedit GUISNÉE mem. de l'acad. 1707. p. 150. *Prima, omnium simplicissima, est illa, quâ utimur. Debetur clar. LA HIRE, qui eam ipse exhibuit traité de méchan. p. 121. — V. etiam* BLONDEL art de jeter les bombes p. III. l. 5. ch. 3.

2^o. *Arithmetice*, si scopus sit in horizonte, ideoque determinanda venit jactûs amplitudo (277, 281, 282).

M. §. 702. — *Kr.* II. 189. 192. — *K.* XVI. schol.

3^o. *Algebraice*, (per formulam *D.* §. 266).

St. §. 383. 4. — Si scopus sit infra horizontem, erit x negativa.
— HALLEY phil. transf. n°. 179. vol. 16. p. 15, qui loco 4^a
adhibet parametrum p .

289. Datis scopo & angulis projectionis, determinare altitudines, ad quas corpus ascendere debet, & impetum jactûs.

Solvitur, *geometricè*, (per EUCL. 12. I. 31. I; & 12 VI: intr. 56. §. 268, hujus: 273: & intr. 56).
Kr. II. §. 194. — Bl. §. 453.

Arithmetice, si scopus sit in horizonte, (per 281. 277. 286).

M. §. 700. 701. — K. XVI. pr. 9.

Algebraice, (per 267 B: altitudo invenitur per 285).

290. Datis impetu & directionibus jactûs, invenire altitudines, & amplitudinem.

G. §. 554—55.

Solvitur *geometricè*, (per 273. EUCL. 31. I; & intr. 56).

K. XVI. prob. 8.

Arithmetice, (per 277. 281. 285).

M. §. 699.

Algebraice, (per. 267 B: altitudo dein invenitur per 285).

291. Invenire minimum impetum, quocum datus scopus feriri potest.

Solvitur *geometricè*.

M. §. 703. — K. XV. pr. 13. cor. — HALLEY l. c. p. 18. — *Constructio cum formulâ, nox memorandâ, convenit.*

Arithmetice, si scopus est in horizonte, (per 277).

Algebraice, (per 267 D): quo casu erit $4a^2 = 4ax + y^2$ & $a = \frac{1}{2}x \pm \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{PM + MN}{2}$. Unde angulus MPA bisecandus est per lineam, quae erit ipsa directio: quae est constructio geom. (fig. 28). — St. §. 385.

292. Dato impetu & scopo, invenire directionem, secundum quam corpus projiciendum est, ut etiam per aliud punctum, citra scopum positum, transeat.

Geom: solvit G. §. 557. 8. — Alia & alia preponuntur problemata, quae variis modis solvuntur: sed omnia e formulis §. 267 facile deducuntur.

IV.

APPLICATIO THEORIAE AD MOTUM IN CURVIS INTEGRIS.

293. Si gravitatis directiones in centro telluris conveniunt: concipi potest vis projiciens adeo magna, ut corpus nunquam in tellurem recideret, sed, circa hanc, integram curvam describeret.

M. §. 705. — Bl. §. 462—66. — EU. lett. 51.

294. Corpus, quod in curva circa aliud corpus movetur considerari potest, ac si projectum fuisset: & vis projiciens, quae tunc (179) *tangentialis* dicitur, certam haberet relationem cum vi, quae corpus in curvâ retinet, & *centralis* vocatur; e quâ ambarum virium relatione determinata curva oritur.

V.

APPLICATIO THEORIAE AD ARTEM BALISTICAM.

I.

DE VELOCITATE, QUA GLOBI E TORMENTIS PROJICIUNTUR.

295. Quae in hac applicatione ad scopum nostrum pertinent, non pulveris pyrii compositionem (a); non tormentorum firmitatem, aut constructionem (b); non eorundem recessum (c), ipsosve globos (d) spectant: sed tantum vim, quâ globi projiciuntur, i. e. velocitatem, quam acquirunt, dum e tormento exeunt; resistantiam, quam ab aëre patiuntur; mutationem, quam haec in percursae curvae figurâ producit.

(a) *V. de his* WOLFF *P. IV. §. 4—29.* — HENNERT *math. appl. VI. §. 132—42.* — ANTONI *exam. de la poudre §. 15—68.* — BELIDOR *bombardier p. 275—96.* — *Optime hac de re* INGENHOUSZ *phil. transf. vol. 69. p. 391 seqq.* *V. etiam* THOMPSON *phil. transf. vol. 71. p. 324 seqq.*

(b) *M. §. 707. 8—9.* — *W. P. IV. §. 99—133. 143—150.* — *H. VI. §. 160. 167—177. 199—200.* — D'ARCY *essai p. 78—95: p. 129—136.* — *Philos. transf. n°. 465. vol. 42. p. 181.* — *Schwed. abhandl. IV. p. 304.*

(c) *M. §. 712. 13.* — *W. IV. P. §. 138—143.* — *H. I. §. 201—205.* — ROBINS. *artil. prop. 9: § p. 205. vers. gal.* — ANTONI *§. 90 seqq.* — D'ARCY, *mem. de l'acad. 1751. p. 60; § essai p. 148.*

(d) *W. P. IV. §. 42—48.* — *H. VI. §. 163—67. 177.* — BELIDOR *p. XXX.*

* *Quae de pulveris viribus, & aëris resistantiâ, scripserunt ROBINS & D'ARCY, ad examen revocavit LAMBERT in libro, cui titulus: anmerkungen uber das gewalt des schiespulvers 8°. Berlin 1766.*

296. Pulvis pyrius tantum agit elasticitate fluidi, quod, dum accenditur pulvis, evolvitur (a): quae elasticitas ipso calore, qui tunc obtinet, maxime augetur (b); imo, calore, qui, explosione praecedenti, tormento conciliabatur, augetur vis pulveris adhibiti in explosione sequenti (c).

(a) M. §. 707. — H. VI. §. 142 — 7. — ROBINS. c. I. prop. 1 — 5. — ANTONI l. c. §. 55. 114 — 126. — *De incensione pulveris*, v. phil. transf. n°. 465. vol. 42. p. 172.

(b) H. VI. §. 143. 4. — ROBINS. c. I. pr. 5. 6; § p. 394. 95. — ANTONI §. 55. 126 — 140. — INGENHOUSZ p. 395.

De methodis, quibus pulvis examinatur. W. P. IV. §. 30. — HENNERT VI. §. 153. 4. — † D'ARCY essai sur l'artillerie p. 19 — 25. — Praecipue, quippe qui accuratam methodum proposuit; † THOMPSON l. c. p. 298 seqq. — *Novum instrumentum descripsit* MEYER, neué schwed. abhand. I. 253.

De effectibus, quos edit pulvis, cum vetustate, humiditate &c. decomponi incipit; v. NOLLET, mem. de l'acad. 1767. p. 109 seqq.

(c) Hoc egregie, experimentorum ope, docuit THOMPSON phil. transf. vol. 71. p. 258 seqq. — Qui hac opportunitate de calore, quem tormenta & globi acquirunt, egregia habet; eumque, non adeo a flamma pulveris, quam ab attritu, qui ipso motu generatur, pendere docet.

297. Velocitas, quam globus acquirit, pendet a fluidi, incensione evoluti, tum copia, tum elasticitate: adeoque,

(a) A qualitate ipsius pulveris, i. e. a proportionibus sulphuris, nitri, & carbonis, adhibitis in pulveris compositione.

H. VI. §. 157. 158. — ROBINS. I. pr. 13. praecip. p. 238. — D'ARCY essai p. 35. seqq. — FACOT schwed. abhandl. XVII. p. 95.

(b) A magnitudine granorum.

ROBINS. p. 313. — ANTONI §. 48. — *Dubitat* D'ARCY essai p. 27. 72.

(c) A quantitate, quae adhibetur, & simul inflammatur

H. VI. §. 148—57. 193. — ROBINS. I. pr. 7. *schol*; & p. 308. *praecip.* p. 440. 523. 539. — ANTONI §. 40—47. 48 *seqq.* 68. 69—77. 86. & *mult. seqq.* — D'ARCY *mem. de l'acad.* 1751. p. 48—51; & *essai* p. 72 *seqq.* — p. 114 *seqq.* — 129. — HUTTON *invenit* (*phil. transf.* vol. 67. p. 66 *seqq.* & p. 835) *esse* *velocitates*, quas globi acquirunt, ut *radices* *quantitatum* *pulveris* *adhibitarum*, *directe*, & ut *radices* *ponderis* *globorum* *inverse*. Sed *alia* *omnino* *e* *suis* *experimentis* *deduxit* THOMPSON, *phil. transf.* vol. 71. p. 305 *seqq.* — *Is* *statuit* *esse* *velocitates* *in* *ratione* *inverse* *subtriplicata* *summae* *ponderis* *globi*, & *dimidii* *ponderis* *pulveris*; *rationem* *erroris* *indicavit*: & *etiam* *confirmat*, quod, si globi *idem* *pondus* *tenent*, *velocitas* *est* *ut* *radix* *ponderis* *pulveris* *adhibiti*; p. 270. *Velocissime* *omnem* *pulverem* *inflammari*, & *positionem* *luminis* *nullius* *esse* *momenti* *probavit* p. 272.

(d) A siccitate vel humiditate pulveris.

H. VI. §. 159. — ROBINS. I. pr. 10. — ANTONI §. 62. 3. 4 *seqq.* — BELIDOR p. XXIV—XXIX.

(e) A compressione, quam, dum operatur tormentum, patitur pulvis, & a spatio, quod in tormento occupat.

V. *praecipue* THOMPSON *l. c.* p. 268.

(f) A distantia, in qua globus a pulvere positus est.

H. VI. 193—99. — ROBINS. I. pr. 12. & p. 405. — BELIDOR p. XXXI.

(g) A spatio, quod globus in tormento percurrere debet, antequam ex eo exeat.

ROBINS p. 396. 99. 400 *seqq.* 430. 445. — ANTONI §. 79. 80. — D'ARCY *mem. de l'acad.* 1751. p. 55. 7. 8. — *Essai* p. 95—114.

(h) Ab excessu, qui inter diametrum globi & gulam tormenti datur, ut & a magnitudine luminis.

ROBINS. II. pr. 4. — ANTONI §. III.

298. Velocitas, quam pulvis, data quantitate adhibitus, & certo modo compressus, determinato globo conciliat, quatuor potissimum methodis determinatur.

Prima deducitur ab amplitudine jactûs: cum, datis amplitudine & directione, facile cognoscatur impetus (289); inde autem velocitas initialis (267).

* Haec methodus optime procederet, si globi in vacuo projicerentur: nunc vero, ob aëris resistantiam, altitudo vera illâ, quae in vacuo obtinuiſſet, multo minor est.

D'ARCY mem. de l'acad. 1751. p. 52.

299. *Secunda methodus* est mere theoretica, atque hujus problematis solutione absolvitur: „ datis tormenti longitudine, spatio, quod globus adimplet, quantitate pulveris pyrii adhibita, diametro & densitate globi projiciendi, elasticitate denique fluidi, primo incensionis momento generati; de terminare velocitatem globi, e tormento exeuntis.”

Hoc problema primus proposuit & geometricè, NEWTONI more, solvit ROBINS, l. c. C. I. prop. 7; C. II. prop. 4. — EULERUS in notis ad hunc ROBINSII locum solutionem analyticam dedit. Utraque ad sublimiorem mathesin pertinet. De ea v. HENNERT VI. §. 185. 6. 7. 8. Haec autem methodus elementis, nimis incertis, nititur; de ejus convenientia cum experimentis v. ROBINS. l. c. I. pr. 9. & notas EULERI.

300. *Tertia methodus* directis nititur experimentis. In his velocitas, quam habet globus, e tormento projectus, mensuratur ope arcûs, quem datum pendulum, in quod impellit globus, percurrit. Computatio hujus arcûs nititur principiis, supra expositis (288), & illis, quae infra (lib. V) circa corporum collisionem, & identitatem centri percussiois cum centro oscillationis traduntur.

Hanc methodum a ROBINSIO (c. I. pr. 8. p. 449. 76. 84) inventam emendarunt D'ARCY (a) & ANTONI (b): eam ulterius extendit, perfecit, & cum majoribus tormentis experimenta instituit clar. HUTTON phil. transf. vol. 67. p. 56 seqq.

(a) Mem. de l'acad. 1751. p. 52 seqq; & essai sur la theorie de l'artillerie.

(b) l. c. §. 164 seqq. 167: ubi & alia machina describitur; v. & H. §. 180—3.

300* *Quarta* methodus, omnium simplicissima, nititur magnitudine *recessus* tormenti, libere suspensi: sc. velocitatem (v) globi, in ejus pondus (G) ductam, aequari pondere (T) tormenti, in velocitatem *recessus* ducto. Velocitas autem *recessus* aequat differentiam velocitatum (V & u), *recessus* tormenti, mox globo, mox tantum pulvere onusti: i. e. erit

$$v = \frac{(V - u) T}{G}.$$

Hanc methodum nuper exhibuit THOMPSON l. c. p. 279. seqq.

301. Cognitâ globi velocitate initiali, noscitur impetus (267). Hinc & amplitudines pro quâvis directione, & amplitudo maxima, & altitudines, quae in vacuo obtinerent, facile determinantur (277, 281, 285).

2.

DE RESISTENTIA, QUAM GLOBI PROJECTI AB
AERE EXPERIUNTUR.

302. Resistencia, quam globi ab aëre experiuntur, est maxima: eaque aliquando vigesies pondus globi superat.

ROBINS. II. *pr.* 5.

303. Varii sunt effectus, quos aëris resistencia in velocitatem globorum edit, ut & in curvam, quam percurrunt,

1^o. Si talis est velocitas globi, ubi e gulâ tormenti exit, ut non plures, quam 1120 pedes anglicos uno minuto secundo percurrat: est resistencia circiter ut quadratum velocitatis; si vero major sit globi

velocitas, increfcit refiftentia, ita ut fit aliquando triplo, & quod excurrit, major illâ, quae quadrato velocitatis refpondet.

H. VI. §. 206—209. — ROBINS. II. *pr.* I. 2, 3; & pag. 333 *feqq.* p. 371. 454. 55. — D'ARCY *essai* p. 137 *feqq.*; & TEMPELHOF bombardier prufien, qui *computationes theore- ticas cum experientia comparavit.*

304. 2°. Amplitudines minores funt, & aliquando trige- fies minores illis, quae in vacuo obtinerent; & eo *proportionaliter* minores, quo major eft velocitas ini- tialis.

H. VI. §. 209. 10. — BEZOUT IV. p. 460. — ROBINS. II. *prop.* 6. p. 280: p. 340 *feqq.* p. 414 *feqq.* 452. 3 *feqq.* — ANTONI §. 186.

* Idem locum habet pro corporibus, in altum projectis. Al- titudo, ad quam in aëre perveniunt, eft faepe tantum pars feptima illius, ad quam in vacuo perveniffent.

Com. petr. II. p. 338. *V. etiam pulchra experimenta cl. SUL- ZER, qui ipforum eventus cum theoria ROBINSIANA compara- vit, mem. de Berlin p. 104.*

305. 3°. Hinc fit, ut globus, majori pulveris quantitate projectus, aliquando ad amplitudinem perveniat, non majorem, imo ad minorem, quam fi minor adhiberetur pulveris quantitas. Unde methodus, quâ de pulveris quantitate maxime lucrofâ, judi- cium fertur, ex amplitudine, ad quam projectus globus pervenit, eft admodum incerta.

ROBINS. II. *pr.* 4. *schol.* p. 462 *feqq.* 473. 477. 501. 538.

306. 4°. Amplitudines non funt finibus duplae eleva- tionis proportionales, ut in vacuo fit (281); fed proportionaliter majores pro minoribus, quam pro majoribus angulis.

H. VI. §. 209. 210. — BEZOUT. IV. p. 460.

307. 5°. Amplitudines, quae sub angulis, supra aut infra angulos 45°, sed aequae ab hoc remotis, obtinentur, non sunt, ut in vacuo (280), eaedem; sed valde differunt. Eae, quae sub inferioribus directionibus obtinentur, iis, quae theoretice correspondent, majores sunt.

N. VI. §. 209. 10. — BEZOUT l. c. p. 460. — HALLEY, phil. transf. n°. 179. p. 20.

308. 6°. Angulus maximae amplitudinis non est, ut in vacuo (277), 45°, sed multo minor, ut 43, 40, aut 38 graduum; imo 35 gr. si resistentia initialis novies pondus globi aequet.

H. VI. §. 209. 10. — BEZOUT p. 460. — ANTONI §. 288. — BORDA mem. de l'acad. 1769. p. 263. — LE GENDRE, dissertation sur une question de balistique p. 52.

309. 7°. Vertex trajectorye non est in medio, sed propior ad alterum extremum, quam ad projectionis punctum.

ROBINS. II. pr. 6. p. 281.

310. 8°. Tempus descensus non est tempori ascensus aequale, sed longius.

Com. petrop. II. p. 338.

311. 9°. Pars curvae, per quam corpus descendit, minus curva est illâ, per quam ascendit.

ROBINS. II. pr. 6. § p. 286. — BELIDOR p. XI.

312. 10°. Globus non integro temporis decursu in eodem plano movetur, sed in variis planis; & saepe a plano projectionis maxime deturbatur.

ROBINS. II. *pr.* 7; \S *p.* 357. 73. 88. 450. I.

313. Haec deviatio oritur a motu rotatorio, quem globus, ubi e gulâ tormenti exierit, habere animadvertitur: sive ille motus oriatur, ut quidam volunt (*a*), ab attritu, quem in ipsâ animâ patitur globus, dum alii negant (*b*) globum ejusmodi motum in hac acquirere posse; sive exinde, quod centrum gravitatis cum centro motus non coïncidat, aut a quacunque acceptâ impressione, quae non per centrum gravitatis transit.

(*a*) ROBINS. II. *prop.* 7. *schol.* \S *p.* 358. 73. 458.

(*b*) MONTALEMBERT, *mém.* de l'acad. 1755. *p.* 483 *seqq.*

314. Ad vitandum maximum incommodum, quod ex hoc motu rotatorio oritur, eumve minuendum, conduceret tormentorum striatorum usus.

ROBINS. *p.* 558. — De tormentis striatis v. LEUTMAN *com.* *petr.* III. *p.* 156; IV. 265.

315. 110. Hi omnes effectus resistentiae aëris, majores sunt in aëre humido, quam in sicco.

ANTONI \S . 187.

Etiam majores pro minoribus, quam pro majoribus globis (I. II).

M. \S . 710. — HALLEY *phil. transf.* n^o. 179. *p.* 20. —

ROBINS. *p.* 456. — ANTONI \S . 188. 9. — BORDA *l. c.* *p.* 267.

DE CURVA, QUAM CORPORA IN AERE PRO-
JECTA DESCRIBUNT.

316. Facile ex dictis patet, curvam, quam corpora in aëre projecta describunt, non esse parabolam, sed aliam.

ROBINS. II. *pr.* 6.

(*) Hanc, in hypothesi: resistentias esse, ut quadrata velocitatum; magis ad hyperbolam accedere, probavit NEWTONUS: post ipsum idem problema solverunt alii, sed ad aequationes intricatissimas pervenerunt, & calculo sublimiori opus est.

NEWTON *princ.* II. *pro* 10. *exp.* 3. — EULER *mech.* I. §. 874; & *mem.* de Berlin 1753. t. IX. p. 321. — LAMBERT *ib.* a^o. 1765. t. XXI, & 1773: *seu* *nouv. mem.* t. 4. p. 36. — H. I. §. 282. & VI. §. 211. — BEZOUT IV. p. 174: *ubi solutio cum experimentis confertur.*

(**) Methodum, ad effectus resistentiae aëris computandos aptam, exhibuit ROBINS: ast demonstrationes non addidit; eam vero cum experimentis convenire, ostendit.

ROBINS p. 336 *seqq.* 549 *seqq.* — ANTONI §. 193.

Praeclara, & praxi accommodata est methodus equitis de BORDA, eaque experimentis congrua videtur, l. c. p. 248: quam uberius exposuit H. VI, §. 211. V. etiam egregia opera stren. TEMPELHOF, bombardier prusien, & LE GENDRE dissertation sur une question de balistique: qui ambo computos cum experimentis compararunt. Solutionem, theoriae EULERI & BEZOUTII accommodatam, & in tabulas, ad usum vulgarem redactas, exhibuit clar. KRAFFT acta petrop. 1780. P. I. p. 156. Sed ad solutionum omnium intelligentiam calculo sublimiori opus est.

317. Quando corpora parvam ab aëre experiuntur resistentiam: curva percurfa vix a parabolâ dif-

fert; licet tunc effectus supra (307) memoratus obtineat,

V. exper. ROEMERI mem. adoptés par l'academie t. IV. p. 118. *Reperiuntur eadem, additâ figurâ, apud BLONDEL, art de jeter les bombes p. IV. l. 3. cap. 1, qui cap. 2, 3, addidit experimenta clar. MARIOTTE & PERRAULT,*

318. Quicquid decrementi, ex aëris resistentiâ, & velocitati initiali contingat; quaecunque exinde oriuntur irregularitates: certum est, eas, quae inter varia experimenta locum habent, majori curâ circa pulverem, modum tormenta onerandi, ipsosque globos, minui posse.

V. hac de re, RESSONS mem. de l'acad. 1716. p. 79.

319. Imo, inducimur ad credendum, regulas in theoriâ traditas, aliquatenus, si omnes caute-lae adhibeantur, procedere: cum has experimentis, de industriâ institutis, confirmaverit
BELIDOR.

BELIDOR l. c. p. X—XVIII.

4.

DE METHODIS TORMENTA DIRIGENDI.

320. Ad cognoscendam vim, quam edit pulvis, in determinato tormento, datâ quantitate, & cognito modo, inclusâ, & sub determinato aëris statu, mensurant milites amplitudinem horizontalem, ad quam globus determinati ponderis projicitur. Hunc *jactum probatorium*

vocant,) ejusque ope, saltem in vacuo, vis pulveris, seu impetus jactûs nōscitur; ut & omnes amplitudines, ad quas globus, sub aliis angulis perveniet; ut & anguli, sub quibus pro datis amplitudinibus projiciendus est, determinantur (289. 281. 288),

Kr. II. §. 188. 195.

321. Jactus probatorius institui solet sub angulo 15 gr. tunc, absque computo, amplitudo maxima innotescit (282).

BELIDOR p. XXXIII.

322. Si resistentia aëris omnes amplitudines in eadem proportione minueret, ac illam jactûs probatorii: regulæ theoreticæ tuto possent adhiberi.

Tabulas amplitudinum, & angulorum elevationis condiderunt
* GALILAEUS dial. IV; TORRICELLI de motu projectorum;
BLONDEL art de jeter les bombes P. II. l. I. c. 3 & seqq:
tabularum constructionem demonstravit part. III. lib. 3. c. 3. 4. 5, & BELIDOR bombardier francois.

323. Etsi globus, sub duobus angulis, ad eandem amplitudinem horizontalem pervenire queat: dantur tamen casus, in quibus præstat, angulum superiorem adhibere; alii, in quibus inferior angulus præstat.

BELIDOR bomb. franc. p. XXXV; ubi tamen l. 17. & 24. loco au dessus & au dessous manifestissime legendum est au dessous & au dessus.

324. Ad tormenta dirigenda variis utuntur machinis: scilicet
1°. Quadrante rectificato.

V. TORRICELLI p. 230. — BLONDEL P. I. l. 2. c. 1; —
P. III. l. IV. c. 1.

2°. Semicirculo TORRICELLII.

V. TORR. p. 232. — BLONDEL P. II. l. II. c. 2; P. III.
l. IV. c. 2.

3°. Alio semicirculo TORRICELLII.

V. TORR. p. 239. — BLONDEL P. II. l. II. c. 3; — P.
III. l. IV. c. 3.

4°. Quadrante BELIDOR.

V. BELID. l. c. p. XXXIII. tab. 1 & 2.

325. Si scopus sit supra aut infra horizontem positus:
res difficilior est, & variae sunt ineundae compu-
tationes.

Has exposuit BLONDEL P. II. l. III. c. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7, &
demonstravit P. III. l. V. c. 1. 2. 3; l. VI. c. 1. 2. Verum,
cum haec computationes, in praxi valde perplexae sint, suadet
BELIDOR, ut tabulae, pro amplitudinibus horizontalibus computa-
tae, adhibeantur, & globi secundum directiones supra 45 gr.
projiciantur, l. c. p. XXXVI. — Carterum, quaecunque
huc pertinent, curate tractavit SIMPSON select. exercises, p.
204 seqq.

326. Una e simplicissimis solutionibus est illa, quam dedit cl. HAL-
LEY, & quae est ipsissima prop. nostra 267 E, verbis expres-
sa. Sc. divide duplum impetum per distantiam horizontalem
objecti; fac quadratum distantiae ad duplum impetum, uti
duplus impetus (dempta elevatione) objecti (supra) ho-
rizontem, ad quartum terminum; ab hoc subtrahe unitatem;
e residuo extrahe radicem: haec, priori quoto addita, vel ab
eodem subtracta, dabit tangentes anguli elevationis, posito
radio = 1.

V. HALLEY phil. transf. n°. 179. p. 16. 17. — Apud BLONDEL
parte II. lib. 3. 4. 5, & praecipue lib. 6. ut & P. III. lib.
8. c. 8. varia instrumenta pro hoc casu delineantur, imprimis

instrumentum universale; quod etiam describitur apud LE BLOND *artillerie raisonnée* p. 542, & nititur *prop. nostrâ* 267 F. *Alia duo eximia descripsit LA HIRE, mec. pr.* 122, & *mem. de l'acad.* 1700. p. 199.

SECTIO IV.

DE VIRIBUS CENTRALIBUS.

I.

GENERALIA QUÆDAM DE VIRIBUS CENTRALIBUS.

327. Diximus jam (180) omnia corpora, in curvis mota, vim acquirere *centrifugam*: hanc esse illam vis *tangentialis* partem, quae vi centripetae directe opponitur, eamque huic aequalem esse; denique vim centrifugam, vel centripetam, mensurari illâ lineâ, quâ corpus, dum arcum quemdam percurrit, a tangente recedit (181).

St. §. 388—396.

328. Effectus vis centripetae, seu recessus a tangente sunt, pro momentis infinite parvis, ut quadrata temporum, arcibus infinite parvis describendis impensorum.

G. §. 645. — LA CAILLE *astr.* §. 252. 3. 4. — D'ALEMB. *dyn.* §. 18.

329. Hinc vis centralis, pro momentis infinite parvis, ut vis variata considerari potest (328. 68).

D'ALEMB. *D.* §. 33. — L. C. *astr.* §. 248. 9.

330. Corpora, vi centrali agitata, semper describunt curvas, versus centrum virium concavas.

L. C. astr. §. 103. 104.

331. Corpus, vi quâdam projectum, aliâ vero continuo versus centrum pulsum, tractumve, movetur in plano, quod per lineam projectionis, & centrum virium transit.

G. §. 581. 639. 40. — L. C. astr. §. III — III4.

332. Directio vis centrifugae per centrum virium transit.

G. §. 579. 80.

333. Si vis tangentialis cessaret: corpus in centrum virium rueret; si centralis, aufugeret per tangentem.

Kr. II, §. 186.

334. Curvam ADF (fig. 23), a corpore percurfam, *trajectoriam* vocant mathematici; lineas CA, CD, CF, ad trajectoriae circumferentiam ductas, *radios vectores*: spatium ACD, DCF, inter duos radios vectores AC & CD, CD & CE, atque arcum AD, DF trajectoriae, quem includunt, & quem corpus dato tempore percurrit, comprehensum, *aream* dicunt, quam corpus illo tempore *verrit*.

WOLFF. II. M. §. 654. 55. 6.

II.

DE TEMPORE, QUOD VARIIS ARCUBUS PERCURRENDIS IMPENDITUR, ET DE VELOCITATE IN DIVERSIS TRAJECTORIAE PUNCTIS.

335. Corpora, quae in curvis vi centrali retinentur, verrunt areas ACD , DCE (fig. 23), aequalibus temporibus aequales, proportionalibus proportionatas (EUCL. 36. I).

G. §. 585. 641. — M. §. 718. — Kr. I. 196. — S. I. nota 6. p. 647. — D. V. §. 42. n. 8. — St. §. 403. L. C. astr. §. 114. 119. — * NEWTON princ. I. pro 1.

336. Corpus, quod in lineâ curvâ movetur, & areas verrit temporibus proportionales, perpetuo versus punctum quoddam vi centrali retrahitur.

G. §. 586. — M. §. 719. — D. V. §. 41. n. 8.

337. Tempus, in percurrendo arcu impensum, est in ratione compositâ ex ipso arcu AD , & perpendiculari CM , in ipsum ductâ e centro virium (335. intr. 2).

338. Tempus, in percurrendo arcu perparvo impensum, est in ratione compositâ distantiae CD corporis a centro virium, in fine momenti, & perpendicularis AS , ductae ex arcus puncto A primo, in hanc distantiam (335. intr. 2).

L. C. astr. §. 119.

339. Velocitas corporis, in quovis curvae puncto, est in ratione inversâ perpendicularis CM , ductae e centro virium in tangentem ad hoc punctum, (24. 337).

G. §. 642. 3. — L. C. astr. 120. — St. §. 405. — *NEWTON. prop. 1. cor. 1.

340. In circulo est velocitas in omnibus punctis eadem, (335. EUCL. 16. III); seu velocitas corporis, in circulo moti, & vi centripetâ, in centrum circuli tendente, acti, est uniformis.

L. C. astr. §. 121. — St. §. 406.

341. Quo magis trajectoria ad circulum accedit, eo magis ad uniformitatem verget motus;

L. C. astr. §. 122.

342. In trajectoriis quibuscunque est velocitas major in locis centro propioribus, quam in locis a centro remotioribus.

G. §. 582. 3. — D. V. §. 7. p. 338. m. 4.

III.

DE TEMPORIBUS PERIODICIS.

343. *Tempora periodica* (T, t) dicuntur illa, quae corpus impendit, dum trajectoriae, in qua movetur, circumferentiam (K, k) percurrit.

G. §. 592. — M. §. 723. — N. V. f. 2. p. 56. — Kr. I. §. 185.

343*. Tempus periodicum est ad tempus, in arcu quodam percurrendo impensum, ut area trajectorii ad aream sectoris, quem memoratus arcus, cum radiis vectoribus, ad ipsum ductis, constituit (343. 335).

344. Tempora periodica sunt in ratione compositâ e directâ circumferentiarum percurfarum (K, k), & inversâ velocitatum (V, v), (27); i.e.

$$T : t \equiv \frac{K}{V} : \frac{k}{v} .$$

345. Si circa centrum virium describatur circulus, cujus area aequalis est areae trajectoriae; sique corpus in hoc circulo moveri intelligatur velocitate, inter maximam & minimam, quam corpus in verâ trajectoriâ habet, mediâ: percurratur circulus eodem tempore, quo percurritur trajectoria vera (335).

346. Motus in curvâ quacunque ad motum in circulo referri potest: & istius circuli radii corporis *distantiae mediae* (D, d) vocabuntur (345).

347. Tempora periodica sunt in ratione directâ distantiarum mediarum a centro virium, & inversâ velocitatum (344).

$$T : t \equiv \frac{D}{V} : \frac{d}{v} .$$

M. §. 727.

348. Velocitates sunt in ratione directâ distantiarum

mediarum a centro virium, & inversâ tempo-
rum periodicorum (347).

$$V : v = \frac{D}{T} : \frac{d}{t}$$

Kr. I. §. 185.

IV.

DE VELOCITATE ANGULARI.

349. Angulus ACD, quem radii vectores AC, DC, dato tempore comprehendunt, dicitur *velocitas angularis*.

350. Velocitas angularis est, tempore perparvo, in rati-
one inversâ duplicatâ radii vectoris CH, ducti a
centro virium C in arcus punctum H (fig. 30.), in quo
corpus medio temporis est, (intr. 16. 335. intr. 24);

L. C. astr. §. 128. 29 30.

351. Velocitas media tempore quodam (θ) est (344),

$$\frac{\theta (360^\circ)}{T}$$

L. C. astr. §. 123.

352. Sit Δ distantia corporis a centro virium, quando
velocitatem angularem veram (u) habet, mediae
aequalem: erit pro tempore perparvo

$$u = \frac{\theta (360^\circ) \Delta^2}{T. D^2} \quad (351. 350).$$

L. C. astr. §. 131.

353. Hinc erit $\Delta = D \sqrt{\frac{T. u}{\theta (360^\circ)}}$

L. C. astr. §. 131.

354. Cognitis velocitatibus angularibus, cognoscuntur (353) relationes distantiarum ipsius corporis a centro virium: unde percurfae trajectoriae figura ex ipsis observationibus determinatur.

V.

DE VIRIBUS CENTRALIBUS, SI MOTUS CORPORUM
AD MOTUM MEDIUM, SECUNDUM PROPOSITIO-
NES 345 ET 346, REDUCTUS INTELLIGATUR.

355. Corpora habent, caeteris paribus, vim centri-
fugam eo majorem, quo sunt densiora: hinc
& majori vi centripetâ opus erit ad ea in curvâ
retinenda (I. 14. II. 327); i. e. erit, caeteris
paribus,

$$P : p \equiv M : m.$$

G. §. 588. 9. 90. — M. §. 730. — N. V. §. 2. exp. 3. —
Kr. I. §. 198. — S. I. §. 261, 63. — D. V. §. 6. exp. 7.
§. 10. exp. 12. — St. §. 398.

356. Corpora, caeteris paribus, eo magis a centro
virium remota sunt, quo sunt densiora (355).

G. §. 605. 6.

Multis in rebus fit hujus propositionis applicatio: v. N. lect. V. §. 2; appl. exp. 2; & S. §. 260. Ex ea etiam patet, cur rotarum, quae in multis machinis adhibentur, circumferentiis graviora pondera adnectantur: aut axi adnectatur, rota ponderibus onusta, quae belgice dicitur zwenk-rad, gallice roue de branle etiam volant; haec tamen pondera, secus ac multi censent, potentiae energiam non augent. V. LA HIRE mech. pr. 69. — SIGAUD II. §. 323.

357. Si varia corpora in eodem spatio moventur: excessus vis centrifugae, quam quaedam acquirunt, effi-

ciet, ut alia deorsum pellantur, & circa revolutionis axin ordinentur (356). Quo fundamento multi phyci, sed irritò successu, gravitatem explicare voluerunt.

NOLLETUS l. V. s. 2. exp. 4. cum appl. eximie de experimentis egit, quae huc pertinent. De ipsa theoria alibi dicemus.

358. Vis centripeta in circulo aequatur quadrato arcus AP (fig. 31), seu A, dato tempore percurfi, per duplam distantiam (D) a centro virium diviso: vel (340, 24), quadrato velocitatis diviso per eandem duplam distantiam (327. EUCL. 3. VI): i. e.

$$P = \frac{A^2}{2D}; \text{ seu } P = \frac{V^2}{2D}; \text{ hinc } V = \sqrt{P(2D)}; \text{ \& } D = \frac{V^2}{2P}.$$

M. §. 721. 22. 25. 26. & hinc corol. vice §. 738. — Kr. I: §. 185. 198. — S. I. §. 262; & not. 6. p. 647. — St. §. 407. 410. — * NEWTON pr. I. 4 & cir.

359. Propositio 558, collata cum 355 multarum machinarum effectus & rationes explicat. Inter has referuntur

I. Antlia, *Hasfiaca* dicta, seu *suctor rotatilis PAPINI*.

Est machina, quâ aqua, ope vis centralis, ipsi per machinae conversionem communicatae, elevatur. V. descriptio in actis lips. 1689. p. 317; & in recueil de nouv. machines par PAPIN. Ea divinare voluit PAPINUS, suctorem rotatilem a REISELIO Wurtembergi constructum; sed hic longe altus est generis: v. act. Lips. 1689. p. 614. — REISELIUS tamen dein similem suctorem, sed multo magis compositum, in IIa editione syphonis Wurtembergi p. 44 descripsit.

II. Eodem fundamento, sed aliter adhibito, nititur machina ad aquas, vi centrifugâ elevandas, invenit a doct. DEMOURS.

Describitur in machines approuvées par l'acad. t. VI. p. 11; de eâ egit HENNERT math, appl. II. §. 243. 44; qui aliam addidit §. 245. Haec ipsa illa est quam FAHRENHEIT invenit, & perficere conatus fuit S'GRAVESANDE.

III. Cribra, quibus frumenti grana à fordibus liberantur.

De his v. inter alios DU HAMEL traité de la conservation des grains p. 106 seqq.

IV. Ventilator cl. DESAGULIERS ad aërem in cubiculis renovandum.

Delineatur & describitur in phil. transf. n°. 437. vol. 39. p. 41 — 47. additur simul computus velocitatis, qui prop. nostrâ 376 nititur. Describitur etiam in DESAGUL. lect. physicis. t. 3. p. 164 — 172. Est machina fuctori rotatili hasfiaco similima: quaedam de his ventilatoribus profert, iisque HALESI ventilatores merito praefert DU HAMEL, in eximio tractatu cui titulus moyens de conserver la santé aux equipages, p. 101. seqq. Hic liber etiam belgice exstat.

V. Machina Dom. LE BRUN ad diluvium explicandum inventa.

Indicatur leviter a cl. SIGAUD I. p. 511.

860. E propositione 358 multa deducuntur corollaria, e quibus haec attigisse suffecerit.

I. Si $D = d$; erit $P : p = V : v$.

*St. §. 409. Quod est *HUGENII theor. de vi centrif. 3. in opp. posthum. pr. 2.*

II. Si $V = v$; erit $P : p = \frac{1}{D} : \frac{1}{d}$.

*S. I. nota 6. p. 646. — St. §. 408. Est *HUGENII theor. 2. seu prop. 3. in opp. posthum.*

III. Si $V : v = D : d$; erit $P = p$.

*S. I. p. 646. — NEWTON princ. I. 4. cor. 4. — St. §. 396, si $V = v$; $D = d$, — *HUGENII theor. 2.*

361. Vires centrales sunt in ratione directâ massarum & distantiarum mediarum a centro, ac inversâ duplicatâ temporum periodicorum, (355. 358. 348).

$$P : p \equiv \frac{MD}{T^2} : \frac{m d}{t^2}.$$

G. §. 618. 19. — Kr. I. §. 415. — D. V. p. 340. n^o. 4.
* NEWTON I. pr. 4. cor. 2.

* Haec propositio facile a priori, e prop. 74, deduci posset.

362. E propositioe 361 varia deducuntur corolloria.

I. Si $M \equiv m$; erit $P : p \equiv \frac{D}{T^2} : \frac{d}{t^2}$; & $D : d \equiv P T^2 : p t^2$.

G. §. 620. — M. 728. 39. — St. §. 411. 414.

II. Si $P \equiv p$ & $M \equiv m$; erit $V^2 : v^2 \equiv D : d$;

& $T : t \equiv \sqrt{D} : \sqrt{d} \equiv V : v$ (360. III).

M. §. 726. 29. — * NEWTON I. pr. 4. cor. 4. — St. §. 413. —
Est * HUGENII theor. 4.

* Idem obtinet pro pendulis, quae oscillationes conicas faciunt (218); nam ibi $P \equiv p$; $M \equiv m$; i. e. pro ejusmodi pendulis erunt quadrata temporum ut radii, vel (fig. 26*) ut altitudines conorum. Quod est * HUGENII theor. VIII: v. dem. in opp. rel. p. 125; & apud K. p. 205.

III. Si $M \equiv m$ & $T \equiv t$; erit $P : p \equiv D : d$.

G. §. 607. 8. 54. — M. §. 731. — Kr. I. §. 199. —
D. V. §. 7. exp. 13. — St. §. 399. 412. — NEWT. I.
pr. 4. cor. 3. — Est * HUGENII theor. I.

IV. Si $T \equiv t$; erit $P : p \equiv MD : m d$.

G. §. 609. 10. — N. V. §. 2. exp. 5. — St. §. 400.

V. Si $P : p \equiv \frac{1}{D} : \frac{1}{d}$; erit $T : t \equiv D : d$; & $V \equiv v$.

* NEWT. I. pr. 4. cor. 5.

VI. Si $T = t$, & $M : m = \frac{1}{D} : \frac{1}{d}$; erit $P = p$.

G. §. 611. 12. — M. §. 732. — N. V. f. 2. exp. 5. —
Kr. I. §. 199. — D. V. §. 7. exp. 4 — St. §. 401.

363. Si duo corpora, circa commune gravitatis centrum, revolutiones suas peragant: se mutuo retinent, & in eadem ab invicem distantia perstant, ut ut celeriter moveantur. Si vero circa aliud punctum, revolutiones suas peragunt: illud, cujus vis centrifuga major est, alterum abripiet, (155 & 362. VI).

G. §. 613. 14. 15. — N. V. f. 2. exp. 1. — S. I. §. 258. —
D. V. §. 6. exp. 8.

364. Ex eadem propos. 361 sequitur adhuc:

VII. Si $M = m$, $D = d$; esse $P : p = \frac{1}{T^2} : \frac{1}{t^2} = V^2 : v^2$ (348).

G. §. 616. 17. 653. — D. V. §. 7. exp. 15. — M. §. 733. 34.
Kr. I. §. 200. — S. I. nota 6. p. 646. — St. §. 415.

365. Si quadrata temporum periodicorum sunt ut cubi distantiarum mediarum a centro virium: erunt vires centrales in ratione directa massarum, & inversa duplicata distantiarum mediarum a centro virium (361); i. e.

Si $T^2 : t^2 = D^3 : d^3$; erit

$$(A) P : p = \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}; \text{ \& si } M = m:$$

$$(B) P : p = \frac{1}{D^2} : \frac{1}{d^2}$$

Gr. §. 621. 22. 25. — M. 740. — Kr. I. 201. — D. V. §. 9.
n^o. 4. p. 341. — St. §. 416. n^o. 5. §. 417. — * NEWT. I. I.
cor. 6.

366. Si vis centralis, aequae ac gravitas, in singulas corporum moleculas agit: consideratio massae omittenda est; & prop. 365 (B) locum habet, ut ut inaequales sint massae,
G. §. 623. 741.

VI.

DE VIRIBUS CENTRALIBUS PRO
CURVA QUACUNQUE.

367. Quando de curvâ quâcunque yD a Z (fig. 32) agitur: consideratur arcus Da, tempore perparvo descriptus, in cuius tangentem iDT, e centro virium S, demissa concipitur perpendicularis ST, quae *normalis* (N) dicitur, & per quem arcum transire concipitur circulus aDQ, qui eandem curvaturam ac ille arcus Da habet, atque circulus *osculator* vocatur; unde & ejus radius *radius osculi* vocatur (L).
368. Vis centripeta est ut sagitta (ia) arcûs Da, tempore perparvo descripti, directe, & quadrata, tum normalis TS seu N, tum arcus Da vel A, inverse; (329. 76. 327. 337).

$$(A) P = \frac{ia}{TS^2 \times Da} = \frac{ia}{N^2 \cdot A^2}$$

(B) E prop. 76 B, & 327 ac 388, deducitur etiam

$$P = \frac{ia}{SD^2 \times DZ^2}$$

L. C. astr. §. 255. — * NEWTON I. pr. 6. cor. 2. — St. §. 439
si arcus perparvus sumatur, & 438.

369. Vis centripeta est in ratione inversâ duplicatâ normalis, & simplici illius circuli osculatorii chordae, quae per initium descripti arcûs, & centrum virium transit; (368 & EUCL. 36. III).

$$P = \frac{I}{ST^2 \times DR}$$

L. C. astr. §. 256. — * NEWT. I. 6. cor. 3.

370. Hinc est vis centripeta ut quadratum velocitatis directe, & inverse ut memorata chorda, (369. 339).

* NEWT. I. 6. cor. 4.

371. Vis centripeta est, in curvâ quâcunque, ut radius vector (SD), divisus per cubum normalis (ST), & per duplum radium osculi (DC); i. e. (369, & simil. triang. STD & DRV)

$$P = \frac{SD}{\overline{ST}^3 \times 2 CD}$$

L. C. astr. §. 257. — St. §. 442. 43.

* *Propositio haec inventa fuit a JOH. BERNOULLI, & cum cl. LE MOIVRE communicata: mem. de l'acad. 1710. p. 350. Teste autem LE MOIVRE, similem propositionem invenerat NEWTONUS. V. KEILL phil. transf. n°. 317. vol. 26. p. 174: seu lect. phys. p. 585.*

VII.

DE COMPARATIONE VIRIUM CENTRALIUM CUM VI GRAVITATIS.

* In fig. 32 est *Da* arcus percursus; *S* centrum virium;

Di tangens; *C* centrum circuli osculatorii; *ar* est perpendicularis in *DQ*, & *az* parallela *DS*; *HD* (seu *A*) altitudo debita velocitati, quâcum corpus in curvâ movetur. Est *P* vis centralis; Π vis gravitatis.

372. Est vis centralis ad vim gravitatis, ut quater altitudo velocitati debita, multiplicata per recessum corporis a tangente, ad quadratum arcûs perparvi, eodem tempusculo percurfi.

$$P : \pi \doteq 4 HD \times ai : Da^2.$$

Dem: faciendo $DQ \doteq 2 HD$, &, cum velocitates hic sint per hyp. eadem, spatia *Dz* & *DQ*, quae motu uniformi percurruntur, tempore, quo *za* & *DH*, viribus absolvuntur pro temporibus habere licebit (66): & *za* erit spatium vi centrali percursum (327); unde quaeritur (68) tunc spatium, quod corpus, tempore *QD*, vi centrali percurrit, dum *HD* percurrit gravitate: sunt vires ut haec spatia (77).

V. VARIGNON mem. de l'acad. 1706. p. 180 seqq. §. 2, qui hanc formulam variis modis demonstravit: & de integrâ hac comparatione eximie egit.

373. Si corpus in circulo movetur: agit vis centralis, quae ad centrum tendit, aequè in corpus motum, quam in corpus quiescens.

G. §. 649.

374. Si corpus in circulo moveatur ea celeritate, quam acquirit cadendo ab altitudine quâdam *A*: erit vis centralis ad vim gravitatis, uti dupla haec altitudo ad radium, (372, & EUCL. 36. III).

$$P : \pi \doteq 2 A : R; \text{ vel } P \doteq \frac{\pi + 2 A}{R}.$$

Kr. I. §. 192, 3. — *S. I. n. 6.* p. 644. — *L'HOPITAL* mem. de l'acad. 1700. p. 10: qui ex hac propos. omnia theoremata *HUGENII* de vi centrifuga demonstravit.

**Haec propositio demonstrari potest, simili modo ac 372 demonstratur, adhibendo sc. prop. 358.*

375. Si loco π , seu gravitatis, corporis massam M substituamus: erit (374. 72) $P = \frac{2 A \cdot M}{R}$; & vis centrifuga pondere quocunque exprimetur.

L'HOPITAL l. c. p. 16.

376. Ope duarum praeced. propos. computari potest, tum velocitas, quam corpus, in gyrum actum, acquirat; tum proportio, quam acquisita vis centrifuga ad vim gravitatis, seu pondus, tenebit.

1^o. Datis, rotae v. g. diametro, & revolutionum, dato tempore peractarum, numero, noscitur ejus velocitas V : unde

$$(87 C) \text{ erit } A = \frac{V^2}{(250)^2}; \text{ vel data } A, \text{ noscetur } V \text{ (87 B).}$$

2^o. Noscitur (375) proportio, quae datur inter vim centripetam & vim gravitatis: adeoque

3^o. Pressio, quam corpus exerit, tum suo pondere, tum vi centrifuga, quam acquisivit, & quibus, si premat, jam simul premit.

4^o. Si pondus quoddam, vel vis quaecunque, dato ponderi aequalis, ab altera parte agat; ab altera vero corpus vi centrifuga actum: noscitur, utrum aequilibrium inter has vires detur, aut quae alteram excedat, & quantum?

5^o. Cognita (no. 2) proportione, quae datur inter vim centrifugam & vim gravitatis, noscetur simul velocitas, quam corpus vi centrifuga acquisiverit; sc. per prop. 76, quae, huic

scopo accommodata, fit, $V = v \sqrt{\frac{PS}{\pi s}}$; noscuntur autem

s & v per prop. 87 B; & S seu A per no. 1.

377. Si corpus in circulo moveatur velocitate, acquisita cadendo per semiradium: erit vis centralis aequalis vi gravitatis (374) (a); si majori, erit vis centrifuga major gravitate (b).

(a) G. §. 560. 61. — M. §: 736. 7. — Kr. I. §. 194. S. I. nota 6. p. 645. — St. §. 418. 19. — * HUGENS de vi centrif. prop. 5.

(b) Hinc explicatur: cur, si vas, aqua repletum, funi adnectatur, aut circumferentiae circuli imponatur, & sat celeriter vertatur funis vel circulus, fieri possit, ut nec vas decidat, nec gutta aquae e vase effluat? v. D. V. exp. 7. p. 324.

378. Hinc deducitur, quod corpus, sub aequatore positum, moveri debeat decies & septies velocius, quam ipsa tellus supra suum axin, ut acquirat vim centrifugam aequalem gravitati.

Kr. I. §. 195.

* Requiritur, ut innotescant radius telluris: & numerus pedum, quem singulis minutis secundis sua rotatione percurrit.

379. Hinc, si vis centripeta sit aequalis vi gravitatis: erit tempus motus per integram peripheriam, seu tempus periodicum in circulo, ad tempus descensus per semiradium, ut circumferentia circuli ad radium; seu dupla circumferentia ad diametrum, vel ut 628 : 1000 (a), (177. 76). Illud tempus erit duplum temporis unius oscillationis, factae a pendulo, radio aequali (b), (210).

(a) KEILL in dem. theor. 5. HUGENII; cor. 2.

(b) HUGEN. theor. 10.

379* Hinc, si pendulum conicum detur CD, (fig. 26*) & circulus radii AC, (fig. 31) aequalis pendulo CD, sique in hoc circulo vis centrifuga fit aequalis gravitati: oscillatio conica & circulus eodem absolventur tempore (218 & 363. II); unde (379) erit oscillatio conica aequalis duabus oscillationibus lateralibus ejusdem penduli. V. supr. prop. 219.

380. Si motus fiat in circulo: erit (76. n°. 2),

$$(A) P : \pi = \frac{\text{fin. v. arcus percurf. } S}{t^2} : \frac{S}{T^2}; \text{ \& si } T = t, \text{ ac am}$$

bo = 1'' ponantur: erit

$$(B) P : \pi = \text{fin. v. arcus temp. 1'' percurf. } 15625 : (80), \text{ \&}$$

$$(C) \frac{\pi}{P} = \frac{15625}{\text{fin. versf.}}; \text{ unde (per prop. 210)}$$

$$\frac{\pi}{P} = \frac{K^2 l}{2 \text{ fin. v.}}; \text{ i. e.}$$

Vis gravitatis ad vim centralem corporis, in gyrum acti, ut longitudo penduli simplicis, multiplicata per quadratum semicircumferentiae (posito radio = 1), ad duplum sinus versi arcus, quem corpus 1'' percurrit.

ENCYCLOPÉDIE art. force centrale.

$$381. \text{ Generalius erit } \frac{\pi}{P} = \frac{K^2 l T^2}{2 t^2 \text{ fin. v. arc. temp. } t \text{ percurfi}} \text{ (380. A);}$$

quo casu est l longitudo penduli simplicis, tempore T , unam oscillationem facientis.

382. Ope praecedentis propositionis facile noscitur proportio, quae datur, in aequatore terrestri, inter vim gravitatis & vim centrifugam. Quo casu erit

1°. l longitudo penduli simplicis, singulis minutis secundis unam oscillationem peragentis;

2o. T sunt horae temporis medii, dum t sunt horae primi mo-

$$\text{bilis; adeoque } (243) \frac{T^2}{t^2} = \frac{(24h)^2}{(23h. 56'. 4'')^2}$$

3o. arcus, tempore 1" percursus, est 15": hinc, cognito tellu-
ris radio, facile lineis exprimitur hujus arcus sinus versus.
Totus computus logarithmis facillime absolvitur, ac invenie-

$$\text{tur } \frac{\pi}{P} = \frac{289}{I}.$$

* Idem facile e prop. 378. deducitur: & deinceps prop. 443
ex aliis fontibus.

V. ENCYCLOP. art. force centrale. — H. IV. §. 261.

VIII.

DE CURVIS, VI CENTRALI PERCURRENDIS.

383. Si semper eadem ratio datur inter vim centra-
lem & vim tangentialem: corpus, his viribus
actum, in circulo movebitur, cujus centrum
cum centro virium coïncidit, & reciproce.

M. §. 720. — L. C. astr. §. 206.

384. In omni alio casu, curva percursa erit a circulo
diversa.

V. exp. N, V. sect. 2. exp. 6. 7.

385. Mathematici duplex proposuerunt, & solverunt
problema circa vires centrales; alterum *problema*
virium centralium *directum*, quod in eo versatur:
ut, datâ curvâ percursâ, investigemus, secundum
quam legem agat vis, quae corpus, in hac curvâ,

versus datum punctum, seu centrum virium urgeat? Alterum, difficilioris indaginis, dicitur *problema virium centralium inverſum*, & in eo est: ut, data virium centralium lege, quaeramus curvam, quam corpus, his viribus actum, percurrere debeat?

I.

DE PROBLEMATO VIRIUM CENTRALIUM DIRECTO.

386. Variæ exſtant hujus problematis ſolutiones. Scilicet

NEWTONI in princip. L. I. prop. 7—14. — VARIGNON mem. de l'acad. 1700. p. 89. 1701. p. 22. — EULERI MEC. I. §. 718; aliorumque, ut & in curſibus mathematicis.

Caeterum facile ſolvitur per prop. 371, cum in omni curvâ, radius oſculi, radius vector, & normalis, data ſint. — H. I. §. 277—80.

De omnibus curvis, de quibus egerunt mathematici, ea tantum attingemus, quæ ellipſin ſpectant: de reliquis v. ſcriptores citatos, ut & KEILL. phil. tranſ. n^o. 317. vol. 26. p. 174, ſeu ad calcem lectionum, p. 588. 9. — WOLFF II. M. §. 658 ſeqq. — L. C. aſtron. §. 258. 59. 60: & S'GRAV. paſſim. V. etiam St. §. 428. 449—455.

387. Si corpus in ellipſi movetur, & centrum virium in altero foco ſit: erit vis centralis, ut femi axis major AK (fig. 33.) directe, ac bis quadratum femi axeos KB minoris, & quadratum radii vectoris SD inverſe: ſeu eſt, in ratione inverſâ duplicatâ radii vectoris (371, & in eâ, ſubſtituendo valorem radii oſculi ex introd. 67): i. e.

$$P = \frac{AK}{2KB'SD'} = \frac{i}{SD' \times p}; \text{ si } p \text{ sit parameter.}$$

G. §. 657. — W. II. — M. §. 660. — K. ad calcem p. 589. — St. §. 450.

388. Si corpora in ellypsibus moventur: sunt sectores, qui eodem tempore verruntur, in ratione subduplicatâ parametrorum axium majorum (387. intr. 62. 368. 338); & hinc (343*) est area ellypseos in ratione compositâ radicis quadrati parametri axeos majoris, & temporis periodici.

L. C. astr. §. 271. 4. 5. — SIGORGNE inst. Newton. §. 30. 31. 32. — St. §. 455 — 59. — * NEWT. I. 14. cor.

389. Si corpus in ellypsi movetur: est tempus periodicum ut radix quadrata cubi axeos majoris (388. intr. 62; & intr. 68 D).

L. C. astr. §. 276. 7. 8. — SIGORGNE §. 33. 34. — NEWT. I. 15. — St. §. 459.

390. Hinc, cognitis temporibus periodicis, quibus durantibus corpora varias ellypses percurreunt, poterunt proportionales axium majorum determinari (389).

L. C. astr. §. 279. 80.

391. Si corpus in ellypsi movetur, cujus alter focus S (fig. 33) cum centro virium coïncidit: dicuntur majoris axeos extremitates A & L *apsides*; & axis major AL ipse vocatur *linea apsidum*.

M. §. 472.

K.

392. Corpus, in ellypfi motum, habet maximam velocitatem in apside A, qui centro virium est propior: minimam in opposito; adeoque velocitas per alteram dimidiatam ellypsin crescit, per alteram perpetuo minuitur.

393. Hinc, tempus impensum, ut corpus ab uno apside perveniat ad alterum, est dimidium temporis periodici: sed tempus, quod corpus impendit, ut ab uno ellypseos puncto D (fig. 33.) ad alterum, directe oppositum d , perveniat, est brevius, si apsis inferior, i. e. ille, qui centro virium est propior, in hoc tractu positus sit; longius vero, si corpus in hoc tractu per apsidem superiorem transit.

L. C. astr. §. 166.

393*. Si e foco, qui est centrum virium, ducatur circulus YBN (fig. 33), radio SB, aequali femiaxi majori ellypseos (intr. 62); sique corpus in hoc circulo movetur velocitate, quam in minoris axeos extremitatibus habet: absolventur eodem tempore periodico, & circulus, & ellypsis (335. 338. EUCL. 37. I; & introd. 68. B. 335; seu per 389).

G. §. 627. 58. 59. — St. §. 460. — NEWTON I. 15. cor.

394. Si e foco, qui est centrum virium, radio, qui sit media proportionalis inter ambos ellypseos axes, ducatur circulus, cujus proinde area sit areae ellypseos aequalis (intr. 68 C); sique corpus hunc circulum eodem tempore percurrat, ac ellypsin:

erit velocitas angularis vera hujus corporis, in intersectione circuli & ellypseos, aequalis velocitati angulari mediae (338).

L. C. astr. §. 164. 165.

2.

DE PROBLEMATE VIRIUM CENTRALIUM INVERSO.

395. Problema generalissimum hoc est: datâ virium centralium lege, quaecunque sit, invenire trajectoriam, in quâ corpus movetur.

Solutiones exstant apud W. II. — M. §. 665. — H. I. §. 266 — 70. — JOH. BERNOULLI generalissime solvit problema, in mem. de l'acad. 1710. p. 523 — 29: aliam solutionem dedit ibid. p. 531. — VARIGNON solvit, ibid. p. 535. — KEILL phil. trans. n°. 317. vol. 26; seu ad calcem lectionum, p. 607. — EULER M. I. §. 587 seqq. 601 seqq. — † Simplicissime & breviter MALLET schwed. abhandl. T. XL. p. 51.

Soluto problemate generali, ad peculiâres casus fieri potuit gressus. Solvitur v. g. casus hic: si vires sunt in ratione reciproca duplicatâ radii vectoris, determinare trajectoriae, a corpore percursae, aequationem. Hanc ad sectiones conicas pertinere, inventum fuit: v. WOLFF II. — M. §. 669. 70. — H. I. §. 270.

IX.

DE VARIATIONIBUS, QUAE VIRIBUS CENTRALIBUS CONTINGUNT.

396. Quando variatio quaedam contingit, seu vi centrali, seu vi tangentiali, quibus corpus determinatam ellypsin percurrit: mutabitur inde axes magnitudo; mutabuntur & ellypseos dimensiones.

L. C. astr. §. 287 — 93.

K 2

397. Vis tangentialis augmentum, & vis centralis decrementum, ambo majorem ellypseos axin augent; unde & tempus periodicum augetur.

L. C. astr. §. 289. 90. 91. 93.

398. Si variationes in vi tangentiali aut centrali contingant, ac focus, qui centrum est ellypseos, inmutatus manet: necessario & positio ellypseos, et ejus excentricitas mutari intelliguntur; ita ut ellypsis alium situm acquirat, ac circa focum, virium centrum, determinatum angulum faciat.

L. C. astr. §. 293—97.

399. Caeterum de hac variatione, deque mutatione, quae in ellypseos positione inde contingit, optime egit s'GRAVESANDE, ut & NEWTONUS, aliique.

Gr. §. 628—683. De viribus egit NEWTONUS I. prop. 44 seqq. — Generaliorem formulam proposuit VARIGNON, mem. de l'acad. 1705. p. 350; & elegantem solutionem exhibuit JOH. BERNOULLI, com. petrop. tomo X. p. 95.

X.

DE APPLICATIONE VIRIUM CENTRALIUM AD PHAENOMENA QUAEDAM CORPORA RUM COELESTIUM.

I.

BREVIS PHAENOMENORUM ENARRATIO.

400. Sol in centro systematis planetarii ponitur. Circa hunc moventur planetae primarii, una cum suis fatellibus, si quos habent. Planetae in zodiaco, secundum ordinem duodecim signo-

rum, *aries*, *taurus* &c. moventur in planis, ad orbitae terrestris, seu *eclipticae* planum varie inclinatis, eamque, in quavis revolutione bis secantibus. Interfectionis puncta dicuntur *nodi*: *ascendens* est ille, in quo versatur planeta, dum supra eclipticam ascendit; *descendens* alter.

G. §. 3707. II. — WOLFF. III. A. §. 157: 8. 630. V. de his generaliter agentem N. lect. VI. sect. 1. — L. C. §. 33. 34. — De his phaen. omnibus fuse egit LA LANDE abreg. d'astron. passim. — EU. let. 59. 60.

401. Observationibus invenit KEPLERUS (idque perpetuis reliquorum astronomorum observationibus fuit confirmatum): planetas circa solem describere ellypses, in quarum altero foco est sol. Apfis, a sole remotior, dicitur *aphelium*. Quantitas, quâ sol, a centro cujusque orbitae remotus, reperitur, dicitur *orbitae excentricitas*.

G. §. 3696. 3707. — WOLFF. III. A. 633. — L. C. §. 180.

* Quomodo orbitae figura, ex observatâ velocitate angulari (354); axium vero proportionibus ex observatis temporibus periodicis determinari possint (388. 389)? e supra dictis patet.

L. C. astr. §. 170—180. — De motu telluris circa solem, v. G. §. 4135—4151. — W. III. astr. §. 622 seqq.

402. Observationibus invenit KEPLERUS: planetas verrere circa solem areas, temporibus proportionales. Haec lex *prima* KEPLERI lex vocatur.

G. §. 3712. — *W.* III. *A.* §. 634. — *D.* V. §. 38. 40. — *L. C.* §. 118.

403. Observationibus comperit KEPLERUS: esse quadrata temporum periodicorum, uti sunt distantiarum mediarum a sole cubi. Haec lex dicitur *secunda KEPLERI lex.*

G. §. 3747. — *W.* III. *A.* §. 799. 80. — *S. I.* not. p. 648. — *L. C.* §. 279.

404. Planetae secundarii, circa suos primarios, easdem sequuntur leges, ac primarii circa solem.

G. §. 3737—40. — *W.* III. *A.* §. 822. 885. — *L. C.* §. 993.

405. Imo cometae, in suis trajectoriis ellipticis admodum elongatis, iisdem legibus subjiciuntur.

G. §. 3753. 4. — *D.* V. §. 45. n. 10. — *W.* III. *A.* §. 1165 *seqq.* — *L. C.* §. 298 *seqq.* — 309.

406. Quaedam systematis nostri planetarii corpora circa axin suum revolutiones peragunt: in reliquis talis motus rotatorius nondum fuit observatus. Sed, tum ob analogiam, tum ob causam, e qua haec rotatio verosimiliter oritur, conjicere licet: planetas omnes simili revolutione supra axin agitari.

G. §. 3718. 19. — *L. C.* §. 25. 26.

407. Observationibus compertum est: Jovem habere figuram, in polis complanatam. Complanationis quantitas est pars decima quarta axeos majoris hujus planetae.

G. §. 4313. — L. C. §. 767.

408. Observationibus constat: planetarum primariorum, tum aphelia, tum nodos, non quiescere, sed lentissimum motum habere, directum aphelia, retrogradum nodos; pro lunâ vero sunt hi motus celeriores. *Apogaeum* tempore fere novem annorum, seu curatius, octo annorum *communium*, 311 d. 8h. 3', circum absolvit motu directo; *nodi* vero, motu retrogrado, tempore 18 ann. comm. & 228 d. ad idem punctum redeunt.

G. §. 3696—3143. — L. C. §. 757. 1013. §. 654. §. 1019.

409. Observationibus constat: intersectiones aequatoris terrestris cum eclipticâ, seu puncta aequinoctialia, non semper eadem respicere coeli loca, sed quotannis videri motum retrogradum 50" circiter habere; unde aequinoctia quotannis eadem quantitate praecedunt. Hic motus apparens *praecessio aequinoctiorum* dicitur, & tempore 25,972 annorum absolvitur.

G. §. 4016—4023. — L. C. — §. 698.

410. Obliquitas eclipticae constans non est, sed tractu temporis minuitur: unde distantiae omnium stellarum ab eclipticâ, i. e. ipsarum *latitudines* mutantur.

L. C. astr. §. 455. 1079.

411. In stellis fixis, motus quidam apparens 9" observatur, cujus periodus tempore 18 annorum absolvitur. Hic motus *nutatio* axeos telluris dicitur.

L. C. astr. §. 1081.

2.

DE VI, QUAE PLANETAS IN SUIS
ORBITIS RETINET.

412. Ex ipsis observationibus, cum theoriâ collatis, sequitur: planetas in suis orbitis retineri vi, quae, pro planetis primariis, in solem; pro secundariis vero, in primarios, circa quos revolvuntur, tendit (402-406: 336).

G. §. 4054. 55.

413. Ex observationibus, cum theoriâ collatis, sequitur: vim, quae planetas in suis orbitis retinet, esse in ratione inversâ duplicatâ distantiarum a sole; vel a planetâ primario, si de secundariis fermo fit (403 & 365; aut 401 & 387).

G. §. 4071-77. — St. 416. N°. V. 417.

414. Idem pro cometis obtinet, quae in ellypsibus, admodum elongatis, moventur (403 & 365: aut 401 & 387).

415. Vis, quae omnes, singulosque planetas, cometasque circa solem retinet, ut & illa, quae satellites retinet circa planetas primarios, una est, eademque (413. 414).

3:

COMPARATIO VIS, QUAE PLANETAS RETINET,
CUM GRAVITATE.

416. Vis, quae planetas in suis orbitis retinet, est, aequae ac gravitas, vis uniformiter accelerata (327. 358. 78).

417. Vis, quae lunam in suâ orbitâ circa tellurem retinet, eadem est ac vis gravitatis.

Computando (358) spatium IP (fig. 31), quod luna, tempore 1" percurrit, & inde deducendo (413) spatium, quod eodem tempore percurret, si in superficie telluris versaretur: hoc idem esse ac illud, quod corpora, gravitatis vi lata, percurreunt (80); reperitur.

G. §. 4077—4081. — M. §. 741. — S. I. note 5. p. 639. — D. V. §. 42. — N. 8. p. 396. — Paulo aliter St. §. 418—423. — L. C. §. 1025—1030. — LA LANDE §. 1013. — EU. lett. 51.

418. Vis gravitatis agit in ratione inversâ duplicatâ a centro virium (417. 413).

419. Vis, quae planetas omnes, tum primarios, tum secundarios, cometasque, in suis orbitis retinet, eadem est, & eâdem lege agit ac vis gravitatis (418. 413). Hinc in singulas moleculas aequaliter (I. 22. II. 82), & aequae agit in omnia corpora, quaecunque sint earum massae: adeoque & planetae omnes, cometaeque in

solem gravitant; satellites vero in planetas primarios & in solem; i. e. ab iis trahuntur. Hoc systema, *systema gravitationis universalis* dicitur, & NEWTONO debetur.

St. V. §. 429. — L. C. §. 1185. — *Omnia phaenomena brevem in summam collegit* LA LANDE §. 999. — EU. let. 51 & seqq. 58.

420. Gravitas (g), in planetae cujusdam primarii superficie, est ut gravitas (G) satelitidis, planetam primarium cingentis, in hunc ipsum, multiplicata per quadratum distantiae mediae (D) ejusdem satelitidis, & divisa per quadratum semidiametri (R) ipsius planetae primarii (413. 18): vel, ut cubus distantiae mediae satelitidis, divisa per quadratum ipsius temporis periodici (T), & quadratum semidiametri planetae primarii (362); i. e.

$$g = \frac{GD^2}{R^2}; \text{ aut } g = \frac{D^3}{T^2 \cdot R^2}$$

M. §. 743. — Kr. I. §. 201.

* Facile patet: solem hic pro planeta primario haberi posse; planetas vero primarios pro ejus satellitibus.

421. Hac methodo gravitates in superficie solis, telluris, jovis, & saturni, relate ad se invicem, innotescunt: unde, cognito numero pedum, quos corpus primo sui lapsus minuto secundo, in superficie telluris percurrit (80), computari potest, quot pedes eodem tempore in superficie solis, jovis, & saturni percurreret (76. 2°)?

422. Massae duorum planetarum sunt ut ipsorum vires

attrahentes in corpora, ad easdem distantias, circa ipsos mota.

Kr. I. §. 201. *i. f.*

423. Massae (M) planetarum sunt uti cubi distantiarum mediarum (d, δ) a satellitibus, ipsos cingentibus; & in ratione inversâ duplicatâ temporum periodico- rum eorundem satellitum (422. 362. 413): i. e.

$$M : m \equiv \frac{d^3}{t^2} : \frac{\delta^3}{\theta^2}$$

G. §. 4153. — H. V. §. 424. — Kr. I. §. 201. — LA LANDE §. 1013. 1022.

424. Hoc modo massae solis, jovis, saturni, respectu telluris inveniuntur.

425. Gravitas, in superficie planetae, est ut massa, divisa per quadratum semidiametri planetae (420. 423): i. e.

$$g = \frac{M}{r^2}$$

G. §. 4087. 4165 *seqq.*

426. Hinc sequitur, actionem corporis sphaerici in particulam, in ejus superficie collocatam, eandem esse, ac si totum corpus in unum punctum in centro redigeretur, & particula a centro, intervallo, ipsius corporis radio aequali, distaret (425).

426*. Hinc cognitâ massa & diametro planetae, facile computatur (45): quot pedes corpora, in hoc primo sui lapsus minuto secundo, percurret, si id semel pro uno planetâ, ut tellure, fuerit notum?

LA LANDE §. 1024.

427. Densitas alicujus planetae est ut cubus distantiae mediae satellitis, circa ipsum moti, divisus per quadratum temporis periodici ipsius satellitis, & cubum semidiametri planetae (I. 53 & 423): seu, ut gravitas, in superficie planetae, divisa per ipsius semidiametrum, (I. 53; & 425); i. e.

$$\text{Densitas} = \frac{D^3}{t^2 \cdot r^3}; \text{ aut } = \frac{g}{r}$$

G. §. 4084 — 88. 4175. — Kr. I. §. 201. — LA LANDE §. 1022.

428. Hac methodo densitates telluris, jovis, saturni, respectu densitatis solis, fuerunt computatae. Illae mercurii, veneris, & martis non innotescunt, ideo, quod hi planetae satellitibus sunt destituti. Si vero analogiâ uti liceat, probalitate haud caret: horum densitates, secundum eandem legem, componi, quae in reliquis planetis locum habere videtur; sc. densitates esse radicibus motus medii proportionales.

G. §. 4068 — 73. — LA LANDE §. 1023.

429. Densitas lunae eadem methodo (427) determinari nequit: sed ad hanc determinandam, methodo indirectâ utuntur astronomi; illamque e vi, quâ luna aquas marinas elevat, deducunt (484).

G. §. 4504 — 4511. — LA LANDE §. 1025. 6. 7.

4.

DE PLANETARUM FIGURA.

430. In planetis, qui motum rotatorium supra axiâ

habent, agitantur omnes particulae vi centrifugâ, cujus directio est ad axin rotationis normalis, & quae maxima est in aequatore: unde perpetuo minuitur, & minima est in polis, ubi nulla.

G. §. 4310.

431. Vis centrifuga in aequatore alicujus planetae, est ad vim gravitatis in eodem, ut cubus semidiametri (r) planetae, multiplicatus per quadratum temporis periodici (t), planetam cingentis, ad cubum distantiae mediae (d) ipsius satellitis, multiplicatum per quadratum temporis (Θ) revolutionis planetae circa axin (362. 420): i. e.

$$Vis\ centrif. : vim\ grav. = r^3 \cdot t^2 : d^3 \Theta^2.$$

M. §. 745. — Kr. §. 201.

432. Hac methodo, pro sole, tellure, jove, computata fuit proportio vis centrifugae ad vim gravitatis, quae in ipsorum aequatoribus locum habet.

433. Pro tellure est vis centrifuga in aequatore, ad vim gravitatis uti 1 : 289 circiter (431): quod jam supra (382) ex aliis fontibus fuit deductum.

M. §. 746. — St. §. 423.

* Pro hoc casu tempus T , rotationis telluris est fere 23 h. 56'. (243). — LA LANDE §. 1009. utitur ad exprimendam vim gravit. prop. nostrâ 80 & 327. i. e. sagittâ arcus, quem aequatoris punctum 1" percurrit, quod cum prop. 380 C. coïncidit. — HUGENIUS, qui primus hoc invenit, aliter processit: adhibuit sc. prop. nostram 379 b. Computavit ergo tempus duarum oscillationum penduli, radio telluris aequalis, illudque 17 majus esse velocitate telluris comperiit: unde deduxit (360. I), esse vim gravitatis 289es ($= 17 \times 17$) majorem vi centrifugâ in aequatore. V. diss. de caus. grav. in opp. reliq. p. 108 — 112.)

434. Vis centrifuga, in singulis locis, gravitatem minuit, sed inaequaliter: & est decrementum, quod gravitas, in variis locis, a vi centrifugâ patitur, ad illud, quod in aequatore experitur, uti quadratum cosinus latitudinis ad quadratum radii (44. intr. 18. 362. n°. 3. fig. 34).

G. §. 4395. — H. IV. §. 251. — LA LANDE §. 459. — Modum, illam vim centrifugam directe in singulis locis explorandi, proposuit cl. POLENI adhibendo oscillationes penduli, tum in directione meridiani, tum in alia, huic perpendiculari, moti: an vero sufficiens? dubito v. phil. transf. n°. 468. vol. 42. p. 299.

435. Hinc noscitur, quid ob incrementum, vel decrementum vis centrifugae a longitudinibus pendulorum, sit demendum, iisve addendum, ubi e loco in locum transferantur, ut ad illam reducantur longitudinem, quam haberent, si tellus quiesceret (249)? & inde intelligitur tabula, quae apud MUSSCHENBROEKIUM §. 333. reperitur.

LA LANDE §. IOII.

436. Hinc etiam noscitur (76): quid spatium (80), quod corpus primo sui lapsus minuto secundo percurrit, addendum sit, ut ad spatium *primitivum* reducatur? i. e. ad illud quod corpus percurreret, si tellus quiesceret.

St. §. 424. 25.

437. Cognito spatium, quod corpus revera primo sui lapsus minuto secundo percurrit, & decremento, quod huic spatium ob actionem vis centrifugae oboritur: determinari potest proportio vis gravitatis ad vim centrifugam in aequatore.

BOUGUER fig. de la terre. p. 245.

438. Si planetae vel nunc constant, vel olim constiterint e materiâ, quae virium impressarum actionibus parere potuit: is erit vis centrifugae, quam motu rotatorio supra axin (430) acquirunt, effectus, ut figura sphaerica, *si talem habuerint*, in sphaeroideam, in polis complanatam, in aequatore elevatam, mutetur.

G. §. 4306—4313. — *Elegans experimentum apud D. V. exp. 25. p. 456.*

Dico, si talem habuerint: nam si in initio fuerit illa figura sphaeroidea oblongata, haec vi centrifugâ complanabitur quidem, sed forte non ita, ut aut sphaera aut sphaerois complanata oriatur.
V. MAIRAN MÈM. de l'acad. 1720. p. 248 seqq.

439. Planetas figuram habere in polis complanatam, directis observationibus confirmatur pro jove (407); ut & pro tellure, tum experimentis, pendulorum ope institutis, ut supra (258) dictum, tum mensuris actu institutis, de quibus mox (445)-

440. Omnes columnae, in quas figura alicujus planetae, mente divisa, concipi potest, sunt in aequilibrio: & pondera particularum, eodem ordine, in his sumtarum, sunt in ratione inversâ longitudinis columnarum.

441. Si tellus habet figuram sphaeroideam, ut habet: (439) erit gravitas major in polis, quam in aequatore; &, ob ipsam hanc figuram, (sepositâ etiam vi centrifugâ) increfcet gravitas ab aequatore ad polos. Si porro, figura telluris sit elliptica, parum a circulari diversa: erunt gravitatis incrementa in

ratione duplicatâ sinuum latitudinis (440. intr. 68;

A. Similit. $\triangle DGM \& EMC$, ac 47. EUCL. I. (fig. 35).

G. §. 4397. — H. IV. §. 252. — * NEWTON princip. lib. III. p. 120. & comment cl. LE SEUR ad hunc locum. — * FRISI cosmogr. II. p. 128. 131. 138: & quae diximus prop. 259.

442. Hinc noscitur, quid ob gravitatis incrementum, singulis in locis, pendulorum longitudini sit addendum, si ab aequatore ad polos accedamus; aut ab iis sit demendum, si a polis ad aequatorem progrediamur: & intelligitur fundamentum tabularum a NEWTONO, aliisque constructarum.

* NEWTON II. pr. 20.

443. Si tellus figuram sphaeroideam habet: gradus meridiani, i. e. arcus meridiani, comprehensi inter duas perpendiculares, quae angulum unius gradus constituunt, non ubique eandem habebunt magnitudinem; sed majores erunt versus polos, quam versus aequatorem, & reciproce (fig. 38).

G. §. 4327—33. — H. IV. §. 257—61.

444. Mensuris actu institutis constat, continere gradum unum meridiani

in circulo polari 57,422 hexap. gal. diff.

Parisiis ————— 57,072. ————— [350]:

In aequatore ————— 56,750. ————— [322].

445. Mensurae actu institutae probant, tellurem figuram sphaeroideam habere, (444. 443).

SIGORGNE §. 117—123.

446. Figura telluris determinari potest, cognita ratione inter vim centrifugam & gravitatem in aequatore; quam methodum adhibuit HUGENIUS.

HUG. addit. ad dissert. de causâ gravit. in opp. reliquis p. 119 seqq. — MAUPERTUIS figure des aires; prop. 2 & 3 ad calcem operis.

447. Figura telluris etiam determinatur, cognita longitudine duorum meridiani graduum.

Solvit hoc problema MAUPERTUIS, traité de la fig. de la terre, cap. 9. p. 147 seqq. — FRISI cosmogr. tom. 2. lib. 2. prob. 1 & 2. capit. 1. — † KLINGENSTIERNA Zwed. abhand. VI. p. 139.

448. Determinatur etiam, cognita longitudine penduli simplicis in duobus locis, ut supra fuit dictum (259).

Clar. MALLET praecipuas observationes inter se comparavit, & ex his deduxit: esse proportionem axium uti 199 : 200; quod cum medio e mensuris convenit, Schwed. abhandl. XXIX. p. 168 seqq. 206 seqq.

449. NEWTONUS, in determinanda figurâ telluris, adhibuit insuper considerationem mutuae attractionis, quam omnes particulae in se invicem exerunt.

* NEWTON lib. III. prop. 20.

450. Secundum HUGENIUM est axis telluris major ad minorem, uti — — — — 579 : 578.

Secundum NEWTONUM e theoriâ — 230 : 229.

Secundum mensuram in Peru institutam — — — — 304 : 303.

Secundum mensuram in Lapponiâ institutam — — — — 210 : 209.

Secundum medium e mensuris, & e pendulis (448) — — — — 199 : 200.

451. Cum mensurae nec inter se, nec cum theoriâ convenient, efficiendum est: aut telluris figuram non esse ellypsin regularem; aut tellurem interne maxime heterogeneam esse; aut, varias, easque potentissimas, causas physicas figuram mutasse, quam tellus in initio acquisiverat.

De observationum collatione, omnibusque, quae ad figuram telluris determinandam jam peracta fuerunt, & praestanda supersunt, egregie egit D'ALEMBERT in encyclopedie, voce figure de la terre: de priori etiam pereximie disseruit FRISI, cosmogr. t. 2. p. 83—115. Dubitandum vix videtur, quin montium attractio in observationes, in Stiriae, ac Gratziae montibus institutas, forte etiam in Americanas, influxerit. Ceterum, quin ipsa tellus heterogenea sit, vix dubium est: aliaeque causae efficere potuerunt, ut irregularitates in ipsius figurâ dentur. Vid. BUFFON hist. nat. t. 1. p. 321. ed. in 12.

* Mensuris recentissimis constat, esse semidiametrum telluris in aequatore 2874¹ leuc. seu 6562024.) hexap-
femiixin — — — 2858² — — — 6525376.) gal.
Unde semidiameter medius ——— 2866.4. hexap-
adeoque excessus in aequatore)
defectus, seu depressio in polis) 8 leuc. = 18264. hexap-

5.

DE SYSTEMATE GRAVITATIONIS UNIVERSALIS.

452. Proprie loquendo, sol non stat immotus in centro systematis nostri planetarii; sed a singulis planetis, ratione virium ipsorum, retrahitur: hinc, & ab omnibus, simul agentibus; idque magis

minusve, prout ad eandem, vel ad oppositas partes trahunt. Sol circa commune totius systematis centrum gravitatis movetur, quod ipsum tamen non constanter in eodem loco est.

G. §. 4182—5.

453. Planetæ se mutuo attrahunt, seque in motu suo turbant, eoque magis, quo majorem habent massam, & sibi propiores sunt. Perturbationes, quas jupiter & saturnus in se, suosque satellites exserunt, sunt admodum sensibiles; effectus veneris in tellurem etiam conspiciuntur.

G. §. 4055 seqq. — §. 4068. — §. 4187—4199. — L. C. §. 857—865. — LA LANDE §. 1037—1052. — SIGORNE inst. New. §. 76—86. — EU. let. 58. 61.

454. Quando cometæ in nostrum systema planetarium descendunt, neque longe a majoribus planetis transeunt, ab his attrahuntur; unde ipsorum motus turbantur, & fieri potest, ut ejusdem cometæ tempus periodicum sit, pro vario horum planetarum situ, in unâ revolutione longius, quam in aliâ proxime præcedenti fuerat, aut in sequenti erit: quemadmodum id in cometâ, qui annis 1682 & 1759 apparuit, locum habere compertum est.

L. C. §. 865. — *Breviter hæc narrantur apud LA LANDE abrég. d'astron. §. 910 seqq. præcipue 920. 21. — Rem fuse tractavit CLAIRAUT in theorie des cometes, & post ipsum alii. — MESSIER phil. transf. vol. 56. p. 244. — † FOUCHY hist. de l'acad. 1759. p. 119. seqq. — † WARGENTIN Schwed. abhandl. XXII. 3.*

455. Ab hac mutuâ attractione, oriuntur motus, qui in planetarum nodis & apheliis observantur, ut & obliquitatis eclipticæ imminutio.

G. §. 4199—4204. — L. C. §. 293. 1079. — LA LANDE §. 1056—1064.

456. Ab actione, quam exferit luna in complanatam sphaeroideam telluris figuram, oritur *aequinoctiorum praecessio* (409).

G. §. 4450—55. — L. C. §. 1075 *seqq.* — LA LANDE §. 1065—1067. — SIGORGNE §. 123—124.

457. Ab eadem actione lunae, in hanc complanatam figuram, cum motu apogaei lunaris combinatâ (411), oritur *nutatio*, quae in axi telluris observatur (411).

L. C. §. 1081. 2. — LA LANDE §. 1067—1074. — SIGORGNE §. 125.

458. Eo jam pervenerunt mathematici, ut harum attractionum, atque irregularitatum, quae ex his oriuntur, magnitudines, computationibus subjecerint: sed hae sunt subtilissimae, difficillimae, ingentem requirunt laborem, & maximam in sublimioribus calculis exercitationem.

459. E combinatâ telluris & solis actione oriuntur maximae inaequalitates, quae singulis mensibus in motu lunae observantur.

G. §. 210 *seqq.* — L. C. §. 1010—1070. — LA LANDE §. 1052—1056. — SIGORGNE §. 86—117.

460. Ex eadem attractione oritur celerior apogaei lunaris, & nodorum lunae motus.

L. C. §. 1063.

6.

DE AESTU MARIS.

461. Actionis potentissimae, quam luna in tellurem exferit, exemplum habemus egregium in phaenomenis *aestus & recessus maris*, quae maximam in partem, ab actione lunae in aquas marinas

pendent: partim etiam ab actione solis cum illa lunae combinatâ; & quae denique multis in locis a circumstantiis localibus maxime mutantur.

De his phaenomenis egregie egerunt NEWTON lib. III. pr. 24, & post ipsum, EULER, MACLAURIN & BERNOULLI in praemiferis hac de re dissertationibus, quae etiam in commentariis ad hunc NEWTONI locum sunt insertae. Cum autem haec non ad physicam integre pertineant omnia, ea tantum seligemus, quae physico sufficere posse videbuntur: de reliquis, laudati scriptores consulantur, ut & qui omnia, recentissima etiam collegerunt, I.A. LANDE astron. t. 3 & 4: & VAN DE WYNPERSE diff. de aestu maris 1780. Nos brevitati tantum, & perspicuitati studentes, primum causas, dein phaenomena, eorumque explicationem exhibebimus, imprimis doct. STAPERT in dissert. de aestu maris (Leidae 1765), fecit, qui praecipua, singulari, & solito sibi acumine, tractavit.

a. PRINCIPIA, E QUIBUS PHAENOMENA PENDENT, HAEC SUNT.

463. I. Particula A (fig. 36), lunae S directe opposita, trahitur vi, quae est ut $\frac{1}{AS^2}$ (365): centrum telluris vi, quae est ut $\frac{1}{TS^2}$. Hinc gravitas minuitur (cum TS & AS parum differant), vi, quae est (intr. 46 B) ad gravitatem uti AC:TS.

(B) Unde imminutio ipsa = grav. $\left(\frac{AS}{TS} \right) = \frac{M.AC}{TS}$ (365).

Similiter imminutio in C exprimitur.

STAP. §. 44.

464. II. Motus, quo particula D agitatur, resolvitur in DT & TS. Vi DT gravitas augetur

augmento, quod est $\frac{M \cdot AT}{TS^3}$ (365), dimidium imminutionis (463).

STAP. §. 44.

465. Pro particulis d aut δ , vis δS aut dS , duplici resolutione, in $\delta\gamma$, γT & γa resolvitur.

$$(A) \text{ Vis imminuens } \delta\gamma = \frac{\delta\alpha^2}{\delta T} = \frac{\text{cofin. } AT\delta}{\delta T}$$

$$(B) \text{ Visaugens } \gamma T = \frac{\alpha T^2}{\delta T} = \frac{\text{fin. } AT\delta}{\delta T}$$

(C) Unde augmentum verum pro quovis situ computabitur.

Ergo (ob §. 464) nec augmentum, nec imminutio, si $\alpha T^2 = 2\delta\alpha^2$, feu si angulus $STd = 54^\circ 44'$; $DTd = 35^\circ 16'$; ultra hoc punctum augmentum, infra imminutio gravitatis obtinet.

(D) Vis per $B\delta$, in directione tangentis, motum versus partem, in qua luna est, conciliat.

STAP. §. 47. 48. — De §. 463, 64, 65. v. Gr. §. 4218—4252. — SIGORGNE §. 89—95.

466. Unde aqua in sphaeroidem $abcd$ (fig. 37) formabitur, in qua erit (introd. 68 A) $Aa : Qh = TA : KI$; & hinc, cum parum illa sphaerois a circulo differat, erit (EUCL. 45.

$$\text{III) } Aa : Qh = 1 : \text{cos. } ATh. \text{ Unde } Qh = Aa (\text{cos. } ATh)^2$$

differentiae semiaxium, multiplicatae per quadratum *cosinus* distantiae lunae a zenith loci, de quo agitur; si scil. ponatur locus in L, luna in l, per quam apex sphaeroidis transit.

LA LANDE abr. d'astr. §. 1086.

467. Vires, quibus sol aquas attrahit, simili modo determinantur; & propositiones 463 — 67 eadem manent legendo *sol*, loco *luna*. Unde & his aquis forma sphaeroidea conciliabitur, cujus axis major, vel apex, per solem transibit.

468. Solis vis, in situ maxime lucroso, TS (fig. 36), erit, (positâ

AC = 1, & substituto valore ipsius TS) pars $\frac{19568500}{I}$ gravitatis (643 B). Hinc gravitatis augmentum in D (464) erit, $\frac{39136000}{I}$ gravit.

Vi centrifugâ elevatur tellus in aequatore (451) 18264 hexap. Vis centrifuga est pars $\frac{I}{289}$ gravitatis (433): unde vis solis in aequatore aquas elevabit 19. 4 poll.

Gr. §. 1083. 84. — SIGORGNE §. 146. — LA LANDE §. 1083. 4. — STAPERT §. 45. — LULOFS beschouwing des aardkloots §. 307. 8. 9.

Vis lunae hac methodo determinari nequit, cum ejus massa a priori non innotescat.

469. Sol denique agit in lunam ipsam, aequè ac in aquas. Unde, quaecunque de aquis, in punctis A, B, δ positis, diximus, de lunâ, ibidem existente, dicenda veniunt; & insuper, quod (465 D), si luna a quadraturâ B ad syzygiam A accedat, ejus motus per vim δ B acceleretur, retardetur contra, ubi a syzygiâ ad quadraturam pergat.

L 4

470. Hae omnes, tum lunae, tum solis, actiones, cum ipforum distantias a tellure minuuntur; & quidem hîc in ratione cuborum inversâ (463 B): sunt autem cubi distantiarum in apogaeo & perigaeo, pro sole uti 1.06; pro lunâ uti 1.5 : 1.

LA LANDE §. 1091. — STAP. §. 56. — LULOFS §. 300.

471. His causis addi debet, (A) motus telluris diurnus supra axin; (B) motus lunae in suâ orbitâ circa tellurem; (C) & telluris circa solem; denique (D) inertia aquarum, quâ fit, ut tempore indigeat ad motum, quem vires quaecunque ipsi conciliare nituntur, accipiendum; cumque, quem semel accepit, derelinquendum, licet causae amplius non agant.

472. E motu rotatorio telluris supra axin fit, ut continuo apex sphaeroidis loco mutetur: bis vero de die in eodem loco fit.

473. E motu lunae in suâ orbitâ fit, ut ille apex quotidie, eâdem horâ, in eodem loco non reperiat: sed tantum retardetur, quantum appulsus lunae ad loci meridianum.

474. E motûs lunae, atque telluris combinatione fit:

1. Ut apex utriusque sphaeroidis, quam luna atque sol formare *conantur*, in syzygiis idem sit; adeoque ut sphaerois tunc maxime elongetur.

2. Ut in quadraturis, sol apicem sphaeroidis ibi formare conetur, ubi luna axin minorem constituit; axin vero minorem, ubi luna majorem format. Un-

de sphaerois tunc omnium minime a circulo differet.

3°. Ut singulis diebus, inter quadraturas & syzygias mediis, apex sphaeroidis nec lunam nec solem respiciat, sed oecum medium, tanto lunae propiorum, quanto actio lunae fortior est illâ solis; sc. ut 3 : 1. (v. §. 484): & ut ille apex diversimode loco mutetur, prout solis & lunae motus inter se componuntur.

STAP. §. 49.

6. DE PHAENOMENIS, EORUMQUE

EXPLICATIONE.

475. Phaenomena aestûs marini, merito in diurna, menstrua, & annua dividuntur: eaque, quae a causis generalibus pendent, a vario riparum, locorumque situ, ut & a vento varie modificantur, vel tum etiam, quando regularitas remanet.

De phaenomenis, v. praeter citatos scriptores, VARENIUM in geogr. generali lib. I. cap. 14.

DE PHAENOMENIS DIURNIS.

476. *E §. 466 explicatur: cur in genere, dum aquae elatiores sunt in locis quibusdam, depressiores sint in illis, quae 90. gr. & 270. gr. ab his distant; elatiores iterum in locis, quae 180. gr. ab ipsis sita sunt: & §. 476, cum*

aqua bis de die elevetur, bis de die deprimatur, intervallis, quae 6 horis a se differunt.

Quod est *primum phaenomenon*.

Gr. §. 4459. 61. 64. — D. V. §. 53. 58. — SIGORGNE §. 127. 128. — STAP. §. 50. — LULOFS §. 291. 2. — EU. lett. 62 — 67.

477. *E* §. 474 *explicatur*: cur memorata periodus (476) motum diurnum lunae sequatur, i. e. sumto numero medio, tempore $24^h. 34'$ absolvatur; adeoque, cur, hora altissimi & depressissimi maris quotidie retardetur $48'$ fere, sumto numero medio. Quod est *secundum phaenomenon*.

LA LANDE §. 1074. — STAPERT §. 5. — D. V. §. 58. — EU. l. c.

478. *Ex aquarum inertia* (471 D) & earum motu versus lunam (476) *explicatur*: cur aquae (si luna sola consideretur, aut in syzygiis cum sole) non sint altissimae in meridiano, in quo luna versatur, ut fieri deberet (466), sed in loco 35° fere a lunâ distante; seu tribus ferme horis, postquam luna per locum, in quo altissimae sunt, transierit. Quod est *tertium phaenomenon*.

G. §. 4466. — LA LANDE §. 1081. — STAPERT §. 4. 51. — LULOFS §. 293. — EU. lett. 67.

479. *E* §. 464 & 465 *liquet*: cur tempus intumescen-
tiae, seu fluxûs, brevius sit tempore detumescen-

tiae, seu refluxus. Quod est *quartum phaenomenon*.

STAPERT §. 4 & 51.

480. E §. 466 & 463 *explicatur: cur aestus major sit in locis lunae obversis, quam in iis, quae e diametro sunt opposita; & in genere pro locis, quorum zenith lunae vel soli est propius. Quod est quintum phaenomenon.*

Gr. §. 4467. — SIGORGNE §. 144. — LA LANDE §. 1088.

481. Haec phaenomena, ut ut generalia, non obtinent ubivis; nam, 1°. e §. 466 & 463, & ex eo, quod luna nunquam ad 35 gr. ultra aequatorem perveniat, *explicatur: cur in polis, nullus sit aestus; & ille ultra 65 latitud. gradum parum sensibilis sit. Quod est sextum phaenomenon.*

SIGORGNE §. 129. — STAPERT §. 13. 50. in nota 57. — LULOFS §. 293.

482. 2°. Haec phaenomena non obtinent, nisi in amplioribus maribus, quorum aquae viribus agentibus parere possunt: in angustioribus, in lacubus, cet. aestus nullus, aut parvus datur.

LA LANDE §. 1093. — SIGORGNE §. 145. — STAP. §. 63. — LULOFS §. 315.

Imo, cum, in amplioribus maribus, aqua in unâ ripâ adscendere nequeat, quin in alterâ descendat, fieri potest, ut in medio mari nulla aquae intumescencia detur. Quae conficiunt septimum phaenomenon.

SIGORGNE §. 145. p. 220. — §. 58.

483. Ripae, sinus, locorumque dispositio efficiunt, ut in

locis vicinis phaenomena, quae eadem esse debere viderentur, similia non sint, licet ceterum in singulis regularia sint: influunt scil. haec

1°. In magnitudinem aestûs, quae in sinibus saepe multo major est, imo aliquando 45 pedum, dum alibi, 3 pedum sint, & in genere 8, 9, 10. pedum.

Gr. §. 4500. — D. V. §. 59. i. f. — STAP. §. 20. 14. — LA LANDE §. 1084.

2°. In horam, qua fluxus contingit.

G. §. 4485. — STAP. §. 18 & 62. — LULOFS §. 316.

3°. In durationem fluxûs.

STAP. §. 19. — LULOFS §. 317.

4°. In velocitatem fluxûs.

STAP. §. 21.

5°. In directionem fluxûs.

STAP. §. 23.

Quae omnia octavum phaenomenon constituent.

DE PHAENOMENIS MENSTRUIS.

484. *E* §. 475 explicatur: cur aestus major sit tempore novilunii & plenilunii, seu in syzygiis, quam in quadraturis. Quod est nonum phaenomenon.

Gr. §. 4474. — D. V. §. 59. — STAP. §. 54. — LULOFS §. 296. — SIGOR. §. 132. — EU. lect. 67.

Imo exinde vis *lunae* ratione solis deducitur: nam in *fyzygiis* pendet aquarum elevatio a summâ; in *quadraturis* vero a differentiâ virium solaris, & *lunaris*. Unde, cognitâ vi solis (458), innotescit vis *lunae*, quae invenitur, $2\frac{1}{2}$ aut triplo major illâ solis.

Gr. §. 4486—4590. — LA LANDE §. 1090. — STAP. §. 46. — LULOFS §. 311. 12.

Hac autem vi cognitâ, computando, quaenam foret eadem, si luna in solis distantia poneretur, innotescit massa *lunae*, respectu massae solis, hinc & *telluris*; hinc & *lunae* densitas, (§. 428. 29).

485. *Ex inertia aquarum* (471 D) explicatur: cur phaenomenon praecedens (484) non ipso *fyzygiarum* momento, sed altero demum, vel sesquidie post hoc tempus contingat. Quod est *decimum phaenomenon*.

Gr. §. 4427. — LA LANDE §. 107. — SIGORGNE §. 133. — STAP. §. 8. 54. — LULOFS §. 297.

486. Semel vero observationum ope stabilitâ horâ, quâ aestus *fyzygiarum* die in loco quodam obtinet (483), reliqua omnia regulariter procedunt; & hoc fundamento nituntur tabulae, in quibus indicatur hora aestûs pro quovis mensis *lunaris* die.

V. ejusmodi tabulas in omnibus fere ephemeridibus, & apud VARENIUM geogr. general. cap. 14. prop. 17.

487 E §. 474 explicatur: cur a *fyzygiis* ad *quadratu-*

ras aestus quotidie decrefcatur; increfcatur vero a quadraturis ad fyzygias. Est undecimum phaenomenon.

SIGORGNE §. 134.

488. E §. 469 & 470 explicatur: cur & retardatio diurna, quae, si luna perpetuo in fyzygiis verfaretur, 48 minutorum effct, in transitu fyzygiarum ad quadraturas, brevior; in transitu quadraturarum ad fyzygias longior fit. Est phaenomenon duodecimum.

SIGORGNE 135. — STAP. §. 5 & §. 52. — LULOFS §. 304.

489. E §. 474. n°. 3, & ex eo, quod vis lunaris triplo major fit folari, patet: cur extra fyzygias & quadraturas, apex fphaeroidis, feu locus altiffimi maris, nunquam 15 gr. a lunâ distare poffit, imo tum, cum luna 60 gr. a sole distat, & in perigaeo est; adeoque, cur differentia inter horam transitûs lunae per meridianum, & illum altiffimi maris, nunquam 63' excedat. Est phaenomenon decimum tertium.

LA LANDE §. 1092 — 1097.

490. E §. 470 explicatur: cur aestus major fit, quando luna est in perigaeo; imo adeo potens fit haec caussa, ut phaenomenon, mox memorandum §. 492, aliquando destruat. Est phaenomenon decimum quartum.

STAP. §. 13 & 56.

491. Porro, si luna nunc est in conjunctione, & simul in perigaeo: proximâ oppositione erit in apogaeo; unde tunc duplici de caussa minor erit aestus. Imo, si in

perigaeo fit, & in quadraturâ simul: erit aestus major.

Est phaenomenon decimum quintum.

SIGOR. §. 137.

DE PHAENOMENIS ANNUIS.

492. E §. 470 explicatur: cur aestus, ceteris paribus, major fit in brumâ, quam in solstitio; ut & post aequinoctium autumnale, & ante vernum. Est phaenomenon decimum sextum.

G. §. 4480. — D. V. §. 60. — SIGOR. §. 140. — STAP. §. 10 & 56. — LULOFS §. 301.

493. E §. 474 patet: cur ceteris paribus, majores sint aestus, quando sol & luna sunt ambo in quadraturâ, & in syzygiis; imo, omnium maximi, si luna sit simul in perigaeo, & in perihelio. Est phaenomenon decimum septimum.

Gr. §. 4479. — SIGOR. §. 138. 143. — LA LANDE §. 1089. — STAP. §. 9. 55. — LULOFS §. 298. 99.

494. Eâdem de causâ, ubi sol est in tropicis, & luna in quadraturâ, adeoque & tunc temporis, in aequatore: majores erunt aestus, quam si sol sit in aequatore, & luna in tropicis, adeoque, tum temporis, in quadraturâ. Est phaenomenon decimum octavum.

SIGOR. §. 139.

495. E §. 472. (fig. 38) explicatur: cur in regionibus borealibus, aestus syzygiorum major fit vesperâ, quam mane, tempore aestivo; mane vero, quam vesperâ, tempore hyemali; idem tempore aequinoctiorum. Est phaenomenon decimum nonum.

Gr. §. 4481. — D. V. §. 60. i. f. — SIGOR. §. 142. — STAP. §. 7 & 53. — LULOFS §. 316.

496. Omnia, quae enumeravimus phaenomena, tum diurna, tum menstrua, tum annua, aliquando, ventis violentioribus flantibus, aquarum peculiari cursu, littorum privâ dispositione, aliisque, maxime turbantur, & irregularia evadunt.

De his irregularitatibus v. VARENI geogr. gener. lib. I. c. 14. — STAPERT §. 24. 25. 64. — SIGORGNE §. 223. — LULOFS §. 317.



TABULA PLANETARUM THEORIAM EXHIBENS.

	Revolut. tropica. an. d. h. m. s.	Revolut. sideralis. an. d. h. m. s.	dist. a Jove proport.	Rotat. sup. axin.	Ratio solis supra axin 25d. 14h. 8'
Tellus ♂	1. 0. 5. 48. 45.	1. 0. 6. 9. 11.	1000.	23h. 56. 4.	
Merc. ♀	0. 87. 23. 14. 26.	0. 87. 23. 15. 37.	387.		
Venus ♀	0. 224. 16. 41. 32.	0. 224. 16. 49. 13.	723.	23h. 22.	
Mars ♂	1. 321. 22. 18. 27.	1. 321. 23. 30. 43.	1524.	24h. 40.	
Jupiter ♃	11. 315. 8. 58. 27.	11. 317. 8. 51. 26.	5201.	9h. 56.	
Saturn. ♄	29. 164. 7. 21. 50.	29. 176. 14. 36. 42.	9538.		
Luna ☾	0. 27. 7. 43. 5.	0. 27. 7. 43. 11.		27d. 7h. 43'. 5".	

Revolutio Lunae synodica = 29d. 12h. 44'. 3". Distantia = 60¹ diam. Telluris.

	Diametri.		Volumina.	Massae.	Lapl. grav. in superf.	Densitates.	Dist. mediae a tellure.
	Leucæ.	Proport.					
Sol.	323155.	11279.	1435025.	365412.	433.81. p.	0.255.	34761680.
Tellus.	2865.	100.	1.	1.	15.10.	1.	leucæ.
Luna.	782.	27.	0.02.	0.014.	2.83.		86324.
Merc.	1180.	41.	0.07.	0.142.	12.673.	2.04.*	
Venus.	2785.	97.	0.92.	1.171.	18.72.	1.27.*	
Mars.	1921.	67.	0.30.	0.220.	7.39.	0.73.*	52966122.
Jupiter.	32644.	1139.	1479.	340.	39.55.	0.23.	180794791.
Saturn.	28936.	1010.	1030.	106. 9.	15.83.	0.10.	331604504.

Inclinationes orbitarum ad eclipticam.

Inclin. aequatoris planet. ad suas orbit.

♀ - 7°.	----
♀ - 3°. 23'. 20".	75°.
♂ - 1°. 51'.	0. fere.
♃ - 1°. 19'. 10".	3°.
♄ - 2°. 30'. 20".	-----
☉ -----	7°. 30'.
♁ -----	23°. 28'.
☾ media 5°.	1°. 43'.

Revolutio satellitum ♃ & distantiae a Jove.

I.	1d. 18h. 27'. 33".	5. 965. (1/2 diam. Jovis.)
II.	3. 13. 13. 42.	9. 494.
III.	7. 3. 42. 33.	15. 141.
IV.	16. 16. 32. 8.	26. 630.

Revolutio satellitum ♄ & distantiae a Saturno.

I.	1d. 21h. 18'. 27".	2. 097. (1/2 diam. annul.)
II.	2. 17. 44. 22.	2. 686.
III.	4. 12. 25. 12.	3. 752. 1/2 diameter
IV.	15. 22. 34. 38.	8. 698. annuli est =
V.	79. 7. 47. 0.	25. 348. 33364 leuc.

Leuca Gallica aequat 2283 hexapedas: hexapedes 6 pedes.

Pes Rhen. continet 0.966552 ped. Paris. & 1.0301 Londinens.

Pes vero Gallicus continet 1.0346 Rh. & 1.06575 Angl.


Pes denique Ang. continet 0.97078 Rh. & 0.93831 Paris.

TABELLA PLANETARUM

Planet	Longitudo	Latitudo	Parallax
Jovis	10. 15. 30	1. 15. 00	30. 00. 00
Saturni	15. 45. 00	2. 15. 00	20. 00. 00
Uranus	22. 15. 00	4. 15. 00	10. 00. 00
Neptunus	30. 15. 00	5. 15. 00	5. 00. 00
Polaris	1. 15. 00	90. 00. 00	0. 00. 00

Planet	Longitudo	Latitudo	Parallax
Jovis	10. 15. 30	1. 15. 00	30. 00. 00
Saturni	15. 45. 00	2. 15. 00	20. 00. 00
Uranus	22. 15. 00	4. 15. 00	10. 00. 00
Neptunus	30. 15. 00	5. 15. 00	5. 00. 00
Polaris	1. 15. 00	90. 00. 00	0. 00. 00

Observationes in observatorio ...
 Anno 1780 ...
 Observator ...



POSITIONUM PHYSICARUM

L I B E R III.

MECHANICA.

1. Mechanica est scientia motûs corporum, machinis applicatorum;

M. §. 269. — *N.* IX. p. 1. 2. — *Kr.* II. §. 1. 7. —
St. §. 195. — VARIGNON mécanique p. 1.

2. Machinis utimur ad corpora, aut retinenda, aut movenda, aut ad quietem deducenda, quando propriae vires ad hoc deficiunt.

W. II. — *M.* §. 74. 5. 6. — *H.* I. §. 28. 9. — *Bl.* §. 214. — VAR. *sect.* I. *def.* I.

3. Mechanica tres partes continet: I. staticam, seu considerationem aequilibrî; II. examen obstaculorum, quae machinae motum impediunt, simul ac aequilibrium mathematicum destructum est; III. scrutationem illorum, quae in ipso machinarum motu contingunt. Haec pars *mechanica motûs* dicitur.

M. §. 269. — *Kr.* II. §. 7. — *S.* II. §. 264. — *TRA-*
 BAUD principes sur le mouv. & l'équilibre C. IV. §. 5.

M

PARS I.

D E S T A T I C A.

4. *Statica* dicitur illa mechanices pars, quae de potentiatarum, machinis applicatarum, aequilibrio agit.

H. I. §. 41. — VAR. p. 2. — TR. C. IV. §. 1. — St. §. 166.

SECTIO I.

DE AEQUILIBRIO IN GENERE.

I.

DE IIS, QUAE AD AEQUILIBRIUM CONSTITUENDUM REQUIRUNTUR.

5. Si duo corpora, quorum unum moveri nequit, quin alterum simul moveatur, in se invicem agunt; sique eorum unum *illam tantum* praebet resistantiam, quae *praecise* requiritur, ut alterius actio destruat: *aequilibrium* dari dicitur.

G. §. 190. — M. §. 264. — D. III. §. 9. 10. 12. —
H. I. §. 41. — Bl. §. 202 — 205. — VAR. I. def. 4. —
TR. ch. IV. §. 1; & ch. I. §. 180. — D'ALEMBERT dynam. §. 45.

6. Si duo corpora, quorum unum moveri nequit, quin alterum simul moveatur, aequales habent massas & insuper velocitatibus agitantur aequalibus, sed di-

recte contrariis: aequilibrium inter haec corpora dabitur (5).

D'ALEMB. D. §. 46.

7. Velocitates, quae in staticâ considerantur, non sunt illae, quas corpora actu habent, seu *actuales*: sed illae tantum, quas corpora haberent, si moverentur.

Unde *velocitates virtuales*, etiam *elementales*, dicuntur.

Kr. I. §. 86 *seqq.* qui hâc de causâ velocitates has elementis, vel differentialibus velocitatis *expresfit*.

8. Si duo corpora, quorum unum moveri nequit, quin alterum simul moveatur, ita sunt constituta, ut massae sint in ratione inversâ velocitatum; vel, quod eodem recidit (II. 24), in ratione inversâ spatiorum, aequis temporibus percursorum; vel, quod etiam eodem recidit (II. 32), si corpora haec aequales habeant motus quantitates: aequilibrium inter ea dabitur, & in solo hoc casu dari poterit.

Gr. §. 138. 145. — M. §. 260. 1. 2. 6. 7. — Kr. II. §. II. I. §. 90. — D. II. §. 12. 13. III. §. 13—16. — H. I. §. 46. 7. 9. — Bl. §. 211. 12. 13. — D'ALEMB. D. §. 46. 47.

Hujus propositionis mathematicam, & e penitiori functionum, ac motus compositi naturâ petitam, demonstrationem aedit FONCENEIX miscel. taurin. II. p. 310.

Rem alio & generali modo consideravit EULERUS: hic tum aequilibrium obtinere docuit, quando omnium virium, quae in corpus agunt, energiae simul sumtae minimum constituunt; — mem. de Berlin 1752. T. VII. p. 245. Verum hujus rei consideratio ad ea pertinet, quae in libro X. tractabuntur. — Cl. LAMBERT in egregio opere, cui titulus beyträge zum gebrauch der mathematik, tom. II, sect. XI. p. 363—392, optime de naturâ aequilibrii egit, & omnino consuli meretur.

9. Si plura corpora ita sunt constituta, ut unum moveri nequeat, quin alterum simul moveatur; si singu-

la per suas velocitates multiplicentur; si denique horum productorum pro corporibus, quae in iisdem directionibus agunt, summa, aequalis sit summae similium productorum pro corporibus, in directione e diametro opposita agentibus: aequilibrium inter haec corpora dabitur; & in solo hoc casu dari poterit.

Cor. §. 146. — H. I. §. 47. 50. 51. — D'ALEMB. §. 48.

10. Si corpora, quae in se agunt, non agant secundum directiones, e diametro oppositas: ipsorum motus sunt in oppositos resolvendi; neque aequilibrium obtinebit, nisi motuum, qui secundum oppositas directiones fiunt, quantitates aequales sint. De his solis propositio praecedens valet.

11. Hinc, si in corpus A (fig. 1) agant tres vires, P, R, Π , secundum directiones BA, HA, A Π ; sique BA, & HA simul exprimant velocitates V & v potentiarum P & p; illa vero potentiae Π exprimatur per v': erit, facta virium resolutione, atque ductis e quovis puncto E, lineis FE, EK ipsis AH & BA parallelis, in casu aequilibrii

$$1^{\circ}. R \cdot AG = P \cdot QA \quad (10. 8).$$

$$2^{\circ}. P \cdot AL + R \cdot AN = \Pi \cdot v' \quad (11).$$

$$3^{\circ}. AE : AK = \Pi \cdot v' \text{ (seu } AN \cdot R + P \cdot AL) : AH \cdot R, \text{ (seu } R \cdot v); \text{ vel}$$

$$AE : AF = \Pi \cdot v' \text{ (seu } AN \cdot R + P \cdot AL) : AB \cdot P, \text{ (seu } P \cdot v); \text{ i. e.}$$

erunt lineae AE, AK, AF uti quantitates motus
potentiarum Π , R & p.

D'ALEMB. D. §. 49.

*Haec propositio coincidit cum propositione 44 libri II, seu princi-
pio resolutionis motus; & cum propositione 43 ejusdem.*

II.

DE POTENTIIS ET MOMENTIS STATICIS.

12. Potentiae, quae in staticâ considerantur non ve-
rum generant motum, sed tantum pronitatem
ad motum (7). Unde dicuntur a quibusdam
vires vel potentiae mortuae.

Kr. I. §. 86 seqq. II. §. 7. 8.

13. Potentia corporis absoluta est effectus, quem corpus
edere potest, quando solum & libere in aliud cor-
pus agit.

TR. C. IV. §. 2.

14. Potentia *relativa*, vel *statica* alicujus corporis, est
productum massae per ipsius velocitatem *relativam*,
illam sc. quam in situ & nexu aliorum corporum ha-
bet, quibuscum in machinâ nexum est: vel, quod
eodem recidit, (II. 24) est productum massae per
spatium, quod in memorato nexu, tempore dato,
& pro reliquis, quibuscum pectitur, corporibus
eodem, percurrit.

G. §. 185—189. 191. — D. II. §. 19. 20. III. n. I. —
W. II. — M. §. 747. — VAR. I. def. 1 & 4. — TR. ch. IV.
§. 2, 3, 7. — LA HIRE MEC. def. 4. — D'ALEMB. D.
§. 51.

15. Potentia statica etiam *momentum* dicitur.

M. §. 372, qui spatia percurfa adhibet. — *H.* I. §. 58. — *K.* VIII. def. 16. & X. prob. I. — VAR. def. 4.

De momentis accuratius agetur prop. 38.

III.

DE MACHINIS IN GENERE.

16. In omni machinâ considerandae veniunt, 1^o *potentiae*, quae adhibentur; 2^o corpora, in quae potentiae agunt, & quae *onus* vel *resistentia* dicuntur; 3^o puncta, supra quibus motus peragitur, & quae *fulcra* vel *hypomochlia* vocantur.

N. IX. p. 7 seqq. — *Kr.* II. §. 9. — *S.* II. p. 268. — *St.* §. 166. VAR. sect. I. def. I. — LA HIRE p. 6: qui fulcrum merito tertiam potentiam consideravit.

17. Velocitates, quas potentia & resistentia habent, vel potius habere censendae sunt (7. 12), aestimantur e spatiis, quae dato tempore percurrerent: haec vero mensurantur in illis directionibus, secundum quas machinae sunt applicatae. Hinc illae directiones imprimis considerandae veniunt.

N. IX. p. 7. seqq. — *Kr.* II. §. 1. — *D.* II. §. 21. 22. & nota 8.

18. Machinae sunt vel *simplices*, vel *compositae*.

N. IX. p. 5. — *S.* II. §. 261. — *D.* III. §. 2. — *St.* §. 166. 167. — *H.* I. §. 130. — TR. Ch. IV. §. 5. 6.

SECTIO II.

DE MACHINIS SIMPLICIBUS.

19. Septem numeramus machinas simplices: *vectem*, *axin in peritrochio*, *trochleam*, *planum inclinatum*, *cuneum*, *cochleam*, *machinam funiculariam*.

Scriptores alium & alium indicant machinarum simplicium numerum: sc.

Alii septem, vel sex.

M. §. 270. — S. II. §. 265. — D. III. §. 3; sed bilancem enumerat, & machinam funiculariam omittit. — TR. Ch. IV. §. 6. — St. §. 165.

Alii, quinque.

Bl. §. 215, qui cuneum & cochleam ad machinas compositas refert.

Alii tres.

N. IX. p. 6. sc. vectem, planum inclinatum, & funes.

Alii denique duas.

H. I. §. 31: vectem sc. & planum inclinatum. — Kr. H. §. 15. & in egregia dissertatione de machinis simplicibus (comm. petrop. XI. p. 271) duas tantum enumerat: vectem, ad quem refert trochleam, axin in peritrochio, & cuneum; planum inclinatum, ad quod refert cochleam.

CAPUT I.

DE VECTE.

I.

GENERALIA.

20. Vectis dicitur linea, recta, vel curva, vel quo-

vis modo inflexa, ponderis expers, inflexibilis; porro, quae fulcro inficit, dum in ejus determinata puncta potentiae agunt; aut in cujus extrema agunt potentiae, dum onus alicubi in medio agit.

Gr. §. 232. — M. §. 410. II. — N. IX. sect. I. p. 16. — Kr. II. §. 14. 23. — S. II. §. 282. — D. III. §. 28. — W. II. — M. §. 749—53. — H. I. §. 58. — Bl. §. 217. — St. §. 168. — VAR. Sect. V. def. 21. — TR. IV. §. 145. 6.

21. Si vectis fulcro inficit, potest fulcrum ita esse dispositum, ut vecti motum rotatorium permittat, vel tantum in uno plano, vel in pluribus; vel etiam, praeter motum rotatorium, motum localem, quo totus vectis transfertur.

22. Loco fulcri immobilis, potest etiam tertia potentia fingi, duabus reliquis renitens. Hujus directio, in casu aequilibrii, aut illis potentiarum erit parallela, aut cum his in unum punctum concurret.

Bl. §. 220, 224. — VAR. V. def. 2. — TR. IV. §. 146 seqq.

23. Vectis tres dantur species.

I. Si fulcrum positum sit inter potentiam & onus; quo casu vectis *heterodromus* est.

II. Si fulcrum in uno extremo, potentia in altero extremo ponatur; onus alicubi in medio haereat; vectis tunc est *homodromus*.

III. Si fulcrum in altero extremo ponatur, in altero

M

onus; potentia vero alicubi in medio: vectis
tunc est *homodromus*,

G. §. 233. 4. — M. §. 412. — N. IX. I. p. 17. —
Kr. II. §. 29. 30. 31. — S. II. §. 283. — D. III. §.
28. 32: & n. 6. — W. II. M. §. 753 — 56. —
Bl. §. 218 — 21. — St. §. 169. 170. — VAR. V. def. 21.
Schol. — TR. IV. §. 14. — LA HIRE p. 13.

24. Distantiae fulcri a potentiâ & a resistentiâ, vectis
brachia dicuntur,

II.

DE AEQUILIBRIO IN VECTE.

25. Vectis, seu curvilineus, seu rectilineus, vel angu-
laris, motum rotatorium, supra fulcrum immobile,
habens (21), erit in aequilibrio: si duae potentiae
(P. R. fig. 2), ipsi applicatae, & in eodem plano
agentes, sunt in ratione inversâ perpendicularium
(DB. BT), in ipsarum directiones ductarum.

G. §. 238. 39. *pro vecte angulari*. — M. §. 422. 23. 26:
431. 33. 35. 36. — Kr. II. §. 26. 27. 34; & com.
petr. XI. p. 279. §. 10. — S. II. §. 294, 5, 6. — D.
III. n. 5. — H: I. §. 60. — K. X. th. 10 & II. —
Bl. §. 221. 2. 3. — VAR. V. th. 21, parte 3 & 6 &
cor. 23, *segg.* — TR. IV. §. 24 — 28. 37 — 40: 40 — 50.

*De variis principiis, e quibus hujus propositionis demonstratio desu-
mitur, accurate egit TR. I. c. Nobis maxime arident demon-
strationes, D'ALEMBERTIANA & VARIGNONIANA: quae ni-
tuntur prop. II.*

*Consideratio vectis rectilinei merito, e casu generalissimo, vecte sc.
curvilineo, deducitur: quâ de re bene egit D'ALEMB. D. §. 55.
— Haud aliter censebat NEWTONUS princ. I. cor. 2. Legis 3ae;
cujus tamen demonstratio se HAMILTONI non probavit, phil.
trans. vol. 53. p. 309 *segg.**

Ceterum, pro vecte rectilineo, peculiare demonstrationes dantur, & principio resolutionis motus (II. §. 44) desumptae: generalissimam dedit HENNERT, verh. van de Haerlemsche Maatsch. vol. VIII. p. 1 jeqq.

26. Si potentiae in vectem agentes sunt in ratione inversa sinuum angulorum, qui formantur e directionibus cujusque potentiae, cum lineâ, e harum potentiarum concursu (II. 40) per fulcrum ductâ: dabitur aequilibrium inter has potentias; i. e. (fig. 3. 4. 5).

$$P : R = \frac{I}{\sin. XAB} : \frac{I}{\sin. OAB}$$

VAR. V. th. 21. cor. II. — TR. IV. §. 53.

27. Si, per ambo vectis extrema, transire concipiatur linea recta XO, quam in puncto b secat linea AB, e potentiarum concursu per fulcrum ducta: erit (26)

$$P : R = \frac{I}{Xb \cdot \sin. AXb} : \frac{I}{bO \cdot \sin. bOA}$$

M. §. 431. — De potentiis obliquis bene agit N. IX. f. I. p. 33 — 43. exp. 4. 5. — S. II. p. 518. — H. I. §. 63 & in verh. der Haerlemsche maatsch. VII. p. 7. §. I, — VAR. V. th. 21. cor. 12. — TR. IV. §. 53. — LA HIRE pr. 14. 15.

* Si vectis rectilineus est, erit ipse linea XO.

28. Si vectis quicumque XBO, per cujus extrema, quibus potentiae P, R, sub directionibus XA, DA (fig. 3. 4. 5), sunt applicatae, transit linea recta XO, in aequilibrio sit constitutus: is illum acquirere fitum, in quo linea, e concursu directionum per fulcrum ducta, lineam XO secabit, ita ut sit

$$(A) \quad P : R = AX \cdot bO : AO \cdot bX \quad (26);$$

& si potentiae pondera sint libere dependentia, erit

$$(B) \quad P : R = bO : bX \quad (26).$$

VAR. V. th. 23. — TR. §. 79—83. — LA HIRE pr. 20.

28*. Cl. AEPINUS in *nov. com. petr.* T. VIII. p. 271, elegantissimam & novam vectis rectilinei, & aequalium brachiorum, proprietatem exhibuit, quae mihi adeo pulchra visa fuit, ut operae pretium duxerim, illam ad vectes quoscunque transferre. Haec itaque sit.

Si habetur vectis quicunque XBO (fig. 6), cujus fulcrum sit B, & per cujus extrema, quibus applicatae sunt potentiae P, R, transit linea XO: si porro potentiarum directiones YX, VO cum lineâ UM, positione datâ, faciunt angulos α , β , & linea Ab, e directionum concursu A, per fulcrum B ducta, lineam OX secet in partes bx, bO: si denique vires P & R, per lineas YX & OV expressae, in parallelas XE & IO, ac perpendiculares YE, VI, resolvantur: vectis in aequilibrio esse nequit, nisi sit,

I. $EX \cdot bX + IO \cdot bO$ maximum.

II. Nisi, posito ϕ pro angulo XMU, quem vectis, dum in aequilibrio est, cum lineâ datâ UM efficit; nisi, inquam, sit

$$\text{Tang. } \phi \cdot P \cdot Xb \cdot \text{cos. } \alpha + \text{Tang. } \phi \cdot R \cdot Ob \cdot \text{cos. } \beta = \\ R \cdot bO \cdot \text{sin. } \beta - P \cdot Xb \cdot \text{sin. } \alpha; \quad \text{feu}$$

III. Si brachia vectis XB & BO dicantur B & b; anguli BXO & BOX dicantur m & p: nisi sit $\text{Tang. } \phi =$

$$\frac{R \cdot b (\text{sin. } \beta \text{cos. } p - \text{sin. } p \text{cos. } \beta) - P \cdot B (\text{sin. } \alpha \text{cos. } m - \text{sin. } m \text{cos. } \alpha)}{P \cdot B (\text{cos. } \alpha \text{cos. } m + \text{sin. } \alpha \cdot \text{sin. } m) + R \cdot b (\text{cos. } \beta \text{cos. } p + \text{sin. } B \text{sin. } p)}$$

Pro casu, quem adhibuit AEPINUS, erit $XB = BO = Xb = bO$: porro $m = p = 0$: quae, si substituantur, Aepiniana formula prodibit.

29. Si potentiae sint ipsis vectis brachiis perpendiculares: dabitur in quovis situ aequilibrium, si sint in ratione inversâ brachiorum vectis (8).

G. §. 235—8. — M. §. 405. *col. cum* §. 385. §. 414. —
 N. IX. *sect.* 1. p. 19. *exp.* p. 2. — Kr. II. §. 28. — S.
 II. §. 284. 5. 6. 92. — D. II. §. 12—17. — St. §. 171.
 173. — W. II. M. §. 765—67. — H. I. §. 62. — K.
 X. *th.* 10. 11. — TR. IV. §. 61—62. — LA HIRE *pr.* 1. 3. 7.

Peculiarém, eamque mere analyticam hujus propositionis demonst.
dedit FONCENEIX, miscell. taur. II. p. 321. — Eam ulterius
excoluit D'ALEMB. mem. de l'acad. 1769. p. 283.

Aliam, ingeniosissimam, dedit HAMILTON in phil. transf. vol. 93.
p. 113 seqq. — Egregiè etiam LAMBERT, beytrage vol. 2.
sect. XI. §. 31—57.

* *Hic corpora ut puncta considerantur.*

30. Propositio praecedens locum etiam habet, etsi po-
 tentiae obliquae sint, dummodo sint sibi mutuo pa-
 rallelae.

TR. IV. §. 59. 60. — LA HIRE *pr.* 2. — D'ALEMB. D. §. 55.

31. Quo longius a fulcro distat potentia, eo validius
 agit (25 : aut 29).

St. §. 177 — H. I. §. 72. — VAR. V. *th.* 21. *cor.* 9. — TR.
 IV. §. 58. 64. 95. 61. — LA HIRE *lem. prop.* 30. & *pr.* 7.

32. Eaedem potentiae, eidem vectis recti puncto
 applicatae, sed sub diversis directionibus, sunt
 in ratione inversâ finuum angulorum, quos ip-
 farum directiones cum vecte faciunt: & onera,
 quae eidem puncto applicata, ab eadem poten-
 tiâ, constanter eidem loco, sed sub diversis di-
 rectionibus adnexâ, in aequilibrio tenentur,
 sunt ut sinus memoratorum angulorum; (28
 aut II. 47. 58).

St. §. 176—182. — VAR. V. *th.* 21. *cor.* 20. — TR. IV. §.
 55. — L. H. *pr.* 13.

33. Vectis angularis quicunque XBO (fig. 2 & 3), cujus fulcrum est in B , convenit, quoad potentias, aequilibrium facientes, cum vecte rectilineo XbO , cujus fulcrum esset in loco (b), in quo linea BA , e concursu potentiarum per fulcrum ducta, memoratam lineam rectam XO secat, (28. 26).

VAR. V. *th.* 21. *cor.* 12.

34. Vectis angularis quicunque XBO (fig. 7) facile reducitur ad alium DBT , in quo aequilibrium inter easdem potentias P, R dabitur, sed quae tunc perpendiculariter in brachia novi vectis agent; vel etiam ad alium vectem rectilineum UBT , modo unius potentiae directio WU mutetur: sc. fiat perpendicularis brachio UB , quod sit aequale ipsi BD ; vel denique in rectum BA , in cujus idem extremum ambae potentiae agunt, (33. 25).

LA HIRE *pr.* 8. 10. 11. 12. 16.

35. Ope propositionum II. 25, aut II. 38 explicatur paradoxon a clar. MARIOTTE propositum: sc. vectem ita construi posse ut, mutatis ponderibus, aequilibrium persistet.

G. §. 351—55. — Kr. II. 48. — TR. Ch. IV. §. 355. — LA HIRE *pr.* 39.

* MARIOTTE traité du mouv. des eaux. P. II. Disc. I. princip. univ. mech. seu opp. t. 2. p. 360.

37. In vecte quocunque sunt, in casu aequilibrii, potentia & resistentia in ratione inversa spatiorum, in ipsarum directionibus percurrendorum, vel etiam velocitatum, (25: aut 29).

G. §. 138 seqq. §. 145. — W. II. — M. §. 772. 3. — TR.
IV. §. 22. 36.

Principium hoc a CARTESIO, tanquam mechanicæ fundamentum, fuit adhibitum, in sua mechanicâ, in initio & in epistolis P. I. ep. 23. 74. — P. II. ep. 23. 24.

Idem principium etiam adhibuit WALLIS; sed illud paullo aliter quam CARTESIUS proposuit, mech. c. 2. pr. 7.

Graviter hoc principium oppugnavit VARIGNON mech. sect. X. De quâ controversiâ bene egit TRABAUD Ch. IV. §. 10. 28. 29. 30: & merito censet illud, rite expositum, verissimum esse.

38. Momentum (14. 15) accuratius definitur, si dicatur esse productum potentiae absolutae per distantiam perpendicularem a fulcro multiplicatae; &, in casu aequilibrîi, erunt momenta aequalia (25).

M. §. 385; si potentiae sint perpendiculares vecti. — Kr. II. §. 24. 25. — H. I. §. 59. — VAR. sect. V. def. 22 & th. 21. cor. 6. 7. — LA HIRE pr. 9.

39. Casum, in quo gravitatis directiones, non, ut hic posuimus, sibi sunt parallelæ, sed in centro telluris conveniunt, exposuit clar. LA HIRE.

LA HIRE mec. pr. 42. 43. 44. 47: & VAR. V. th. 21. cor. 43: & TR. Ch. IV. §. 326; hinc casus facillime e prop. nostrâ 33. 34. deducitur.

2. DE INVENTIONE FULCRI.

40. Si vecti potentiae, sub quavis directione, sunt annexae: facile invenietur fulcrum, circa quod aequilibrium dabitur; si sc. inde, a puncto concursûs A (fig. 3. 4) potentiarum, capiantur in directionibus AX, AO, partes AY, AS, quae potentiarum, magnitudines exprimunt: si super his parallelogrammum conficiatur AYGS; atque e puncto A ducatur diago-

nalis AG; punctum B, in quo haec vecti XBO, occurrit, erit fulcrum (11).

VAR. V. th. 2. cor. 15. 16.

* Si vectis sit heterodromus (23), punctum B (fig. 4) semper per vectem transibit; si homodromus, extra vectem XO cadere poterit, quod indicat, potentias ita esse constitutas, ut ope hujus vectis in aequilibrio esse nequeat, nisi hic prolongetur.

Si vectis sit rectus: erit (27)

$$Xb = \frac{R \cdot XO \sin. XOA}{R \sin. XOA \pm P \sin. OXA} \text{ Unde casus}$$

prop. 29 facile elicitur.

H. I. §. 69. 70. 71; & 2^o verh. van de Haerlemsche maatsch. VII. p. 7. §. I. — TR. IV. §. 345 — 9. — LA HIRE pr. 46.

41. Datis onere & fulcro, inveniri facile potest, in quo puncto data potentia, secundum datam directionem, sit applicanda, ut aequilibrium detur, (40).

TR. Ch. IV. §. 349 — 53.

3. DE AEQUILIBRIO, SI CORPORA VECTI APPENDUNTUR.

42. Si corpus e quocunque vectis puncto libere dependeat: res eodem recidit, ac si ipsius massa in centro gravitatis ipsi vecti applicaretur (a), (II. 129); & si hoc obtineat, ac linea, quae centra gravitatis corporum jungit, per fulcrum transit, caeteraque sint, ut in prop. 29: vectis in quocunque situ erit in aequilibrio (b).

(a) LA HIRE pr. 52. 53. 57 — 60.

(b) VAR. th. 21. cor. 40. — TR. Ch. IV. §. 76. 79 — 83.

43. Si corpus vecti recto ita applicetur, ut centrum gravitatis non sit in vecte: eo ipso vectis ut angularis considerari debet (42).

LA HIRE *pr.* 60.

44. Si corpora ita sunt vecti annexa, ut linea, per fulcrum transiens, ipsorum centra gravitatis non jungat; sique in aequilibrio sunt, quando vectis in determinato situ versatur: tunc (a) aequilibrium destruetur, si vectis inclinatur; & (b) solus situs, in quo vectis in aequilibrio est, is erit, in quo centrum gravitatis in lineam directionis versatur, & haec lineam, centra gravitatis jungentem, in ratione inversa ponderum fecat (28).

(a) S. II. §. 302 & cabin. de phys. I. tab. 13. — D. III. n. 5. p. 116 *seqq.* & appl. — VAR. V. th. 21. cor. 47 — 51. — TR. IV. §. 77. — LA HIRE *pr.* 60.

(b) VAR. V. th. 21, cor. 40. — TR. IV. §. 76. 79 — 83.

Ut autem aequilibrium restauretur: imminui, vel augeri debet potentia in ratione tangentis anguli inclinationis sumpta distantia potentiae a fulcro pro radio.

LA HIRE *pr.* 60.

4. DE AEQUILIBRIO, QUANDO VECTIS GLISCERE, AUT IN QUOVIS PLANO MOVERI, POTEST.

45. Si vectis supra fulcrum gliscere potest: requiritur, postquam potentiae in perpendiculares & parallelas, seu quae in directione vectis jacent, erunt resolutae (fig. 2), ut

1^o. Vires parallelæ, in contrarias partes agentes, sint
æquales; seu $EX \equiv IO$.

2^o. Ut vires perpendiculares sint in ratione inverfâ per-
pendicularium BD, BT (25); seu linearum bX &
 bO (28); seu ut sit (27)

$$P \cdot Xb \cdot \text{fin. } bXA \equiv R \cdot bO \cdot \text{fin. } bOA.$$

H. I. §. 65—68 & *Haarlemsche maatsch.* VII. p. 16. §. II. —
Kr. II. §. 27. — *Consule D'ALEMB.* §. 54. — *BOSSUT traité*
elem. de mec. §. 159.

46. Si vectis in omnem sensum moveri queat: requiritur 1^o. ut
potentiae actio ad idem reducatur planum, in quo resistentia
versatur, & ut ipsius pars, quae in hoc plano non est, fulcri
resistentiâ destruat. 2^o. Ut inter partes, quae in eodem
plano agunt, prop. 27 locum habeat.

BOSSUT traité elem. de mec. §. 160.

* Absque his duabus conditionibus aequilibrium adesse nequit:
eaeque virium, in diversis planis agentium, resolutio perpetuo
subintelligenda est.

In fig. 8 — agit vis OL in plano $NOVL$, & resolvitur in NO ,
quae plano XOA est perpendicularis, & OV , quae in di-
rectione hujus plani XOA est.

5. DE AEQUILIBRIO, QUANDO PLURES POTEN- TIAE SIMUL AGUNT.

47. Quando plures potentiae simul agunt in eundem
vectem: attendendum est ad situm, tum fulcri,
tum potentiarum, prout haec supra, vel infra
vectem agunt; in *contrarias* autem *partes* agere
dicuntur illae, quae vectem sursum, & illae,
quae eundem deorsum trahunt, si omnes ad

N

eandem partem fulcri sitae sunt; aut illae, quae omnes sursum, aut omnes deorsum trahunt, si ad oppositas fulcri partes ponuntur; verbo, quae vecti oppositos motus conciliare nituntur.

48. Si plures potentiae in vectem agunt; & si quaevis per suam perpendicularem a fulcro distantiam, multiplicetur (25): dabitur aequilibrium, si summa horum productorum pro potentiis, in eundem sensum agentibus, aequalis sit simili summae pro potentiis, quae in contrariam partem agunt.

M. §. 434. — *H.* I. §. 64. — *D'ALEMB.* *D.* §. 53. *n.* 14.

49. Si vectis sit rectus: erit (27 aut 45 fig. 9)

$$(A) P \cdot BX \cdot \sin. P X B \leftarrow \pi. BN \cdot \sin. \pi N B \rightleftharpoons R \cdot BO \cdot \sin. BOR \leftarrow \rho. Q M \cdot \sin. \rho M B.$$

HEN. *Haarl. maats.* VII. p. 7 *seqq.* — *Hinc* \mathcal{E} , *datis potentiis, fulcrum facile invenitur* (40). *H.* *ibid.* \mathcal{E} *TR.* *ch.* IV. §. 353. 4: \mathcal{E} *geometrice, compositione virium* *VAR.* IV. *th.* 25.

- (B) Et, si potentiae perpendiculariter agant, vel sibi sint parallelae: erit (ex A, aut per §. 30)

$$P \cdot BX \leftarrow \pi, BN \rightleftharpoons R \cdot BO \leftarrow \rho. \rho M.$$

G. §. 196—202. — *M.* §. 405. — *Kr.* II. §. 28. — *S.* II. §. 288. 9. — *D.* III. §. 22. 3. 4. — *H.* I. §. 53. — *Bl.* §. 232.

50. Si plura corpora secundum datas directiones vecti imponantur: facile invenietur una vis, his viribus aequipollens, & secundum datam directionem, in dato puncto, in vectem agens (II. 37).

LA HIRE *prop.* 65.

51. Si plura corpora vecti sunt perpendiculariter

appensa; sique in ipsorum gravitatis centro
 massa suspendatur, omnibus his ponderibus
 aequalis: aequilibrium non mutabitur (II. 126.
 157. III. 49).

LA HIRE prop. 21.

*Haec propositio principium est, quod ARCHIMEDES ut mechanicæ
 fundamentum posuit, in tractatu de aequiponderantibus. Hoc
 principium demonstrare conatus est HUGENIUS; v. opp. physica
 p. 2831. Verum innume postulatis, quae praemisit, scilicet: „positis
 ponderibus aequalibus, & brachiis librae, cui appensa sunt, in-
 aequalibus, illam inclinari ad latus brachii longioris,” demon-
 stratione indiget, ut merito observavit HAMILTON phil. trans.
 vol. 53. p. 107.*

III.

DE FULCRO.

52. Per *onus fulcri* intelligimus illam potentiam,
 quae, si in fulcro applicaretur secundum di-
 rectionem, quae per virium, aut datarum, si
 duae tantum adsint, aut ultimo resolutarum,
 si plures dentur, concursum transfret, cum re-
 liquis potentiis aequilibrium constitueret.

53. Hinc fulcrum, ut nova potentia F , considerari po-
 terit & propositiones 25. 26. 40. 48. locum habebunt:
 sc. (fig. 10)

(I.) $R : F = XE : XC$ (25) $= XA$. sin. $XAB : XA$. sin.
 XAO (26); posito XA radio,

$P : F = OW : OQ$ (25) $= AO$. sin. $OAB : AO$. sin.
 XAO ; posito AO radio,

VAR. *V. th. 21. cor. 28.* — TR. §. 154. — LA HIRE prop. 17.

(II.) Ductis perpendicularibus (fig. 3.4) YK, SL, sunt AK, KG partes, quas potentiae X & O ad onus fulcri conferunt (40); & haec sunt reciproce ut tangentes angulorum, quos potentiarum directiones cum illâ (AG) fulcri faciunt (40).

VAR. V. th. 22. cor. 1.

$$(III.) F = \frac{(P \pm R) (XC + OQ)}{2 (XE + OW)}; \text{ (ex. I.)}$$

Bl. §. 224. — LA HIRE pr. 17.

(IV.) Si plures potentiae adfunt: res eodem modo determinatur; & etiam geometricè.

VAR. V. th. 25.

54. Si potentiae sint vecti perpendiculariter applicatae: est summa, vel differentia potentiarum, onus fulcri, prout vectis sit heterodromus, vel homodromus (a); idemque obtinet, si potentiae, etsi obliquae, sibi sunt parallelae (b), & proinde his in casibus est fulcrum centrum gravitatis totius vectis (c), (II. 129).

(a) N. IX. exp. 6. — St. §. 169. — VAR. V. th. 21. cor. 23. — TR. ch. IV. §. 160.

(b) VAR. V. th. 21. cor. 30. — D'ALEMB. D. §. 56.

(c) LA HIRE pr. 3. 4. — St. §. 182. 184.

55. Fulcrum magis vel minus oneratur, si potentiae sint obliquae, quam si sint perpendiculares, prout vectis sit heterodromus (a), aut homodromus (b); & si potentiae applicentur in unâ

rectâ: onus fulcri nullum erit pro vecte heterodromo; aequalis vero summae potentiarum pro homodromo (c), (54. 53).

(a) N. IX. 1. exp. 7. — VAR. V. th. 21. cor. 22. 23. 29. 30. — TR. ch. IV. §. 163.

(b) VAR. V. th. 21. cor. 22. 23. 29. 30. — TR. ch. IV. §. 164.

(c) VAR. V. th. 21. cor. 24.

IV.

DE POTENTIIS.

56. Si duae potentiae P, R (fig. 10), sustinent onus (F), vecti adnexum; quaeque potentia (P. v. gr.) oneris F partem sustinebit, aequalem perpendiculari (OW), ductae e puncto, in quo altera potentia R applicatur, in directionem oneris, divisae per perpendiculararem (OQ), ab eodem puncto in propriam directionem (XA) ductam.

Est ipsissima prop. 53. I. & hinc etiam 53. II. valet.

Problemata huc spectantia, & hujus prop. demonstrationem dedit Bl. §. 228.

57. Si potentiae atque onus perpendiculariter vecti sint applicata: requiritur pro aequilibrio,

1°. Ut potentiae simul sumtae aequales sint oneri.

2°. Ut potentiae sint in ratione inversâ distantiarum ab onere, (56 aut 54, & 29).

G. §. 240—45. — M. §. 419—21. — N. IX. 1. exp. 8. 9 & appl. ad bajulos. — Kr. II. §. 35. — S. II. §. 290. — D. III. §. 33. 34. — St. §. 184. 185. 186.

58. Si plures potentiae simul in eundem vectem agant: recidimus in casum prop. 45. 48. 49. & esse debet (fig. 11)

$$1^{\circ}. AX + DO = NC + ME;$$

$$2^{\circ}. P. XN, \text{ fin. } PXN + R. ON, \text{ fin. } NOR = \xi, MN. \\ \text{fin. } \xi MN.$$

* Hic pro puncto, a quo distantiae computantur, adhibetur punctum N, cui una e potentiis applicatur: & potentiae *contrariae* habentur illae, non quae ad diversas hujus puncti partes ponuntur, sed quae vectem in oppositas partes trahunt.

59. Si plura onera, pluresque potentiae eidem vecti perpendiculariter applicentur, & de aequilibrio determinando agatur: sumendum est in vecte punctum quodcunque, & erit 1^o summa ponderum, ab unâ hujus puncti parte positorum, & per suas ab hoc puncto distantias multiplicatorum, aequalis simili summae, pro ponderibus, ab alterâ hujus puncti parte sitis; 2^o idem pro potentiis est observandum; 3^o summa potentiarum summâ ponderum aequetur (57).

Facile liquet hoc fictitium punctum, esse totius systematis centrum gravitatis (II, 126, 157).

G. §. 245 — 48: 248 — 53. — M. §. 421.

V.

DE VECTE PHYSICO.

* 60. Vectis gravis facile reducitur ad mathematicum, considerando cujusque brachii pondus, ut in centro gravitatis collectum, ac computando: quale pondus minori brachio sit adnectendum, ut aequilibrium habeatur.

61. Datis, pondere vectis, & brachiorum proportione, facile invenitur, aut potentia, quae, dato puncto applicata, & vectem & datum onus sustinet; aut pondus, quod a potentiâ sustineri poterit; aut denique, datis potentiâ, resistantiâ, & vectis pondere, invenietur locus fulcri (60).

M. §. 406—9. — *Kr.* II. §. 45—6. — *D.* III. §. 25. 26. —
W. II. *M.* §. 768—72.

62. Datis duobus ponderibus, quae aequilibrium faciunt, proportione, tum distantiarum, quibus appensa sunt, tum brachiorum ipsius vectis; vectis pondus determinabitur; aut, si insuper unum e ponderibus, datâ quantitate, minuatur; invenietur, quantum alterum pondus, versus fulcrum, promovendum sit, ut aequilibrium restauretur.

Pulchrum hoc problema, facile solvendum, primus proposuit JAC. BERNOULLI, opp. t. I. p. 191.

63. Si habeatur vectis gravis, supra fulcrum mobilis, cylindricus v. g. tunc momenta brachiorum, a pondere ipsorum oriunda, incrementum, si vectis longior sit, ut quadrata longitudinum.

64. Si, ope vectis gravis heterodromi, pondus R (fig. 12) sit retinendum, ac pondus brachii longioris potentiae sit *oppositum*: non certum est, ope vectis longioris, in quo fulcrum aequè ab onere removetur, facilius hoc onus elevari posse.

Sit momentum ponderis R, B; illud brachii PF, a ; detur aequilibrium ope potentiae P; si porro brachium FP fiat n es longius: aequilibrium non aderit, nisi sit $B + n^2 a = n(B + a)$ (63): seu, posito $ma = B$; nisi sit $m + n^2 = n m + n$. Jam vero, si m sit numerus integer: praevalerit onus, si sit $n > m$; praevalerit potentia, si $n < m$.

In vecte secundae & tertiae speciei (fig. 13), si de onere elevando agitur: pondus vectis est semper potentiae adver-

sum; unde, posito *a* pro totius vectis momento, recidimus in casum priorem.

Hunc secundum casum primus monuit BOSSUT, tr. elem. de mec. §. 165.

VI.

APPLICATIO VECTIS AD ELEVANDA ONERA.

65. Vectibus onera ad parvam quidem altitudinem, at commode elevari possunt.

N. IX. 1. appl. p. 26.

66. Ut commode, ad majorem altitudinem, vectibus eleventur onera: adhibendi sunt vectes, ita dicti, *producti*, in quibus lamina ferrea dentata, onus elevans, ope unci, vecti adnexo, attollitur.

M. §. 437. — Tales vectes eximios, sub nomine pancratorum novorum, descripsit D'ALESMEM. de l'acad. 1717. p. 201. — Neque multum abludivit machina, quam jam diu antea invenerat PERRAULT, & quae describitur in machines approuvées par l'acad. tom. I. n.º. 1.

67. *Tellenones*, quibus ad aquam e puteis hauriendam utuntur, ad vectes sunt referendi.

M. §. 414.

68. Huc pertinet etiam ARCHIMEDIS dictum: *da mihi punctum, & tellurem movebo.*

M. §. 418. — N. IX. sect. 1. p. 25. — Kr. II. §. 33. — D. II. n. 5, qui ad tempus impendendum rite attendit.

VII.

APPLICATIO VECTIS AD VARIA INSTRUMENTA.

68. Vectes angulares, seu aequalium, seu inaequa-

lium brachiorum, eximie inferviunt ad potentiarum directiones mutandas (a), aut motum corporibus conciliandum (b).

(a) M. §. 436. — N. IX. sect. i. p. 27.

(b) Ingeniosam vectium angularium fecit applicationem MOLARD ut cum indicibus, ab horologio remotioribus, motum horologii communicaret; v. machines approuv. par l'acad. t. 2, n°. 128,

69. Forcipes ad vectes tertiae speciei; tenacula, cultra, ad illos primae & secundae speciei, referuntur.

M. §. 417. — N. IX. sect. i. p. 28 — 32. — S. II. §. 293. — D. III. n. 6.

70. Manubria ad vectes referuntur. Si his motus rotae concilietur: potentia dimidio tantum temporis agit, nisi rota ponderibus sit onusta, ac vi centrifugâ (II. 359) motum, semel acceptum, retineat. Hinc praestat, duo manubria, ad oppositas partes posita, adhibere, quorum unum ascendit, dum alterum descendit. Denique manubria adhibentur, ut eorum ope anti-larum emboli eleventur: sed tunc horum motus non semper in eodem plano fit, & vacillat, (fig. 37).

N. IX. p. 47. — S. II. §. 293. 322. — LA HIRE prop. 68. 70. — SAVERIEN diction. de math. voce MANIVELLE. Quomodo haec vacillatio, attritusque, inde oriundus, minui & removeri possint? egregie docuit STURMIUS in miscel. Berol. t. 1. p. 304 — 309.

71. Remi sunt vectes secundae speciei, sed quorum fulcrum perpetuo loco movetur.

N. IX. p. 28. 29. — D. III. n. 6.

Remi machinae sunt simplices; sed quarum examen multis scæet difficultatibus: in primis, cum in remorum actione detur effectus utilis, qui in collisione remi contra aquas versatur; & noxius, qui in propulsione ipsius aquae consistit. Prior augetur, & posterior minuitur, augendo magnitudinem *palmae*: verum tunc in nova incidimus incommoda; & quaestio de *remis* una est e difficillimis totius mechanices. Hic vero unice de eo agitur, quod remi ad vectes referri possint.

De his egregie egerunt † CHAZELLES mem. de l'acad. 1702. p. 98. — EULER scientia nav. t. 2. cap. 7: mem. de Berlin III. p. 181. J. A. EULER mem. de l'acad. de Berlin 1764. T. XX. p. 246 seqq. — D. BERNOULLI mem. qui ont remporté les prix tomo VIII. — W. L. KRAFFT nov. com. Petr. XX. 343. — BOUGUER traité du navire p. 103 seqq: *ratione principiorum, quibus remorum actio nititur, adendum*: † SAVERIEN diction. de mathem. & diction. de marine voce *rame*: ac nouvelle theorie de la manoeuvre des vaisseaux p. 68. — JOH. BERNOULLI, JOH. FIL. JOH. NEPOS, in act. Helveticis T. V. p. 207.

72. Huc etiam referri potest applicatio vectis ad veterum machinas balisticas.

V. Kr. II. §. 31. — † D. II. n. 7.

VIII.

APPLICATIO DOCTRINAE DE VECTE AD HOMINUM ACTIONES.

73. Doctrina vectis ad explicandam vim, quae in hominum artibus observatur, modumque, quo pondera elevant, exponendum, maxime infervit, cum hîc omnia ad vectes reducantur.

M. §. 432. — N. IX. p. 32. — Kr. II. §. 58. — S. §. 293
 & p. 514. — D. III. n. 6: hic, quae in medium protulit,
 hausit e tractatu cl. BORELLI, de motu animalium, qui omnino
 adeundus est: quae vero BORELLI exhibuit, emendavit & per-
 fecit PARENT, recherch. de physique & math. t. 2. p. 631
 seqq. p. 662 seqq. p. 694 seqq. tome 3. p. 335.

73*. E doctrinâ vectis, accedente illâ centri gravitatis,
 explicantur phaenomena:

I. Cur homo, ad erectum murum stans erectus, dorso
 & utrisque calcibus murum attingens, non possit,
 nisi promotum pedum altero, nummum, humo jacen-
 tem, prorsum incurvatus tollere, quin praecipi-
 tetur?

II. Cur homo, qui sedet, non possit se in rectum eri-
 gere, nisi vel protenso capite, vel pedibus retra-
 ctis? ut jam monuit ARISTOTELES.

V. ARISTOTELES in mechan. quaest. Q. 31. — WALLIS mech.
 cap. 15. prop. 4.

74. Vectis doctrina etiam usui venit in explicandis stupen-
 dis effectibus, quos ita dicti *Simsones* edunt: de his
 curiose egit DESAUGULIERS (a). Omnes hi effectus
 inde pendent, quod *Simsones* actiones ponderum,
 equorumve trahentium, ita membris suis applicant,
 ut directe in ipsum fulcrum agant (b).

(a) D. IV. n. II. — (b) D. III. n. 5. p. 156. — Quasdam
 ex actionibus e doctrinâ plani inclinati, sc. e prop. nostrâ 165
 & 161 deduxit, & ingeniose ac vere explicuit KUHN, versuche
 der naturforschende gesellschaft in Dantzic tome 1. p. 15.
 16. §. 25. 26.

IX.

DE APPLICATIONE VECTIS AD BILANCES
ET STATERAS.

I. DE BILANCIBUS RITE CONFICIENDIS.

75. Bilanx, mathematice considerata, est vectis, aequalium brachiorum, ad corporum aequipondium examinandum inferviens.

G. §. 180. 1. 2. — M. §. 384—7. — N. IX. sect. 1. p. 66. — S. II. §. 290. — H. I. §. 121. 22. — Bl. §. 225.

76. Bilanx, physice considerata, ex his partibus constat:

1°. *Fugo*, seu *scapo* ponderoso, per cuius medium transit *axis*, qui pro centro librae haberi potest.

2°. *Trutinâ* vel *ansâ*, cujus ambo crura *aginam* faciunt; in parte inferiori datur *fibula*, ne axis cadat. In tenuioribus & accuratioribus bilancibus, *agina* superne in *oculum* desinit, in cuius medio datur apex.

3°. *Lingulâ* seu *examine* in apicem desinente. Haec, ubi aequilibrium adest, acumini oculi respondeat, & in medio *aginae* recondatur.

4°. *Lancibus*, quae oculis, in extremo brachiorum factis, liberrime appendantur.

G. §. 180. 1. 2. — M. §. 283. — N. IX. s. 1. p. 66—77. — Kr. II. §. 50. — D. III. §. 16 seqq. W. II. M. §. 782. — TR. Ch. IV. §. 325.

* *Egregiae dissertationes de bilancibus, earumque confectioe habentur, LEUTMANNI, & KUHNII: prima tota praxin spectat,*

Et habetur in comment. petr. X. p. 31 seqq.; altera, & theoriam & praxin complectens inserta est in versuche der naturforschende gesellschaft in Dantzig, t. I. p. 1--78.

77. Requiritur, 1° ut ansa se in lineam verticalem accomodet; hinc, ut liberrime sit suspensa, omnesque ejus partes utrimque aequae graves sint.

Res est confectu difficillima: hinc LEUTMANNUS in eximia dissertatione *practica* de bilancibus (a) aliam, a vulgari diversam, aginam excogitavit, in qua omnia, cochlearum ope, rite disponi, & ad examen vocari possunt (b).

(a) Comm. petrop. II. p. 35 seqq. — (b) Cap. I. §. 26. 27. 28.

78. 2°. Lingula, quae situm horizontalem scapi indicat, sit scapo exacte perpendicularis, quantum fieri potest, levis: sed exacte infra lingulam detur hujus *contrapondium*, quantum fieri potest, breve.

M. §. 394. — † LEUTMAN. l. c. c. I. §. 14—21.

Cum autem lingulae, & in primis contrapondii confectio admodum difficilis sit, exacta tamen eorum structura maximi sit momenti: LEUTMANNUS in constructionem bilancium inquisivit, quae lingulae sint expertes; felicissime successit,

l. c. c. 2.

79. 3°. Attritus in motu bilancis minimus sit: hinc (a) axis e materiâ durissimâ, bene politâ, fiat, & in simili foramine moveatur; — fiat porro in aciem cultri, ut moveatur facilius (b); — sit denique scapo ad angulos rectos impositus.

(a) M. §. 388. 95. 96. — Kr. II. §. 57. — S. II. §. 297. 98. — W. II. M. §. 784.

(b) LEUTMAN l. c. §. 24. 25.

80. 4°. Scapus illam, quam habet formam, constanter retineat: hinc e materiâ fiat fat durâ; neque nimis oneretur, ne inflectatur.

V. loc. cit.

81. 5°. Lances liberrime suspendantur, ut semper horizonti perpendiculares sint: pondus, quod tenent semper idem fervent; adeoque catenis metallicis suspendantur.

M. §. 396. — S. II. §. 312.

82. Generalia bilancis requisita sunt.

I. Ut in situ horizontali aequilibrium detur inter pondera aequalia.

II. Ut, minimo pondusculo addito, maxime ab hoc situ deturbetur.

III. Ut, deturbata, se maximâ vi restituat.

83. EULERUS (in *com. petr.* X. p. 1. seqq.) egregiam de bilancis dissertationem conscripsit, in qua sequentia docuit, quae e prop. nostris facile deducuntur.

Sit (fig. 14) AOB scapus, cujus pondus S. Sint P & Q pondera aequalia, literâ p expressa, & imposita lancibus, quae pondus L & l tenent. Sit O centrum motûs; g centrum gravitatis totius scapi non onerati: erit pro aequilibrio

$$(A) (p+L) AC = (p+l) BC + S. Cc.$$

$$(B) p (AC - BC) = 0,$$

$$(C) l. BC - L. AC + S. Cc = 0; \text{ seu } L - l = \frac{S. Cc}{AC}$$

H. I. §. 123.

Porro si, addito lanci L pondusculo q , inclinetur bilanx, & iterum quiescat: scapus, cum directionibus gravitatis seu lancium, angulum faciet $BA\lambda$, qui inclinationem (I) scapi indicabit; hinc, resoluto pondere scapi, qui secundum OZ agit,

erunt partes $\frac{OG}{Og}$, & $\frac{Gg}{Og}$ in aequilibrio, & habebitur:

$$(D) \quad (p+L) AO \sin. \lambda AO + S. OG \sin. I = (p+l+q) BO \sin. ABO + S. Cc. \cos. I; \text{ unde (per introd. 17) fit.}$$

$$(E) \quad (p+L) (AC. \cos. I - OC \sin. I) + S. OG \sin. I = (p+q+l) (AC. \cos. I + OC \sin. I) + S. Cc. \cos. I; \text{ \& inde per (C).}$$

$$(F) \quad \text{Tang. } I = \frac{q. AC}{(2p+L+l+q) OC + S. OG}$$

$H, I. \S. 123.$

Denique, vis, qua bilanx se in horizontalem situm restituere conatur, est excessus momentorum, quibus unum brachium supra ea, quibus alterum movetur; seu est

$$(2p+L+l) OC \sin. I + M. OG \sin. I.$$

Ex his, quae cum iis conveniunt, quae, sed non adeo eleganter & concinne, demonstravit KUNNE, eliciuntur haec corollaria.

84. Ut perfecta sit bilanx, ambo brachia requiruntur perfecte aequalia.

$N. IX. sect. 1. p. 67. — Kr. II. \S. 51. — TR. IV. \S. 327. 28. — LA HIRE pr. 33; qui ambo de integrâ hâc materiâ consulendi.$

Difficulus huic conditioni in praxi satisfic: optima proculit LEUTMAN ($l. c. C. I. \S. 4-15$).

Hujus impletæ conditionis tum demum certi sumus, si æquilibrium perstat, ubi pondera fuerint commutata.

85. Ambo brachia exacte ejusdem ponderis non requiruntur, nisi velimus jugum, absque impositis lancibus, in æquilibrio esse. Difficillimum autem est, brachia scapi & aequalia, & æquiponderantia conficere; hinc pulchram bilancem invenit LEUTMAN cum axiculo mobili, qui facile ita poni potest, ut ambo requisita obtineant.

86. Quo longiora sunt brachia, quantum absque inflexione fieri potest: eo sensibilibior est bilanx.

M. §. 388. 95. 96. — *Kr.* II. §. 57. — *S.* II. §. 297. 8. — *W.* II. *M.* §. 784. 6. — *H.* I. §. 122. 124.

87. Si centrum motûs cum puncto C, & centro gravitatis convenit: bilanx in quovis situ esset in æquilibrio (II. 131); & minimum pondusculum additum illam penitus erigeret (II. 134). Hinc, ne centrum motûs cum centro gravitatis conveniat.

88. Si centrum motûs cadat in lineâ, quae puncta suspensionis lancium jungit (a), hac prærogativâ gaudebit bilanx: ponderum excessus facile cognoscetur ipsâ bilancis inclinatione; aut commodius, si in parte superiori aginae detur arcus circularis, cujus gradus a lingulâ indicantur. Si vero valor unius gradûs experientiâ fuerit determinatus, reliqui sunt ut inclinationum tangentes, (83 F).

(a) Quidam, hoc necessarium esse, statuunt: *M.* §. 396. n^o. 4. — *TR.* IV. §. 330. I. 2. — *LA HIRE* pr. 33. — Sed hi ad proprium scapi pondus non attendunt: & eadem de causâ errant, ubi statuunt: depressâ unâ lancē, æquilibrium amitti; hoc tantum fit ob attritum, *TR.* ch. IV, §. 333.

89. Eo facilius a dato ponduscule moveri poterunt bilances: quo centrum gravitatis, propius ad illud motus, accedat; hinc tam prope ac fieri possit, ponatur.

D. III. p. 109. n. 4. exp. — W. II. M. §. 785. — LEUTMAN l. c. c. I. §. 21. 22.

90. Si centrum gravitatis supra centrum motus sit: nihil valent bilances; axis sit in lineâ suspensionis lancium, aut supra eam.

M. §. 390 — 94. — Kr. II. §. 54. 55. — S. II. §. 299. — D. III. n. 4. — W. II. M. §. 779 — 82. 85.

90*. Clar. KUHNE bilancem invenit & confecit, quae praerogativis omnibus bilancium quarumvis, modo expositarum, gaudet: puncta enim, quibus lances suspenduntur, vel supra centrum motus, vel infra idem, vel in lineâ axeos, pro re natâ poni possunt; porro, indice instructus est scapus, qui gradibus ponderum proportionem indicat (§. 83. F. §. 88), & ut minuatur attritus, axis in orbium intersectionibus movetur, ut infra (306) dicemus.

Hoc caput egregie tractavit & perfecit KUHNE l. c. §. 49 seqq.

91. Cum in ansae, lingulae, & aequalium brachiorum constructione tot actantae difficultates reperiantur (77. 78. 79): operae pretium fecit cl. MAGELLAN, qui bilancem accuratissimam & mobilissimam, invenit, in qua ansa non datur, sed unum e brachiis lingulae officio fungitur. Corpus ponderandum & sacoma, in eadem lance ponderantur, ita ut parum intersit: an brachia aequalia sint, nec ne? & in qua, praeterea, centrum motus tam prope ad centrum gravitatis poni potest, ad libet. Idem facillimam methodum, minima pondera exactissime conficiendi, protulit.

Journ. de physique jany. 1781. t. 17. p. 43.

2. DE LIBRIS DOLOSIS.

92. Bilanx dolosa plerumque ita constructur, ut brachia, licet aequiponderantia sint, inaequalis tamen sint longitudinis (*a*). Fraus detegitur, merces (*M*) & facoma (Π) permutando; & quantitas fraudis, ac verum mercis pondus (*P*) detegitur, si, postquam permutatione novum facoma π aequilibrium fecerit, e producto amborum facomatum radix eliciatur (*b*) (29): i. e.

$$P = \sqrt{\Pi\pi}.$$

(*a*) *G.* §. 194. 5. — *M.* §. 403. 4. — *Kr.* II. §. 52. — *S.* II. §. 306. — *D.* III. §. 27. — *W.* II. *M.* §. 787. — *TR.* *ch.* IV. §. 328.

(*b*) *M.* §. 404. — *Kr.* II. §. 53. — *S.* II. §. 307; *E*² *n.* 3. *p.* 519. — *W.* II. *M.* §. 788—92. — *TR.* *ch.* IV. §. 329. — *LA HIRE* *pr.* 33.

93. Bilanx, in cujus scapo centrum motûs supra centrum gravitatis, & simul supra lineam, quae puncta suspensionis lancium jungit, positum est, facile dolosa fit, si lingulâ destituatur.

D. III. *n.* 4. *p.* 108. — *LA HIRE* *pr.* 34.

3. DE BILANCIS USU ET PHAENOMENORUM
QUORUMDAM EXPLICATIONE.

94. Axis librae summâ ponderum, lancibus impostorum, oneratur (54).

95. Omnes bilancis partes ponderibus, quae ipsa explorantur, accommodandae sunt; neque eadem magnis & minimis ponderandis infervire potest.

Quae sit docimasticarum bilancium mobilitas, docuit CRAMER in arte docimastica t. 1. §. 322. — V. etiam LEUTMAN C. P. t. 2. c. 2. §. 131; qui de variis ponderibus optime egit, C. V.

96. Cum ponderibus, in progressionē geometricā, uti 1: 3 constitutis, quaevis corpora ponderari possunt, a minimo pondere adhibito, usque ad summum omnium datorum: possunt etiam adhiberi pondera in progressionē duplā; sed prior methodus praestat.

Kr. II. §. 64—67. — LA HIRE pr. 41. — Eximie de hac re egit VAN SCHOTEN in exercit. mathem. sect. miscel. VIII. p. 411, & tabulam ponderum, a se ipso computatam, adhibuit.

97. Quando bilanx pressione, aliove modo, in motum deducitur, jugum lentas oscillationes facit: quarum tempus facile (e lib. II. §. 225. 26) computatur.

Singulare oscillationum genus, sed quod ad mechanicam non pertinet, in bilance consideravit EULER nov. com. petr. XIX. p. 305 seqq. 325 seqq.

97. E prop. 49. 51 facile explicatur bilanx arithmetica clar. CASSINI, cujus ope regulae principes arithmeti-
corum facile solvuntur.

*G. §. 195—202. §. 224 seqq. — * CASSINI Journ. des sav. 1676 die 27 dec. p. 303. ed. in 12°. — Mach. appr. par l'acad. t. I. n°. 45.*

98. E prop. 49 facile explicatur phaenomenon: quod homo, lanci bilancis impositus, ac baculo jugum premens, ponderosior, minusve ponderosus evadere videatur, prout citra aut ultra suspensionis punctum agat.

D. III. n. §. p. 119. exp; & phil. trans. n°. 409. vol. 36. p. 128.

99. Neque minus facile explicatur (e §. 37) bilanx *Robertvalliana*, in quâ aequilibrium inter aequalia pondera perstat, etsi haec, magis minusve, ab axi removeantur.

S. II. §. 305. — D. III. n. 5. p. 118. — TR. ch. IV. §. 355. — LA HIRE *pr.* 40. — DESAGULIERS *phil. transf. n.º* 419. *vol.* 37. p. 125. — † PARENT *recherches de physique t.* 3. p. 700. — * ROBERVAL *journ. des sav.* 1666.

4. DE STATERIS.

100. Statera Romana est bilanx inaequalium brachiorum; sed brevius cum lance, aut per se, aut addito pondusculo, longiori aequiponderat. Super longiori, in gradus, qui brevioris partes sunt aliquotae, diviso, decurrit facoma: quaeritur locus, in quo aequilibrium obtinet? & pondus mercis noscitur per prop. 29.

G. §. 193. — M. §. 397—400. — N. IX. *sect.* I. p. 77. — Kr. II. §. 67. — S. II. §. 304. — D. II. §. 21. — W. II. M. §. 774—9. — H. I. §. 126. 7. — K. X. *th.* II. *i. f.* — Bl. §. 226. — TR. ch. §. 335.

101. Axis staterae minus oneratur, quam illud bilancis (94. 100 & 54): unde statera ponderosissimis corporibus ponderandis optime inservit.

M. §. 400. — Stateram, ad exploranda minima ponduscula docimastica, confecit tamen LEUTMAN, *com. petr.* II. cap. V.

102. Staterae plerumque in superficie inferiori minoris brachii uncum gerunt, e quo statera, sed inversa,

suspendi potest, ut eodem facomate, majora adhuc onera ponderentur.

TR. ch. IV. §. 342. — LA HIRE pr. 35.

103. Si habeantur duo facomata, alterum majus, alterum minus, sed pars nota majoris; atque ambo adhibeantur: mercis pondus tot facomata majora, & tot minora valebit, ac divisionibus, quibus utraque apponuntur, indicatur (49).

TR. ch. IV. §. 341.

* Supponitur hic, initium divisionis esse in axi staterae. De modo has divisiones conficiendi, optime egerunt TR. ch. IV. §. 338—44; & LA HIRE pr. 35. 38.

104. Dantur etiam staterae, in quibus facoma brachio breviori affixum est: lanx vero, cui merx imponitur, supra longiori brachio, rite diviso vagatur.

M. §. 402. — Kr. II. §. 68. — Quomodo hic divisiones faciendae sint, quae ab extremo brachii longioris ad fulcrum pergunt, & perpetuo minores fiunt, secundum proportionem ($\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ &c.) numerorum figuratorum (intr. 40) inversam, docuit LA HIRE pr. 36. 38.

105. Denique dantur staterae, in quibus lanx, cui merx imponitur, & facoma, ambo sunt extremis staterae affixa; sed trutina, vel suspensionis punctum in scapo vagatur. Ejusmodi statera, Danica vel Suecica dicitur.

M. §. 402. — Kr. II. §. 68. — S. II. §. 171.

Usus hujus staterae jam initio hujus seculi in Daniâ evulsit: in Sueciâ forte adhuc viget. V. HORREBOW de continuâ prop. harmonicâ. §. 3; in opp. tomo I. p. 175.

Divisiones brachii sunt inaequales: procedunt autem in progressionem arithmeticâ inversâ, seu harmonicâ (intr. 39).

Ed de re v. LA HIRE *pr.* 37. — HORREBOW *l. c.* §. 4—9.
§. 45. 46. — ROEMER *mach. approuv. par l'acad. t. I.*
n^o. 21.

106. Ingeniosam hujus staterae applicationem fecit dexter. BAR-
DONNEAU in construenda bilance, cujus ope, absque ponde-
ribus, nummorum quorumvis genuina pondera expendun-
tur: altera lanx nummis imponendis, altera facomatis ad
instar inservit; trutina supra scapum vagatur, & legitimae
divisioni imponitur.

V. Journ. des sav. 1680. *n^o.* 23. *p.* 309: *É M.* §. 402.

107. Aliam ingeniosam stateram, cujus longius brachium elon-
gari potest, & in qua, quantum hoc longius fiat, indice
notatur, ad usus hydrostaticos invenit WILS.

WILS *wiskonstige werken: Amst.* 1654. *p.* 153. *sc. primo,*
facomate in lance posito, aequilibrium quaeritur. Mox, cor-
pus explorandum in aqua demittitur. Cum autem, ut in hy-
drostatica patebit, in ea, eo plus ponderis amittat, quo minus
densum sit: eo & longius brachium agere debet (31), ut
aequilibrium restauretur; hinc vertitur index, eaque conver-
sione brachium longius fit. Index autem notat gradus, quibus
densitas metallorum diversorum respondeat.

5. DE PECULIARIBUS ALIQUOT STATERARUM GENERIBUS, IN QUIBUS NULLO SA- COMATE OPUS EST.

108. Quodvis planum grave MQP (fig. 15), puncto
cuidam C suspensum, & ex altero puncto A lancem
L, mercibus recipiendis idoneam gerens, proprio
suo pondere has merces pensare poterit, ope anguli
BCD, quem linea, e puncto suspensionis C in cen-
trum gravitatis B plani ducta, cum lineâ directionis
CD facit.

Facile autem noscitur, qui anguli determinatis ponderibus respondeant? dummodo unus fuerit experientiâ notus; nam pondus semper est proportionale lineae DB, e puncto quodam lineae CB, paralleliter ad lineam CA ductae, usque ad occursum lineae directionis CD pertinentis, (II, 38).

LAMBERT hoc staterarum genus egregie excoluit, in actis Helveticis t. 3. p. 13 seqq.

109. Hoc fundamento nititur statera a LAMBERTO excogitata, & a MUSSCHENBROEKIO ulterius excolta. Mercis sc. pondus indicatur indice, divisiones arcus circularis ostendente. Merx imponitur lanci, quae e filo dependet, quod supra trochleam transit: haec, indici adfixa, cum eo super axi mobilissima est. Est autem pondus ut sinus anguli, quem index CB cum linea verticali efficit (II, 40). Magnitudo vero unius divisionis experientiâ determinatur.

M. §. 402. — LAMBERT l. c. §. 18.

119. Bilanx, a doc. LUDLAM (in phil. transf. a°. 1765, vol. 55. n°. 24) proposita, prop. nostrâ 28. (B) nititur.

Est enim vectis angularis isoscelis XBO (fig. 15*) supra C mobilis; in X apponitur pondus P; e filo OR dependet merx R, quo fit, ut vectis XBO diversimode inclinetur, & index LBC, qui lineae XO perpendicularis est, alios atque alios angulos, ZBL, seu bBC , cum lineâ directionis ZBb, facit.

Ope autem prop. 28 (B), & pro bO & bX sinus angulorum bBO & XBb , quibus proportionales sunt, substituendo (intr. 18), sumendo porro pro bBO differentiam & pro XBb summam angulorum CBO & CBb , invenietur (intr. 17)

$$\text{Tang. } \angle CBb = \frac{P-R}{P+R} \times \text{Tang. } \frac{XBO}{2}; \text{ \& inde}$$

O 4

$$P \div R : P - R = \text{Tang. } \frac{XBO}{2} : \text{Tang. } CBb;$$

quae est ipsa doct. LUDLAM regula. Unde liquet, datis angulis cognosci pondera R, & reciproce. Scalae autem divisiones confecit LUDLAMUS scopo, quem prae oculis habebat, accommodatas: alius scopus, alias postularet.

Clar. MAGELLAN, hanc bilancem ulterius perfecit; attritum minuit, ipsamque constructionem perfectiorem reddidit; quibus quaedam adjecit stren. BREGUIN.

Haec omnia habentur journal de physique tome 2. p. 253 seqq. p. 332 seqq.

* *Formula, modo exhibita, cum illa formula F. §. 83. convenit: nam hic $P - R = q$; & $P \div R = 2p \div L \div l \div q$; & $OG = o$.*

CAPUT II.

DE AXE IN PERITROCHIO.

I.

GENERALIA.

III. Axis in peritrochio dicitur axis, vel cylindrus, in cheloniis mobilis, qui majorem ambientem rotam gerit; vel, cui radii, *scytalae* dicti, imponuntur. Onus movendum funi adnectitur, qui supra axin involvitur. Rotam plerumque funis ambit, cui potentia applicatur: aut haec in scytalas agit, axi vel rotae impositas.

M. §. 443. 51. — Kr. II. §. 70. — D. III. §. 42. — W. II. M. §. 756. 7. 8. — H. I. §. 136. — Bl. §.

243. — St. §. 188. — VAR. IV. def. 20. — TR. ch. IV. §. 94—7. — LA HIRE p. 205.

112. Si axis horizontalis est: machina a latinis *axis* in *peritrochio*, & *sucula* dicitur. Belgis *windas*, etiam *braadspit*; gallis *tour*, *treuil*, *vireveau*. Peritrochium ipsum vocatur tympanum.

Si vero axis sit horizonti perpendicularis, dicitur machina *ergata*: belgis *kaapstand*: gallis *cabestan*, *vindas*.

M. §. 452. — Kr. II. §. 70. — † S. II. §. 320. 21. — † N. IX. p. 103—4. — H. I. §. 138. — Bl. §. 243. — VAR. IV. def. 20. — TR. ch. IV. §. 94. — LA HIRE p. 107.

II.

DE AEQUILIBRIO IN ERGATIS ET SUCULIS.

113. Datur aequilibrium inter potentiam scytae applicatam, & onus: si potentia sit ad onus in ratione inversa perpendicularis, ductae a centro, in directionem potentiae, ad radium axeos; seu, ut productum scytae multiplicatae per sinum anguli, quem potentia cum scytaalâ efficit, ad radium axeos inverse (25. 26); i. e. (fig. 16. 17)

$$(A) P : R = BO : BD.$$

$$(B) P : R = BO : BX \text{ sin. } \angle BXD.$$

Kr. II. §. 71. — S. II. §. 327. — D. III. §. 44. — W. II. M. §. 793. 4. — TR. ch. IV. §. 97—101; & *eximiae demonstr.* §. 104—115, quae ad (B) redeunt.

114. Cum axis in peritrochio ad vectem referatur: propo.

fitiones de vecte hîc etiam obtinebunt omnes; sc: erit $P : R = AY : AS = \sin. BAO : \sin. BAD = OB : \sin. BXA$; pressio vero in centrum erit ut $AG : si\ sc: P \ \& \ R$ in eodem plano agere ponantur, (40 seqq.) (fig. 17).

VAR. IV, th. 19. cor. 2, 7.

115. Si potentia agat in directione peritrochii: aderit aequilibrium, si potentia & onus sint in ratione inversâ radiorum tympani & axeos; aut, si scytala adhibetur, & potentia perpendiculariter in scytalam agat: erit, in casu aequilibrii, potentia ad resistantiam uti radius axeos ad scytalam (29).

G. §. 253. 4. 5. — M. §. 445. 5. — N. IX. f. 1. exp. 11. p. 105. — Kr. II. §. 69. — S. II. §. 310. — D. III. §. 42. 43. — St. §. 189. 90. — W. II. M. §. 792. — H. I. §. 137. — K. X. th. 12. — Bl. §. 244. 5. 6. — VAR. IV. th. 19. cor. 3. 5. — TR. ch. IV. §. 102. 3. — LA HIRE pr. 62.

116. Si funis trochum ambit, potentia aequè valide agit, quaecunque sit ejus directio (45).

St. §. 191. — VAR. th. 19. cor. 4.

117. Potentiae, quae, ope diversarum rotarum eidem axi impositarum, juxta directiones axi perpendiculares, agunt, & aequilibrium tenent, sunt inter se, ut distantiae a centro axeos inverse: energiae vero, quas eadem potentiae exerunt, sunt in eadem ratione, sed directâ, (116. 31).

W. II. M. §. 795. 6. 7. 8.

118. In omni casu sunt potentiae & onus in ratione inversâ spatiorum, ab ipsis percursorum.

W. II. M. §. 799. — Bl. §. 247.

III.

DE FULCRIS.

119. Si potentia & onus in eodem plano agerent: onus fulcrorum idem esset ac in vecte; & prop. 40 & 53. 54. hic applicandae essent.

VAR. IV. th. 19; & cor. 39, 10. 11, 12 seqq.

120. Verum, cum potentiae & oneris distantiae a chelonis sint diversae; sint D & d distantiae PC , Pc potentiae a chelonis C & c ; Δ & δ illae RC , cR resistentiae R ab iisdem: erit (fig. 18)

I. $\Delta + \delta = D + d.$

II. Sustinebit chelonium C (13.) partem $\frac{P \cdot d}{D + d} = P'$ potentiae; partem $\frac{R \delta}{\Delta + \delta} = R'$ resistentiae; & onus

integrum erit $\frac{Pd + \delta R}{D + d} = P' + R'.$

III. Eodem modo, pro chelonio c , erit $p' = \frac{PD}{D + d}$; $r' = \frac{\Delta R}{D + d}$; & $p' + r' = \frac{PD + R\Delta}{D + d}.$

IV. His autem duabus viribus (II. III.) verticaliter premuntur chelonia, si potentia & resistentia perpendiculariter agant: P autem cognoscitur per 113 & 115.

Bl. §. 249. — BOSSUT traité elem. de mec. §. 225. 231.

121. Si potentia agat oblique, faciatque cum axi angulum $MCN = (I)$ [fig. 19]: chelonia & horizontaliter prementur, partibus CN, cn , virium CM & cm , seu P' & p' ; & verticaliter, partibus NM & nm earundem, dum pressio verticalis oneris CO remanet. Et hinc erit

$$\text{Pressio vertic. chel. } C = \frac{\delta R}{\Delta + \delta} + \frac{P \cdot d \cdot \sin. I}{D + d} (= CO + NM = CU).$$

$$\text{————— chel. } c = \frac{\Delta R}{\Delta + \delta} + \frac{P \cdot D \cdot \sin. I}{D + d} (= co + nm = cu).$$

Quorum summa est constans sc. $R + P \cdot \sin. I$; licet energiae quovis momento mutantur, involutione funis supra axin, quâ distantiae Δ & δ mutantur.

$$\text{Pressio horizontalis chelonii } C = \frac{P \cdot d \cdot \cos. I}{D + d} = CM.$$

$$\text{————— } c = \frac{P \cdot D \cdot \cos. I}{D + d}.$$

Quae, ubicunque ponatur onus, eadem sunt.

Si autem quaerantur integrae pressiones compositae TC, tc , quae in chelonis C & c oriuntur e pressionibus compositis P' seu CM , R' seu CO ; p' seu cm , r' seu co , quae, ut & anguli MCN , MCO seu I , cognoscuntur: res facile fit per prop. 41. II.

Hae prop. 120 & 121 continent formulas a clar. BOSSUT propositas l. c. §. 226—33; & operosas construtiones clar. TRABAUD ch. IV. §. 168—196.

122. Si scytala axin perpendiculariter non fecet: onus fulcrorum (fig. 19*) eodem modo computatur pro puncto E ; verum tunc axis parte PD ipsius integrae vis, juxta suam longitudine

nem, premet in chelonium. Unde nova pressio
& maximus attritus orietur.

IV.

DE USU AXEOS IN PERITROCHIO.

123. Infervit plerumque axis in peritrochio ad majora onera elevanda, aut trahenda; aquam e puteis hauriendam; cataractarum januas aperiendas; cetera.

N. IX. p. 106. — S. II. §. 324. 5. 6.

124. In usu hujus machinae attendendum est:

1^o. Ad onus cheloniorum & attritum, qui inde oritur: ut hic minuatur, chelonia ne sint cylindrica, sed potius convexa, tanquam e quatuor arcibus circularibus convexis formata.

2^o. Ad funis crassitiem: hujus femidiameter radio axeos est addenda, ut verus habeatur radius; adeoque, ceteris paribus, quo crassior est funis, eo major esse debet potentia.

3^o. Ad rigiditatem funis: quae eo major est, quo axis fit minor, ut deinceps (340) pluribus dicetur; porro ad replicationem funis super se ipso; denique ad ipsius pondus.

LA HIRE pr. 63. 64.

125. Si axis in peritrochio tympano fit instructus, in quod homines vel animalia incedunt: po-

potentia non semper idem habet momentum, neque modo maxime lucroso agit; nam potentiae energia non erit ut radius tympani, sed ut illa radii pars, quae inter centrum continetur, & occursum perpendicularis a loco, inter ambos pedes medio, ductae ad radium (*a*). Praestat itaque, ut homines supra exteriorem tympani ambitum incedant (*b*): vel ut hic paxillis sit instructus, in quos homines agant.

(*a*) *M.* §. 449. — *Kr.* II, §. 71. — *S.* II, §. 327. 29. —
† CAMUS traité des forces mouvantes c. 2. pr. 6. cor. 7. 8. 9.

(*b*) *Egrege egit hac de re ELVIUS, & experimenta, majoribus usus instrumentis, instituit, e quibus patuit; homines tunc aliquando actionem octuplo majorem edere; Schwed. abhand. VI. p. 190 seqq.*

126. Quando axi in peritrochio utimur ad aquam, e puteis hauriendam, ac duplex ipsi appenditur fitula: considerandum venit 1° momentum fitulae plenae, elevandae, quod, breviori reddito fune, continuo decrescit; 2° momentum fitulae vacuae; seu descendens, quod, priori oppositum, continuo augetur, fune longiori reddito: hinc axis ita confici posset (117) ut horum momentorum differentia esset constans; adeoque ut vis, manubrio agitata, constanter eadem esset.

Calculum figurae, axi ad hunc effectum consequendum tribuendae, computavit clar. CAMUS (*a*): verum huic figurae in praxi conus truncatus substitui potest; alter, supra quem funis ascendens volvitur; alter, priori aequalis, ipsique sua latiori basi, oppositus, super quem funis descendens devolvitur. Horum conorum dimensiones computavit clar. BOSSUT (*b*).

(*a*) *Mem. de l'acad.* 1739. p. 169 seqq. — *Bl.* §. 245 — 53.

(*b*) *Traité elem. de mec.* §. 248 — 53.

127. Quando funis longissimus est, simulque crassus, ut ille, qui anchoris majorum navium elevandis inservit, is integer super axin volvi nequit, nec *superinvolutiones* fieri possunt (124): hinc saepius sistenda est axeos conversio, ad funem detorquendum & elevandum, ut nova ipsius pars super axin revolvi queat. — Varia excogitata sunt media, ad haec obstacula removenda, efficiendumque, ut funis, una cum onere, ab axi prehendi retinerique possit, absque eo, ut super axin volvatur: haec autem, ut ut ingeniosa, nondum, quantum scio, executioni mandata fuerunt.

S. II. §. 330. — SAVERIEN dict. de marine, & dict. de physique voce CABESTAN. V. mem. qui ont remporté le prix de l'acad. de Paris. T. V; & JOH. BERNOULLI operat. IV. p. 221.

128. Axin in peritrochio, ad graviora onera parum elevanda aut premenda, summo cum successu adhibuit perit. SHELDON (fig. 20). Si corpus L, juxta directionem parietis, ZI sit elevanda, adhibeatur trabs LM, quae trabeculae M imponatur. Haec supra axin C ponatur, qui scytalâ ZC vertitur: dum axis a C ad I pergit, trabs LM ad parietem accedit & corpus elevat. In praxin optimo successu fuit deducta illa machina: ejusque vires egregie exposuerunt ELVIUS & KAESTNER.

V. Schwed. abh. IX. p. 45 seqq.

129. Neque minori successu scytalis utimur ad currus, quibus gravissima onera imponuntur, promovendos: circumferentiae rotarum paxilli implantentur; scytalae supra axin moveantur, & in paxyllos agant; unde rotae facile convertentur.

Mach. approuv. par l'acad. t. I. n°. 27.

130. Ut funes circa corpus aliquod valide premantur, & torqueantur, nodo, quo superne junguntur, impo-

nuntur scytae, quae in rotundum vertuntur, adeoque ut in *ergata* agunt, cujus axis est radius cylindri, quem funes suâ contorsione faciunt: hinc vis, quâ funes horizontaliter tenduntur, facile innotescet; neque difficilius illa determinatur, quâ verticaliter trahuntur obliquitate actionis.

Hoc thema, a nemine, quod sciam, antea tractatum, pulchre excelsit PARENT recherches de physique t. 2. p. 213 seqq.

V.

DE APPLICATIONE THEORIAE.

131. Theoria axeos in peritrochio modos suppeditat, quibus effectus, quos potentia, perpetuo increfcens vel decrefcens, edit, constantes & ejusdem perpetuo energiae reddantur (117).

132. Hujus applicationis pereximium habetur exemplum in illo horologiorum axi, supra quem involvitur *catena*, quam elaterium trahit: hic in formam conoidis excavatae formatur, ut elaterium in vectem ageret, eo longiorem, quo debilius fit, & sic ipsius actio constans redderetur.

N. IX. sect. 1. appl. exp. 12. — S. II. §. 328. — D. III. §. 45. — LA HIRE pr. 72.

133. Si fingatur (fig. 21), esse vires P & P' elaterii in punctis A & G, uti sunt ordinatae EA, FG, trianguli EAK: requiritur, ut perpetuo sit $P \times AB = P' \times GC$;

hinc positis $AB = a$, $AH = b$, $AG = x$, $GC = y$.

$AK = m$, erit $y = \frac{m a}{m - x}$. Unde curva BCD erit hy-

perbola (intr. 72), cujus AK est asymptoton:

erit porro $AK = \frac{m a}{P - P'}$, & maxima axeos ordinata

$HD = \frac{m a}{m - b}$.

M. §. 446. 47. — BOSSUT trait. elem. de mec. §. 244. —
Cl. VARIGNON rem generalius consideravit in mem. de l'acad.
 1702. p. 196 seqq. Sed praecipue adendum † PARENT recher.
 de mathem. II. p. 678.

134. In praxi axis ille non conficitur juxta leges theore-
 ticas, nisi quatenus ipsi prius generalis figura cono-
 idea concava torno concilietur. Dein vero, tot
 helices, quot pro longitudine catenae requiruntur,
 ipsi insculpuntur. Tandem exploratur: utrum hae
 debitam habeant diametrum? examinando, utrum
 elaterium, ope catenae, in omnes helices eadem vi-
 geat energiâ? hoc ope peculiaris cujusdam staterae
 fit. Helices, quae justo longiores sunt, breviores
 redduntur. — Quaecunque huc spectant eximie
 descripsit expert. BERTHOUD.

V. traité d'horlogerie t. 1. cap. 26:

135. Quae de cheloniorum onere diximus (120), etiam
 in legitimâ dispositione tum axeos conoidéi, tum
 rotarum horologii omnium, quae in se agunt, locum
 habent: dum enim altera in alteram agit, ambae
 inaequaliter premuntur, nisi potentia in medium
 axeos agat. Unde chelonium, potentiae propius,
 magis teritur, nisi in eadem ratione, ac potentia va-
 lidior est, crassior sit. — Hinc horologia Gallica;

P

hoc nomine, quoad positionem sc. axeos spectat, praestant Anglicis: hinc & clar. LE ROI ostendit, multum praestare, ut axis conoideus situ invertatur, cum tunc praecipua chelonia aequabilius premantur.

Mem. de l'acad. 1763, p. 420 seqq.

136. Alterum exemplum applicationis ejusdem theoriae habemus in *retentaculo*, cujus ope elaterium in sclopetis portatilibus (*snaphaan, fusil*) tenditur, & quod, ut sclopetum exoneretur, relaxatur.

D. III. §. 45.

CAPUT III.

DE TROCHLEA.

I.

GENERALIA.

137. Trochlea dicitur orbiculus excavatus, supra axiculum mobilis. — Axiculum in duobus imponitur foraminibus, quae in *capsulae* vel *an-sae* cruribus sunt effecta. Porro, aut axis, unâ cum trochleâ, ipsi affixâ, movetur; aut trochlea supra axin, foraminibus infixum, movetur. — Supra trochleam transit funis *ductarius*.

G. §. 158. — M. §. 438. — N. IX. p. 78. — Kr. II. §. 72. 74. — S. II. §. 308 — 312. — D. III. §. 86. — W. II. M. §. 759. — H. I. §. 132. — Bl. §. 233. —

St. §. 192. — VAR. III. def. 18. — TR. IV. §. 83—89.
— LA HIRE p. 238.

138. Si trochlea fit immobilis, dicitur *rechamus*;
si mobilis, *monospastus*.

M. §. 438. 9. — Kr. II. §. 73. 77.

139. Trochlea ad vectem reducitur, & est vectis
continuus: primae speciei, si fit *rechamus*;
secundae, si fit *monospastus* (23).

II.

DE RECHAMO.

140. Quando aequilibrium in rechamo adest, po-
tentia aequatur onere movendo (fig. 22).

G. §. 159. — N. IX. sect. 1. exp. 10. — Kr. II. §. 72.
3. 5. — S. II. §. 308. — D. III. §. 37. — W. II.
M. §. 826. — H. I. §. 133. — Bl. §. 234—38. —
St. §. 193. — VAR. III. th. 14. cor. 1. & 20. — TR.
IV. §. 91. — LA HIRE pr. 78.

141. Rechamus eximie infervit ad potentiarum di-
rectiones mutandas: & proinde, si eadem vis,
in variis directionibus, inaequaliter agat, ad
directionem, maxime lucrosam, eligendam.

N. IX. sect. 1. p. 86. — Kr. II. §. 73. — S. II. §. 309. —
W. II. M. §. 827—31. — Bl. §. 238. — LA HIRE pr. 73. 4.

142. Quando rechamo utimur ad aquam, e profun-
disimis puteis hauriendam, ad pondus funis
maxime attendendum est, quippe quod facile

efficere potest, ut vis, alioquin sufficiens, deficeret.

CAMUS mem. de l'acad. 1739. p. 160.

III.

DE MONOSPASTO.

143. Si trochleâ onus elevemus, ac funis ductarius alterâ extremitate unco p sit affixus, alterâ potentiae P adnexus: erit, in casu aequilibrîi, potentia ad resistantiam, uti sinus anguli, quem ambae funis partes efficiunt, ad sinum dimidii istius anguli (26); vel (26, intr. 17) ut duplus cosinus hujus dimidii anguli ad radium (a); vel (25. & EUCL. VI. 4), si funis ab utrâque parte capsulae OA (fig. 23), cui onus appenditur, aequales angulos facit, i. e. si trochlea libere suspendatur: erit potentia ad resistantiam ut radius trochleae ad chordam arcûs, quem funis amplectitur (b); i. e.

$$(A) P : R = \sin. \angle XAB : \sin. \angle XAO :: 2 \cos. \angle XAO : r.$$

$$(B) P : R = XO \text{ vel } OB : XB.$$

(a) S. II. n. 4. p. 520. — W. II. M. §. 344. — VAR. III. th. 14. — BOSSUT traité elem. de mec. §. 198.

(b) M. §. 441. — Kr. II. §. 78. — H. I. §. 135. — Bl. §. 239. — VAR. III. th. 14. — TR. IV. §. 92. — LA HIRE pr. 76. — BOSSUT l. c. §. 199.

*Facile liquet, potentias eundem effectum sub duplici angulo praebere posse; sc. sub angulo quocunque, & sub eo, qui hujus est supplementum, & proinde (intr. 17) eundem sinum habet.

144. Cum trochlea sit vectis (139), prop. 40 hîc etiam locum habebit; & si AS, AY fumantur pro potentiis p & P: erit AG, onus; & AK, AL, oneris partes, quas sustinent potentiae, indicabunt.

BOSSUT §. 198. — VAR. III. th. 14. cor. 19.

145. Si potentiârum directiones sunt parallelae, i. e. si funes dimidiam trochleae partem ambiunt: erit potentia dimidia pars oneris.

G. §. 259. 60. — M. §. 440. — N. IX. sect. 1. exp. 13. — Kr. II. §. 77. — S. II. §. 314. 15. — D. III. §. 38. — W. II. M. §. 831. 2. — H. I. §. 134. — K. X. th. 13. — Bl. §. 240. — St. §. 193. — VAR. III. th. 14. cor. 2. — TR. IV. §. 93. — LA HIRE prop. 75.

146. In omni casu, sunt spatia percurfa in ratione inversâ potentiae & oneris.

Bl. §. 241. — St. §. 194.

147. Si funis ductarius non ab unco, sed ab alterâ potentiâ p sustinetur: requiritur 1° ut ambae potentiae sint aequales; 2° utraque potentia sustineat oneris partem, quae est ut sinus dimidii anguli, quem potentiae inter se faciunt, divisus per finum integri istius anguli; vel, quod eodem recidit (intr. 17), ut dimidium secantis dimidii hujus anguli, i. e.

$$P = p = \frac{\text{fin. } XAO}{\text{fin. } XAB} = \frac{1}{2} \text{ sec. } \angle XAO,$$

BOSSUT §. 198.

148. Si, dum funis ductarius in p affixus est unco, aut a potentiâ p sustinetur: trochlea non libere pendet, sed resistentia vel onus ipsi secundum lineam Or est affixa, quae, cum potentiis P & p , angulos PDO , pro efficit; tunc reliquis, ut in

prop. 144 manentibus, capiatur $OZ = AG$: & in lineâ Or ,
 lineâ Ol , quae pondus trochleae indicat, aut pondus troch-
 leae cum resistantiâ, ipsi adnexâ: exprimet diagonalis ξO
 parallelogrammi $l\xi ZO$ magnitudinem potentiae, aequili-
 brium facientis, eaque secundum lineam ξOn erit appli-
 canda: & erit

$$p : P : r : n = AS : AY : Ol : \xi O.$$

BOSSUT §. 201. 2. — *Consule etiam Bl. §. 242.*

IV.

DE FULCRO MONOSPASTI ET RECHAMI.

149. Per fulcrum intelliguntur hic & axiculus, vel
 axiculi extrema, in chelonis mota, & funis,
 cui trochlea infistit.

150. In rechamo, sustinet funis, ex quo trochlea suspen-
 ditur, praeter proprium trochleae pondus, pondus
 aequale summae potentiarum, multiplicatae per si-
 num anguli, quem potentiae inter se faciunt, &
 divisum per duplum sinûs dimidii istius anguli (93):
 seu multiplicatae per cosinum istius dimidii anguli
 (intr. 17).

W. II. M. §. 843. — BOSSUT §. 198. — VAR. III. §. 13. cor. 8.

151. Si funes sibi sint paralleli: sustinet funis, cui
 trochlea appenditur, summam potentiarum &
 ponderis trochleae.

N. IX. sect. 1. exp. 12. — VAR. III. th. 13. cor. 2.

152. Si trochlea non appendatur funi, sed tantum

mobilis fit supra axin: onus idem erit, quod prop. 150, 151 fuit determinatum, demto proprio trochleae pondere.

VAR. III. *th.* 14. *cor.* 3—7. 9—12.

153. In monospasto libere mobili, exprimitur onus cuiusque partis per prop. 147: axis vero tunc premittitur integro oneris pondere.

V.

DE USU MONOSPASTI.

154. Monospastus utilissimum est instrumentum ad elevanda pondera: verum ad pondus & rigiditatem funis est attendendum, de quibus deinceps agetur (326 seqq.).

CAPUT IV.

DE PLANO INCLINATO.

155. Planum inclinatum dicitur planum, quod cum horizonte angulum quemvis acutum AFH facit (fig. 24). AF est *longitudo*, AH *altitudo*, FH *basis* plani.

V. *supra* II. 96 seqq. — G. §. 338. 39. 40. — M. §. 468. — S. II. §. 332. — H. I. §. 140. — St. §. 200. — VAR. VI. def. 26, & tota hac sectione, in qua fuse de plano inclinato egit. — TR. IV. §. 200.

I.

DE AEQUILIBRIO IN PLANO INCLINATO.

156. Quando corpus plano inclinato infistit, tantum sustinendum est pondus relativum (II. 96).

G. §. 341. — N. IX. f. 2. p. 107. — Bl. §. 253.

157. Ut corpus, potentiâ quadam P, supra planum inclinatum retineatur, necesse est, ut perpendicularis LD, e puncto L, in quo directio potentiae PUL, & linea directionis LQ conveniunt, in planum ducta, intra corporis basin IK cadat (II. 142).

Bl. §. 404. — TR. §. 203 seqq. — BOSSUT §. 256 seqq. —
† VAR. theor. 26.

158. Si corpus supra planum inclinatum trahatur, atque e puncto C, in quod gravitatis (R) & potentiae P directiones CB, CP conveniunt, ducantur perpendiculares CB, CD, ad horizontem & ad planum, quae plano in B & D occurrant; & e puncto B ducatur BΔ, parallela directioni potentiae CP: erit in casu aequilibrii $P : R = B\Delta : CB$; & CΔ erit onus plani (156 & II. 44).

Hic recidit integrum theorema 26 cl. VARIGNON, cum corollariis omnibus, quorum praecipua mox exhibebuntur. — G. §. 346—51. LA HIRE §. 92. 93. — BOSSUT §. 263.

159. Vel, si e puncto D, ducantur perpendiculares DE, DI in directiones gravitatis & potentiae: erit

$P : R = DE : DI$ (158 & intr. 18: aut e 25).

D. III. §. 35. n. 7. p. 134. — TR. ch. IV, §. 211—18. 220.

* *Quidam planum inclinatum ad vectem referunt, ut S. II. §. 333. — D. III. §. 35. n. 7, qui omnes suas demonstrationes e vecte angulari petiit: ut & TRABAUD tertiam suam demonstrationem IV. §. 218. — Hac de re fuse VARIGNON IV, schol. p. 70.*

160. Est etiam, in casu aequilibrui, potentia ad resistantiam, ut sinus inclinationis plani ad cosinum anguli, quem directio potentiae cum plano efficit (159).

Kr. II. §. 18; & com. petr. XI. p. 282. — D. III. §. 35. n. 7. p. 134. — H. I. §. 142. — Bl. §. 204. — TR. IV. §. 233. — BOSSUT §. 263.

161. Si directio potentiae fit plano parallela: erit, in aequilibrio, potentia ad resistantiam, uti altitudo plani ad longitudinem (156: & II. 97: aut 158 vel 159).

G. §. 344. — M. §. 469. — N. IX. f. 2. exp. 1. — Kr. II. §. 16. 17. — S. II. §. 332. — D. III. §. 50. §. 35. n. 7. — H. I. §. 143. — Bl. §. 295. — St. §. 201. — TR. IV. §. 221. 22. — VAR. th. 26. cor. 20. — BOSSUT §. 266. — LA HIRE pr. 91.

162. Si directio potentiae fit parallela basi plani: erit potentia ad resistantiam, uti altitudo plani ad basin (158).

M. §. 470. — D. III. §. 35. n. 7. — H. I. §. 144. — Bl. §. 256. — St. §. 204. — TR. IV. §. 223. 24. — VAR. th. 26. cor. 21. — BOSSUT §. 266.

163. Eadem manente inclinatione plani, minima potentia, quae aequilibrium constituere potest, est illa, quae plano est parallela: si directio potentiae majorem cum plano facit angulum,

majorem oneris partem sustinet; si minorem, corpus insuper contra planum apprimit, (158).

M. §. 471. — *D.* III. §. 35. n. 7. cor. 1. — *Bl.* §. 259. — *St.* §. 203. — *TR.* IV. §. 226—233. — *BOSSUT* §. 209.

164. Eâdem manente potentiae directione, eo major requiritur potentia, quo planum magis inclinatum est; seu majorem cum horizonte constituit angulum (158. aut 160).

Bl. §. 258. — *St.* §. 202.

165. Si pondus, corpus sustinens, non libere agit, sed ope trochleae, in A positae, supra aliud planum movetur (fig. 27), ita ut funes sint planis paralleli: aequilibrium aderit, si corpora sint in ratione longitudinum planorum (161); & (B), hoc casu, utcumque moveantur corpora, erit semper commune centrum gravitatis in eâdem lineâ horizontali.

† *D.* III. §. 35. n. 7. p. 136: qui hic erravit. — *H.* I. §. 152. — *TR.* IV. §. 237—40. — *LA HIRE* pr. 94. 95. — *BOSSUT* §. 280. 281.

II.

DE ONERE PLANI.

166. Onus, quod planum inclinatum sustinet, est ad potentiam, uti sinus anguli, quem potentia & linea directionis inter se faciunt, ad sinum anguli directionis oneris; seu anguli, quem inter se faciunt linea directionis & perpendicularis in planum ducta. Idemque erit ad resistantiam, uti sinus ejusdem anguli ad sinum anguli, quem potentia facit cum perpendiculari in planum ducta (158).

H. I. §. 142. — Consule VAR. th. 26 & 27. — Et TR. IV. §. 243. 44. — LA HIRE pr. 93.

167. Hinc, prout potentiae directio fit vel plano, vel basi parallela, erit onus plani ad potentiam, uti basis, vel uti longitudo plani ad altitudinem: erit vero ad resistantiam, uti basis ad longitudinem; vel uti longitudo ad basin (166, aut 156, & II. 44).

TR. IV. §. 245, 6.

168. Quo potentia agit obliquius sursum, eo minus est onus plani, cum pars potentiae ad onus levandum impendatur: quo obliquius agat deorsum, eo majus fit onus plani, cum tunc potentiae pars impendatur ad corpus contra planum apprimendum. Si vero plano fit parallela potentia: nil detrahatur a naturali onere plani, eive additur,

TR. IV. §. 250. 51 *seqq.*

169. Si planum FAH non est immobile, sed facile supra planum horizontale FH gliscere posset: esset vis, quâ gliscit, ad onus plani, uti altitudo plani ad longitudinem; & pressio, perpendicularis in horizontem, ad onus plani, uti basis plani ad hypotenusam.

LA HIRE *pr.* 101.

Cel. JOH. BERNOULLI problema proposuit & solvit, in quo quaeruntur & corporis & trianguli velocitas, & via, quam corpus hoc motu composito describet: quod problema facile solvitur tum ex hac prop. tum e lib. II. 97. 44.

V. com. Petrop. V. p. 11 seqq.

170. Si corpus duobus planis simul infistat (fig. 126): erunt pressiones, seu onera in haec plana inverse, uti sinus angulorum, formatorum per lineam directionis, & perpendiculares, e communi puncto in haec plana ductas (166).

TR. VI. §. 247. — LA HIRE *prop.* 97. — BOSSUT §. 272 *seqq.* 275. 277.

* Hi ambo rem aliter exprimunt; scil. ductis AU, FM: erunt pondus, R corporis, & onera, O & o in plana AH ac HU; i. e. erunt (II. 42)

$$R : O : o = UA : AH : HU; \text{ seu.}$$

$$R : O : o = \sin. AHU : \sin. AUH : \sin. HAU.$$

Consule etiam VAR. *th.* 26. *cor.* 62: & *theor.* 29.

171. Si autem ambo plana gliscere possunt: erit tota pressio verticalis in horizontem, aequalis ponderi corporis; & erit vis, quâ utrumque planum gliscere conatur, eadem (169. 170); sc. ut altitudo planorum,

LA HIRE *pr.* 102.

III.

DE USU PLANI INCLINATI.

172. Planum inclinatum infervit, ad gravissima onera facile attollenda; porro ad eadem facile, & proprio pondere, in aquas demittenda; & quae sunt hujus generis plura. Cum autem attritus in eo maximus, & saepe utilis, aliquando noxius sit; ad illum probe est attendendum. De hoc infra (288 *seqq.*) dicetur.

M. §. 472.

IV.

APPLICATIO HUIUS THEORIAE AD PHAENOMENA EXPLICANDA.

173. Homines, qui montes ascendunt, difficile ascendunt vel ideo, quod res eodem recidat, ac si, praeter proprium pondus, quod movendum habent, insuper onerarentur pondere, quod est ad proprium pondus, ut altitudo montis ad longitudinem; sive ut sinus inclinationis montis ad radium (161).

S. II. §. 333.

174. Illorum, quae diximus, usus est ad explicandum: cur baculum XO (fig. 28), inter duo plana inclinata XZ, ZO positum, sive pondere onustum sit, sive non, in unico tantum situ in aequilibrio esse possit; in reliquis gliscat? sc. situs ille is erit, in quo lineae perpendiculares, ex X & O ductae, atque linea directionis RbA, e centro gravitatis b, baculi XO, aut, baculi & ponderis, ipsi adnexi, si onustum sit, ducta, in idem punctum A, convenient (170).

LA HIRE prop. 103. — Facile autem, seu ope prop. 170, vel ope pr. 156, cognoscitur: quantà vi puncta O & X, in directionibus AO, & AX, premantur? dein vero virium resolutione noscetur, quà vi baculum, in alià positione, secundum ZO, aut XZ gliscat? quà de re egregie egit PARENT mem. de l'acad. 1704. p. 179 seqq.

175. Hinc liquet: cur baculum XO (fig. 29), altero extremo vel contra murum YM, vel contra planum OZ appositum, altero X, horizonti insistens, seposito attritu, stare nequeat, sed gliscat? erit autem pressio in planum TM, ad pressionem in O, secun-

dum AO , uti $XS : XZ$ (a); & ad illam, quae esset in O secundum directionem, ipsi baculo perpendiculararem, seu secundum quam verteretur baculum, si murus YM auferretur, uti $XO : XZ$ (b); denique ad pressionem, quâ baculum juxta XT glisceret, uti $OM : XZ$ (c), (25). Eademque pro corpore quocunque locum habebunt, si linea directionis extra basin cadat: si secus, corpus sustinebitur suo pondere ipso (II. 140), neque paries YM , aut OZ , aliquid sustinebunt (d).

(a) LA HIRE pr. 96.

(b) WALLIS mec. cap. VI. pr. 8; qui haec bene tractavit, & homini super scalam adscendenti applicuit.

(c) PARENT mem. de l'acad. 1704. p. 175; qui simul consideravit attritum, de quo nos deinceps dicemus: simul ac autem attritus detur, res eodem recidit, ac si in X potentia quaedam adesset; unde computari potest, quis angulus OXM requiratur, ut pressio secundum TX hanc potentiam vincat?

(d) BOSSUT l. c. §. 276.

176. Ex eâdem theoriâ, praecipue e prop. 157, quae fundamentum praebet, facile efficitur: quid requiratur, ut corpus potentiâ quâdam RP (fig. 30), contra murum perpendiculararem OZ , aut supra quamvis superficiem retineatur; & quae sit potentiae magnitudo in quâvis positione?

† M. §. 473—79; & §. 479—481: quae postrema melius tractavit BELIDOR archit. hydr. t. 2. lib. 3. p. 152. — LA HIRE pr. 98. — Ceterum clar. VARIGNON suas demonstrationes de plano inclinato ita composuit, ut curvis quibuscunque facile applicari queant.

V.

APPLICATIO THEORIAE AD PRESSIONEM, QUAM
IN CURVAS EXSERUNT CORPORA IN
HIS MOTU.

177. Quando corpus in curvâ movetur, singulis momentis curvam premit secundum perpendicularem in tangentem, quae transit per punctum, in quo corpus tunc est: illudque onus erit ad integram pressionem, in ratione supra datâ; & in singulis punctis erit diversum, ac semper pondere minus, nisi in puncto infimo. Verum corpus suo motu in curvâ vim centrifugam acquirit (II. 180), cujus proportio ad pondus facile determinari potest (II. 374): haec novam efficit pressionem, quae, priori oneri addita, pressionem constituere potest, integro pondere aequalem. Hinc A°. 1696. cel. JOH. BERNOULLI problema proposuit: *determinare naturam curvae ita constitutae, ut corpus, libere per eam descendens, singula puncta aequaliter premat, & vi, quae integrum suum pondus aequet?*

Hoc problema solvit cel. MARCHIO DE L'HOPITAL, (mem. de l'acad. 1700. p. 9 seqq.) & quidem elegantissime: nam sit (fig. 31) AM curva proposita; moveatur corpus velocitate, quam acquirere potest cadendo e PM (II. 84): sit CM radius osculi: erit, si MR exprimat pondus, SM onus plani in M; & (II. 374) $2PM$

— X MR exprimet pressionem e vi centrifugâ oriundam: un-
MC 2MP.MR

de integra pressio, in quovis puncto esse debet $SM + \frac{2MP.MR}{MC} =$

— MR: curvam autem invenit esse mere geometricam. — Dein idem problema ulterius extendit, & perfecit VARIGNON, mem. de l'acad. 1710. p. 158 seqq; & ulterius adhuc eques D'ARCY, qui casum examinavit, in quo corpus in medio quodam resistente movetur; mem. pres. à l'acad. I. p. 73.

178. Dein aliud proposuit problema clar. PARENT, sc. curvam invenire ita constitutam, ut corpus, per eam descendens, in singulas

partes impressiones exferat, quae sint in ratione inversa temporum, quibus haec partes percurruntur. Illam curvam cycloidem esse invenit:

Mem. de l'acad. 1708. p. 224. — Hoc problema a priori differt; cum ibi ageretur de pressione, quae a pondere & vi centrifuga pendent: hic vero de impressionibus, ab his viribus oriundis; quae sc. a velocitate pendent, eoque minores sunt, quo velocitas major. De hac differentiâ eleganter differuit FONTENELLE hist. de l'acad. 1708. p. 84.

179. Quemadmodum corpus supra planum inclinatum, ab alio supra aliud planum posito, in aequilibrio teneri potest (165): ita etiam duo corpora duabus curvis insistentia, in aequilibrio esse possunt. Unde cel. JOH. BERNOULLI, anno 1695, hoc problema proposuit: data in plano verticali curva quavis ABD; quaeritur in eodem plano alia curva LM, ita ut, data pondera B & M, communi funiculo BCM, trochleam positione datam C ambienti, alligata, & curvis ubicunque imposita, semper sibi mutuo aequilibrantur; vel, quod tantundem est, minima vi moveri possint? — In solutione autem assumpsit propositionem nostram 165 B: adeoque si KIE sit linea, in qua est centrum gravitatis amborum corporum, vel alia ipsi parallela, erit (II. 155) $M : B = IH : IP$; & ductâ PM perpendiculari in CH, seu parallelâ KIE, transibit curva per hanc lineam, & quidem in puncto M, in quo arcus, centro C, radio CM ductus, lineam secat. Datis autem longitudine BCM funis, & parte BC, cognoscitur CM.

acta Lips. 1695. p. 61. 62. Seu BERNOULLI opera t. 134; & additamentum LEIBNITII in actis citatis 1695. p. 184: vel in memoratis operibus p. 139. — Cel. L'HOPITAL etiam hoc problema solvit in actis Lipsien. supp. tomo 2 p. 290. — Memorata curva aequilibrîi & aequilibrationis dicitur. In §. 227 casus peculiaris hujus generalioris solutionis exhibebitur.

CAPUT V.

DE CUNEO.

I.

DE AEQUILIBRIO IN CUNEO.

180. Cuneus dicitur prisma triangulare (fig. 33);
cujus latera AB, BC, CA triangulum consti-
tuunt: latus supremum AB dicitur cunei ca-
put, vel dorsum; perpendicularis DC dicitur
ipsius *altitudo*, vel *longitudo*.

G. §. 272 — 276. — M. §. 459. — N. IX. *stet.* 2. p. 119. —
Kr. II. §. 21. 22. — S. II. §. 334. — D. III. §. 52. —
H. I. §. 147. — Bl. §. 269. — St. §. 207. — TR. IV.
§. 269. 70. — VAR. IV. *def.* 31.

181. Multi distinguunt inter cuneum simplicem, & cu-
neum compositum: simplicem vocant triangulum
rectangulum; compositum, alium quemcumque:
& si triangulum, e quo constat, isosceles sit, erit cu-
neus isoscelis; si secus, scalenus.

M. §. 460. 61. — S. II. §. 334.

182. Si duo corpora, a se invicem, cunei opæ remo-
veantur secundum directionem; capitis cunei
parallelam: erit, in genere, summa potentiarum
ad summam resistantiarum, uti caput cunei
ad duplam longitudinem; adeoque, si ambo
corpora mobilia sint, & aequalia, erit poten-
tia ad resistantiam, ut semicaput ad longitudi-
nem (162).

Q

M. §. 465. 66. — S. II. §. 338. — D. III. §. 55. 56. —
St. §. 208.

183. Si tantum unum corpus est mobile: erit potentia ad resistantiam uti basis ad altitudinem (182).

G. §. 277—281. — M. §. 463. — N. IX. f. 2. exp. 9. —
Kr. II. §. 21; alio tamen modo rem consideravit in com. Petr.
XI. p. 284. Sc. ibi posuit, corpora integre lateribus cunei AC,
CB esse applicata, & secundum haec moveri. — S. II. §. 337.
— D. III. §. 53. 54. — W. II. M. §. 865. — H. I. §. 148. —
K. X. th. 15. — St. §. 208.

184. Ope hujus distinctionis: utrum ambo corpora mobilia sint, an vero tantum eorum unum? componimus controversiam, inter physicos de actione cunei agitatam; quibusdam prop. 182 generaliter statuentibus; aliis prop. 183. Arbitramur, hanc controversiae compositionem experimentis, ab utraque parte institutis, confirmari, & apparatu, quem cl. DESAGULIERS (III. §. 58. 59) descripsit, demonstrari.

185. Disputant etiam physici: ad quodnam instrumentum simplex primum sit referendus cuneus? quidam ad vectem retulerunt; quam sententiam optime examinavit KRAFFT. Ad planum inclinatum manifeste referendum est.

Kr. com. Petrop. XI. p. 285 seqq. — Egregie de cuneo, non tantum isosceles, sed & scaleno egit VARIIGNON lib. IV: qui rem generalissime tractavit; ut & PARENT mem. de l'acad. 1704. p. 186: hic insuper cuneum, non in aciem tantum desinentem, sed conicum, consideravit in recher. de mathem. III. p. 209. — De quibus rebus nil dicemus, cum in praxin vocari nequeant: in genere e naturâ plani inclinati patet, pro quoque corpore, seorsum mobili, prop. 161 lectum habituram, si corpora moventur.

juxta latera cunei: prop. 169, pro corporibus oblique in haec agentibus; & ex his itaque capiendo summam, proutroque corpore, vim cunei determinari: quâ de re egregie HAMILTON phil. transf. 53. p. 119—123.

186. Quo acutior est cuneus, eo validius agit.

M. §. 464. — N. IX. f. 2. exp. 9. — K. II. §. 22. — S. II. §. 338. — St. §. 209.

II.

DE USU CUNEI.

187. Ubi cuneo utimur, potentia plerumque est *percutiens*, non vero tantum *premens*: & hinc admodum irregularis est.

N. IX. p. 120. — S. II. §. 340.

188. Cuneus infervit in primis, ad corpora paululum elevanda, quae tunc supra cuneum, tanquam supra planum inclinatum, ascendunt: hinc, in constructione navium, maximus eorum usus; ut & ad trabes incurvatas reducendas, & reficiendas.

D. III. n. 2. p. 95.

189. Ad cunei actionem referuntur omnia instrumenta scindentia, ut cultra, forfices, dentes, cet. Quorum actio inde augetur, quod ea secundum suam longitudinem movemur: unde simul ferrae vices agunt. Porro prop. 186 in his non ultra id valet, quod materia, e qua cultra, si-

miliave instrumenta conficiuntur, & usus, quibus dicantur, exigunt.

M. §. 467. — † N. IX. f. 2. p. 127. — S. II. §. 340. 41. — Bl. §. 473.

190. Cuneus, mallei ictibus percussus, ad ligna findenda infervit: sed hinc adeo irregularis est ipsius actio, ut vix ad leges mathematicas reduci queat; saltem ad eas, quae usum aliquem habent, & naturae probabiliter conveniunt.

Paucula habent G. §. 286—89. — H. I. §. 149. — Bl. §. 270. 71. — TR. IV. §. 270 *seqq.*

191. In cunei actione, maximus est attritus, qui hinc utilissimus est, & usum hujus instrumenti multum promovet.

CAPUT VI.

DE COCHLEA.

I.

DE AEQUILIBRIO IN COCHLEA.

192. Cochlea dicitur *helix*, circa cylindrum convoluta, vel in ipso cylindro excavata. Priori casu cochlea dicitur interior, (gal. *tareau*, belg. *tap* vel *vaar-schroef*). Posteriori casu vocatur *cochlea exterior* (belg. *moer-schroef*; gall. *ecrou*).

Helices autem sunt, vel triangulares, vel

quadratae. Tandem ubi cochleâ utimur, requiritur, ut exterior interiori conveniat; atque alterutra immobilis sit, dum altera, quae movetur, supra priorem ascendit, vel descendit.

G. §. 281. 2. — M. §. 482. — N. IX. f. 2. p. 130. — Kr. II. §. 20. — S. II. §. 342. — D. III. §. 60. — Bl. §. 291. — St. §. 211. — TR. IV. §. 255. 6. 7. — VAR. VII. def. 28. — BOSSUT §. 284. 5. — LA HIRE p. 104.

193. Cochlea merito ad planum inclinatum refertur, & vere est planum inclinatum, circa cylindrum, qui *axis cochleae* dicitur, convolutum.

M. §. 483. — N. IX. f. 2. p. 130. — S. II. §. 342. — H. I. §. 144. 145. — St. §. 211. — TR. IV. §. 258 — 61. — KAESTNER *diff. mat. & phys. n. VI. p. 38 seqq. egregia de hac convolutione observavit, sc. planum circa cylindrum volvi non posse, ita ut singula ejus puncta eandem cum axi inclinationem servent, sed necessario incurvari debere planum.*

194. Axi cochleae plerumque infiguntur vectes: quo artificio cochlea quidem ad machinas compositas accedit; sed tamen nihilominus merito ut simplex haberi potest.

M. §. 485. — S. II. §. 343. — D. III. §. 61. — TR. IV. §. 261 — 65.

195. Si potentia applicetur paralleliter ad basin cochleae, & perpendiculariter vecti; sique onus axin perpendiculariter premat: erit in casu aequilibrîi, potentia ad resistantiam, uti distantia inter duas helices, ad circumferentiam, quam punctum, cui potentia applicatur, percurrit, (162; aut 38; aut 8).

G. §. 283. — M. §. 483. — N. IX. f. 2. 132. — Kr. II. §. 20.
 — S. II. §. 343. — D. III. §. 62. 63. — W. II. M. §. 847.
 853. — H. I. §. 146. — K. X. th. 14. — Bl. §. 294. — St.
 §. 212. — TR. IV. §. 265. — VAR. VII. th. 33. — BOSSUT §.
 287. — LA HIRE *pr.* 104.

196. Si potentia agat in directione spirarum: major est effectus, quam si agat basi paralleliter (161, aut 8); sed differentia est in praxi parva.

TR. IV. §. 267. 68.

197. Eâdem manente inter helices distantia, eo major est potentiae vis, quo longius vectis brachium (*a*): & eodem manente vecte, eo major erit potentiae vis, quo minor distantia inter helices (*b*), (195).

(*a*) M. §. 486. — W. II. M. §. 851.

(*b*) M. §. 484. — D. III. §. 67. — W. II. M. §. 850.
 — Bl. §. 296. — TR. IV. §. 265. — VAR. VII. th.
 33. *coz.* 2.

II.

DE USU COCHLEAE.

a. USUS AD PREMENDA CORPORA.

198. Maximus est cochlearum usus ad corpora premenda, & magnam vim pressione exferendam. Hinc maxima prelorum vis (*a*). In his autem vis aliquando cum percussione specie conciliatur, ut fit in prelis, quae nummis cudendis infer-

viunt, & in quibus impulsio vecti, cochleam moturo, conciliatur (b).

(a) M. §. 487.

(b) S. II. §. 344. — † D. III. §. 68; § V. §. 32.

199. In cochleâ maximus attritus, sed qui hîc utilisissimus est.

G. §. 285. — N. IX. f. 2. p. 137. — S. II. p. 345. — D. III. §. 65. 66.

200. Attritus major est in helicibus triangularibus, quam in quadratis: triangulares tamen constituendae sunt, si e ligno conficiantur cochleae; in metallicis quadratae praestant, si cochlea crassior sit; triangulares, si tenuior, aut tenuissima.

N. IX. f. 2. p. 133. — † D. III. §. 61 § n. 13.

201. Ut cochleae helices minus laedantur, aliquando eadem ita conficiuntur, ut duae vel tres helices, aut duo triave triangula similia, circa eundem cylindrum convolvantur, sed ita disponantur, ut convolutiones in diversis punctis incipiant: hoc artificio non augetur potentiae energia, sed firmior fit cochlea.

Kr. II. §. 20.

202. Adhibetur etiam cochlea ad rotas, dentibus instructas movendas: tunc cochlea dicitur *sine fine*. De eâ dicam (238), ubi de machinis compositis erit sermo.

b. USUS AD CORPORA ATTOLLEND.

203. Infervit etiam cochlea, summâ utilitate, ad graviora onera paululum elevanda, eaque facile sustinenda: quo casu aliquando tres pluresve cochleae simul adhibentur.

M. §. 487.

Hoc casu, onus aliquando non premit in directione axeos: sed tunc illa pressio resolvenda est in pressionem, quae secundum axin agit, & aliam axi perpendicularem, quae hîc non agit.

BOSSUT §. 291. — † VAR. p. 31: ubi hunc casum generalissimè tractavit: illum jam proposuerat mem. de l'acad. 1699. p. 91.

204. Inter cochlearum usus praecipue ille referendus videtur aquas facile elevandi; cochleae, quâ hoc fit, inventio ARCHIMEDI tribuitur, & inde haec cochlea ARCHIMEDIS dicitur. In eâ obtinet paradoxon, corpora, ope proprii ponderis, elevari.

N. IX. sect. 2. p. 134. — S. II. §. 346.

In hac cochleâ considerandum est,

- 1°. Quod si axis perpendiculariter horizonti staret, corpus, supra helices mobile, descenderet:
- 2°. Quod si cum lineâ verticali angulum faciat aequalem illi, quem helices cum axi constituunt: in quavis helice dabitur pars, horizonti parallela, in quâ proinde corpus quiescet.
- 3°. Quod si vel tunc, vel ubi inclinatio cum verticali lineâ major sit, vertatur cochlea: corpus, hoc ipso ascendet, cum

planum, cui imponitur, ascendat, & corpus, suâ gravitate descendens, hoc planum sequatur.

- 4°. Ubi convertitur cochlea, corpus vim centrifugam acquirere; quae tanta evadere potest, ut gravitatem aequet vel superet; quo casu corpus non ascendet, sed descendet.

De his v. PITOT mem. de l'acad. 1736. p. 173. Ceterum de iis omnibus, quae cochleam hanc spectant, ubi aquis levandis inservit, problema est difficillimum, & non nisi sublimiori mathesi aggrediendum. De hoc, praeter alios, videantur praecipue D. BERNOULLI hydrodyn. sectio nona ad calcem §. 26. — EULER nov. com. Petr. V. p. 259. — HENNERT diss. sur la vis d'Archimede.

Ceterum cochlea illa conficitur, vel ex tubo circa cylindrum convoluto, vel e variis prismatibus triangularibus, quae inter se juncta helicem conficiunt, & in quorum junctioe manifeste id percipitur, quod §. 193, post KAESTNERUM, monuimus.

C. DE USU COCHLEARUM IN MICROMETRIS.

205. Cum, in cochleâ, axis tantum distantia, quae inter duas helices datur, promoveatur, dum vectis extremum circuli circumferentiam percurrat, quae magna esse potest, dum illa distantia minima sit: patet, cochleam optime inservire ad dimetiendas minimas distantias, quas corpora, axi cochleae adnexa, percurrunt, aut etiam minima mensuranda spatia, quorum extrema apex axeos successive attingit. Quo fundamento nituntur circini, cochleis instructi, (vulgo *hair-passer*) (a), & micrometra, instrumenta egregii usus, praecipue ubi microscopiis & telescopiis applicantur, & quadrantibus astronomicis (b).

(a) BION. constr. des instr. de mat. l. III. c. 1. fig. C. & K. — STAMMETZ mathem. woord. voce *hair-passer*. — LEUPOLD theatr. machin. geom. §. 287.

(b) HUGENIUS anno 1659 primus de micrometro aliquid vulgavit, illudque descripsit ad calcem system. Saturnii. Mox AUZOUT, Gallus, micrometrum perfecit, illudque cochleâ, ac indice instruxit, & a° 1667 edidit traité du microm., insert. in oeuvr. adoptés par l'acad. t. IV. p. 59, vel anciens mem. t. 7. eodemque anno, mense Martio, stren. PETIT micrometrum descripsit in Journ. des sav. 1667; seu tomo 2. f. 132. ed. in 12°. Verum Anglus GASCOIGNE jam diu ante micrometrum invenerat, ast illud nunquam vulgavit: ita ut inde nihil HUGENII atque AUZOUTII laudibus auferri debeat. Editio micrometro AUZOUTII, TOWNLEY, quae GASCOIGNE fecerat, protulit in phil. transf. n°. 25 & n°. 29. vol. I. p. 457, 542; quibus adde testimonium BEVISII in phil. transf. vol. 48. p. 190. — Ceterum micrometra descripta & delineata reperiuntur, apud BIGNON l. c. VI. ch. 2. — LA LANDE astron. t. 3. §. 2346 seqq.

Ut autem accuratum sit micrometrum, requiritur, ut cochlea accuratissime sit confecta, & omnes ejus helices eandem distantiam inter se servant; quod confectu difficillimum est.

Quam difficile sit docuit nob. DE CHAUNES mem. de l'acad. 1765. p. 417. i. f. 418 seqq. & in nouv. meth. pour diviser les instrum. de mathem. — Haec difficultas, multum levatur, si cochlea non, ope alius cochleae exterioris jam formatae, conficiatur: sed helices immediate in torno ipsi insculpantur. Tornum ad id destinatum excogitavit clar. DE FOUCHY, machin. approuv. par l'acad. t. V. n°. : ipsius ope quivis helicium numerus in datâ longitudine confici, ipsarumque helicium latitudo in immensum variari potest. Aliam machinam, ad eadem peragendam, & praecedente perfectiorem, imo aliis etiam usibus inservientem, excogitavit & perfecit dexterrimus artifex Amstelodamensis PASTEUR: eam maxime miratus sum; in primis ob simplicitatem, & accuratationem. Nondum typis descripta est.

CAPUT VII.

DE MACHINA FUNICULARIA.

I.

DE AEQUILIBRIO.

206. Si corpus, duobus, pluribusve funibus annexum, potentiis, quae horum funium ope agunt, sustinetur, dicitur ille funium complexus *machina funicularia*.

Bl. §. 260. — *Tr.* IV. §. 289. — BOSSUT §. 120. — *Cl.* VARRIGNON, de ponderibus, quae funibus sustinentur, egregie dissertit in sectione 2 tota. Tantum, quae palmaria videntur, attigimus. V. etiam HUGENIUS oper. p. 287 seqq; cujus propositiones e resolutione motus facile patent.

207. Si corpus R duobus funibus XA, AB, in quos potentiae P, p, agunt, sustinetur: erunt potentiae hae in ratione inversâ sinuum angulorum, quos cum oneris directione constituunt, (fig. 34), (II 1^o; aut II. 44).

Bl. §. 261. 62. — *Tr.* IV. §. 290. — BOSSUT §. 122.

208. Si corpus R duobus funibus sustinetur: erunt etiam potentiae, uti secantes angulorum, quos cum horizonte faciunt; vel cosecantes angulorum, quos cum directione oneris constituunt (II. 44; aut III. 11).

Gr. §. 332 — 338.

209. Potentiarum quaevis est ad onus, ut finus anguli, quem altera cum oneris directione facit, ad finum anguli, quem potentiae inter se faciunt (II. 38 & 18 intr. vel II. 39): & hinc summa potentiarum est ad onus, uti summa finuum angulorum, quos potentiae constituunt cum directione oneris, ad finum anguli, quem potentiae inter se constituunt.

210. Vel, est potentiarum quaevis ad onus, uti fecans anguli, quem cum horizonte facit, ad summam tangentium angulorum, quos ambae potentiae cum horizonte faciunt (208 & intr. 18): & hinc summa potentiarum ad onus, uti summa fecantium angulorum, quos potentiae cum horizonte faciunt, ad summam tangentium eorundem.

G. §. 334. — D. III. §. 41. n. 10. — TR. IV. §. 295. —
Si supra trochileam mobile esset onus, recideremus in prop. 147.
 — V. BOSSUT §. 127. 128.

211. Si pluribus funibus sustinetur corpus: hae potentiae componuntur, donec ad duas reducantur, ut libro II. §. 37.

V. de his, & iis, quae funem, qui a variis potentiis trahitur, spectant, BOSSUT §. 131 seqq. — V. etiam VARIGNON mem. de l'acad. 1714. p. 280.

212. Si corpus funi suspendatur, cujus alterum extremum sit unco X affixum; alterum vero, cui potentia adnectitur, supra trochileam B mobile: aequilibrium dari poterit inter potentiam & pondus; & pro variis punctis, quibus pondus annectitur, partes funis XA, AB, alium & alium situm obtinebunt, seu

aliud & aliud angulum XAB formabunt. Haec autem puncta omnia in curvâ XbA erunt constituta, cujus natura est, ut sit semper $AE : EX = P : R$; & hinc, si sumatur in directione quâcunque, $ET : XE = P : R$; ac dein in triangulo XET , ducantur lineae et , ET parallelae, atque sumatur $tb = et$: erunt puncta b puncta curvae, quae sic facillime ducitur. — Si vero pondus R non esset super fune XAB mobile, sed in A fixum, ita ut XA datae sit magnitudinis: positio puncti A erit determinata, in interfectione memoratae curvae, & circuli ex X & radio XA ducti, (fig. 34).

Hoc problema solvit clar. VARIATION, mem. de l'acad. 1709. p. 351.

II.

APPLICATIO THEORIAE.

213. Chorda gravis, ut ut tensa, nunquam lineam rectam faciet, sed incurvabitur; eoque magis, quo gravior sit, longior, & minus tendatur, (II. 129. 159. III. 207).

Bl. §. 264. — TR. ch. IV. §. 292 — 293. — BOSSUT §. 124.

214. Haec consideratio mathematicos adduxit, ut inquirerent, in naturam curvae quam format catena, maxime flexibilis, suis ambobus extremis laxè suspensa: quam curvam parabolam esse male statuerat GALILAEUS. Hoc *catenariae*, vel *funicularii* problema a°. 1690 proposuit JAC. BERNOULLI (*actis Lips. 1690. p. 213*): illud solverunt HUGENIUS, LEIBNITIUS & JOH. BERNOULLI, suasque solutiones, sed sublatâ analysi, (*actis Lips. 1691*) proposuerunt; ipsa tamen JOH. BERNOULLI analysi habetur in opp. tomo III, p. 494 seqq. — *Catenariae* proprietates demonstravit a°. 1697. cl. D. GREGORI (*phil. transf. n°. 231. vol. 19. p. 637*): quam quidem demonstrationem impugnaverat ANONYMUS (*in actis Lip.*

sienbus 1699); sed ipsi respondit GREGORIUS (*phil. transf.* n^o. 259, vol. 21. p. 419).

215. Dein vero illud catenariae problema nova incrementa accepit; sc. natura curvae determinata fuit in hypöthesi: varia funis puncta inaequaliter onerari; illum proprio pondere extendi, de quibus v. *acta Lipsien.* 1691. p. 288: seu JAC. BERNOULLI *opera* t. I. p. 449: item JOH. BERNOULLI *opera* t. 3. p. 447—507, qui & curvaturam filii, e pressione fluidi oriundam, addidit p. 507, & tom. 4. p. 234 seqq. ubi problema generalissime consideravit pro potentiis quibusvis, positione datis. Id jam a^o. 1728 praestiterant D. BERNOULLI *com. Petr.* III. p. 62: quem mox a^o. 1733 secutus KLINGENSTIERNA in *actis Upsal.* hujus anni p. 1 seqq. pro quacunque gravitatis lege, ad centrum tendentis.— A^o. 1742 simplicissimam methodum, catenariam inveniendi, dedit JOH. BAP. CLAIRAUT in tomo 7^o. *miscel. Berol.* p. 270, quae, ut aliae omnes, nititur prop. nostra 40. II: aut 207 hujus. — Clar. KRAFFT a^o. 1754 rem de novo pertractavit, *nov. com. Petr.* V. p. 145. — Per duo autem puncta variae catenariae transire possunt: quaenam ergo est illa, in quam funis se disponit? — Hoc determinavit LANDERBECK *Schwed. abhand.* a^o. 1778. t. 40. p. 169.

Haec sunt, quae ad historiam problematis pertinet, quod calculo sublimiori solutum fuit. Taceo autem varias catenariae proprietates, quae ad geometriam, non vero ad mechanicam, pertinent. — Generale principium clare exhibuit BOSSUT §. 37.

SECTIO III.

DE MACHINIS COMPOSITIS.

CAPUT I.

GENERALIA DE MACHINIS COMPOSITIS.

216. *Machinae compositae* illae dicuntur, quae e variis simplicibus, vel ejusdem, vel diverſi generis conſtant, atque hac compoſitione effectus edunt, qui ab omnium adhibitarum machinarum, ſimul agentium, pendent actione.

G. §. 290. — Kr. II. §. 80. — H. I. §. 150. — Bl. §. 256. — St. §. 214. — TR. IV. §. 296.

217. *Machinae ſimplices*, compoſitam efficientes, ita inter ſe componuntur, vel, ut ſingulae, ſeorſim, in ſingulas agant; vel, ut omnes ſimul directe in onus vincendum agant, illudque ſimul, pro modo, quo inter ſe junguntur, ſuſtineant, moveantve.

S. II. §. 348.

218. Priori caſu, qui ſemper obtinet, quando machinae ſimplices diverſi generis inter ſe junguntur, & in quo machinae ita ſibi apponuntur, ut punctum, cui in unâ reſiſtentia applicaretur, agat in illud alterius, in quod

potentia alias ageret.

Haec est generalior regula: potentia est ad resistantiam, uti productum omnium potentiarum in singulis machinis simplicibus, ad productum omnium resistantiarum in iisdem; seu in ratione compositâ rationum potentiae ad resistantiam in singulis.

G. §. 291. — Bl. §. 266. 7. 8.

219. Posteriori casu, quaeque machina aliquam resistantiae partem sustinet: sumitur itaque ratio potentiae ad resistantiam in singulis, & summa harum rationum rationem integrae potentiae ad integram resistantiam exprimet.

220. In omni casu, erit potentia ad resistantiam in ratione inversâ spatiorum percursorum (8).

G. §. 292.

CAPUT II.

DE COMPOSITIONE VECTIUM.

I.

DE COMPOSITIONE VECTIUM LIBERA.

221. Si vectes ita inter se componantur, ut singuli libere agant, in singulos: erit potentia ad resistantiam, in ratione compositâ proportionis

potentiae ad resistantiam in quoque vecte adhibito (217).

G. §. 293. — M. §. 492. — S. II. §. 347. — D. III. §. 32. — H. I. §. 154. — St. §. 215. — LA HIRE pr. 65.

* *Ejusmodi vectium in multis rebus fit applicatio.*

THEORIAE APPLICATIO.

222. Quando, ope vectis BA (fig. 35), corpus grave DA elevatur: res eodem recidit, ac si vecte uteremur composito, ex AB & ex DA, cui, in directione lineae KL, onus, corporis ponderi aequale, applicaretur (II. 129); qui vectes oblique, in se agunt; obliquitas autem & locus L, in quo corpus positum concipitur, perpetuo mutantur.

M. §. 493. — S. II. 355. — Kr. II. §. 47. — † GALILAEUS dialog. II. p. 102.

223. Interveniunt etiam vectes compositi ad onera graviora paullulum attollenda, aut ad maximam resistantiam vincendam, arborumque, multis radicibus in solo retentorum, truncos evellendos.

V. vectem, hunc in finem a POLHEMIO excogitatum, descriptum in Schwed. abhandl. t. XVII. p. 193.

244. Vectium duorum combinatione etiam utuntur in *stateris* compositis conficiendis, quarum ope gravissima onera, facile, & levi facilitate ponderant.

G. §. 294. 5. — M. §. 489. — Kr. II. §. 82.

R

225. In multis machinis, vectibus, inter se junctis, utuntur, ut motus seu actio potentiae ad loca maxime disita transmitti posset.

V. applicationes quasdam, attentione dignas, apud LA HIRE pr. 109. 110. 111. 112.

226. Ad vectes compositos etiam *pontes sublicii*, (*ophaal-brug*, gall. *pont levis*) referri possunt.

M. §. 493. — S. II. §. 355.

Quae constructionem, & firmitatem pontium spectant, huc non pertinent: illa sola spectanda veniunt, quae aequilibrium constituunt.

Tabulatum inferius spectari potest, ut vectis secundae speciei (23), mobilis supra alterum extremum, dum potentia ope catenae alteri extremo adjungitur: onus vero, in centro gravitatis collectum, alicubi in medio ponitur. Verum, ubi elevatur onus ipsius, & energia & locus, in quo positum concipi debet, continuo mutantur (32).

Superius vectes dantur duo primae speciei (23): potentia brachio posteriori adnectitur; anterioris extremo catenae, quae in tabulatum agunt. — Adeoque onus movendum sunt catenae, brachia anteriora, & tabulatum.

Quid ad aequilibrium requiratur? eleganter docuit BOSSUT §. 168—180: quae omnia e principiis, a nobis positis, facile eliciuntur.

227. Eo modo, quo construi solent pontes sublicii, resistentiae energia perpetuo variat: hinc potentia, quae cum resistentia in aequilibrio esset in determinato situ, excedet vel deficit in alio.

Hinc docuit clar. BOSSUT, quid requiratur, ut aequilibrium in omni situ obtineat? adeoque, ut potentia movens tantum

attritum, aliaque obstacula, vincenda habeat; nil vero ipsius oneris.

Id jam alio modo praestiterat, ap. 1695, clar. L'HOPITAL. Nimirum, catenae, tabulatum moventes, transeant superne supra trochleam (fig. 32), iisque appendatur sacoma, supra curvam determinatam mobile: quaesivit, qualis esse debeat illa curva, ut sacoma pontem ubivis in aequilibrio teneat? (v. solut. in *act.* Lips. 1695. p. 56). Clar. J. BERNOULLI ostendit (*ibid* p. 60), hanc curvam esse *epicycloidem*, quae oritur e motu circuli supra circumferentiam circuli aequalis: ipsumque hoc problema esse tantum casum peculiarem problematis generalioris, de quo supra (179) diximus; sc. curvam DBA hic esse circulum. — Tandem JAC. BERNOULLI (*ibid* p. 66) idem problema solvit methodo, e primis elementis petita, & quae sua se simplicitate commendat. — Sed in his solutionibus ad pondus catenarum non attenditur.

Alia methodo, aliisque mediis rem aggressus est clar. PARENT Recherches de math. t. 2. p. 79 seqq. — V. etiam BELIDOR science des ingénieurs.

II.

DE VECTIUM COMPOSITIONE NON LIBERA.

228. Vectes etiam ita inter se junguntur, ut omnes simul onus aliquod sustineant, & in id agant: si tres dentur (fig. 36) AB, CB, BD, in C, D, & A muro impositis, & in B junctis, ibique onus aliquod sustinentibus: erit $A + C + D$,
 $ED + AG + CF$
 ad onus B, uti $BE + BG + BF$, ad $\frac{ED + AG + CF}{3}$
 (III. 29 & 219).

M. §. 425. — † WALLIS mech. cap. 6. prop: 9.

APPLICATIO THEORIAE.

229. Hoc modo, e tignis multo brevioribus, quam fit areae, cui imponenda sunt, latitudo, sibi junctis, contignationem formare licet, quae magna onera, absque frangendi periculo, sustineat.

De hac re egregie egit WALLIS mech. cap. 6. prop. 10, qui ejusmodi contignationes delineavit, & modum, quo formandae sint? descripsit, & computum oneris, quod sustinere valent, exhibuit.

229*. Ad hujus vectium compositionis theoriam referenda videtur theoria pressionis, quam corpus, plano ACD, quod punctis A, C, D, aut marginibus AC, CD, DA, sustinetur, impositum in puncto B, in ipsum hoc planum exferit.

Qua de re egregia protulit LAMBERT, beyträge zum gebrauch der mathematik, tomo 2°. parte XI. sect. 5 & 6. §. 57—74; & rem, solita sua perspicacia, profundius tractavit EULERUS, nov. com. Petrop. XVIII. p. 289.

CAPUT III.

DE COMPOSITIONE ROTARUM DENTIBUS
INSTRUCTARUM.

I.

THEORIA.

230. Axes in peritrochio nunquam ita inter se junguntur, ut funibus in se agant: sed tum tympano, tum axi, insculpuntur dentes, qui, se

mutuoprehendunt, & sic rotarum conversionem, totiusque compagis motum producunt.

Rotae, tum a situ, in quo ponuntur, tum a modo, quo dentes ipsis insculpuntur, alia & alia accipiunt nomina: sunt *stellatae*, *coronatae*, *pectinatae*. Rotae minores, in quas majores agunt, plerumque *curricula* rotae vocantur, aliquando etiam *laternae*: si sc. dentibus instructae non sint, sed *paxillis*, qui axi paralleli ponuntur.

TR. IV. §. 308.

231. Est in compage rotarum potentia ad resistantiam, uti productum radiorum curriculum, ad productum radiorum omnium rotarum (221). Si autem adsit tympanum, vel axis, cui pondus movendum adnectitur, & manubrium, cujus ope potentia agit: illud ut curriculum, hoc ut rota consideratur.

G. §. 298. 99. — M. §. 455. — N. IX. I. p. 98. — S. II. §. 349. 50. — D. III. §. 46. 47. — H. I. §. 157. — W. II. M. §. 803—809. — Bl. §. 276. 77. — VAR. IV. theor. 20. & corollaria. — TR. IV. §. 309—314. — LA HIRE prop. 65. — BOSSUT §. 236—239.

232. Est ergo potentiae energia, eo major, quo plures adsunt rotae, in se agentes; & quo curricula, respectu rotarum, minora sunt.

Bl. §. 278. 79. — VAR. IV. theor. 20. cor. 8, & scholion.

233. Est etiam potentia ad resistantiam, uti produ-

etum numeri dentium in curriculis, ad productum numeri dentium in rotis (232).

M. §. 499. 501. — *Kr.* II. §. 82—86, — *H.* I. §. 161.

II.

APPLICATIO THEORIAE.

234. Rotarum compages triplicem in finem adhibentur: vel, ad potentiarum directiones mutandas, motumque variis machinae partibus conciliandum; vel, ad onera elevanda; vel, ad horologia, quae tempus exactissime mensurent, conficienda.

a. DE MOTU, ROTARUM OPE CONCILIANDO.

235. Potentiarum directio rotarum ope facile mutatur: si sc. potentia applicetur rotae, quae horizontaliter, vel perpendiculariter movetur, & in curricula, quae perpendiculariter, horizontaliter, aut oblique ponuntur, agit; ut in omni molarum genere perpetuo obtinet.

V. LA HIRE prop. 66.

236. Si rotarum ope motus variis machinae partibus est conciliandus: tunc plerumque rota, cui adnectitur potentia, agit in alias, & hae denique in curriculum; aut ipsa statim agit in curriculum, cujus axis est *ABCDEFGH* inflexus, ita ut partes *CD*, *EF*, *GH* (fig. 37), alternatim superiores & inferiores sint, — His adnectuntur corpora, quae alternis

vicibus attollenda, & deprimenda sunt, ut v. g. antliarum emboli LI, li.

LA HIRE *prop.* 70.

* Facile patet, hoc modo virgas IL, quae embolos attollunt & deprimunt, non motu perpendiculari agitari, sed obliquo, & vacillante: unde ipsius emboli corpus, & antliae cavitas inaequaliter premuntur, & laeduntur.

Alio etiam modo rotae motum machinae partibus conciliant: sed tunc vectes simul adhibentur.

236*. Ope compagis rotarum, quae currui, aliive machinae includitur, & manubrio, hominum viribus, aut elaterio, in motum deducitur, constructi fuerunt currus (a), sedilia (b), aliaeve machinae, amoenitatis etiam causae (c), quae *absque motore externo*, & sic, vel hominis in curru, aut sedili sedentis viribus, vel suâ quasi sponte, moveri videntur.

(a) *Currus, qui, absque equorum hominumve trahentium ope, moventur, sed tantum operâ hominis, currui insidentis, & manubrium vertentis, invenerunt MAILLARD, machines approuv. t. V. n°. 359. 360; & BRODIER mem. présentés à l'acad. t. IV. p. 351.*

Hic currus eo magis notatu dignus est, quod omnia ad computum redegerit auctor, ipseque, pedum usu priyatus, hoc utatur, ut se in varia loca transvehat.

(b) *Ejusmodi invenerunt BEZU & GERARD, mach. approuv. par l'acad. t. I. n°. 133. 138.*

(c) *Egregia hujus generis invenit MAILLARD, r. machines approuv. t. VI. n°. 409. 10, 11. Sed stupenda omnino est machina, quam peritis. CAMUS invenit, & construxit: cujus descriptio exstat in traité des forces mouvantes p. 521.*

Ne de iis loquar, quae VAUCANSON perfecit, & mirantibus omnibus exhibuit. Haec rotarum, vectium, ac trochlearum compage constant.

b. DE ONERIBUS, ROTARUM OPE ELEVANDIS.

237. Ad onera elevanda inferviunt rotae: idque duplici potissimum modo. Ad primum referimus *pancratia*, tum *simplicia* (a), quae manubrio constant, adfixo rotae, cujus dentes, dentes virgaeprehendunt, eamque elevant; tum *composita*, in quibus prior rota in secundam agit; cujus curriculum aut in alias agit, aut directe virgae dentesprehendit, & onus elevat. In utroque casu, est potentia ad resistantiam, in ratione inversâ spatiorum ab his percursorum (b). Spatia autem haec innotescunt, cognitâ radio manubrii; numero dentium, qui in virgâ determinatum spatium occupant; & numeris dentium, qui in rotis & curriculum dantur.

(a) BOSSUT §. 235.

(b) M. §. 497. — S. II. §. 352. — D. III. §. 82. — *Manubrium aliquando apponitur non curriculo, sed cochleae sine fine.* V. GOBERT machines approuvées t. I. n°. 67.

Egregia est pancratorum applicatio, quae memoratur in journal de physique t. XI. p. 522, ut brevissimo tempore & facillime gravissima saxa eleventur, & ope currus transvehantur.

238. Rotarum, dentibus instructarum, compagibus gravissima onera facile elevantur (a): at tunc plerumque non manubrio, rotae affixo,

movetur rota superior; sed manubrio, quod *cochleae*, ita dictae *sine sine*, affigitur.

Cochlea sine sine est cochlea, duobus extremis axi imposita, manubrio mota, & cujus helices rotae dentesprehendunt. Unde est in eâ, si unica rota adhibeatur: potentia ad resistantiam, uti productum distantiae inter duas helices, & radii axeos rotae, ad productum circumferentiae a manubrio percurfae, per radium rotae, Si vero plures rotae adhibeantur: est potentia ad resistantiam, uti productum distantiae inter duas helices, radii axeos, numerorum dentium in singulis curricula, & radii axeos ultimae rotae, cui resistantia adnectitur; ad productum circumferentiae, a manubrio percurfae, numerorum dentium in singulis rotis, & radii ultimae rotae, cujus axi adnectitur potentia (b).

(a) *Ejusmodi compages, praxi inservituras, sub nomine cric circulaire proposuit THOMAS, machines approuv. par l'acad. t. I. n.º. 46. — t. II. n.º. 81.*

(b) *G. §. 304. 5. — M. §. 498. — N. IX. sect. 2. p. 135. — Kr. II. §. 90. — S. II. §. 356. — W. II. M. §. 855—865. — Bl. §. 297—301. — TR. IV. §. 314. 15. — BOSSUT §. 293—296.*

* Cum cochlea sine sine dentes rotae prehendere debeat, necesse est, ut ipsius helices sint obliquae, ut & dentes rotae, in quam agit.

Quomodo accuratae cochleae sine sine conficiendae sint? docuit ZET-HER in novis com. Petrop. VIII. p. 279.

C. DE APPLICATIONE ROTARUM AD HOROLOGIA.

239. Quando rotarum compages adhibetur in horologiis, ut motus aequabilissimus indicibus concilietur, atque is, dato tempore, peragatur, tria sunt examinanda capita. Primum, quae sint revolutionum tempora pro variis rotis? deinde, quomodo, datis revolutionum temporibus, rotarum ac curriculorum numeri, simulque illi dentium, in singulis rotis ac curriculis requisitorum, inveniri possint? denique, quaenam dentibus, tum rotarum, tum curriculorum, concilianda sit figura, ut motus aequabilissimus sit.

240. (I) Numerus revolutionum rotae est, ad numerum revolutionum curriculi, cui motum conciliat, in ratione inversâ numerorum dentium in rotâ, & in curriculo; & in eâdem ratione, sed directâ, sunt revolutionum tempora.

W. II. M. §. 809, 10. 11. — Bl. §. 280.

241. Numerus revolutionum rotae *A* celerrimae est, ad numerum revolutionum rotae *Z* tardissimae, uti productum numerorum dentium in omnibus curriculis, ad productum numerorum dentium in omnibus rotis, (curriculis ac rotis, sc. quae in se invicem agunt); — & in eâdem ratione sunt potentia & resistentia, rotis *A* & *Z* adnexae; — denique in eâdem ratione, sed inversâ, sunt revolutionum rotarum *A*, & *Z*, tempora.

M. §. 502. — *Kr.* II. §. 86. — *H.* I. §. 158. — *W.*
 II. *M.* §. 812—17. — *Bl.* §. 283 *seqq.* — BOSSUT
 §. 239. 4^o.

242. (II.) Si dentur numeri revolutionum rotae celerrimae & rotae tardissimae, ac invenienda sint rotae & curricula, quibus illa revolutionum ratio obtineat: duplex dari poterit casus.

Primus casus est, si memorati numeri sint alter alterius multiplex: tunc, institutâ divisione, quotientis sunt examinandi factores; his formanda sunt tot producta, quot operi maxime videbuntur accommodata; & pro quoque producto conficienda sunt rota & curriculum, in quibus dentium numeri illam ad se tenent rationem, quae hoc producto indicantur.

Bl. §. 287—90. — † BERTHOUD *essai d'horlogerie* t. II. c. 8. §. 1484 *seqq.* ubi res eximie tractatur.

243. Si numeri revolutionum rotae celerrimae & tardissimae sint inter se primi: factores sumendi sunt, qui ad datam rationem proxime accedunt, quod opere fractionum continuarum facile fit.

Hoc egregie exposuit † LA LANDE, in *traité d'horlogerie* par LE PAUTE chap. 20. — *V.* etiam BOSSUT §. 241—244.

244. (III.) Principia, quibus nititur methodus optimam figuram dentibus conciliandi, haec sunt:

1. Distinguendum est, inter radium *totalem*, & radium *primitivum* rotarum, aut curriculum: *totalis* est, qui usque ad extrema dentium pervenit, ut Pn (fig. 38); *primitivus*, qui se ad illum tantum extendit dentium locum, in quo hi in se agunt, ut PM .

2. Si rotæ radiis primitivis in se agerent, agerent ubique eâdem vi; vi perpendiculari, adeoque maximâ.
3. Ubi vero agunt dentibus, se hi tangunt mox in t , mox in n : unde mox agunt vectium brachiis Pt , tC , mox vero brachiis Pn , nC , qui & diversæ sunt longitudinis, & aliâ sub obliquitate agunt. — Quærendum itaque est: quæ dentibus concilianda sit figura, ut actio vectium Pt , & tC , Pn , & nC , perpetuo fit, & eadem in omnibus punctis, in quibus dentes se tangunt; & eadem, ac illa radiorum primitivorum PM , MC ?
4. Hoc obtinetur, si lineæ, quæ per punctum M , in quo circuli primitivi se tangunt, perpendiculariter ducitur ad dentes, perpetuo per punctum contactus dentium transit.
5. Demonstrant autem mathematici, hoc locum habere, si dentes habeant curvedinem *epicycloidis*, eodem circulo generatore formatae, circulo sc. cuius radius dimidium est circuli primitivi curriculi, & qui, intra circumferentiam, movetur ad formandum curriculi dentem: super circumferentiam vero, ad formandum dentem rotæ.

Hoc thema primus excoluit LA HIRE in tractatu de epicycloidibus. Dein, de eâdem re egregie egit † CAMUS, mem. de l'académie 1733. p. 117. — Summo acumine & simplicissime, quæ hanc materiam spectant, proposuit † LA LANDE, in traité d'horlogerie par LE PAUTE chap. 18; — ut & BERTHOUD, Essai d'horlogerie tome 2. chap. 5. — Quæ praxin spectant, ulterius excoluit PREUDHOMME, mem. de la société de Genève pour l'encouragement des arts t. 1. part 2. p. 81 seqq. — Theoretice hoc caput perpolivit EULERUS, nov. com. Petrop. t. V. p. 299. t. XI. p. 207.

245. In praxi, quantum fieri potest, efficiendum est, ut numeri dentium in rotis atque curriculis, quae in se mutuo agunt, sint inter se primi: cum tunc iidem dentes rarius iisdem occurrant, atque sic singuli cunctis melius accommodentur.

LA HIRE *pr.* 71.

246. In rotarum compagibus omnibus maximus est attritus, qui, quantum fieri potest, minuendus, & aequabilissimus reddendus est (V. infra §. 324).

BERTHOUD t. 2. *chap.* 46. §. 2297 *seqq.*

CAPUT IV.

DE TROCHLEARUM COMPAGE, ET POLYSPASTIS.

247. Si trochleae simpliciter inter se agant, ita ut e capfulâ unius dependeat funis ductarius, cui altera appenditur: erit potentia ad resistentiâ, ut unitas ad illam numeri binarii potestatem, quae numero trochlearum exprimitur; ponendo sc. funes esse parallelos, ut in praxi plerumque fit.

G. §. 301. 2. — M. §. 495. — S. II. §. 316—18. — St. §. 216. — D. III. §. 41. — TR. IV. §. 305. — LA HIRE *prop.* 81. — VAR. III. *th.* IV. *cor.* 17.

247*. Hinc, quaevis trochlea (initium computationis ab illâ sumendo, cui resistentiâ appenditur)

sustinet dimidium oneris, quod fert praecedens (247).

248. Haec compages frequentissime in praxi adhibentur, si duabus tantum, aut tribus trochleis constet, non vero e pluribus.

249. Casum, in quo funes sunt obliqui, examinarunt VARRIGNON & BOSSUT. Ille facile e prop. 143. deducitur: sc. quod sit potentia ad resistantiam, uti productum sinuum anguli, quos funes inter se faciunt, ad productum sinuum dimidiorum horum angulorum.

V. VAR. l. c. cor. 15—20. — BOSSUT §. 204—208.

250. Aliquando trochleae ita junguntur, ut funes corpori elevando adnectantur omnes; cetera, ut in fig. 39, disponantur. Hoc casu est potentia ad resistantiam, uti $1:(1+2+4+\dots+2^n)$; seu, uti $1:2^{n+1}-1$ (intr. 23). Si sc. n exprimat trochlearum numerum. Verum illa compages raro in praxi adhibetur.

M. §. 496. — D. III. §. 41. n. 9.

251. In praxi plerumque adhibentur trochleae, quae duabus compagibus inferuntur, quarum altera *mobilis*, altera *immobilis* est: haec compages dicuntur *polyspasti*; (belg. *takels*, *jeinen*, *blokken*: gal. *mouffles*, *palans*, *caliournes*).

K. II. §. 88. — St. §. 195.

252. Si funis ductarius sit polyspasto mobili adnexus, ac funes paralleli sint: erit potentia ad resistantiam, uti unitas ad duplum trochlearum mobilium numerum.

Gr. §. 262 — 270. — M. §. 494. — Kr. II. §. 88. 9. — S. II. §. 313 — 16. — N. IX. sect. I. exp. 13. appl. p. 75. — St. §. 164. — Bl. §. 306: qui etiam casum, in quo funes obliqui sunt, examinavit, ut $\text{\textcircled{E}}$ VAR. III. th. 17, cor. 13; in ipso theoremate de casu funium obliquorum egit. Sed hic facile e prop. nostrâ 143. deducitur, $\text{\textcircled{E}}$ in praxi vix obtinet. Idcirco de eo nihil diximus. — TR. IV. §. 298. 99. — LA HIRE pr. 77. 78.

253. Si funis ductarius sit polyspasto mobili adnexus: erit potentia ad resistantiam, uti unitas ad duplum trochlearum mobilium numerum, unitate auctum.

Gr. §. 271. — M. §. 494. — H. I. §. 164. — Bl. §. 307 — 309. — VAR. th. 17. cor. I seqq. casum obliquitatis in ipso theoremate consideravit. — TR. IV. §. 300 — 305. — LA HIRE pr. 79.

254. In genere, pro utroque casu, erit potentia ad resistantiam, uti unitas ad duplum numerum trochlearum, quae trochleas mobiles ambiunt.

D. III. §. 38. 39. — W. II. M. §. 833 — 44. — K. X. th. 13. — St. §. 196 — 199. — BOSSUT §. 208 — 216.

255. Trochleae diversimode in polyspasticis ordinantur.

(1°.) In singulis compagibus ponuntur trochleae supra se invicem: verum tunc requiritur, ut diametri trochlearum mobilium sint, uti numeri impares 1, 3, 5 cet. — Immobilium vero, uti numeri pares 2, 4, 6 cet. — Alias, funes non erunt paralleli: hinc in praxi vix plures, quam duae, aut tres trochleae, in ejusmodi compagibus, adhibentur.

G. §. 266 — 267. — M. §. 494. — St. §. 199. — LA HIRE pr. 77. 78. — BOSSUT §. 216.

256. (2°.) Ponuntur trochlearum axes juxta se invicem,

in eodem plano horizontali: verum tunc, si omnes axes sint in eâdem lineâ in uno e polyspastis, non in eâdem esse debent in alterâ; alias funium parallelismus turbatur.

G. §. 269. 70. — M. §. 494. — LA HIRE *pr.* 79.

257. (3°) Aliquando utraque methodus simul adhibetur, & in singulis compagibus, duo ponuntur trochlearum ordines, alter supra alterum: in singulis tamen sunt trochleae juxta se invicem posita. Illi vero ordines, qui maxime sunt a se remoti, trochleis constant majoribus, quam illi, qui sibi proximi sunt; & funis, qui super ultimam trochleam majorem transit, dein convolvitur supra primam minorem. Porro, in his compagibus, eadem est vis, ac in reliquis vulgaribus; sed dispositio trochlearum commodior, & in usu praestantior, ut pluribus evicit SMEATONUS.

V. phil. transf. vol. 47. p. 494. — Qui hanc compagem, ut a se inventam, protulit: sed similis describitur apud BION, traité des instrum. de mathem. l. III. ch. 2. p. III. pl. 10. Ejusmodi compagem vidi in musaeo consultis. EBELING, qui illam mihi commodavit, ut tutius judicium de ejus praestantia ferre possim. — In hoc specimine, axes trochlearum minorum versantur in plano, illud, in quo majorum axes versantur, ad angulos rectos secante.

258. (4°) Denique, trochleae omnes, in singulis compagibus, in eâdem lineâ, juxta se invicem ponuntur.

G. §. 264. 65. — D. III. §. 40. — LA HIRE *pr.* 80.

259. Aliquando etiam duo polyspasti simul adhibentur, ita ut prius in secundum libere agat: & tunc valet regula prop. 217.

CAPUT V.

DE RELIQUIS MACHINIS COMPOSITIS.

260. Plana inclinata, aut cunei, inter se non conjunguntur: nisi quis ad plana inclinata composita referre vellet, quae supra (prop. 165) diximus.

261. Cochleas inter se conjungendi egregiam methodum nuper invenit expert. HUNTER. Sc. in interioribus cochleae *maris*, cujus helices in determinato spatio, pollice, v. g. sunt numero n , formatur cochlea altera, quae in eodem spatio helices numero $n + 1$ continet. Haec in convenientem cochleam marem agit, quae elevari quidem ac deprimi, non vero converti potest, & cui resistentia applicatur. Unde, quavis conversione primae cochleae, secunda, quantitate

$\frac{1}{(n+1)n}$, ascendit; adeoque si circumferentia, quam scytala, cochleae adnexa, percurrit, sit p pollicum: erit potentia ad resistentiam, uti $\frac{1}{(n+1)n} : p$ (8); seu, uti $1 : pn(n+1)$.

Phil. transf. vol. 71. p. 58. — Egregiam hanc inventionem summo successu micrometris applicuit HUNTERUS.

CAPUT VI.

DE MACHINIS COMPOSITIS, QUAE E VARIIS
SIMPLICIBUS DIVERSI GENERIS
CONFICIUNTUR.

262. Vectes cum axibus in peritrochio egregie conjunguntur; quando sc. instructi sunt uncis, qui dentes tympani alternatim excipiunt: qualem machinam sub titulo *geranii mochlidis* descripsit MUSSCHENBROEK (a). Est vectis, quem dom. DE LA GAROUSTE invenit, & sub titulo *levier à rochet* descripsit (b).

(a) M. §. 503. — S. II. §. 353. 4. & TR. IV. §. 318.

(b) Machines approuv. par l'acad. t. II. n°. 74: hunc vectem compagi rotarum applicuit, ibid. n°. 72. 73; ut & molae, frumenti granis in pollen reducendis dicatae, ibid. n°. 121. — Similem fere, sed pendulo motum vectem, qui in rotam dentibus instructam agit, descripsit HENRY, ibid. t. IV. n°. 264. V. etiam MONTIGNY, ibid. V. n°. 323.

263. Vectis combinatur cum trochleis, simplicibus aut polyspastis, in *tollenonibus*, quibus, ad onera gravia e navibus elevanda, utuntur.

M. §. 414.

264. Vectis combinatur cum cochleis, in prelis omnibus, praesertim in illis, quibus, ad succum, ex uvis aut pomis exprimendum, utuntur.

Horum prelorum egregiam descriptionem v. in journ. de physique t. VIII. p. 417. — Verbulo de his egit CAMUS, traité des forces mouvantes ch. 2. pr. XI. cor. 1. p. 120.

265. Axis in peritrochio cum trochleis, plano inclinato, & cochleis combinatur.

Combinatio axeos in peritrochio cum trochleis, vel simpliciter fit, vel praebet illas machinas, quae, in genere, *grues*, *gerania*, *caprae*, dicuntur, & tantum majori minorive simplicitate a se invicem differunt, & etiam formâ.

Vel enim funis ductarius, qui axin rotæ ambit, transit tantum supra rechamum (a); vel polyspastis adnectitur, ut major esset potentiae energia, ut in capris (Belg. *bokken*, Gall. *chevre*) fit, machinis, quibus magna onera facile elevantur, & quae ipsae facile transferuntur (b); vel etiam in *gruibus*, sive *geraniis* (Belg. *kraan*. Gall. *grue*, *engin*), quae machinae plerumque firmiores sunt, & majoribus oneribus elevandis inferviunt (c).

(a) D. III. §. 80. 81.

(b) M. §. 453. — N. IX. p. 106. — ELVIUS Schwed. abhandl. IV. p. 306. — *Rotes, seu pancration caprae adnectit* THOMAS, machines approuv. par l'acad. t. II. n°. 83.

(c) M. §. 506. — D. III. §. 80. n. 15: qui ibi de geraniis egregie egit; eadem ferme, & alia quaedam jam protulerat in phil. transf. n°. 411. vol. 36. p. 194.

(*) Egregiam capram exhibet fig. 40. Ejus specimen in museo consultis. REELING exstat; & nullibi, quantum scio, descriptum est. Funis, onus elevans, transit supra rechamum B, & adnectitur in C alteri rechamo, cujus funis ductarius super axin AG convolvitur; sed pars CA super crassiolem axin AD; pars CG, opposito sensu, super tenuiorem GF. Unde hi axes opposito sensu agunt: & spatium, ab onere percursum, sit differentia circumse-

rentiarum axium AD & GF, dum illud, quod percurrit potentia, sit peripheria a scytalis, in S & s implantandis. Hinc, quo minor axium differentia (117): eo major energia potentiae; quae itaque pro lubitu potest augeri.

Egregiae simplicitatis instrumentum; praecipue, cum ambo axes AD, GF, magni fieri queant, ut funium rigiditas minus obstaculum praebet: quo simul machinae firmitati consulatur.

Similis constructio posset fuculis applicari, Imo posset (fig. 41) duo axes AB, CD, superne rotis dentatis instrui, quae in se agerent; hinc axes opposito sensu moverent, efficerentque, ut funis, resistentiae adnexi, extrema, opposito sensu, super hos convolverentur: posset rotae, aut eodem dentium numero instrui, & inaequalis esse diametri; aut aequalis diametri, & diverso dentium numero gaudere: utroque casu idem effectus. Praestaret hic simplex apparatus composito fucularum & polyspastorum apparatu, quo in *navalibus* (Belg. *scheepstimmer-werf*, Gal. *chantier*) uti solent. Hanc caprae hujus applicationem mecum communicavit vir doct. AENÉE A. L. M. Ph. D.

266. Ut perfectum sit *geranium*, requiritur: 1^o. ut energia potentiae magna sit (a), eademque pro re natâ, pondere sc. onerum, & tempore impendendo, mutari queat (b); 2^o. ut impediatur, ne onus velocius descendat, si actio potentiae cesset (c); 3^o. ut onus facile iterum demitti queat (d), & ad quamvis partem moveri (e).

(a) Hoc in suo *geranio* (a cl. DESAGULIERS l. c. descripto) praestavit dexter. PADMORE: melius adhuc FERGUSON in *gemino*, quod in *phil. trans.* vol. 54. p. 24. descripsit. Uterque rotis, dentibus instructis, & manubriis usus est.

(b) Hoc praestitit FERGUSON, rotae majori apponendo quatuor curricula, quorum unum pro lubitu admovetur, reliqua quiescunt.

(c) Hoc impediverunt PADMORE & FERGUSON ope laminae, quae se inter dentes rotae insinuat.

(d) Memorata sc. lamina elevari potest ope funis, vel vectis.

(e) Hoc fit ope conversionis totius geranii, aut illius partis, cui onus adnectitur. Ingeniosissimum & simplicissimum est geranium, multisque usibus inservit, & in quamvis partem facile vertitur, quod a peritisf. SHELDON descriptum est, Schwed. abhandl. XXXV. p. 144.

His omnibus addantur, quae supra de rotis, quibus axes in peritrochio, hominum incessu, circumagitari solent, diximus; sc. §. 125.

267. Simplex combinatio polyspastorum cum fuculis ingentes vires producit (a), praesertim, si plura polyspasta, & plures fuculae adhibentur, eaque ita disponuntur, ut omnia in se mutuo agant (b).

(a) G. §. 303.

(b) Harum compagum egregia v. exempla in machines approuvées par l'acad. t. II. n°. 70. 89. 90. Harum ultima in Galliarum portu Brestensi adhibetur. — Vide tamen, quae in fine §. 265 diximus de machinâ, multo simpliciori, quâ idem praestaretur.

268. Axis in peritrochio cum plano inclinato connectitur in remulcis (Belg. Overtoom, Gall. Pont roulant), quorum ope naves e fossâ in fossam, a priori aggere disjunctam, transvehuntur. Attritus minuitur ope cylindrorum, qui planis inclinatis imponuntur.

M. §. 505. — H. I. §. 153. — TR. IV. §. 318. —
Verbulum de his habet BELIDOR archit. hydr. t. IV. tab. 42.

269. Suculam cum cochleâ sine fine conjunxit, seu potius,

ut onera facilius elevarentur, in constructione fuculae, cochleam sine fine adhibuit abbas VENTURA.

Schwed. abhandl. XXVI. p. 192 seqq. Haec dissertatio, lectu dignissima, mihi videtur. — Ad gravissima onera trahenda, aliquando combinatio tympani, cochleae sine fine & rotae, fuit proposita, mach. approuv. t. I. n°. 42. 43.

270. Rotae cum cochleis, non sine fine (ut §. 238), sed vulgaribus, combinari possunt, ut majorem energiam haberent ipsae cochleae adhibitae; idque triplici modo fuit praestitum.

1°. A dexter. LE MAIRE, qui extremo unius cochleae rotam adjungit, quae rotam, alteri cochleae (sed cujus helices sunt sinistrae) adnexam, movet, ita ut, simul ac prima cochlea moveatur, moveatur etiam secunda; quae itaque ambae simul onus elevant.

Machines approuv. t. V. n°. 280.

2°. GOBERT cochleae rotam, quae cochleam sine fine movetur, adnectit, & insuper alium vectum; ita ut maxima vis edi queat: est species *pancratii*.

Machines approuv. t. I. n°. 66.

3°. HUNTERUS, suis cochleis duplicibus (261) rotam adnectit, quae laternam, cui manubrium adfixum est, movetur; Adeo ingens est hujus machinae effectus, ut homo, qui vi 32. librarum premit, energiam edat 172100 librarum, quarum, si pro eo quod attritus consumit, duae partes tertiae auferuntur, remanent adhuc 57600 librae.

Phil. trans. vol. 71. p. 65.

271. Compagem, in qua omnes machinae simplices adhi-

bentur, descripsit DESAGULIERS, et post hunc SIGAUD DE LA FOND.

D. III. §. 83. — S. description d'un cabinet de physique t. I. p. 179.

272. Nullae dantur machinae compositae, quae non ex his simplicibus constent. Ut motus variis partibus concilietur, vel vectibus inter se junctis, vel funibus, vel manubriis inflexis (70), vel rotis, opus est (a). Aliquando requiritur, ut quaedam machinae partes motu reciproco agitentur, & simul onera trahantur, aut eleventur: quod manubriis inflexis, & rotis, quae dentibus instructae sunt, facile fit: cujus rei egregium habetur exemplum in molis, quibus ad trabes, ferrâ dividendas, & in asseres separandas, utantur (b).

(a) Hoc casu rotae aliquando non dentibus instruuntur, sed undarum in formam cavantur, quae trochileas movent; aut scytalae ipsis applicantur, quae vectes elevant: quâ de re egregie egit LA HIRE, MCC. PR. 115, 116. — De modo, quo vacillatio, quae hinc oritur, minui possit? v. STURMIUM in loco §. 70. citato. — De rotis & scytalis, undarum in formam cavatis, bene egit LA HIRE traité des epicycloïdes. Modum, quo hae undae sint describendae, perspicue exposuit DESPARCIEUX, mem. de l'acad. 1747. p. 243.

(b) Harum egregiam descriptionem vide in libro Belgico, cui titulus: groot molenboek door NATRUS, POLLY, en VAN VUUREN.

273. Machinae aliquando inferviunt, non ad onera trahenda, sed ad graviora pondera elevanda, eaque dein sibi committenda, ut lapsu graviore ruant: quemadmodum in machinis sublicarum, quibus ad palos fistucandos utimur, fit.

Varias machinas, in hanc rem excogitatas, integro capite descripsit BELIDOR, archit. hydr. t. III. liv. I. ch. 6. p. 107—123 — Omnium perfectissima illa erit, quae tempori parcat, & minime commoditati consulat, & pondus percutiens ad mas-

nam elevet altitudinem. Hominum autem commoditati maxime consuletur, si eodem motu onus elevatur, dein cadit, mox iterum elevatur: quae omnia egregie praestitit VALOUE, in sublicarum machinâ, quam invenit. Eam descripsit DESAGULIERS, natuurk. tomo III. p. 8; post hunc BELIDOR archit. hydr. t. III. l. I. cap. 8. p. 183 seqq. — M. §. 507 seqq. — S. II. §. 356, & p. 522. — Huic machinae mutationem attulit expert. KLEY, ut sc. eddem pali etiam in situ obliquo fistulari queant; v. M. §. 507. — Machinâ Valouanâ simplicior est, minoris constat, & iisdem usibus inservit illa, quam invenit a°. 1713. CAMUS: v. machines approuvées t. 3. n°. 140. — Ceterum methodus, quâ pondus, semel elevatum, sponte cadit, jam anno 1699 inventa fuit; & machinae applicata, quâ quatuor pali simul fistulari possunt; v. machin. approuv. t. I. n°. 41.

274. Si quis varias mutationes noscere cupiat, quae huic machinae tractu temporis allatae fuerunt, adeat praeter auctores citatos, LEUPOLD, LA HIRE, alios.

LEUPOLD, theat. hydr. §. 179. — LA HIRE, mem. de l'acad. 1707. p. 188. — Schwed. abhandl. t. IV. p. 40. XV. p. 154. XXIV. p. 150: & D. MEESE, acta societ. Vlislinganae t. 5. p. 423. Ceterum pondus, ubi decidit, agit percussione: quae sint ejus vires? elegantissime exposuit BUGGE in phil. transf. vol. 69. p. 120, illis principiis usus, quae supra posuimus, & insuper hoc, quod in dynamicâ demonstrabimus lib. V. esse vires percussiois, uti sunt massae per quadrata velocitatum; seu, quod, eodem residit (II. §. 68), per altitudinem, e quâ corpora delabuntur, multiplicatae & ostendit, in errorem incidisse BELIDOR, qui, dum cap. 8. p. 188, effectus hujus machinae computavit, thesiam collisionis corporum huc male applicuit.

CAPUT VII.

STATICES CONCLUSIO GENERALIS.

275. In omni machinâ sunt potentia & resistentia in ratione inversâ spatiorum, iisdem temporibus percursorum, seu velocitatum; adeoque erunt producta resistentiae & potentiae, respective

per suas velocitates *virtuales* multiplicatarum, aequalia.

276. Haec producta, potentiae aut resistentiae per suas velocitates *virtuales*, dicuntur *energiae*. Unde generalis regula aequilibrium dabitur, si summa energiarum affirmatarum aequalis sit summae energiarum negativarum.

Hoc est universale principium a cel. JOH. BERNOULLI propositum, & quod fuse exposuit, ac demonstravit VARIGNON Mécan. sect. IX. totâ; tom. II. p. 174 seqq. — V. etiam D'ALEMBERT dyn. §. 53.

277. Si, machinarum ope, parvâ potentiâ magnum onus facile retinetur, aut movetur: ratio est, quod huic tanto major velocitas, adeoque energia concilietur; & tanto majori tempore opus sit ad onus movendum, efficiendumque, ut determinatum spatium percurret.

† TR. IV. §. 320 seqq. — D. II. §. 12 seqq.

PARS II.

DE OBSTACULIS, QUAE MOTUM MACHINARUM IMPEDIUNT.

278. Duo potissimum dantur obstacula, quae efficiunt, ut machina non moveatur, simul ac aequilibrium mathematicum destructum fuerit, scil. *attritus & rigiditas funium*.

SECTIO I.

DE ATTRITU.

CAPUT I.

GENERALIA DE ATTRITU.

279. *Attritus* nomine illam intelligimus resistentiam, quam experimur, ubi corpus supra aliud corpus trahitur; atque potentia, quae requiritur, ut haec resistentia vincatur, quaeque, si vel tantillum augeatur, efficeret, ut corpus moveretur, & in motu perstaret, est hujus resistentiae, & ipsius adeo *attritus* mensura.

M. §. 510. — Kr. II. §. 226. 7.

280. Attritus oritur ex asperitate partium in superficie existentium: ita ut eminentiae unius corporis se in cavitates alterius insinuent, e quibus extrahendae sunt (a); aut etiam ipsae eminentiae sint abradendae, vel flectendae (b); & his accedunt depressiones, quae in corpore molliori oriuntur, supra quod aliud trahitur, neque se vi elasticâ restitunt (c).

(a) M. §. 512. — N. III. sect. 2. p. 232. — Kr. II. §. 228. 29. 30. — S. I. §. 168—172. — Bl. §. 320. 323. — ROSSUT §. 305. — † CAMUS traité des forces mouvantes chap. 4. sect. 4. p. 305 seqq. — † BELIDOR archit. hydr. lib. I. ch. 2. §. 218. 19. — * AMONTONS mem. de l'acad. 1699, p. 211.

(b) STURMIUS miscel. Berol. I. p. 299 *seqq.* — † MEISTER novi com. Got. I. p. 184.

(c) LEIBNITIUS miscel. Berol. I. p. 308 *seqq.* ubi de attritu theoretice egit, & hanc considerationem primus proposuit. — Attritum alio penitus modo consideravit LAMBERT, eumque cum resistentiâ corporum, in fluidis motorum, comparavit, SCHOEBERII ac MEISTERI usus experimentis, de quibus deinceps (§. 304) dicemus, nouv. mem. de Berlin 1772. p. 9 *seqq.*

281. Attritus, qui ex eo oritur, quod eminentiae ex cavitatibus sint extrahendae, considerari potest, ut *resistentia*, quae opponitur potentiae, corpus supra planum inclinatum attolenti: & si angulus inclinationis dicatur I; pondus corporis P; F vis, quae attritum aequat, & aucta, corpus moveret: erit $F \cos. I = P \sin. I$; seu $F = P \tan. I$ (160); & corpus, si $F > P \tan. I$, movebitur.

EULER mem. de Berlin 1748. t. IV. p. 122 *seqq.* §. 1—13. — Jam diu ante ipsum, a°. 1700, rem eodem modo consideravit PARENT, nisi quod eminentias & cavitates minimas sphaericas finxerit: rem itaque eo reduxit, ut vim definiret, quae sphaeram, tribus sphaeris aequalibus insistentem, moveret, eamque ad pondus esse, fere ut 7 ad 20, invenit. V. recherches de physique t. II. p. 462 *seqq.* quam egregiam PARENTII cogitationem simplicius proposuit BELIDOR l. c. §. 220. 221. — Ejus leviolem notionem exhibuit FONTENELLE hist. de l'acad. 1700. p. 147 *seqq.* — EULERUM secutus est HENNERT I. §. 506. — Quod attritum alio consideraverit modo acut. LAMBERT, in scholio §. 280 (c) monuimus.

282. Attritus triplicis speciei constituitur.

Attritus primae speciei, seu *repens* est, qui locum habet, quando corpus supra aliud corpus trahitur.

N. III. f. 2. art. 2. p. 231. — Kr. II. §. 236. — S. I. §. 172. — BOSSUT §. 306.

Attritus secundae speciei, seu *vokvens*, lo-

cum habet, quando corpora supra se mutuo
volvuntur; & minor est attritu repente, seu
primae speciei.

N. III. §. 2. art. 2, p. 231. exp. 1. — S. I. §. 172. — ROSSUT
§. 306.

Attritus *mixtus*, seu tertiae speciei ille est,
in quo & *repens*, & *volvens* simul obtinent.

ROSSUT §. 307. — * LEIBNITIUS primus de hoc attritu egit, &
varia ipsius exempla protulit miscel. Berol. I. p. 312 seqq.

283. Resistencia, quam in attritu primae speciei ex-
perimur, pendet partim *ab attritu, quâ tali*,
partim *a cohaesione* corporum mutuâ. Prius
elementum eo minus erit, quo corpora magis
poliuntur: sed tunc alterum elementum, co-
haesio sc. increfcit; unde haec duo elementa
sibi opposita sunt, & in eorum augmento ac
deminutione, *maximum* aliquod dabitur.

D. IV. in initio.

284. Quo asperiora sunt corpora, & haec magis
premuntur: eo potius eminentiae se in cavi-
tates infinuant; adeoque *attritus erit aliqua*
ponderis pars.

N. III. exp. 3. — S. I. §. 174.

285. Circa attritum examinanda veniunt: 1°. me-
thodi, quibus attritum explorarunt physici;
2°. media, quibus attritus minui potest; 3°.
methodi, quibus in machinis computatur.

CAPUT II.

DE METHODIS ATTRITUM EXPLORANDI; ET DE
PALMARIIS ATTRITUS AFFECTIONIBUS.

286. In explorando attritu, duo praecipue exami-
nanda veniunt: an sc. determinetur tantum
potentia, quae corpus ad motum pronum red-
dat? an vero illa, quae corpus non tantum
ad motum pronum reddat, sed vere moveat,
& in motu fervet? In priori casu, explora-
tur attritus ratione ponderis: in secundo, ra-
tione ponderis & velocitatis; in utroque in-
super, ratione superficierum. Attritus volvens
ad casum secundum unice pertinet: attritus
repens ad utrumque pertinere potest.

287. Attritus repens duplici methodo exploratur.

Primo, methodo *Amontonsii*; qui primus attritum
ad computi rationes exegit. Corpus supra planum
horizontale trahitur, ope fili, quod supra trochleam
transit, & plano parallelum est.

AMONTONS mem. de l'acad. 1699. p. 208. — *Hanc adhibue-
runt multi physici, MUSSCHENBROEK, LA HIRE, CAMUS, BOS-
SUT, aliique: huic methodo quaedam objecit MEISTER NOV.
com. Gott. I. p. 188; sed quae non tanti ponderis mihi viden-
tur, ut hanc methodum deserendam esse juberent.*

288. Altera methodus est clar. PARENTII (a). Corpus su-
pra planum inclinatum ponitur, & hoc inclinatur,
donec corpus ad gliscendum pronum fiat, & movea-

atur, si angulus vel tantillum augeatur. Hic angulus a PARENTIO *angulus aequilibræ* dicitur: a BULFINGERO (b) *angulus quietis*. Et erit pondus ad attritum super plano inclinato, uti radius ad finum anguli quietis: & pondus ad attritum horizontalem, seu super plano horizontali, uti radius ad tangentem anguli quietis (160. 161. 162).

Unde liquet, facile attritus rationem ad pondus, & ad superficiem, posse determinari: ut &, e magnitudine anguli quietis, rationem attritus volventis ad repentem.

(a) mem. de l'acad. 1704. p. 174.

(b) Com. Petr. II. p. 403 seqq. — *Hos secuti*, POLHEM Schwed. abhandlung III. p. 13. — KRAFFT com. Petr. XII. p. 266. — BELIDOR, l. c. §. 223. 224; *aliquæ*. — *Verbo egit de hac re D. IV. p. 191.*

289. Si corpus, plano inclinato impositum, ita sit constitutum, ut linea directionis extra basin cadat: vel rependo movebitur, vel volvendo, prout planum asperius, vel minus asperum sit; adeoque attritus major, minorve. Unde paradoxa explicantur varia.

Si f sit attritus super plano; F ille super plano horizontali: vis, quæ rotationem super angulo F conciliare nititur, erit $f \times CE$ (fig. 42); appressio ad planum, $CE \times FE$. Unde, prout sit $f >$ aut $<$ $CE \cdot EF$; seu $f >$ aut $<$ EF ; dabitur motus

volvens, seu repens: seu, cum sit $f = \frac{F \cdot EC}{EF \cdot CG \cdot CG}$ (284

& 167); prout sit, $F >$ aut $<$ $\frac{EF \cdot R}{CE}$; seu $>$ aut

$<$ $\frac{EF \cdot R}{CE}$.

Quae huc pertinent, egregie tractavit KRAFFT com. Petrop. XII. p. 266 seqq. eademque experimentis confirmavit, in quibus exceptiones dabantur unice, si planum pannis rudioribus tegeretur, qui sua elasticitate nimis in corpora leviora reagebant.

Cl. KRAFFT egit tantum de casu, quo corpus, volvendo aut rependo, moveri debet. EULERUS vero ipsum examinavit corporis motum, & relationem inter motum rotatorium, & motum progressivum: primo in com. Petr. XIII. p. 197—200; & dein, curis secundis, in nov. com. Petr. VI. p. 233. — Casum, in quo corpus, superata frictione, descendit, & simul alia potentia, cum priori angulum faciente, retrahitur, egregie examinavit D. BERNOULLI nov. com. Petr. XIV. p. 249. — De frictione corporum, super planis inclinatis motorum, pauca quaedam vide apud ELVIUM, Schwed. abhandl. V. p. 93. — II. I. §. 516—23.

290. Experimentis constat, corpora ejusdem generis, supra se invicem mota, majorem pati attritum, quam heterogena (a): neque tamen haec regula exceptionibus caret, e corporum adhibitorum naturam pendentibus (b).

(a) M. §. 513—515. 519. 520. — Kr. II. §. 234. — BOSSUT §. 309. — † CAMUS l. c. p. 342 seqq. E quibus sua verbo tenus descripsit DESAGULIERS. — Consule experimenta KRAFFT com. Petr. XII. p. 270. §. 13—26.

Verum omnes reliquos, nobis cognitos, scriptores nuper vicit stren. COULOMB, qui, majoribus usus corporibus, gravioribusque ponderibus, omnia attritus phaenomena curate examinavit, huicque materiae multum lucis affudit. Laborum ipsius recensio habetur in journal de physique tomo XXVII. p. 206 seqq. 282 seqq. seu Septembre & Octobre 1785. Ea in sequentibus propositionibus perpetuo utemur: regulas sc. quas ex aliorum physicorum laboribus elicueramus, cum experimentis cl. COULOMB, sedula collaturi.

(b) Nimirum, si corporum B & b ejusdem generis attritus multo major est attritu corporum A & a, etiam inter se ejusdem generis, sed generis a B & b diversi: fieri poterit, ut attritus ipsius B contra A, major sit, quam B contra b; secus ac regulae indicat. Sic in experimentis stren. COULOMB fuit (p. 207) attritus

quercus contra quercum $\frac{1}{2.34}$; pini contra pinum $\frac{1}{1.78}$

T

I

Quercus contra pinum $\frac{1}{1.5}$, major, quam quercus contra quercum.

I. 5

Sed maxima datur inter attritus pini contra pinum, & quercus contra quercum differentia.

Ceterum, attritus lignorum super metallis motorum multo minor est quam lignorum super lignis: in quercu super cupro est $\frac{1}{5.5}$; in quercu super ferro haud multum diversus.

Hic, in memorato loco p. 208, datur manifestissimus error typographicus: exhibetur enim ratio pressionis ad attritum pro quercu & quercu 2. 34. (cujus nos, ut oportet, inversam sumimus, cum rationem attritus ad pressionem indicaverimus); pro quercu & cupro 5. 5. & additur le frottement est beaucoup plus considerable qu'entre bois & bois: quae contradictoria sunt, nisi legatur beaucoup moins considerable. Denique ipsa regula tantum valere videtur de illo attritu, qui obtinet ubi corpora e quiete ad motum deducenda sunt: nam si de illo agitur, qui obtinet, dum corpora jam sunt in motu constituta, aliae leges obtinent pro lignis super metallo motis, quam pro lignis motis super ligno, ut mox dicetur §. 300. nota b. n°. 3. & 6.

291. Aliquando major fit lignorum attritus, si haec contra decursum fibrarum super se invicem moventur (a): aliquando minor (b).

(a) M. §. 515. col. cum §. 513. — §. 517. col. cum §. 515 & 513.

(b) Secundum experimenta cl. COULOMB est ratio attritus ad pres-

pressionem secundum fibrarum decursum $\frac{1}{2.34}$: contra fibrarum decursum $\frac{1}{3.76}$. Si vero corpora sint in motu constituta:

aliae observantur leges, si moventur contra fibrarum ductum, quam si secundum fibrarum ductum feruntur; & quidem tales, ut, auctis velocitatibus, aut maxime imminutis superficiebus, non minuatur attritus, sed constans maneat. Quod indicaret, attritum tunc esse majorem: idque pondera, quae ad corpora movenda adhiberi debebant, etiam indicare videntur, (p. 207. 210. 211. 212) v. etiam infra §. 297. nota b n°. 2.

292. Attritus idem est in ferro, cupro, plumbo, ligno, si haec corpora axungia illiniantur.

AMONTONS, mem. de l'acad. 1699. p. 209. — D. IV. in initio.

293. Quo diutius corpora, sibi apposita, relinquuntur, eo major est attritus.

BOSSUT apud Bl. §. 321; & traité de mécan. §. 310.

* Haec praecipue patent experimentis stren. COULOMB, qui multa, antea incognita detexit, scil.

1°. Si ligna super se, secundum fibrarum ductum, movenda sunt; paucis secundis durantibus, attritum augeri; sed tempore unius minuti fere ad ultimum suum limitem pervenire, p. 206.

2°. Si contra fibrarum ductum moventur: majus tempus requiri, p. 207.

3°. Si lignum super metallo movetur: attritum ad ultimum limitem, seu maximum, pervenire tantum spatio quinque vel sex dierum, p. 207.

4°. Si sebo illiniantur superficies lignae, majus tempus requiri, ut ad maximum perveniat attritus. Quod tempus tunc & ab unguinis duritie, & a superficiebus pendet. Si enim haec minimae sunt, sebum tempus vix mutat, quod & semper obtinet si axungia porcina (Gall. vieux-ong, Belgice wagensmeer) adhibeatur: licet & tunc aliquando attritus major fiat, quam si axungia abesset. Adeo autem magnum est attritus incrementum, quod mora efficitur, si unguina adhibeantur, ut traha 1650 lb, primo momento vi 64 lb, post 3" vi 160 lb: post 6 dies vi demum 622 lb moveatur, p. 208.

5°. Si superficies metallica supra se moventur, oleum olivarum tempus maximi non mutat: axungia illud paullo majus reddit: sebum vero illud aliquando sex dierum efficit. Sed tamen attritus tunc est tantum pressionis pars undecima; si axungia adhibeatur, septima; si oleum, pars sexta: neque superficieum magnitudo aliquid mutat.

294. Si directio motus sit plano, super quo corpus mo-

T e

vetur, obliqua deorsum: attritus major est (a). Si obliqua sursum: minor est attritus, sed lucrum magnum non est (b); & datur obliquitas, sub qua potentia modo, maxime lucroso, apponitur (c).

(a) D. IV. exp. 2.

R

(b) Sit F attritus horizontalis $\equiv \frac{R}{n}$; attritus obliquus π : unde

(fig. 43) ejus pars CF $\equiv \pi \sin. I$; frictio $\equiv \frac{R - \pi \sin. I}{n}$;

potentia CD $\equiv \pi \cos. I$; unde $\pi \equiv \frac{R}{n \cos. I + \sin. I}$.

(c) Hoc obtinet, si tang. I $\equiv \frac{I}{n}$: & ideo R : $\pi \equiv \sqrt{n^2 + 1} : n$;

si $n \equiv 2$: esset I $\equiv 26\frac{1}{2}$ gr. — Hunc casum egregie tractavit D. BERNOULLI, nov. com. Petr. t. XIII. p. 244.

295. Potentia, quae corpus *repens* ad motum primum reddit, adeoque attritus, qui hac vincitur, est fere ponderi proportionalis (a): & in genere inter ponderis dimidium & quadrantem contineri videtur (b).

(a) AMONTONS exacte proportionalem esse statuit l. c. p. 208: idemque statuit D. IV. exp. I. 2; ut & BELIDOR l. c. §. 224. — BULFINGER com. Petr. II. p. 403. — PARENT mem. de l'acad. 1704. p. 195. — BOSSUT apud Bl. §. 320. 23, & traité de mec. §. 311.

Experimenta cl. CAMUS (l. c. p. 332) & MUSSCHENBROEKII (§. 513. 14. 15. 17. 18) innuunt, attritum non esse exacte ponderi proportionalem: sed pro majoribus massis in minori ratione augeri. — An ideo, quoniam cohaesio, quae hic unum ex elementis est (283), pro majoribus massis parum augetur? — Conjectura verosimilis sit, cum, si MUSSCHENBROEKII experimenta rite examinentur, atque id, quod cohaesioni deberi haud incongrue suspicari potest, auferatur, residua sint ponderibus fere proportionalia; & maximum esse cohaesionis effectum e cl. VINCE experimentis patet (phil. transf. vol. 75. p. 176). — Ex iis, quae in navium descensu super plano inclinato obtinent, deduxit BOSSUT, attritum non esse pro majoribus massis ponderi proportionalem (§. 313).

Fertur, clar. abbatem XIMENES in tractatu, quem de attritu Italice scripsit, sub titulo *theoria e pratica della resistenza de solidi nè loro attriti*, etiam invenisse, Amontonsianam regulam a veritate aberrare: sed librum ipsum comparare mihi non potui.

In genere tamen, & in casibus longe plurimis, attritus ponderi proportionalis haberi potest.

Id praecipue constat majoribus experimentis, quae stren. COULOMB instituit, & quorum summa habetur in journal de physique Sept. & Octob. 1785; seu tomo XXVII. p. 206 seqq. sc. pro lignea trahâ, cujus superficies valebat 3 pedes quadratos, & quae successive onusta erat 74 ℔, 874 ℔, 2474 ℔; fuit attritus pres-

sionis pars $\frac{1}{2.46}$, $\frac{1}{2.16}$, $\frac{1}{2.21}$: pro alia trahâ minori, aliisque

onusta ponderibus, $\frac{1}{2.36}$, $\frac{1}{2.42}$, $\frac{1}{2.40}$; similiterque in omnibus experimentis, etiam cum metallis institutis.

(b) Hoc multum pendet a corporum politura. AMONTONSIUS statuit, esse attritum subtripulum; quod BOSSUT, BELIDOR, aliique confirmarunt: secundum BULFINGERUM est subquadruplus; in experimentis MUSSCHENBROEKII saepe minor fuit. V. Kr. II. §. 233.

Idemque patuit experimentis stren. COULOMB, quibus potissimum fidendum, cum magnas pressiones, magnasque superficies adhibuerit. Maximus attritus obtinuit, si adhibebatur quercus su-

per pino mota; fuit $\frac{1}{1.78}$ pressionis: minimus pro ferro moto su-

per orichalco $\frac{1}{4}$: excepto casu peculiari, de quo mox di-

cam §. 296 nota d; & casu, si axungiiis obducantur superficies, v. §. 293. nota.

296. Disputant inter se philosophi: utrum superficierum magnitudo attritum augeat? quidam negant (a): quidam affirmant (b). Utrique experimentorum fide; & argumenta addunt

ad priorem sententiam confirmandam (c). Verosimile tamen videtur, superficies quodammodo, sed parum, in attritûs magnitudinem influere; non pro ratione magnitudinis, aſt in ratione multo minori (d): præſtat itaque, minores superficies adhibere; ſed nimis acutae ne ſint (e), præcipue, ſi planum, ſuper quod corpus movetur, mollius ſit. Datur modus, a cujusque corporis naturâ pendens.

(a) AMONTONS l. c. — *Et inſuper pulchra experimenta, quae expoſuit in iisdem: mem. de l'acad. 1699. p. 121. — LA HIRE hiſt. de l'acad. 1699. p. 104. — BELIDOR l. c. — BOSSUT apud Bl. §. 320. 22; Et traité de mec. §. 311. 13. — CAMUS p. 312 ſeqq. p. 360. — Idemque, egregiis Et majoribus experimentis, in attritu volvente, probarunt peritiſſimi BOULARD Et MARGUERON; qui rotas Et cylindros adhibuerunt: neque ullam differentiam invenerunt in ponderibus, quae currus, vel cylindros movere, Et in motu ſervare poterant; licet superficies quadruplo, aut etiam duodecuplo, majores eſſent. V. Journal de phyſique t. XIX. p. 430 ſeqq. — Singularis tamen caſus datur, in quo superficies attritum multum augent, quando ſc. idem corpus inter duo plurave plana prematur; hunc expoſuerunt AMONTONS l. c. Et BELIDOR l. c. §. 226.*

Id confirmatur experimentis ſtren. COULOMB p. 207. Attritus fuit

	I
in ſuperficie 3 pedum quadratorum, pro variis ponderibus,	—, 2.46
I I I	2.16 2.21 2.28
—, —; medium eſt —.	I
In alio caſu, ubi traha longitudinis 15 pollicum movebatur, ſuperficies vero, in quibus attritus peragitur, erant prisma triangularia quercina, ſed rotundata, fuit attritus, traha aliis ponderibus omiſta,	I —, 2.36
I I I	2.42 2.40 2.39
—, —: medium eſt —.	I
Quod non minus, ſed e contra majus eſt, quam in caſu præcedenti: ſed differentia eſt parva. Simile quid videatur in hac §. nota U.	

(b) M. §. 521. — Ope instrumenti peculiaris, in quo attritus volvens est, idem invenerunt N. III. exp. 2. — S. I. §. 173. — Sed eodem instrumento usus, contraria invenit D. IV. nota 4; — & v. mox §. 300. — In exp. KRAFFTII, aliquando frictio major fuit in minori, quam in majori superficie, com. Petr. XII. l. c. §. 20 & 19, — §. 22 & 23; & prael. phys. II. §. 231.

(c) AMONTONS l. c. alitque: quod sc. si plures adsint particulae, quaeque tanto minorem oneris partem ferat. Haec ratio se, nec LEIBNITIO, nec STURMIO approbavit (misc. Berol. I. l. c): imo hic experimentum proposuit, sed quod instituisse non videtur.

(d) Id iterum experimentis cl. COULOMB confirmatur (p. 208). Nam attritus ferri in aurichalcum fuit $\frac{1}{2}$ pars pressionis, eique proportionalis, nisi pro casu, quo traha tantum quatuor clavis cu-preis, hinc minimae superficiei insistebat; tunc fuit pars sexta.

(e) M. §. 522.

297. Ille attritus, qui ex asperitate oritur, minor est, ubi corpus semel est in motum deductum, quam ubi moveri incipit (281. 286) (a): idque experiëntiâ fuit comprobatum (b).

(a) EULER mem. de Berlin IV. p. 127. §. 12. 13.

(b) VINCE phil. transf. vol. 75. p. 176: qui egregia experimenta instituit, & hanc attrituum differentiam cohaesioni adscribit.

Praeclara sunt hac in re stren. COULOMB experimenta, qui in his attendit, & ad vim requisitam, ut corpus in motum deducatur; & ad illam, quae ad idem praestandum requiritur, si mora concedatur; & ad vim requisitam, ut corpori determinata velocitas concilietur: attritum autem in omni casu minorem invenit eo, qui requiritur, ut corpus in motum deducatur.

298. Experimentis cl. VINCE patuit, in corporibus duris, methodo Amontonsianâ exploratis & motis, attritum non esse exacte ponderi proportionalem, sed minori ratione increfcere. Si tamen experimenta ad computum revocentur: differentia est perparva, etiam pro massis duplo, triplo, gravioribus.

Phil. transf. l. c. p. 170. 171. 172. — Hoc convenit cum iis, quae supra §. 295 (a) diximus. Haec acceleratio verosimiliter a cohaesione oritur.

Secundum experimenta cl. COULOMB, est attritus fere ponderi proportionalis, quaecunque sit corporum velocitas, si lignum super ligno, secundum fibrarum ductum movetur, nisi pressiones maximae sint respectu superficierum: nulla vero datur exceptio, si lignum super lignum contra fibrarum ductum movetur, aut super metallis (p. 213. 14), neque si lignum super ligno, sebo illinito, movetur, quando superficies minimae sunt (p. 217); neque si metalla super ligno, leviter inuncto (p. 218), aut supra se invicem (220. 21) moventur. V. infra §. 300. nota*.

299. Iisdem experimentis clar. VINCE patuit, in corporibus duris, methodo Amontonsianâ exploratis, & motis, attritum immutatum non manere pro variis ejusdem corporis superficiebus, sed paullo minorem esse pro minoribus, quam pro majoribus superficiebus.

V. l. c. p. 172—176.

In experimentis cl. COULOMB exceptiones tantum dantur pro pressuribus minimis respectu superficierum, aut superficiebus minimis respectu ponderum, quando ligna super se invicem moventur secundum fibrarum ductum; non vero si contra fibrarum ductum: nullae vero in reliquis casibus (v. infra §. 300. nota*).

300. Experimentis clar. VINCE patuit, corpora dura, methodo Amontonsianâ explorata, non obstante attritu, a ponderibus trahentibus ferri motu uniformiter accelerato: id vero locum non habere pro corporibus mollioribus, ut pannis, lanis cet., hoc casu retardationem cum velocitate increfcere.

Phil. transf. vol. 75. p. 167. 8. 9. — V. similem exceptionem pro pannis §. 289. — VINCE primus, quantum novi, haec exploravit.

* Frictionis autem F quantitas facile ex his experimentis nosci-

tur: nam si p sit potentia movens, frictioni opposita; R corporis movendi pondus: erit vis acceleratrix π , motum producens $\frac{p-F}{p+R}$. Sit s spatium, gravitate tempore primi minuti secundi percursum (II. §. 80); S spatium, quod potentia tempore t jam percurrit: erit (II. §. 76) $\pi s t^2 = S$;

feu $\frac{p-F}{p+R} \times s t^2 = S$. Unde $F = p - \frac{(R+p) S}{s t^2}$.

* Stren. COULOMB alio modo experimenta instituit: sed eodem eventu. Nimirum, sivit, ut corpus 4 pedes percurret; & observavit tempora, quibus duo priores, & quibus duo posteriores percurrentur: haec autem fere subdupla illorum invenit; idque requiritur, si motus sit uniformiter acceleratus. Hoc enim casu, si s sit spatium primum; S secundum; t & T tempora, quibus s & S percurrentur: erit (II. 79) $s : s + S = t^2 : (t + T)^2 =$ (hoc casu) $= s : 2s$. Unde

$2t^2 = t + T$; & hinc $t = T(1 + \sqrt{2})$; seu $T = t \times 0.415$; vel $t : T = 100 : 41.5$. His positis, invenit Stren. COULOMB;

- 1°. Si lignum super ligno moveatur, secundum fibrarum ductum: moveri motu uniformiter accelerato, seu attritum esse constantem, quaecunque sit velocitas. Verum, si superficies perparva sit, respectu pressionis, attritum minui aucta velocitate: sin contra, augeri. Utroque casu experientia a regula desleat; p. 210. 11.
- 2°. Si lignum contra ductum fibrarum moveatur: regulam perpetua valere, p. 212. 13; secus ac in casu praecedente.
- 3°. Si lignum super metallis moveatur: attritum maxime augeri cum velocitatibus, p. 213. 14: fit enim motus uniformis, postquam corpus (quodcunque velocitate moveri incipiat), duos pedes emensum fuit. p. 214 seqq.
- 4°. Si superficies sebo illiniantur, motu quidem uniformiter accelerato moveri corpora; sed, si pressiones parvae sunt, attritum cum velocitatibus augeri: motum enim ad uniformitatem cito redigi, simul ac vis trahens adhibita fuerit, ea, quae ad corpus in motum deducendum requiritur, major. Hunc autem effectum merito a cohaesione repetit vir clar. p. 216.

5°. Nullam dari exceptionem, si superficies contactus minimae sint, p. 217.

6°. Si metalla super lignis, sebo illinitis, moveantur: auctis velocitatibus augeri attritum, p. 217.

7°. Si metalla super metallis moveantur: ea motu uniformiter accelerato ferri, p. 220.

8°. Si corpora heterogenea, sed sebo non illinita, supra se moveantur: attritus cum velocitatibus ita augetur, ut seriem arithmeticam formet, dum velocitates geometricam sequuntur, p. 221.

Ceterum de velocitatibus ratione attritus pauca dixerunt N. III. sect. 2. art. 2. p. 239 seqq. — Bl. §. 324 seqq. — Kr. II. §. 232. — EULER mem. de l'acad. de Berlin t. IV. p. 125: imprimis in suis experimentis methodo Amontonsiana institutis PARENT mem. de l'acad. 1704. p. 195.

301. Nondum exploratum fuit, quod sciam, an corporis, super plano inclinato descendens, attritus idem sit, ac ille, qui requiritur, ut corpus e quiete in motum deducatur (289)? at vero methodum, qua res explorari posset, observando spatia dato tempore percurra, proposuit EULERUS.

V. mem. de l'acad. de Berlin t. IV. p. 128 seqq.

* Si angulus elevationis plani, qui requiritur, ut corpus moveatur, sit i : erit pressio contra planum R. $\cos. i$; vis, qua descendere nititur, R. $\sin. i$ (294 b); & si attritus sit pars m

pressionis: erit vis, qua vere descendit R. $\sin. i - \frac{R \cdot \cos. i}{m}$
 $R (\sin. i - \frac{\cos. i}{m})$; & hinc, si spatium S, tempore T, percurratur, erit (II. 87 A. & 76. 2°) $T = \frac{\sqrt{S}}{125 \sqrt{\sin. i - \frac{\cos. i}{m}}}$;

unde elicitor $\frac{1}{m} = \frac{\text{tang. } i}{15625 T^2 \cdot \cos. i}$. Quae est

FORMULA EULERI,

De motu super plano inclinato, quatenus ab attritu modificatur, egit VINCE l. c. p. 178. 179. 180. 188. — HENNERT I. § 516—523. — Kr. loco §. 289 citato. — Doct. NECKER motum corporum, in curvis latorum, examinavit, posito, attritum, quem patiuntur, esse aliquam pressionis partem; & tautochronas vel tum etiam, cycloides esse, ostendit, mem. pref. à l'acad. t. IV. p. 95 seqq.

301.* In attritu volvente tres casus examinandi veniunt: 1° motus globi, super planum horizontale, rotando incedentis; 2° attritus, quem experiuntur, cylindri, oneri cuidam subjecti; 3° attritus, quem axes trochlearum, aliarumque machinarum in suis cheloniis experiuntur.

302. Quando corpus super plano horizontali movetur, efficit attritus, ut motus phaenomena saepe alia sint ac essent, si corpus nullum in hoc plano experiretur attritum: nam attritus efficere potest, ut corpus, quod alias erectum perstaret, procumbat; & corporibus sphaericis motum rotatorium conciliet, quo fieri potest, ut corpus, postquam spatium aliquod emensum est, rursus retrovertatur.

Qua de re egregie egit D. BERNOULLI, mem. sur les bouffoles d'inclinaison §. 4—14; ubi doctrinam centri oscillationis felicissime huic rei applicuit. — Porro EULER in com. Petrop. XIII. p. 220; & curis secundis rem tractans, in nov. com. Petrop. VI. p. 233 seqq. — Item J. A. EULER mem. de Berlin t. XIV. p. 284. — Dein BEZOUT cours de mathem. 4e part. §. 700—705: qui & ostendit, solo attritu fieri, ut turbo, cui vertiginis motus conciliatus fuit, sese erigat, & gravitatis nisum vincat. — VINCE l. c. p. 181 seqq. — HENNERT l. §. 509—516. 521.

302.* Attritus, quos experiuntur cylindri onus gerentes, seu eodem pressi, & in plano horizontali moti, sunt in ratione directâ horum ponderum, & inversâ diametrorum.

Id patuit experimentis stren. COULOMB l. c. p. 287. Attritus pro cylindris e ligno guajaci, diametri duorum pollicum, & mille libris onustis, fuit 18 librarum; seu pars $\frac{1}{56}$ fere pressionis. Pro ulmo, attritus est $\frac{2}{5}$ partibus major: & attritus vix diminuitur, si sebo illiniantur cylindri.

303. Attritum volventem ope tribometri examinavit MUSCHENBROEK (a), atque ex his patet: 1° attritum quidem eo majorem esse, quo major est pressio, non vero eadem prorsus ratione, sed minori; nisi forte tum, cum axis oleo inungatur (b). 2° Velocitate auctâ augeri attritum, non tamen aut constanti, aut aequali ratione: majori sc. in velocitatibus minoribus; minori, in majoribus (c).

(a) M. §. 517—524.

(b) Videntur adesse errores typographici in primis numeris ultimae columnae exp. 2 & 3. §. 523.

Stren. COULOMB multa experimenta instituit circa attritum, quem trochlearum axes experiuntur. Filum sc. tenuissimum super trochleam transmisit: hoc utrimque oneravit, & examinavit, quo superpondio opus fuerit, ut trochlea moveretur? Attritus porro rationem ad pressionem investigavit, methodo mox indicandâ (317. 315): aut, si fune crassiore usus fuit, abstulit primo id, quod rigiditati funis debetur, & quod deinceps (343. 344) explorabimus. Invenit autem, attritum esse fere pressioni proportionalem, nisi tamen trochleae, quibus usus est, (quae sc. erant diametri unius pedis, & una cum axi 14 ℔ pendebant) minus, quam 200 ℔ onerebantur: tunc attritus erat proportionaliter major, p. 290. — Invenit autem:

1°. Pro axi ferreo, & chelonis cupreis esse attritum paullo minorem, quam pressionis pars sexta, p. 291.

2°. Si chelonia illiniebantur sebo purissimo: esse attritum fere partem $\frac{1}{11}$; si axungia, partem $\frac{1}{8.5}$; si oleo olivarum, par-

tem $\frac{1}{8}$ aut $\frac{1}{7.5}$, sed nunquam minorem, p. 292.

3°. Si axis erat e quercu viridi, chelonia e ligno guajaci, & si

sebum adhibebatur: erat attritus pars $\frac{1}{26}$. Si vero superficies,

absterso sebo, erat tantum pinguedine levi obducta: erat attri-

tus pars $\frac{1}{17}$ pressionis. Si chelonia erant ex ulmo: attritus

fuit in similibus circumstantiis, $\frac{1}{33}$ & $\frac{1}{20}$, omnium mini-

mus. — Si axis e buxino; chelonia e guajaco: erat attri-

tus in similibus circumstantiis $\frac{1}{23}$ & $\frac{1}{14}$. Si axis e buxino;

chelonia ex ulmo: $\frac{1}{29}$ & $\frac{1}{20}$. — Si axis e ferro; chelo-

nia e ligno: est attritus $\frac{1}{20}$, p. 293.

20

(c) Id evidenter patet ex ipsis MUSSCHENBROEKII experimentis; quae non bene inter se contulisse videtur vir clar. — Ceterum, e vulgari experientia, attritum sc. axium, quorum diametri sunt minores, minorem esse attritu axium, quorum diametri sunt majores, sequitur, aucta velocitate augeri attritum, v. D. IV. exp. 3: & AMONTONS l. c. Sed eadem experientia docet, hoc non constanter locum habere. V. NECKER mem. présentés t. IV. p. 108. — VAN SWINDEN cogitation. de variis philosoph. capitibus. §. 108. — De velocitatis influxu in attritum, v. AMONTONS mem. de l'acad 1699. p. 209. — Experimenta stren. COULOMB prima fronte his opposita videntur. Invenit enim vir egregius, quod in axibus trochlearum velocitas vix sensibilibiter in attritum influat p. 291; velocitatis augmentum vix sensibilibiter attritum minuat, si axes tantum pinguedine quadam sint obducti, absterso sc. sebo: secus ac fit, si sebo sint illiniti axes. Sed notandum, virum clar. tantum parvas velocitates adhibuisse: sc. quae pedem unum alterumve singulis secundis vix excedat. Dum in tribometro velocitas major fuerit: & influxum velocitatis in his experimentis perparvum quidem fuisse: sed aliquem tamen, p. 293-

304. In attritu volvente non esse, si corpora motu accelerato lata fuerint, spatia percursa, uti sunt quadra-

ta velocitatum, docent, non tantum experimenta MUSSCHENBRÖEKII modo allata; sed & illa, quae simili methodo instituit MEISTERUS (a), & illa, quae jam antea instituerat cl. SCHOEBER (b). Aliquando motui accelerando favet attritus, quod in durioribus metallis obtinet, praecipue in mutuo ferri & aurichalci attritu; aliquando vero, & saepius, ab ipsâ velocitate difficilior fit attritus, quod in corporibus minus duris, striatis, scissilibus obtinet, uti in ligno, cornu, cet. (c).

(a) Novi comment. Gotting. I. p. 192 — 207.

(b) Versuch einer theorie von der Ueberwucht, p. 43 seqq. *Computationes SCHOEBERI emendavit MEISTER l. c. p. 190. Deque his egit etiam LAMBERT nouv. mem. de Berlin 1772. p. 9 seqq.*

(c) V. quae supra (300) dicta fuerunt de experimentis cl. VINCE.

* Cur in attritu repente, non vero in volvente, sunt spatia percurfa, ut quadrata temporum?

*Eo autem majori jure hanc quaestionem facimus, quod, si de trochlearum motu agatur, superpondium, quo haec moventur, motu uniformiter accelerato moveri videatur. Nam in experimentis clar. COULOMB, prima totius spatii dimidia pars fuit percurfa, tempore duplo illius, quo secunda percurfa fuit, p. 290. 294: quod, ut §. 300. notâ * monuimus, indicat, motum esse uniformiter acceleratum. Verum, spatium integrum fuit tantum sex pedum, & illa proportio neque semper, neque exactissime obtinuit: haec enim eo exploravit modo clar. COULOMB, qui usibus nauticis sufficeret; non vero eo, qui minutissimorum omnium rationem habeat, ut id in SCHOEBERI & MEISTERI experimentis praestitum fuit.*

304.* E dictis efficiamus, attritum sensibilibiter esse pressionibus proportionalem; & in plerisque casibus, qui in machinarum usu obtinent, &

superficierum, & velocitatum rationes insuper haberi posse.

305. Attritus minuitur mediis physicis, atque mediis mechanicis.

Media physica in eo consistunt, ut partes, quae supra se moventur, oleo, axungiiis, sapone, cet. lubricentur.

M. §. 524. — N. III. sect. 2. p. 247. — Kr. III. §. 235. —
† CAMUS traité des forces mouvantes p. 232 seqq.

Sola unguina, quae in lignis adhiberi possunt, sunt, axungia porcina (quam Galli vieux oing, Belgae wagensmeer vocant) & sebum: oleum metallis convenit. Si pressiones maximae sint: sebum attritum in lignis magis minuit, quam axungia. Si superficies minima sint: unguina attritum parum minuunt (p. 217); multum vero, si ligna super metallis, sebo inunctis, moventur, nisi tamen velocitates augeantur, aut unguen non saepius renovetur (p. 217). His casibus attritus maxime augetur; imo tunc (ultimo casu praesertim) unguen plus nocet, quam prodest. Praestat, ut superficies levissimo tantum strato obducantur: tunc ratio attritus ad pressionem constans est, neque a velocitatibus mutatur (p. 218). In metallis oleum praecipue adhibendum est, sebo praestat, attritum maxime minuit, & hic a velocitatibus non mutatur. Haec omnia experimentis stren. COULOMB patuerunt: v. quae supra diximus §. 293 nota. §. 300. nota *. n°. 4, 6, 8. §. 299 nota, §. 303. nota b. no. 2, 3.

304* Axungiiis, sebo, oleo, & similibus unguentis impeditur, ne ipso attritu calor gignatur, qui corpora dilatat, attritum ideo auget, imo in flammam erumpit.

Quomodo olea attritum minuant, & ad motum, in horologiis regularem servandum, faciat attritus? optime docuit BERTHOUD, essai sur l'horlogerie t. I. §. 1859 seqq. 1894 seqq.

306. Attritus mediis mechanicis minuitur; & maxi-

me minuitur, 1^o quando attritum radentem involventem mutamus (a): quâ de causâ, corporibus, super plano trahendis, cylindri subijciuntur; curribus rotæ.

(a) Kr. II. §. 236. — De imminutione, in attritu efficiendâ, si axes, non in chelonis moveantur; sed super planis politissimis horizontalibus volvuntur, egregie egit D. BERNOULLI dissertat. sur les boussoles d'inclinaison §. 4 — 15, insertâ in mem. qui ont remporté les prix de l'acad. t. V.

307. In rotis varia animadvertenda veniunt, ut fines omnes, quibus inservire possunt, adimpleant.

(1). Quo majores sunt, eo meliores: cum tunc 1^o, longiorum vectium speciem referentes, se facilius e cavitatibus omnibus expediant; seque minus in eas insinuent; facilius eminentias superent (a); atque efficiant 2^o, ut attritus *modiolorum* (Belg. *nayen*, Gal. *moyeux*) super axibus minores sint (b).

(a) N. III. p. 100. — S. II. p. 156. — Kr. II. §. 35. — VARIGNON *sect. IV. th. 32. t. II. p. 117 seqq.* — LA HIRE p. 265. — † *Experimenta ab anonymo Anglo instituta, & inserta phil. transf. n^o. 167. vol. 15. p. 856.* — Ut & illa *clar. CAMUS, traité des forces mouvantes p. 396, quem penitus descripsit DESAGULIERS t. IV. p. 226 seqq.*

(b) *Haec optime exposuit AMONTONS mem. de l'acad. 1699. p. 209. V. etiam CAMUS p. 306 — 316; & D. IV. exp. 3 & 4.* — Imo, quo tenuiores sunt axes, eo minor attritus: quod, ex ipsâ *velocitate, bene exposuit CAMUS l. c. (v. §. 303. n^o. 3).* — Hunc locum egregie tractavit, & ad computum adduxit † PARENT, *mem. de l'acad. 1712. p. 96 seqq.* — BELIDOR *archit. hydr. t. I. §. 239 seqq.* — † FITZGERALD *phil. transf. vol. 53. p. 143 seqq. & quae dicemus §. 315.*

308. (2). Quo axes longiores sunt, eo, ceteris paribus, minorem a modiolis experiuntur pressionem.

Optime de his egit REAUMUR mem. de l'acad. 1721. p. 224 seqq. & 1724. p. 360. Hic simul ostendit, cur aliquando, ubi rotæ

anteriores, posterioribus minores, adhibentur, ipsarum modioli sint breviores reddendi?

309. (3). Viarum inclinatio, *orbitalium* (Belg. 't spoor, Gal. *orniere*), quas rotarum *apsides* (Belg. *vellingen*; Gal. *jantes*, vel *gentes*) ipsis imprimunt, eminentiae, aliaque obstacula, in causis sunt: cur radii (Belg. *spaken*, Gal. *rais*) modiolis inclinati sint imponendi? *Optime de his CAMUS prop. 25. p. 373: & DESAG. l. c.*

310. (4). *Apsides* sint perfecte rotundae (a); & quantum fieri potest, latae (b).

(a) CAMUS l. c. prop. 24. p. 370.

(b) Hanc rem egregie tractarunt, & circa eandem eximia experimenta instituerunt peritissimi BOULARD & MARGUERON in *diff. academiae Lugdunensi oblata*; quae inserta est in *journal. de phys. tomo 19. p. 424 seqq.*

311. (5). Praestat, currus quatuor rotis, non vero duobus imponere: & praestat, ut rotae anteriores posterioribus aequales, non vero minores sint.

Utrumque, & rationibus, & experimentis, evicit CAMUS l. c. & posterius experimentis jam probaverat anonymus Anglus loco §. 308 (a) citato.

312. Singula rotarum puncta cycloides describunt (intra 47). Modiolus idem spatium in solo, ac apsis percurrit, etsi ejus ambitus minor sit illo rotae, & ubi rota unam revolutionem absolvit, etiam unam tantum revolutionem absolverit. Quod paradoxon, sub nomine *rotae ARISTOTELIS*, innotescit (a), & egregie a clar. MAIRAN fuit explicatum. Nam, dum apsis cycloidem motu continuo describit, modiolus suam cycloidem *motu radente* descripsit; i. e. motus, quo

modiolus motu rotæ supra solum transfertur, velocior est illo, quo supra axin vertitur; & hinc motu radente cycloidem describit, cujus basis longior est circumferentiâ circuli generatoris (b).

(a) Quæst. mechan. 24. — *Hoc paradoxon frustra explicare tenterunt GALILAEUS, dialog. mec. I; & TACQUET, in disertat. de circulorum volutionibus: quæ etiam inserta habetur in opp. ipsius, ad calcem totius voluminis.*

(b) Anno 1715, in epist. ad acad. regiam Parisinam scripta. Hujus elegantissimum compendium edidit FONTENELLE, *histoire de l'acad. 1715.* Hoc, und cum monito & duabus epistolis, insertum fuit in MAJRANI opusculis ad calcem alterius editionis libri sui, cui titulus *lettres au R. P. PARRENNIN, p. 351 seqq.*

313. Porro, minuitur attritus mediis mechanicis,
2. tum justâ partium proportione, figurâ, & pondere; tum ipsarum situ.

† BERTHOUD *essai sur l'horlogerie t. I. §. 1841 seqq.*

3. Minuitur ipsâ cheloniorum, in quibus axes moventur, figurâ & axium magnitudine.

M. §. 525.

4. Minuitur denique, si axes rotarum non in cheloniis ponantur: sed intersectioni duorum orbium, vel trochorum mobilium imponantur.

M. §. 526. — N. III. sect. 2. art. 2. appl. exp. 1. — D. IV. n. 3. — Kr. II. §. 237.

Primus, quantum novi, hunc apparatus proposuit CASATI, etiam pro gravioribus oneribus, & computum addidit, *mec. lib. II. cap. 1. p. 130.* — Dein STURMIUS *misc. Berol. I. p. 306. i. f.* — A. 1716. hunc apparatus horologiis applicuit SULLY *machin. approuv. t. III. n. 177: & a. 1725 machinis, quæ majoribus oneribus elevandis dicuntur, MONDRAN ibid. n. 254.*

Quaecunque autem hunc casum spectant, egregie, & mathematicè tractavit EULER, *mem. de Berlin IV. p. 144—148.* — Præteritè vero nob. FITZGERALD; qui veram & egregiam rationem, cur

hoc modo attritus multum minuatur? dedit: ac ostendit, hanc constructionem etiam in illis machinis, in quibus ope vectium, super axibus mobilium, elevantur gravissima onera, adhiberi posse, illamque revera adhibuit, phil. transact. vol. 53. p. 153 seqq.

CAPUT III.

DE COMPUTANDO ATTRITU IN MACHINIS.

314. Regula generalior haec est:

1°. Si directiones, secundum quas potentia & onus agunt, sint obliquae respectu puncti, in quo attritus fit: prius sunt legitime in eas resolven-
dae, quae huic perpendiculariter agerent.

2°. Si machina sit simplex: erit augmentum potentiae, ut attritus vincatur, ad integrum attritum, uti potentia ad resistantiam.

3°. Hoc potentiae augmentum pressionem, adeoque (295) & attritum, iterum auget. Unde, pro hoc augmento, eodem modo procedatur; & sic perpetuo, donec ad augmentum perve-
niatur, quod vix sensibile erit: summa horum augmentorum integrum pondus, quo potentia augeri debet, ut attritum vincat, praebabit.

4°. Si machina sit composita: quaeque ejus partes figillatim examinentur, & pro quavis augmentum potentiae, quod ob attritum requiritur, computetur, per n°. 1.

* AMONTONS, mem. de l'acad. 1699. p. 217: quem locum verbo tenus descripsit D. IV. p. 193. — M. §. 528. — S. I. §. 177, & nota 4. p. 639.

314*. In vecte consideratio attritus merito negligitur: quomodo in vecte composito computandus sit? videbimus §. 323.

315. Si bilanx oneretur ponderibus P & P; radius axeos fit a; semilongitudo scapi = S; p pondusculum additum, ut aequilibrium destruat; n ratio attritus ad pressionem: erit (314. 29)

$$p = \frac{2naP}{S-na}$$

BÖSSUT §. 318. — BELIDOR l. c. §. 249.

* Sequitur hinc, si pondus p experientia determinetur: rationem n attritus inde affici posse. — Hac methodo usus est siren, FITZGERALD in experimentis, quae ope bilancis ad eruendam attritus rationem instituit: invenit porro, pondus p, quo attritus vincitur, non esse exacte ponderi P proportionale; neque, quod etiam exigit formula, esse proportionale radio axeos. Invenit autem, attritum esse fere dimidium ponderis. Egregia haec experimenta habentur in phil. transf. vol. 53. p. 149 seqq.

316. Si de axi in peritrochio agatur: attritus concipi debet, ut factus ab axi in semicircumferentia circuli CZV, quem axis rotando perpetuo radit (fig. 44). Exprimatur resistentia R, lineam BA: exferet in A pressionem, ipsi R vel BA proportionalem. Exprimatur summa potentiae P, & pondusculi additi p, ut attritus vincatur, lineam XE = P + p; resolvatur XE in XK = (P + p) sin. \angle XEK, qui angulus, cum sit inclinatio potentiae, dicatur I; & erit EK = (P + p) cos. I; capiatur AN = XK; BL = EK: & erit BF (II. 36) magnitudo pres-

fionis in punctum Z, in quo fiet attritus; &, attritus erit $= n BF = n \sqrt{BL + BA + AN}$ (EUCL. I, 47); i. e. erit

(A) attritus $= n \sqrt{(P+p) \cos. I + [R + (P+p) \sin. I]}$.
Unde, si radius BX rotæ dicatur c ; ille axeos BC dicatur a : erit

(B) $cp = an \sqrt{(P+p) \cos. I + [R + (P+p) \sin. I]}$; & hinc (per introd. 17) erit.

(C) $c^2 p^2 = a^2 n^2 [P + p + R^2 + 2R.(P+p) \sin. I]$; & hinc methodis, in resolutione aequationum secundæ gradûs adhiberi solitis,

$$(D) p = \frac{a^2 n^2 (P + R \sin. I)}{c^2 - a^2 n^2} \pm \frac{an}{c - a^2 n^2} \times$$

$$\sqrt{(P + R^2 + 2RP \sin. I). (c^2 - a^2 n^2) + a^2 n^2 (P + R \sin. I)}.$$

E quâ aequatione, cum sit plerumque a perparvum, ratione ipsius c , & hinc p etiam parvum; poterunt in aequatione (C), potentiae secundae ipsius p negligi: unde illa aequatio fit,

(E) $p = \frac{anR}{c} \sqrt{R^2 + 2RP \sin. I + P}$; aut, si radius cylindri, supra quem funis OR volvitur, dicatur b : erit (115) $P = \frac{Rb}{c}$; & hinc

(F) $p = \frac{anR}{C^2} \sqrt{b^2 + 2bc \sin. I + c^2}$; & hinc, si potentia P perpendiculariter dependeat, fiet attritus major, sc:

$$(G) p = \frac{anR}{c^2} (b+c) = \frac{an(P+R)}{c}$$

BOSSUT §. 321 — 25. — Bl. §. 333. 34. — H. I. §. 523. 24. — *Consule etiam* BELIDOR arch. hydr. t. I. §. 241 — 249. — §. 250 — 53. — *Sed praecipue* PARENT, qui rem *profunde tractavit*, mem. de l'acad. 1712. p. 96 *seqq.* ut & EULER mem. de Berlin t. IV. p. 133 *seqq.* — 145. — *Paucula apud* D. IV. p. 191. 194 *seqq.* & quae diximus §. 308. (b).

* In praecedenti casu positum fuit, cylindrum, super quo volvitur funis, & tympanum in eodem plano versari: si secus, pro singulis fulcris, quae in §. 120. consideravimus, attritus computetur, ut modo pro unico fecimus. Quem casum expedivit BOSSUT §. 325.

317. Attritus pro *rechamo*, in quo potentiae sibi parallelae sunt, eodem modo computatur, ac pro *bilance*: unde formula §. 315 valebit, modo *a* radium axeos, *S* illum trochleae, exprimere intelligantur.

Si potentiae non sint parallelae: computatur attritus, ut in *axi* in *peritrochio*: & sane! si, quae *rechamum* spectant in formula D. §. 316, substituamus, ac dein potentias fingamus parallelas: recidimus in formulam §. 315.

BOSSUT §. 319. — H. I. §. 525. — BOUGUER, manoeuv. des vaisseaux l. I. sect. I. p. 63. — BELIDOR l. c. §. 253. — *Rem egregie tractavit* PARENT, mem. de l'acad. 1704. p. 206.

318. In *monospasto*, attritus computatur, ut in *rechamo*, nisi quod dimidium sit illius, quae in *rechamo* obtinet (141. 145). Unde formula erit, (substituendo in §. 315, *b* loco *S*; & *R* loco *P*) pro funibus parallelis,

$$(A) p = \frac{naR}{b-na}$$

Bl. §. 329.

* Doct. BLASSIERE, ut jam monuimus, haec e tractatu, quem cl. BOSSUT, a°. 1763 ediderat, depromsit: verum in recen-

tiori tractatu, toties jam citato, §. 320 negligit ch. ROS-
SUT augmentum pressiois, quod ab ipso pondusculo p
oritur, utpote nimis parvum; unde oritur formula

$$(B) \quad p = \frac{naR}{b}.$$

Consule BELIDOR l. c. §. 254.

319. Si de compositione trochlearum agatur: distinguen-
dum est inter trochleas simplici modo (247) compo-
sitas, & inter polyspastos (251).

In priori casu, computetur (314) attritus pro
singulis trochleis; & pondusculum p' , quod (318)
pro attritu infimae, seu primae invenitur, addatur
oneri (247*), quod secunda sustinet; pro hac se-
cundâ, ita onere suo (247*), & pondusculo p' one-
ratâ, computetur attritus p'' (318. B), quo iterum
onus tertiae trochleae auctum concipiatur; & sic
deinceps; eritque (318. B) pro primâ trochleâ

$$p = \frac{naR}{b}.$$

Onus secundae, seu potentia primae

$$R' = \frac{R}{2} + p = R \left(\frac{b + 2na}{2b} \right); [247*].$$

Attritus pro secundâ trochleâ $p'' = \frac{naR'}{b};$

& onus tertiae, seu potentia secundae,

$$R'' = \frac{R'}{2} + p'' = R \left(\frac{b + 2na}{2b} \right)^2.$$

Unde attritus tertiae $p''' = \frac{naR}{2b} \left(\frac{b + 2na}{2b} \right)^2;$

& onus quartae, seu potentia tertiae

$$R'' = \frac{R'}{2} + p'' = \frac{na R}{b} \left(\frac{b + 2na}{2b} \right),$$

Unde potentia, oneri & attritui par, si m trochleae adhibeantur, est

$$\frac{na R}{b} \left(\frac{b + 2na}{2b} \right)^m$$

BOSSUT §. 320. — Si adhibita fuisset formula 318. B: fuisset

$$\text{memorata potentia} = \frac{na R}{b-na} \left(\frac{b+na}{2(b-na)} \right)^m. — Bl. §. 330. —$$

H. I. §. 526.

320. Si de polyspastis agatur, notandum est: 1° omnes funes aequae tendi, & sustinere partem $\frac{R}{m}$ resistentiae, si m trochleae mobiles adsint; 2° attritum pro funibus, tum ascendentibus, tum descendenti- bus, computandum esse, ut in rechamo (317). Adeoque erit (317. 315)

$$\text{attritus pro primo fune ascendente } p' = \frac{2na R}{mb};$$

$$\text{ejusque onus } R' = \frac{R}{m} + p' = \frac{R}{m} \left(\frac{b + 2na}{b} \right).$$

$$\text{Attritus pro secundo fune descendente } p'' = \frac{2na R'}{b};$$

$$\text{ejusque onus, } R'' = R' + p'' = R' \left(\frac{b + 2na}{b} \right).$$

Attritus pro secundo fune ascendente

$$p''' = \frac{2naR''}{b};$$

$$\text{ejusque onus } R^{iv} = R''' + p''' = R'' \left(\frac{b+2na}{b} \right);$$

Unde attritus pro tertio fune descendente

$$p^{iv} = \frac{2naR^{iv}}{b};$$

ejusque onus, seu magnitudo potentiae ipsi adnexae

$$R^v = R^{iv} + p^{iv} = R^{iv} \left(\frac{b+2na}{b} \right) = \frac{R}{m} \left(\frac{b+2na}{b} \right)^4.$$

Et sic pro reliquis; inde pro m trochleis erit

$$\text{potentia, oneri \& attritui par,} = \frac{R}{m} \left(\frac{b+2na}{b} \right)^m.$$

Si formula A §. 318. fuisset adhibita, haberemus

$$\frac{R}{m} \left(\frac{b+na}{b-na} \right)^m; \text{ quae valores exhibet, a priori parum}$$

diversos.

Bl. §. 330. — *Leviter rem tractavit BOUGUER manœuv. des vaisseaux l. I. f. I. ch. 8. p. 64. — Experimenta, quaedam, cum theoriâ collata, instituit DESAGULIERS, phil. transf. n. 423. & n. 425. vol. 37. p. 292 & p. 394; & lect. IV. p. 255 seqq. — 260.*

321. De attritu in plano inclinato jam supra quaedam dicta fuere (288 seqq). Si (fig. 45) potentia sit plano parallela: erit

(A) BD pondus relativum; CD onus: hinc n . CD attritus. Adeoque corpus attritum vincet, si $AH > n$. FH, (167. 288), Unde &, positâ ratione attritus

datâ, inclinatio plani, in quâ corpus descendet, noscetur: aut datâ inclinatione plani, sub quâ corpus moveri incipit, noscetur ratio attritus (288):

(B) Vis, ad corpus movendum apta, si agat plano paralleliter, erit $P' = \frac{R \cdot A}{L} + \frac{n \cdot R \cdot B}{L} = \frac{R}{L} (A + nB)$.

(C) Vis $C\delta$, basi parallela, quae corpus moveat (fig. 45), resolvatur in CI & $I\delta$: unde pressio in planum

erit $CD + I\delta = \frac{R \times B}{L} + P \times \frac{A}{L}$; unde attritus $= \frac{n}{L} (R \times B + P \cdot A)$; vis $CI = P \times \frac{A}{L}$; vis $BD = R \times \frac{A}{L}$. Unde, ut corpus moveri versus C incipiat, esse debet $\frac{P \times B}{L} = \frac{R \times A}{L} + \frac{n}{L} (R \cdot B + P \cdot A)$.

Et inde $P = \frac{R (A + nB)}{B - nA}$; e quâ quantitate, cum

§. 162 collatâ, patet, quid attritus hîc ad augmentum potentiae conferat?

(D) In directione quâcunque (fig. 46), erit: factâ virium resolutione, & posito $\angle DCI = I$ (160),

$$P = \frac{R}{L} \left(\frac{A + nB}{\cos. I \pm n \sin. I} \right).$$

* Signum \pm inservit pro directione $C\delta$ infra parallelismum: signum $+$ pro CD : &, si substituantur $I = 0$, aut $I = \angle ATH$, prodibunt formulae B & C .

BOSSUT §. 329. 330. pro formulis B & C . — Bl. §. 328. —
 BELIDOR l. c. §. 258 & 260. pro B & C : §. 259. pro D . —
 Quaecunque attritum in plano inclinato spectant, egregie tractavit PARENT inem. de l'acad. 1704. p. 173—186.

Idemque ille haec applicuit casui, quem supra examinavimus (§. 175); scil. virgae OZ, contra murum OM inclinatae (fig. 29). Quo casu est vis, ad attritum vincendum requisita, ad pondus virgae, uti radius ad tangentem inclinationis plani: unde, cognito attritu, determinatur angulus quietis; vel reciproce. — Eademque applicuit etiam casui (fig. 28), in quo virga duobus planis imponitur (174).

322. Attritus in cuneo, & in cochleâ nimis magnus, & irregularis est, quam ut computo subjici queat, modo saltem, qui praxi utilitatem afferre posset.

Pro cuneo & cochleâ rem tentavit BOSSUT l. c. §. 333 & 332; & apud Bl. §. 335. 36. — Omnibus praeivit PARENT, mem. de l'acad. 1704. p. 186, pro cuneo; p. 190. pro cochleâ, tum vulgari, tum sine fine. — Dein BELIDOR l. c. §. 261 pro cuneo; §. 262, 67 pro cochleis.

323. Sint KC, CB (fig. 47), duo vectes super fulcris E & B mobiles, & in C in se agentes; quota resistentiae R pars, sit potentia P in K agens, per §. 220 determinabitur. Exprimatur itaque resistentia lineâ DN. Sit LD eadem pars lineae ND, ac attritus est ipse ponderis. Compleatur parallelogrammum MD: exprimet MD magnitudinem resistentiae attritu auctae. Unde, si attritus est tertia pars pressionis, erit angulus MDN $\hat{=}$ $18^{\circ} 26'$: & resistentia, quam potentia vincendam habet, si attritus consideretur, ad resistentiam solam, uti secans $\angle 18^{\circ} 26'$ ad radium, fere uti 19 ad 18. Unde in hoc casu potentia erit augenda in ratione $\frac{19}{18}$. Agit autem resistentia modo maxime valido, si vectis KC sit in situ kD, qui ipsi MD est perpendicularis: quo casu $\angle KDL \hat{=}$ $\angle MDN$; in omni aliâ obliquitate, ut

$k'D$, minor erit ob resolutionem virium, quarum pars fulcro sustinetur: erit potentiae actio, sc. MT : cujus ratio ad MD noscitur.

BELIDOR *l. c.* §. 267—280: qui dein haec modo applicuit, quo vectes inserviunt ad embolos, aut malleos elevandos §. 281 seqq.

§24. Computatio attritus in rotis dentatis, ad caput praecedens (323) reducitur, (229. 230). Unde, si numerus rotarum sit m : erit potentia, statice computata (230), ob solum attritum augenda in ratione

$$\left(\frac{19}{18}\right)^m.$$

Unde liquet, quanta, hac solâ de causâ,

virium jactura oriatur, si numerus rotarum augeatur. Egregie de his BELIDOR *l. c.* §. 286—300.

§25. His principiis, attritus in omnibus machinis, ut ut compositis, computatur.

Exemplum pro geranio dedit BOSSUT §. 341.

SECTIO II.

DE FUNIUM RIGIDITATE.

CAPUT I.

DE FUNIUM NATURA ET RIGIDITATE.

§26. Funes e cannabe ducuntur, atque pro cannabis, e quâ conficiuntur, differentiâ, diversam habent vim.

M. §. 530.

§27. Funes intorsione conficiuntur (*a*), quâ singu-

la fila extenduntur, ac debiliores redduntur: sed, absque intorsione, funes, qui in usum vocari possint, confici nequeunt (b).

(a) M. §. IIII5—II27: & in suis dissertationibus geometr. p. 508—527. — N. IX. p. 155. exp. 4. — S. II. p. 358. — DU HAMEL, traité des manoeuvres des vaisseaux, ou art de la corderie ch. 8. art. 3. p. 242—48.

* REAUMUR primus de virium jacturâ, ab intorsione oriundâ, egregie, pulchris experimentis, egit: mem. de l'acad. 1711. p. 6 seqq. — Haec ab inaequali, & majori, quam in statu naturali, filorum extensione oriri docuit. De quâ re, egregie, & geometricè anno 1739 egit VALLERIUS schwed. abhandl. I. p. 61 seqq. praecip. 73—76. eodemque tempore REAUMURII experimenta repetiit stren. PONTIS hist. de l'acad. 1738. p. 104. — Verum deinceps a°. 1754. doct. SCHROEDER multa de eadem re instituit experimenta, in quibus ad omnia attendit, ac deduxit: nimiam quidem intorsionem viribus funium nocere; levem e contra ipsis opitulari. Quod inde certe partim deducendum est, quod tunc fila se sustinent; unde debilioribus ipsorum partibus succurritur: quales multas inesse, vel inde patet, quod fila longiora plerumque minus pondus, quam breviora, ceterum paria, sustineant. — SCHROEDERI experimenta non in omnibus sibi ipsis consentiunt: eorumque aberratio ab illis REAUMURII, MUSCHENBROEKII & imprimis clar. DU HAMEL, quibus potissimum fidendum est, forte inde oritur, quod SCHROEDERUS fila sua, prudenter intorserit, non vero simul vi quadam extendit, secus ac in funibus, a restiariis confici solitis, obtinet. — V. haec omnia in versuche der naturforschenden gesellschaft in Danzig vol. II. p. 480—524: & multa in iis lectu dignissima sunt.

(b) Varios modos funes absque intorsione conficiendi protulit MUSCHENBROEK dissert. p. 517—523; — exp. 90—100. Hos ad examen revocavit DU HAMEL l. c. ch. 8. art. 3. p. 242—48.

328. Intorsione id tantum effici debet, ut major requiratur vis ad fibras cannabis e se mutuo evellendas, quam ad easdem disrumpendas: quidquid ulterioris additur intorsionis, nocet, & funes imbecilliores reddit; hi enim eo minorem vim habent, quo magis intorti sunt.

M. §. 530. — *N.* IX. 3. p. 162. — DU HAMEL p. 224
seqq. — 242; & PONTIS hist. de l'acad. 1739. p. 56.

329. Funes ipsâ intorsione, quâ conficiuntur, breviores redduntur: & abbreviatio est ipsius intorsionis mensura. Invenit autem clar. DU HAMEL, optimum esse, si funes intorsione tantum quintâ parte breviores reddantur.

DU HAMEL *l. c.* p. 249 *seqq.*

330. Ostendit clar. DU HAMEL, perinde non esse: utrum in unâ ex operationibus, quibus e cannabe ducuntur fila, ex his funes tenuiores, ex his funes crassiores, magis; in aliâ vero minus intorqueantur fila, ita tamen ut summa abbreviationum sit eadem; sed in singulis operationibus determinatam abbreviationem iis conciliandam esse.

l. c. p. 259 *seqq.*

331. Funes, ut & fila, quibus pondera appenduntur, tenduntur, & tandem, si nimis onerentur, disrumpuntur.

De eâ re dicetur in libro X. — Interim videatur JOH. PernoULLI mem. de l'acad. de Berlin t. XXII. p. 78.

332. In machinis funes adhibentur, vel ad corpora trahenda; vel ad ea elevanda, quo casu plerumque, super trochleas, vel cylindros ducuntur, quod tamen, & primo etiam casu, contingit: utroque ad pondus funium attendendum est, quod aliquando gravissimum.

N. IX. p. 140.

333. Quando corpora supra plana funium ope trahuntur: funes suo pondere inclinantur (213); hinc potentia minori agit energiâ, & insuper attritus maxime augetur.

N. IX. p. 141. — S. II. §. 357. — D. IV. exp. 2. —
Corpus fune super plano horizontali, motu uniformi, tractum, non tamen uniformiter procedit: sed nunc citato impetu, nunc tardiori, nunc fere quiescendo. Quam rem accurate observavit FENEL, & bene explicuit MAIRAN hist. de l'acad. 1741. p. 155.

334. Quando funes supra trochleas, vel cylindros transmittuntur, inflectendi sunt; huic inflexioni, resistunt: potentia, quae ad hanc resistantiam vincendam requiritur, funium dicitur *rigiditas*.

AMONTONS hanc rigiditatem primus exploravit mem. de l'acad. 1699, p. 217 seqq.

Post AMONTONSIUM eadem experimenta multi physici repetierunt, neque impari eventu, ut ad singulas propositiones sequentes notabimus. Nuper autem similia divulgavit stren. COULOMB, loco jam supra citato, sc. journal de physique Octobre 1785, in tomo XXVII. p. 282 seqq. & ex iis conclusiones, Amontonsianis, si unicum caput excipias, similes, deduxit. Verum tantas irregularitates in tabulis viri stren. reperire mihi visus sum, ut, quomodo suas conclusiones inde effecerit? percipere nequeam, nisi erroribus typographicis, quod vehementer suspicor, scateat tabula p. 283, hic prima: ejusmodi certe adsunt in tabula p. 284, hic secunda. En viri clarissimi experimenta.

Adhibuit tres funes N^o. 1, constat ex sex filis, quas tres funiculos, singulos e duobus filis formatos, constituunt; circumferentia erat 12 $\frac{1}{2}$ linearum.

N^o. 2, constat e 15 filis, seu 3 funiculis; circumferentia erat 20 l.

N^o. 3, constat e 30 filis, seu 3 funiculis; circumferentia erat 28 l. Diametri ergo funium sunt, uti 12 $\frac{1}{2}$, 20, 28, seu uti 1; 1.6; & 2.24. Fere, ut oportet, in ratione subduplicata numeri filorum adhibitorum.

Funes involvebant cylindros aut 1, aut 2, aut 3 pollicum. Methodus Amontonsiana, mox (343) exponenda, adhibita fuit.

En tabulam horum experimentorum.

Pondera		Funis N ^o . 1. Diameter 1.			Funis N ^o . 2. Diameter 1. 6.			Funis N ^o . 3. Diameter 2. 24.		
Propor. $\frac{P}{p}$		Cylindri			Cylindri			Cylindri		
		1 pol.	2 pol.	4 pol.	1 pol.	2 pol.	4 pol.	1 pol.	2 pol.	4 pol.
1	25	2	*	*	7	3.2	1.7	11	5	*
5	125	11	4	*	22	9	5	21	8.5	*
9	225	17	6.5	*	30	17	7	29	14	*
17	425	31	12	5.7	65	31	13	47	23	*
25	625	43	15	7.2	92	41	16.7	67	31	*
41	1025	*	*	11	*	*	27	*	50	54.

Ita de hac tabula loquitur auctor. „ Etsi tabula haec non omnino
 „ regularis videatur, inde tamen effici potest, in magnis ten-
 „ sionibus vires, ad funes super variis cylindris intorquendos
 „ requisitas, circiter esse in ratione $\frac{P}{p}$.” De conclusionibus
 ipsis mox dicam.

En alteram tabulam, quae complectitur experimenta cum similibus
 funibus, sed qui aquam per 5 aut 6 horas imbiberant, & eodem
 ceterum modo, instituta.

Pondera		N ^o . 1.		N ^o . 2.		N ^o . 3.	
$\frac{P}{p}$		2 pol.	4 pol.	2 pol.	4 pol.	2 pol.	4 pol.
1	25	*	0.5	5	2	2.5	9
5	125	4.5	2.2	11	4.5	35	13
9	225	7	3	17	*	45	17
17	425	11	5.1	28	10	64	26
25	625	14	6.5	38	15	82	35
41	1025	*	*	*	23	*	5.4

335. Funes eo rigidiore sunt & inflexibiliore:
 1^o. quo ipsorum fila magis sunt intorta.

M. §. 330. Idemque illud omnia cl. DU HAMEL experimenta de-
 monstrant: quae probant ulterius, 1. minore intorsione augeri
 funium vim (cap. 8); dein 2^o, vim funium crescere in ratione
 paullo majori, quam in illo numeri filorum, in his adhibitorum,
 seu, quadrati diametrorum, vel etiam ponderum; v. praecipue
 caput 13.

336. 2^o Quo sunt crassiores, & quidem ita, ut,
 secundum plerosque physicos, illud augment:

tum diametrorum rationem sequatur (a): stren-
vero COULOMB rationem diametrorum duplica-
tam statuit (b).

(a) M. §. 530. — N. IX. exp. 2. — D. IV. p. 252;
qui etiam consulendus pro sequentibus §§.

* AMONTONS l. c. p. 219, qui contendit; hanc majorem resisten-
tiam non oriri a crassitie, qua tali, cum tunc increveret ut
diametrorum quadrata: sed ab ipso agendi modo; sc. exinde de-
mittim, quod funis partes, quae pondus sustinent, fulcris, super
quae funis volvitur, propiores sunt. Hunc autem errorem re-
futavit PARENT (rech. de math. p. I. p. 721), qui judicat, in
funè, duplo tenuiori v. gr. quamque fibram quadruplo magis one-
rari: ast, cum fibrae fulcris sint duplo propiores, inde oriri rigi-
ditatem totalem, duplo tantum majorem (329. 340).

(b) Ita loquitur vir egregius l. c. p. 283 in f. „ Rigiditates
„ non sunt, ut AMONTONS & DESAGULIERS voluerunt, in ra-
„ tione directâ diametri funium. Fieri quidem potest, ut fu-
„ niculi, quibus hi scriptores usi sunt, hanc rationem, ob
„ maximam suam flexibilitatem, dederint. Fatetur enim &
„ DESAGULIERS crassiore funem, quem adhibuit, & cujus
„ diameter erat $\frac{1}{2}$ pol. vim proportionaliter majorem exegisse;
„ unde ad eos, quibus usus sum magis accedit: & semper ra-
„ tionem diametrorum duplicatam inveni.”

Fateor, me hanc rationem duplicatam in tabulâ supra datâ (§. 334
notâ) detegere non posse: praesertim pro funibus n°. 1 & 3, ac
2 & 3, inter se collatis. Neque intelligo, cur rigiditas funis
n°. 3, etsi crassioris quam n°. 2, minor fuerit, ubi super cy-
lindrum 2 pollicum ambò voluti fuerunt. Certissime hic errores
dantur. Imo exinde, & e collatione ambarum tabularum, suspicarer,
numeros, qui pro fune n°. 3 habentur in columna 1a & 2a, in
2 & 3 esse ponendos: & suspicionem confirmant, quae p. 285
in fine dicuntur, sc. inventum fuisse, tensionem funis n°. 3
super cylindro 4 pollicum voluti, esse 50 lb pro 1025 lb, &
5 lb pro 25 lb, quae in tabulâ, in columnâ pro cylindro duorum
pollicum, reperiuntur.

Unicus casus, qui regulae Coulombianae respondet, est pro funi-
bus, pondere 1025 lb tensis. Hic itaque iudicium suspenden-
dum est.

337. 3°. Pro ratione tensionis simplici directâ.

M. §. 530. — N. IX. 3. exp. 2.

X

* AMONTONS l. c. p. 215. Idem affirmat cl. COULOMB: sed tantae in ipsius tabulis dantur aberrationes, ut certe errores ad-sint, vel in numeris tabulae, vel in conclusionibus; hi autem impediunt, quo minus his utamur experimentis. Aliud adhuc refert experimentum vir clar. in quo funis, circumferentiae 57 l. & 4 funiculis constans, super cylindro 6 pollicum convolutus, movebatur 100 libris, si 1000 libris tendebatur: 19 vero, si tendebatur libris 100; quae etiam a regula aberrant, sed vitium in compositione funis dabatur.

338. 4°. In ratione inversâ diametri, supra quam contorquentur.

M. §. 530. — N. IX. 3. exp. 3: qui & (p. 150) applicationes indicavit. — D. IX. p. 254. — AMONTONS (p. 219) censebat, hoc incrementum non exacte rationem inversam diametrorum sequi: secus ac invenerunt alii; inprimis PARENT, (recherches de math. II. p. 718). Idem iterum affirmat COULOMB; sed quantae irregularitates in tabulis dentur? iterum patet.

339. In genere, est funium rigiditas in rationibus directâ crassitiei ac tensionis, & inversâ diametrorum, super quas convolvuntur.

D. IV. p. 253. — Bl. §. 337. — Huic conclusioni hucusque assentior, donec, quid de accuratione tabularum, quae in dissertatione cl. COULOMB reperiuntur, censendum sit, mihi constiterit.

Horum omnium applicationem bene explicuit N. IX. p. 151.

339* Experimentis stren. COULOMB patuit, velocitatem, qua trochleae circumaguntur, parum in funium rigiditatem influere: in praxi, praesertim in re nauticâ, hunc influxum esse omnino insensibilem, cum ibi graviora onera non nisi lente eleventur.

V. l. c. p. 293 seqq. — Cum in his experimentis de vi acceleratrice loquatur cl. COULOMB, neque, quomodo hanc exploraverit, aut quid sit, indicet, ad horum intelligentiam haec notanda venient. Si supra trochleam volvatur funis, utrimque oneratus: superpondium, quod requiritur, ut trochlea lente moveatur, est attritus & rigiditatis funium mensura; quomodo haec duo se-

parari queant? mox (§. 345 notâ b) patebit. Hoc experimentum vocetur *primarium*.

Si jam superpondium ita augeatur, ut trochlea datâ moveatur velocitate, i. e. ut superpondium datum, dato tempore, datum spatium (constanter 6 pedum in exper. stren. COULOMB) percurrat: erit illud superpondium aequale, tum vi, quae attritum & rigiditatem funis aequat; tum vi acceleratrici (π , seu Φ , ut illam vocat stren. COULOMB), quae motum efficit. Haec autem vis acceleratrix e prop. 76. II. invenitur: erit enim,

$$\Pi T^2 : \pi t^2 = S : s.$$

Sit π vis gravitatis; hinc, hoc casu, integrum pondus, quod trochlea oneratur; t tempus unius secundi: erit s fere 15.1 pedum Gallicorum (II. 80); sit S spatium tempore T , a superpondo percursum: & erit

$$\Pi = \frac{\pi \times S}{15.1. \times T^2}.$$

Sic illam vim acceleratricem computavit vir cl. COULOMB.

Si ergo illa pars π ab integro superpondo auferatur: remanebit id, quod rigiditati funium & attritui debetur; sique hoc residuum superpondo primarii experimenti, vel exacte, vel proxime aequetur: id indicat, velocitatem, rigiditatem funium, aut prorsus non, aut perparum tantum, & vix sensibilibus mutasse. Id autem in omnibus viri clar. experimentis locum habuit. Ceterum hanc vim acceleratricem deinceps explorabimus. Notabo tantum, in omnibus his experimentis superpondium motum fuisse motu fere uniformiter accelerato: quod modo, supra (300 notâ *) exposito, determinavit vir clar. COULOMB.

340. Funes, novi rigidiores, & eo ipso usui ineptiores sunt illis, qui jam usu venerunt.

M. §. 530. — BELIDOR archit. hydr. t. I. §. 316.

340.* Funes, humore penetrati, flexibiliores evadunt, nisi crassiores sint: tunc rigiditas incrementum merito exinde deduxit vir clar. quod humiditas

Hoc suis experimentis invenit cl. COULOMB; confer tab. 2 cum primâ: sed evidens est, ad minimum in columnis 3, 5, 6, quosdam errores typographicos dari. Ceterum hoc rigiditatis incrementum merito exinde deduxit vir clar. quod humiditas

tate, quam accipiunt, fila magis tendantur. Idque ideo forte in tenuioribus funibus non apparere, quod aqua ex his facile exprimitur.

341. Funes humiditate crassiores, ac breviores redduntur (a); & , dum humiditatem accipiunt, tantâ vi se extendunt, ut hac solâ graviora pondera elevari queant (b).

(a) N. IX. exp. 5. 6. — De modo, quo haec funium dilatatio obtineat, & quibus viribus efficiatur? in hydrostaticâ dicetur. Interim v. LA HIRE MEC. pr. 113.

(b) N. l. c. p. 165; qui simul de funium applicatione ad hygrometra egit. De his in lib. XII dicetur.

342. Funes, qui pice obducuntur, imbecilliores ac rigidiores sunt: verum, si alternatim in aquâ maris demergantur, atque aëri exponantur, diutius durant, quam funes non picati.

DU HAMEL l. c. p. 474—497. p. 502—514. — Idem invenit cl. COULOMB; sed animadvertit, hoc rigiditatis incrementum praecipue in crassioribus funibus locum habere: in tenuioribus non adeo sensibiliter, & rem experimentis demonstrat. Id autem cum iis, quae modo de humiditatis effectu in funes diximus (340*), utcumque convenit.

342.* Rigiditas funium, pice imbutorum, est, durante gelu, parte sextâ major, quam aestate: verum illud augmentum rationem tensionum non sequitur.

COULOMB p. 286.

CAPUT II.

DE MODIS RIGIDITATEM FUNIUM EXPLORANDI
ET COMPUTANDI.

343. Facillima methodus est, ut funis circa axin datae diametri revolvatur, ac determinetur, quo pondere opus sit, ut axis descendat?

Hac methodo usus est AMONTONS l. c. & post hunc alii, inprimis cl. COULOMB: qui merito animadvertit (p. 285), in his experimentis, AMONTONSIANA methodo institutis, cylindrum duobus funibus sustineri; hinc pondus, quod unius rigiditatem exprimit, esse tantum dimidium ponderis, in his experimentis inventi.

344. Altera methodus est, ut funis super rechamum, facillime super axi mobilem, transeat; pondere dato utrimque tendatur, ac exploretur, quo pondere opus sit, ut funis moveatur?

Hac methodo usus est cl. PARENT (recherches mathem. II. p. 718), & merito animadvertit: hanc methodum pondera exhibere dupla illorum, quae methodo AMONTONSII obtinentur (343), cum in ipsa vectis, quo pondusculum agit, sit radius trochleae, in AMONTONSIANA vero cylindri diameter; varias porro in ea, quae AMONTONSIIUS protulit, fecit animadversiones. — PARENTIANA methodo usus est BOSSUT §. 337 seqq. — V. etiam BELIDOR archit. hydraul. t. I. §. 311—16.

Etiam idem animadvertit cl. COULOMB p. 285: verum accuratam esse Amontonsianam methodum deduxit e consensu hujus methodi, cum tertiâ, mox §. 345 exponendâ.*

345. Amontonsiana methodus praestat, cum sit simplicior, neque ad ullum attritum cylindri, vel axeos in chelonia attendendum fit (a): fecus ac in secundâ, in qua pondusculum, obstacula vincens, non tantum rigiditatem funis, sed insuper attritum axeos in cheloniis exprimit (b). Hi duo tamen effectus

facile separantur, & secundus hic apparatus praestat, cum propius accedat ad ea, quae in trochleis locum habent.

(a) Cl. PERRAULT machinam descripsit, quam, attritus expertem esse, arbitrabatur: verum ad rigiditatem funium non attendit; qui hic maximus est. Ipsius machinae effectum computavit PARENT, & varias instituit animadversiones DESAGULIERS. Ipsa machina est tantum axis, super quem funis volvitur, & qui super eundem, oblique tensum, descendit.

V. PERRAULT, recueil de machines: aut in opp. II. p. 693 seqq. — PARENT recherches t. II. p. 467 seqq. — D. V. p. 246. — VARIGNON mech. t. II. p. 408.

(b) Computum exhibuit BUSSUT §. 337 seqq. & apud Bl. §. 337 seqq. — BOUGUER, manoeuvre de vaisseaux. p. 71. BOUGUER soil. & methodum practicam exhibuit, & constructionem geometricam, & formulam algebraicam, illam, quam Cl. BOSSUT dedit, simpliciore. — Methodus practica est, ut prius superpondium quaeratur, adhibendo taeniam levisissimam: dein illud, quod pro fune requiritur. Si ab hoc prius, quod attritum exprimit, auferatur: residuum rigiditatem funis dabit. — Formula haec est. Sint 2 P pondera appensa; S & s superpondia pro duobus funibus diversis, quorum diametri sint D & d, dum eadem trochlea adhibeatur; A & a partes eorum, quae attritui; R & r vero illae, quae rigiditati funium debentur: erit

$$1^{\circ}. A + R = S : a + r = s.$$

$$a = \frac{A(2P + s)}{2P + S} \quad (\S. 304^*).$$

$$2^{\circ}. D(2P + S) : d(2P + s) = R : r = S - A : s - a \quad (336).$$

$$3^{\circ}. \text{Unde } a = \frac{sD(2P + S) + (A - S)d \times (2P + s)}{D(2P + S)}.$$

$$\text{Unde ex 3 \& 1; } A = \frac{sD(2P + S) - Sd(2P + s)}{(D - d) \times (2P + s)}$$

hinc & R noscetur.

Hanc methodum practicam etiam adhibuit stren. COULOMB, l. c.

345.* Tertiam methodum adhibuit nob. COULOMB. Sc. cylindrus super trabibus, in situ horizontali versantibus, ponitur; funis super hunc transmittitur, & quaeritur: quo superpondio opus sit, ut cylindro lentissimus motus concilietur? Hoc superpondium vincet & attritum, & rigiditatem funium: si vero ab eo id, quod attritui debetur, & quod aliunde innotescit (302*), auferatur, remanebit vis, ad rigiditatem funium superandam requisita.

V. l. c. p. 287 seqq.

* Pondera, his experimentis inventa, fere dimidiam partem constituunt illorum, quae Amontonsiana methodo inventa fuissent: quod omnino requiritur, v. §. 344 notâ.

346. Ad computandam rigiditatem funium in quavis machinâ, requiritur, ante omnia: ut rigiditas dati funis, dato pondere tensi, & super datum cylindrum, aut datam trochleam convoluti, innotescat. Exinde rigiditas pro omnibus funibus ejusdem generis computatur §. 341.

AMONTONS tabulas, ad hanc rem pertinentes, exhibuit l. c. p. 224 seqq. Sed consule animadversiones cl. PARENT, loco in §. 344 citato. Secundum experimenta AMONTONSII, semiuncia opus est, ad vincendum funem diametri 1. lin. supra cylindrum unius pollicis convolutum, & librâ unâ tensum: ast, si, ubi de trochleâ agitur (344 notâ), pondere duplo opus sit, ab alterâ parte tunc duorum funium rigiditas vincenda est; unde pro unico fune (343 notâ) erit rigiditas dimidia pars. Hinc remanebit rigiditas semiunciae pro fune diametri unius lineae: ast haec a varietate funium pendet; & alia protulit cl. DESAGULIERS lect. V. p. 253; & experimenta cl. COULOMB, cum crassioribus funibus instituta, forte accuratiora dabunt, usui saltem, nautico imprimis, magis adaptata. In his (p. 284) rigiditas duorum funium, e 30 filis constantium, super cylindro 4 poll. convolutorum, & 1025 libris tensorum, est 50 librarum: unde pro unico fune 25 ℔: & pro trochleâ 4 pollicum 50 ℔: unde pro trochleâ unius pedis 16 librarum circiter: & inde pro reliquis potest computari casibus, si verae sint propositiones 336, 337, 338, 339.

347. Funes, qui trochos vel cylindros immobiles ambiunt, & pondere, aliisve modis tenduntur, hos cylindros maxime premunt, & ingentem experiuntur resistantiam: ita ut vix ulla methodus ad motum sistendum aptior sit; unde funes, supra cylindros, solâ hac pressione retinentur; & retinerentur, etiamsi nullum attritum experirentur, nullam rigiditatem haberent.

Hanc rem eximie tractavit SAUVEUR, mem. de l'acad. 1703. p. 305 seqq. Est enim vis funem premens in dato arcu OX (fig. 22) ad pondus P, quo funis oneratur, uti radius XB ad chordam arcus XO; & hinc pro quovis puncto, ut radius ad hunc arcum perparvum, & hinc pro semicircumferentiâ, ut radius ad hanc ipsam. — Si vero accedat attritus, & pondus ad hunc vincendum addatur funi OR: erunt pressiones, ab eo oriundae, maximae in O; dein decrescent, & in X erunt nullae. — Denique pondera, quibus exprimuntur vires, ad pressionem & attritum funis, determinatos arcus cylindri ambientis, superanda requisitae, crescunt, pro arcibus aequalibus, in progressionem continua, quod & pro singulis circumvolutionibus valet. Sic v. g. posito pondere $P = 1$; pondere R, ubi funis dimidiam circumferentiam amplectitur, 2: si integram amplectatur, pondus ad funem movendum valet 4; si bis integram, 16; si ter integram, 64; cet. Quae maxima resistantia per ipsam rigiditatem major sit.

Hoc thema ulterius anno 1717 excoluit, & non tantum cylindris, sed etiam conis, & spheroidibus, applicuit VARIGNON mem. de l'acad. 1717. p. 195 seqq. ubi egregia habentur. Tandem hanc rem ab omni parte perspexit, & theoretice tractavit EULERUS, primo in mem. de l'acad. de Berlin t. XVIII. p. 265, & dein in nov. com. Petrop. t. XX. p. 304 seqq. — 327 seqq. — Primam propositionem jam demonstraverat BORELLI, de motu animalium t. II. pr. 56: & ipsius clar. SAUVEUR theoriam clare exposuit BELIDOR archit. hydr. t. I. §. 300 — 308. — Dein HENNERT I. §. 531.

348. In omnibus machinis, ut rechamis, polyspatis, in quibus funes adhibentur, tum ad attritum, tum ad funium rigiditatem est attendendum.

* Computatio instituitur, ut in §. 320: nam, si primus funis tendatur onere R'' , ejusque diameter fit d ; diameter vero trochleae b ; rigiditas funis diametri r , tenso pondere r , & convoluti super trochleâ, cujus semidiameter est r , valeat r :

valebit rigiditas nostri funis $\frac{r \times R'' d}{b}$. Unde jam summa attritus & rigiditatis erit (320) $p'' + \frac{r \times R'' d}{b} = \frac{R''}{b} \times (2na + rd)$; & similis formula, ac §. 320 adhibetur, nisi quod factor constans erit $2na - b + rd$ loco $b + 2na$.

V. similem computationem apud Bl. §. 342. 43. — H. I. §. 429. — BOUGUER manoeuvre des vaisseaux p. 72 seqq.

PARS III.

M E C H A N I C A M O T U S.

SECTIO I.

DE POTENTIIS, QUIBUS MACHINAE MOVENTUR.

349. Potentiae, quibus machinae in motum deducuntur, sunt vel pondera, vel elateria, vel fluida, vel homines, vel animalia quaecunque.

Pondera, dum gravitate descendunt, motum machinis conciliant: de his mox (404 seqq.) dicemus. — Elateria uniformi pressione agunt, si in axin conoïdeum vim suam exferant (132). — Fluida, seu elasticitate carentia, seu elastica, sive talia semper sint, sive tantum ignis vi elastica reddantur, vel suâ pressione, vel suo motu agunt: de prioribus

casu in hydrostaticâ; de altero in hydrodunamicâ dicemus. — Superest, ut hîc de hominum, animaliumque, actionibus videamus.

Kr. II. §. 59—64.

350. Hominum vires variis modis applicari possunt: vel enim trahunt, premunt, aut onera elevant quieti; vel manubriis applicantur; vel incedunt.

351. Homo, pondus trahens, ope funis, super rechamum transeuntis, non potest pondus proprio pondere majus elevare (a): et, si baculo, quod alteri extremo funis ductarii adnectitur, infideat; alterum vero, cui pondus, proprio suo paullo minus, applicatur, trahit, se ipsum elevabit (b).

(a) *Egregia experimenta in regia Parisiensi aacademiâ instituta v. in hist. de l'acad. 1668. p. 74. — His certe experimentis nixus statuit cl. LA HIRE, vim brachiorum, ad aliquid trahendum vel elevandum, esse 160 librarum. Mem. de l'acad. 1699. p. 154.*

(b) Kr. II. §. 74.

352. Si homo brachiis pondus elevet, aut deprimat: non poterit illud movere per intervalla quatuor pedibus majora; neque per intervalla, duobus pedibus majora, si funem ductarium, super trochleam transmissum, trahat.

*M. §. 552. — * Homo pondus 25 librarum, ope funis, super rechamo transeuntis, ad altitudinem 220 pedum, tempore 145" elevat: seu ad altitudinem 1 $\frac{1}{2}$ pedis tempore 1", secundum experimenta cl. SAUVEUR hist. de l'acad. 1703. p. 104.*

353. Si homo pondus elevet: majorem edit vim stans, quam sedens (a); &, si corpus inclinet, ambabus

manubus pondus 100 (b), imo 150, aut 200 librarum (c) elevare poterit. Cui vi, si pondus dimidium corporis, seu 70 librarum addatur, vis muscutorum hoc opus peragentium, innotescet.

(a) Hist. de l'acad. 1668. p. 71.

(b) LA HIRE mem. de l'acad. 1699. p. 154: haec, & quaecunque mox, ex egregia hac cl. LA HIRE dissertatione, desumentur, descripsit BELIDOR archit. hydr. liv. I. ch. 1. §. 117 seqq. quod semel dictum sit; ut & DESAGULIERS l. IV. p. 260, sed qui varias animadversiones hac de re addidit.

(c) D. IV. p. 263.

354. Homo, qui genibus incumbit, se erigere, hinc proprium pondus, seu 140 libras, imo majus pondus, elevare potest; & si stet, ac, cruribus paullulum inflexis, inclinetur, se eriget, licet 150 libris, imo 200, aut 250 libris onustus sit: adeoque haec, praeter proprium pondus, per duos, aut tres pollices elevabit.

M. §. 545. — * LA HIRE l. c. p. 154. — D. l. c. p. 263. nota a & b.

355. Si homo manubrio applicetur, atque hoc ad altitudinem genuum ponatur: homo trahendo vim 150 librarum edet (354); & ubi manubrium premet, vel pellet, vim 140 librarum (354). Si vero manubrium in altitudine humerorum sit, atque homo maneat erectus: nullam vim edet. Si vero, altius, minusve alte positum sit manubrium: homo illud movere poterit, variis viribus, pro diversa inclinatione,

M. §. 546. — D. IV. p. 263. — * LA HIRE l. c. p. 158. 59.

356. Si homo stet in directione HP (fig. 48); C sit ipsius centrum gravitatis; ejus pondus sit 140 librarum; ac PC sit ad PH, uti 4. 7: vis hominis directa in H, erit 80 librarum; & hinc, secundum horizontalem

lineam AM, $\frac{80 \times HF}{PF}$. Unde, si angulus PHF =

70°, erit vis AH 27 librarum: & haec erit vis, quam in manubrium exferit, hoc propellendo, si manubrium in altitudine humerorum ponatur.

LA HIRE l. c. p. 159. 160. — D. IV. p. 263.

357. In genere, ubi homines manubriis applicantur, ad inaequalitatem actionis (70) est attendendum: hinc tunc optime agitur, si rota, ponderibus onusta, superaddatur, quae actionis energiam constantem reddat (70), & medium ferme, inter maximum 150 librarum (355) & minimum 27 librarum (356), i. e. 90 librarum teneat,

D. IV. p. 269. 270. 271.

358. Homo inclinatus majus pondus trahet, si retrorsum, quam si antrorsum trahat (fig. 48).

LA HIRE l. c. p. 160. — D. IV. p. 263, — *Hinc ratio, cui remiges dorsum opponant prorae navis.*

359. Homo, ubi, trahendo, aliquod corpus, funi adnexum, ut traham, naviculam, cet. movet, se inclinatur: vere suo pondere trahit, & dum corpus antrorsum inclinatur, efficit, ut ope longioris vectis, hinc facilius; resistantia vero ope brevioris vectis, hinc difficilius, agat.

Sit P pes hominis; N locus, ubi funis ductarii ON extremum est; C centrum gravitatis hominis: erit actio ho-

minis, horizontaliter trahentis, ad illam ejusdem trahentis per NO, uti PO : PM; & energia hominis ad resistentiae energiam, uti PD : PO (fig. 49).

DESPARCIEUX mem. de l'acad. 1760. p. 266; qui hoc experimentis confirmavit.

360. Si homo ope baculi agat: fere aequè valide hoc movebit premendo, quam trahendo.

Hist. de l'acad. 1668. p. 71.

361. Si homo in tympano incedat: agit suo pondere, sed non integro; primo, cum vectis, in quem agit, non sit tympani radius, sed finis anguli, quem linea directionis per medios pedes transiens cum radio efficit. Dein, quoniam, incedendo, quasi scalam escendit, & tunc aliquid virium amittit.

M. §. 549. 550. BOUGUER manoeuvre des vaisseaux p. 134 seqq. — V. quae supra diximus §. 125.

* Aliquando plures homines in tympano incedunt: quod eodem recidit, ac si plures potentiae variis circumferentiae punctis apponerentur. Demonstravit AMONTONS, (& sequitur e modo dictis, aut §. 125), esse in hoc casu, onus movendum ad summam potentiarum, uti summa finuum memoratorum angulorum, ad potentiarum numerum.

Mem. de l'acad. 1699. p. 122. 123.

362. Homines minores exferunt vires, si in motu sint constituti, quam si quiescant: & si celerrime moveantur, nullam vim exferere possunt.

AMONTONS varia instituit experimenta, & invenit: hominem, lente incedentem, $3\frac{1}{2}$ singulis minutis secundis absolvere; 16.8 pedes vero, si, quam celerrime possit, currat: bajulum onustum absolvisse 3.02 pedes eodem tempore. — Hominem, ponderis 133 librarum, in scalam tempore 34" adscendisse ad altitudinem

62 pedum, seu absolvisse altitudinem 1.82 pedum singulis secundis; ipsum vero adeo fuisse fatigatum, ut ulterius pergere non potuerit. — *V. hist. de l'acad. 1703. p. 103.* — Verum haec non adeo exacte determinari possunt. Secundum DESAGULIERS dantur bajuli, qui, 200 libris onusti, tamen 3 milliaria Anglica, i. e. 14931 pedes Parisinos, horae tempore, absolvant, seu 4.1 pedes, singulis minutis secundis, l. c. p. 273. — Secundum experimenta clar. DE LA HIRE (l. c. p. 157), homo, in solo horizontali incedens, & parvos passus faciens, geret 150 libras: quo casu elevatur onus duobus aut tribus pollicibus, qui altitudinem passus conficiunt, & sinum versum dimidii anguli, quem crura in passu faciunt, aequant; sed, secundum DESAGULIERS, potest homo 200 aut 250 libras gestare, & tamen scalam ascendere, non vero descendere.

Nostris in regionibus, velocitas hominis incedentis, aestimatur octodecim millium pedum Rhenanorum horae spatio, seu 5 pedum singulis minutis secundis.

363. EULERUS atque BOUGUER formulas exhibuerunt, quibus vim hominum, pro vario velocitatis gradu, exprimerent.

Prima EULERI formula haec est: sit p vis hominis quiescentis; c velocitas, quae efficit, ut homo, hac latus, nullum pondus gestare, aut trahere possit, nullamque adeo vim exferere; v , velocitas, quâ movetur, dum vim P exferit: erit

$$(A) \quad P \equiv p \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right).$$

V. mem. de l'acad. de Berlin 1747. p. 194; & nov. com. Petri III. p. 260. §. 9. 10.

Dein vero aliam formulam exhibuit, quam collatione illorum, quae in percussione fluidorum obtinent, comprobavit: scilicet

$$(B) \quad P \equiv p \left(1 - \frac{v}{c} \right)^2.$$

Unde momentum hominis $\equiv p v \left(1 - \frac{v}{c} \right)^2$; quod

maximum fiet, si $v = \frac{1}{2}c$. In priori formulâ est, pro casu

maximi, $v = \frac{c}{\sqrt{3}}$. Secundum EULERUM praestat homo

quiescens vim 60 librarum: velocitas $c = 6$ ped. Unde vis maxima, quam homo praestabit, erit 27 librarum, & tunc velocitate duorum pedum feretur homo.

V. mem. de Berlin 1752. t. VIII. p. 161; & nov. com. Petr. VIII. p. 244. §. 11. Hanc formulam repetiit J. A. EULER mem. de Berlin t. XX. p. 241; & H. I. §. 496. 7.

364. Formula clar. BOUGUER haec est:

$$(C) \quad P = p \left(1 - \frac{v}{c} \right)$$

Unde momentum $= p v \left(1 - \frac{v}{c} \right)$; & pro casu maximi

$v = \frac{1}{2}c$. Hinc, si $c = 6$: erit $v = 3$; & pro casu maximi $P = 30$ ℔.

V. manoeuvre des vaisseaux liv. 1. sect. 2. ch. X. p. 141. — Hanc formulam repetiit BLASSIERE §. 316. 17: & BOSSUT §. 504.

365. Secundum experimenta AMONTONSI, aequipollet vis hominis perpetuo momento oneris 12' ℔, quod 3 pedes singulis minutis secundis percurret: adeoque momentum per 37' exprimetur. Quod haud multum abludit ab iis, quae clar. PARENT statuit, esse illam vim aequalem momento oneris 24 librarum, 1000 hexapedes horae spatio percurrentis: illud enim momentum, si reducatur, prabet 40.

Utrumque vero differt a formulâ Eulerianâ vel Bouguerianâ multo tamen minus ab Eulerianâ, quam a Bouguerianâ.

V. AMONTONS mem. de l'acad. 1699. p. 121. — PARENT hist. de l'acad. 1714. p. 96. — V. etiam M. §. 548.

* Secundum experimenta cl. D. BERNOULLI, homo, qui singulis diebus, durantibus octo horis, agit, onus viginti librarum elevare poterit ad altitudinem trium pedum singulis secundis: quae aestimatio *Amontonsianam* multum excedit; & etiam *Eulerianam* (363. B) superat; forte verâ major videbitur.

V. BERNOULLI diff. sur les moyens de suppléer en mer à l'action du vent §. 3—11: & BOSSUT §. 499 & 500, qui §. 501 animadversiones in computum instituit, quem DESAGULIERS lect. IV. p. 266 exhibuit de viribus hominis, manubrio applicati.

366. Equorum vis etiam aliquatenus fuit explorata, & constitit: equum trahendo idem, ac septem (a), sex (b), vel quinque homines praestare.

(a) Hist. de l'acad. 1668. p. 70. — LA HIRE mem. de l'acad. 1699. p. 161. — M. §. 551.

(b) AMONTONS l. c. p. 120: hic statuit, equi vim continuam aequare momentum oneris 60 ℔, quod, horae spatio, leucam, seu 2283 pedes absolvat; i. e. tempore unius secundi 3. 8 pedes. — Verum DESAGULIERS statuit, equum vim 200 librarum exferere posse; si 3¹/₂ pedes tempore unius secundi absolvat, 400 aut 500 libras gerere posse, sed tunc lentissime incedere. p. 273. — Secundum SAUVEURII experimenta, equus vim 175 ℔ edit, si 3 pedes, singulis minutis secundis, percurrat. — BELIDOR invenit, equum hunc effectum producere cum velocitate 3¹/₂ pedum, si per 2 aut 3 horas agat; archit. hydr. p. 45.

(c) D. IV. p. 260. — M. §. 551.

367. Si equi, radio axeos, quem in circulum movent, adnectuntur, eo majorem exferunt vim, quo major est orbita, in qua moventur.

D. IV. p. 261.

368. Equi ad montes adscendendos ineptiores sunt hominibus.

LA HIRE l. c. p. 162. — D. IV. p. 262.

369. Secundum AMONTONSIUM equus, hominem gerens, & solito gressu incedens, absolvit 4¹/₂ pedes singulis minutis secundis (a). Maxima velocitas equorum barbarorum, equitem gerentium, est 37 pedum: solita velocitas equorum Anglorum, equitem gerentium, & cursus exercitatorum, est 41¹/₂ pedum, licet spatium quatuor milliarium Anglicarum, seu 19900 pedum Paris. absolvant, & per 8 fere minuta moveantur. Maxima velocitas, quae unquam fuit in equo observata, est 46¹/₂ pedum (b): quae velocitas multo major est celebratissimâ rangiferorum velocitate, qui, si traham levisimam, cui homo insidet, super induratâ & politâ nive trahunt, tantum 25 pedes 9 pollices ad summum (c), singulis secundis, percurrunt.

(a) AMONTONS hist. de l'acad. 1703. p. 104.

(b) LA CONDAMINE mem. de l'acad. 1757. p. 396. — Equi Angli, in suis cursibus glomerant gressus (Gal. gallopper), & tum duos gressus singulis secundis peragunt, seu fere singulo gressu 21 pedes absolvunt. Equi nostrates sunt succussarii seu succussione (Belg. draf Gal. trot) incedunt i. e. pedes in diagonali constitutos simul elevant & ponunt, & 200 perticas rhenan. uno minuto, i. e. 40 pedes rhenan. uno secundo, aliquando absolvunt; & cum singulae succussiones sint 6 fere pedum, hoc tempore 6 aut 7 succussiones absolvunt. Natuurl. hist. van Holland. IV D. p. 278.

(c) PICTET novi com. Petrop. XIV. pars 2. p. 89. 90.

370. Equi, ut homines, & iisdem de causis (359) melius trahunt, si funis ductarii directio sit inclinata (a); licet quidam contrarium asseruerint (b).

(a) DESPARCIEUX mem. de l'acad. 1760. p. 268 seqq. Invenit autem, inclinationem optimam esse quatuordecim, aut quindecim graduum.

X

* Si inclinentur funes ductarii, tunc onus etiam paullulum elevatur, & id commodi nanciscimur, de quo prop. 294 locuti sumus.

(b) CAMUS traité des forces mouvantes p. 387. 391; & post hunc DESAGULIERS IV. p. 222. 224.

371. Similem formulam ac pro hominum viribus, etiam pro viribus equorum, proposuit EULERUS: sc. (363 B)

$$P = p \left(1 - \frac{v}{c} \right)^2$$

Unde momentum equi etiam erit $p v \left(1 - \frac{v}{c} \right)^2$; quod maximum fiet, si $v = \frac{1}{2} c$.

Supponit autem EULERUS, vim equi septies illam hominis superare, & esse 420 librarum; maximam ipsius velocitatem c esse 12 pedum: unde maximum actionis erit 186 $\frac{1}{2}$ librarum cum velocitate 4 pedum; seu energia, vel momentum (§. 362) = 746 libris, quod decies & quater majus erit momento hominis, ex formula Euleriana §. 365: sed maxime ad experimenta cl. DESAGULIERS (366 b) accedat.

372. Utcunque homines vel & animalia machinis applicantur. Effectus machinae, per homines animaliave motae, nunquam majores erunt horum effectibus naturalibus, modo (§. 365) enunciatis; seu productum massae oneris per spatium, uno minuto percursum, valebit 40 pro hominibus.

M. §. 548. — Quod tamen in re observandum, hoc momentum 40, non esse accipiendum indiscriminatim, pro quacunque hominis velocitate, ac si v. g. cum velocitate 40 pedum unam libram movere posset: quod fieri nequit. Attendendum est ad velocitatis maximam, de quo supra (§. 362. 363 seqq.) locuti sumus. De hoc re bene egit D. BERNOULLI diss. sur la maniere de suppléer à l'action du vent §. 2. §. 8 & seqq.

SECTIO II.

DE MACHINARUM MOTU ET USU.

373. In omni machinâ attendendum est 1. ad potentiam, quae in machinam agit; 2. ad resistentiam, quae vinci debet; 3. ad machinae structuram; 4. ad potentiae & oneris motum & celeritatem.

EULER. novi com. Petrop. III. p. 261. §. 11.

I. DE POTENTIA.

374. In motu machinarum, sedulo distinguendum est inter potentiae vim, quae cum pondere equiparari potest, quaeque eadem est, sive pondus, sive elater, sive aqua, aër, homo, animal, adhibeantur; & inter inertiam, quae ex quantitate materiae aestimatur, quatenus simul movetur. Haec inertia in ponderibus his ipsis proportionalis est: in elateriis vix ulla.

EULER com. Petrop. X. p. 70. §. 9.

375. Maximopere interest, ut distinguatur: an potentia ejus naturae sit, ut constanter agat, etsi velocitate feratur quâcunque, ut pondus; an vero ipsâ velocitate viribus decreseat, ut vis hominum (362 seqq.), aut animalium (369 seqq.)? Aliquando in

super etiam ad potentiae inertiam attendendum est.
EULER NOV. COM. Petrop. VIII. p. 238. §. 8. 7.

376. Momentum potentiae, seu impulsus, est vis machinam actu impellens per spatium, quod dato tempore (unius minuti secundi v. g. ut constanter assumi solet) conficit, multiplicatum (14).

EULER NOV. COM. Petrop. VIII. p. 237. §. 6.

377. Si vero potentia ejusmodi sit, ut ipsa velocitate decrescat: erit ejus energia haec, quam, data velocitate mota, servat; ea autem in spatium, dato tempore percursum, ducta, praebet hujus potentiae vel impulsus momentum.

EULER NOV. COM. Petrop. VIII. p. 239. §. 8. III. p. 262. §. 12. 13.

378. Si vis, quae machinam movet, talis sit, ut, quiescens, maximum edat effectum p ; minorem vero, si celeritate quacunque v moveatur; nullum, si celeritas evaserit c , quem gradum ratione machinae temperare nequit: exprimi poterit haec vis formulâ, supra (363. B) jam datâ,

$$p \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right);$$

& haec illa erit vis, quâ machinâ, si motus uniformis capax fuerit, ad motum uniformiter perducetur, & perpetuo agitabitur.

EULER NOV. COM. Petrop. VIII. p. 244. §. 11. 12.

* In nov. com. Petrop. III. p. 270 seqq. adhibuit EULERUS

formulam $p \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$, quae est altera illa, de qua

supra (363. A) diximus.

379. Potentia, quae machinae motum conciliat, seu motum verum producit, non ea est, quae adhibetur tota; sed id quod remanet, postquam ab eâ fuerint subtracta, quae ad aequilibrium constituendum, & attritum, funium rigiditatem, ceteraque obstacula vincenda, requiruntur.

II. DE ONERE.

380. Per *onus* machinae non tantum intelligimus ipsum onus movendum, vel resistantiam superandam; sed quidquid in machinâ, singulisque ejus partibus, propter attritum, oneri vel resistantiae additum, intelligi debet, quodque & computo potest submitti (§. 324 seqq.) (a): & hoc onus ita auctum, in suam velocitatem, seu spatium, quod, dato tempore, [unius sc. minuti secundi, constanter ut supra (376) assumpti] percurrit, ductum, erit oneris momentum, vel effectus (b).

(a) EULER NOV. COM. Petrop. VIII. p. 240. §. 8.

(b) Id. ibid. p. 235. §. 5.

381. Onera duplici modo esse possunt constituta: aut enim motui machinae renituntur, ut pondera elevanda, elateria tendenda; quo casu potentia semper machinae applicata manere debet, nisi *frictio* sufficientem resistantiam prebeat, ut in prelis: aut onera non renituntur, sed tantum in inertia, vel in attritu superan-

dis consistunt, ut, si pondus supra solum horizontale trahi, frumentum ope molae conterri, debeat; eo autem casu oneris statica consideratio nulla est, & reluctatio tum tantum obtinet, cum machina moveri incipit.

EULER com. Petr. X. p. 72. §. 7. — Nov. com. Petr. III. p. 263.

III. DE MACHINAE STRUCTURA.

382. In omni machinâ attendendum est porro ad machinae structuram: tum 1^o ratione partium, e quibus machina constat; tum 2^o ratione motus, qui in machinâ obtinet; tum denique 3^o ratione modi, quo potentia ad resistantiam est comparata.

383. Quod ad prius: inspicienda est partium firmitas; motus, quem sibi communicant; an una in alteram suo pondere agat? quo casu res eodem recidit, ac si onus ipsum augetur; attendendum est ad partium singularum pondus & inertiam; ad motum, quem accipiunt, vertiginis v. g., unde vis centrifuga oritur (II. 180. 355); cet. Et machina ita est adaptanda, ut singulae partes debitam habeant firmitatem, nec tamen pondus nimium; cum inde resistantia vincenda augeatur.

EULER com. Petr. X. p. 72. §. 8. — Novi com. Petr. III. p. 264. §. 14. 16.

384. In constructione machinae, attritus, quantum

fieri potest, minuendus est, tum mediis physicis (§. 305), tum mediis mechanicis (§. 306), tum ipsâ structurâ, ut sc. distantia potentiae a fulcro magna sit, respectu distantiae partium, super quibus attritus fit, ab eodem (§. 307 b).

EULER com. Petr. X. p. 73. §. 9. — Nov. com. Petr. VIII. p. 250. §. 15. — *Confer, quae supra diximus.*

385. Quod ad alterum (382): duo sunt machinarum genera; primum machinarum, quae, dum in actione versantur, ita uniformiter moventur, ut omnes earum partes motu perpetuo uniformi ferantur; alterum machinarum, quarum singulae partes in motu suo, nunc accelerantur, nunc retardantur, etsi forte tota machina motum uniformem mentiatur.

EULER NOV. com. Petr. VIII. p. 130, *cujus propria sermo verba hic exhibui*; — & nov. com. Petr. III. p. 258. §. 7. 8.

386. In machinis primae classis, quarum sc. omnes partes motu feruntur uniformi, simul ac in motu fuerint constitutae, eadem ad hunc conservandum requiritur vis, quae ad aequilibrium faciendum par est: si major minorve adhibeatur, machinae motus accelerabitur, aut retardabitur.

EULER NOV. com. Petr. VIII. p. 231. §. 2. 3.

387. Quantum fieri potest, efficiendum est, ut motus in machinâ uniformis reddatur; cum hic multum ad machinae perfectionem faciat.

EULER NOV. com. Petr. VIII. p. 251. §. 16.

388. Quod ad tertium (382): cum proposita est machina, ante omnia inquirendum est, quae sit ratio potentiae ad resistentiam, ut machina in aequilibrio, hinc & in motu uniformi (386), servetur (a); & quaecumque fuerit resistentia, machina semper ita poterit instrui, ut data vis impellens, datâ celeritate agens, ei uniformiter movendae sufficiat (b).

(a) EULER NOV. COM. Petr. VIII. p. 241 §. 9, 10.

(b) EULER COM. Petr. X. p. 69 §. 4.

389. Effectus, quem potentia edit ad resistentiam superandam, ipsaque adeo celeritas, quâ movetur, pendet a constructione ipsius machinae: a ratione sc. quae in hac inter potentiam & resistentiam datur (8); unde machina ita poterit construi, ut velocitas, quâ vis impellens *vere* movetur, sit in ratione datâ maximae velocitatis, quâ moveri potest.

EULER NOV. COM. Petr. VIII. p. 247 §. 13.

390. In machinis primae classis (385), quae motu uniformi agitantur, productum ex vi sollicitante in celeritatem, quâ incedit, aequale est producto ex resistentiâ in celeritatem, quâ promovetur: seu (14) momenta impulsûs & effectûs aequantur inter se.

EULER NOV. COM. Petr. VIII. p. 234 §. 4. 5. 6. 7.

* De hoc principio egit PITOT mem. de l'acad. 1725. p. 78. 79; & 1737. p. 270 seqq. ubi illud exemplis applicuit: ope enim hujus regulae, datis onere & spatio, per quod dato tempore promovetur, aut promovendum est, facile invenitur (372. 365), quot hominibus, vel equis (369), opus sit, ut moveatur? — [DESAGULIERS hoc principium bene explicuit lectione 2].

391. Illa autem regula (390): velocitates potentiae &

oneris esse in ratione inversâ potentiae & oneris; vera quidem est in staticâ, sed non indiscriminatim machinis, in motu constitutis, applicari debet. Nam non verum est, ut mox §. 399 patebit, velocitatem oneris semper eo magis increfcere, quo longiori vecti applicetur potentia, ideoque quo haec majorem energiam staticam exferit.

EULER nov. com. Petrop. III, p. 257. §. 6. 9. — 'S GRAVESANDE §. 494—99. §. 519.

392. E contra, perfectio machinae in eo consistit, ut, minimo tempore, maximum effectum, per minimam potentiam, producat,

G. §. 490—94.

393. Si vis impellens ita sit comparata, ut (378) celeritate c omnem amittat motum: machina maximum praestabit effectum, si ita instruat, ut vis impellentis celeritas sit tertia pars ipsius celeritatis c (363).

EULER novi com. Petr. VIII. p. 248. §. 14. — Consule etiam MUSSCHENBROEK §. 555. — PARENT primus hanc rem perspexit, & pro machinis, quae fluidis moventur, demonstravit in mem. de l'acad. 1724.

IV. DE CELERITATE ONERIS, ATQUE POTENTIAE.

I. DE CORPORUM INERTIA.

394. Si virga CB in B onerata (fig. 50), super centro C moveatur, & vi quâdam, in A agente, urgeatur: superanda est partium inertia; & vis A eandem accelerationem, ac massa B in B

producet, si sit $A = B \left(\frac{BC}{AC} \right)^2$.

* Hoc deducitur e consideratione, esse actionem vis motricis in ratione inversâ distantiarum a puncto C, (§. 29, & ex II. 74, ponendo $T = t$),

H. I. §. 365. 66.

395. Hinc, *momentum inertiae* dicetur, summa productorum cujusque particulae, per quadratum suae distantiae ab axe fixo multiplicatae.

H. I. §. 373. — * Hanc theoriam primus proposuit, & de ea eximie egit EULERUS, in theoriâ corporum rigidorum capite V. p. 166 seqq.

396. Hinc, momentum inertiae pro virgâ rectâ CB, cujus massa est A, longitudo CB = a, erit $\frac{A a^2}{3}$ (395 & intr. 45).

2. DE CORPORUM MOTU IN PLANO HORIZONTALI.

397. Sit oneris pondus, vel inertia, seu resistentia, R; potentia p; ejus inertia P; spatium, quod onus ope hujus potentiae percurrit s; velocitas v: erit (II. 75)

$$v^2 = \frac{p s}{R + P}; \text{ hinc}$$

$$t = \frac{\sqrt{s(P+R)}}{125 \sqrt{p}} \text{ (II. 74 \& 87. A)}$$

$$\text{Unde } s = 15625 t^2 \times \frac{p}{P+R}$$

EULER nov. com. Petr. III. p. 266. §. 4. Sed notandum, EULERUM, loco velocitatis, adhibuisse altitudinem, velocitate debitam (II. 84).

398. Si attritus in censum veniat, illeque sit $F = n P$ (295): loco p ubivis $p - F$ erit substituendum; ac corpus nihilominus motu

accelerato moveri invenietur. Quod supra e cl. VINCE experientis jam deduximus (§. 300).

EULER l. c.

398. Si potentia adhibeatur, ad normam §. 378 composita: loco p substituendum erit $p \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2$; quo casu celeritas oneris, homine moti, & numerus hominum ad datum onus movendum requisitorum, facile determinantur.

EULER novi com. Petrop. p. 269. §. 8—19: sed hic formulam

$p \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$ adhibuit. V. supra §. 378.

§. DE CORPORUM MOTU OPE VECTIS,

399. Si vectis AC (fig. 51) super fulcro O sit mobilis; sique ejus massa, adeoque & inertia, sit A; si brachia sint AO & OC = a; BO = b; p & q vires; P vero & Q inertiae corporum P & Q: erit momentum potentiae ap — bq (376. 377); momentum inertiae vectis (396) & ponderum (395)

$$\frac{Aa^2}{3} + Qb^2 + Pa^2;$$

unde celeritas angularis, quae vis acceleratrix est mensura,

$$\frac{ap - bq}{\frac{Aa^2 + Pa^2 + Qb^2}{3}};$$

& vera celeritas =
$$\frac{(ap - bq) b}{\frac{Aa^2 + Pa^2 + Qb^2}{3}};$$

& si attritus Φ haberetur ratio, esset (397) vera celeritas

$$\frac{ab(p-\phi) - b^2q}{\frac{Aa^2 + Pa^2 + Qb^2}{3}}$$

EULER com. Petr. X. p. 74. §. II.

Si inertia ipsius vectis omittatur, est velocitas angu-

laris $\frac{ap - bq}{Pa^2 + Qb^2}$; quae est formula clar. BLAKE.

V. phil. transf. vol. LI. p. 1, qui pro P & Q ipsas massas p & q ponit. — Consule etiam Bl. §. 514—517.

400. Formula praecedens *maximum* admittit: id est, distantia BO seu *b* talis sumi potest, ut onus Q maxima celeritate moveatur; majori, quam si distantia BO aut major esset, aut minor. Id sc. locum habebit, si sit

$$b = \frac{-aq(\frac{1}{3}A + P) + a\sqrt{q^2(\frac{1}{3}A + P)^2 + Q(\frac{1}{3}A + P)(p-\phi)^2}}{Q(p-\phi)}$$

$$\text{Unde } BO : AO = -1 \pm \sqrt{1 + \frac{Q(p-\phi)^2}{(\frac{1}{3}A + P)q^2}} : \frac{Q(p-\phi)}{q(\frac{1}{3}A + P)}$$

EULER com. Petr. X. §. 13 seqq.

401. Res ita etiam posset considerari: tempus sc. quo vectis movetur, esse in ratione inversa duplicata virium acceleratricium (H. 76); adeoque pro dato tempore 1 esse effectum

$$q = \frac{\sqrt{pa - qb}}{pa^2 + qb^2} \quad (399.)$$

Unde pro casu *maximi*

$$q = \frac{ap}{b} \sqrt{a} \left(\frac{3a - b}{4b} \right) - \frac{ap(3a - b)}{4b^2};$$

& hinc, si brachia sint aequalia, erit hoc casu
 $q = p \times 0.618.$

Si autem P non esset pondus, sed elater v. g. cujus inertia nulla, esset $P = 0$: unde in maximo haberemus

$$q = \frac{\sqrt{pa - qb}}{qb^2};$$

qui effectus major est, quam si pondus, ejusdem ceteroquin energiae ratione pressioni ac elater, movendum est.

BLAKE phil. transf. vol. LI. p. 4. 5.

402. Cel. 's GRAVESANDE eadem praestitit, vectem ut pendulum oscillans considerando, illudque ad pendulum simplex (OC), cum ipso composito dato isochronum, reducendo: inertiam vero vectis seposuit. Sit sc. x superpondium, quo vectis movetur,

in B suspensum: erit $x = \frac{ap - bq}{b}$; & CO, distan-

tia centri oscillationis a puncto suspensionis, erit
 (II. 224) $= \frac{pa^2 + b^2q + bx}{bx}$; quae, suffecto valore

ipsius x , dat $\frac{pa^2 + qb^2}{ap - bq}$. Et, cum velocitas angularis sit

in ratione inversâ longitudinis penduli, (*introd.* 16), erit haec velocitas eadem, quae supra (§. 399) fuit inventa:

Illa formula *maximum* admittit.

Porro, si poneretur pondus $q = \frac{ap}{b}$ constans, sed

ad varias distantias inde ab O applicaretur, ita ut brachium OB fieret $b + y$: esset pendulum simplex

$CO = \frac{ab + b^2 + 2by + y^2}{y}$; quae formula etiam *maximum* admittit.

403. 'S GRAVESANDIUS autem *actionem potentiae* vocat productum ex intensitate potentiae [$(pa + bx)$ in primo casu, & $pa + q(b + y)$ in secundo], ex spatio percurso, [quod est ut CO], & ex tempore impenso, [quod est ut \sqrt{CO} ; (II. 68)], & quaerit hujus actionis *minimum*.

G. §. 495—99. 519—525. 536—540.

404. Si ejusmodi vectis moveatur: movetur pondere, quod est, si brachia sint aequalia [seu $BO = OA$],

ad integrum pondus, quo oneratur, uti $\frac{p-q}{1}$: 1; seu ponendo $c = p - q$, uti $\frac{c}{2q + c}$: 1; & hinc (II. 76.

n°. 1) spatium (s), quod dato tempore percurrit, ad illud (S), quod eodem tempore percurret cor-

pus, libere delabens, uti $\frac{c}{2q + c}$: 1; seu $s : S = c : 2q + c$.

Unde $c = \frac{2qs}{S - s}$.

Unde, pro tempore T , datis spatio S , (II. 87. C) spatio s percurrendo, & pondere a elevando, innotescet: quo superpondio c hoc praestabitur?

SCHOEBER, in egregio libro, cui titulus versuch einer theorie der uberwicht: §. 1—17.

405. Si vero brachia vectis sint inaequalia; sit massa ipsius Q , q , unde ejus momentum bq ; sit massae p pars,

quae aequilibrium facit $\frac{bq}{a}$; reliqua c ; ita ut tota

massa sit $\frac{bq}{a} + c$: erit massae Q , si ad distantiam

ipsi OA aequalem transferretur, gravitas, $\frac{qa}{b}$. Un-

de ipsius massae Q , ibi translatae, actio $\frac{Q \cdot qa}{b}$, quae,

per distantiam suam (a) multiplicata, ipsum dabit

momentum bq : & hinc $Q = \frac{b^2}{a^2} q$; unde (404)

vectis movetur pondere, quod est $= \frac{c}{\frac{bq}{a} + c + \frac{b^2q}{a^2}}$.

Hinc reliqua perficiuntur, ut in §. 404.

Est ipsius SCHÖBERI formula: l. c. §. 17—32: §. 38 seqq. nisi quod a ponat $= 1$. Vir clar. utramque propositionem 404 & 405 egregiis experimentis confirmavit §. 32—36. — Similis est formula cl. BOUGUER manoeuvre des vaisseaux, p. 114—

118: modo loco c substituatur ejus valor $p - \frac{bq}{a}$. — BOSSUT

§. 469. 70. 71.

4. DE MOTU CORPORUM OPE AXEOS IN PERITROCHIO.

406. Sit (fig. 44) $XB = a$; $BO = b$; massa tympani $= A$; momentum, respectu axiculi B , $= M$, & erit $M =$

$\frac{A \cdot a^2}{2}$: fit potentia p ; ipsius inertia P ; oneris vis q ; inertia R , & erit velocitas ipsa vera (399)

$$\frac{(ap - bq) b}{M + Pa^2 + Rb^2} :$$

quae formula *maximum* admittit, sive b , sive a ponatur *variabilis*.

Si attritus consideretur: loco p substitui debet $p - F$.

EULER COM. Petr. X. p. 80. §. 15 seqq. — 20, hanc formulam rotis applicuit §. 20 seqq.

Pauca, quae eodem recidunt, habet M. §. 541, nisi quod inertiam M seposuerit: in §. 542 gravitatem & axiculi & tympani consideravit.

* Si onus non attollatur, sed tantum trahatur: erit $q = 0$; & si attritus etiam consideretur, loco p substituendum erit $p - F$.

407. Si jam machina in motu sit constituta; fit pressio a

potentiâ p oriunda $= \pi$: erit illa in $O = \frac{\pi a}{b}$; &

(I) integra pressio $\pi + \frac{\pi a}{b}$. Et, si frictio sit ad

pondus, uti $n : i$, & radius BC axiculi: erit momen-

tum frictionis $= \left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi cn$; momentum fri-

ctionis a pondere machinae $= M cn$; & totum,

frictionis momentum $= \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M \right) cn$.

Unde potentiae moventis momentum

$Pa - Rb - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M \right) cn$; & si d

ponatur pro distantia centri virium a centro gravitatis, momentum vis acceleratricis

$$\frac{Pa^2 - Rba - \left(\left(1 + \frac{a}{b} \right) \pi + M \right) cna}{Pa^2 + Rb^2 + Md^2}$$

Unde, cum sint vires ut velocitates, eodem tempore (II. 76. n°. 1) erit

$$Pa^2 - Rba - \left(\left(1 + \frac{a}{b} \right) \pi + M \right) cna$$

$$P : \pi = 1 : 1 - \frac{Pa^2 + Rb^2 + Md^2}{Pa^2 + Rb^2 + Md^2}$$

Unde

$$\pi = \frac{PRb^2 + PMd^2 + PRab + PMacn}{Pa^2 + Rb^2 + Md^2 - \left(1 + \frac{a}{b} \right) Pacn}$$

Et hinc (II) pressio integra $\pi + \frac{\pi a}{b} =$

$$\frac{PR(a+b)^2 + PM(a^2 + acn) \left(1 + \frac{a}{b} \right)}{Pa^2 + Rb^2 + Md^2 - \left(1 + \frac{a}{b} \right) Pacn}$$

$$\frac{PR(a+b)^2}{Pa^2 + Rb^2}$$

Unde ea erit, si frictionem & pondus machinae excludas

$$\frac{PR(a+b)^2}{Pa^2 + Rb^2}$$

Hac sunt formulae cl. HEE phil. transf. vol. 49. p. 1: quas repetiit M. §. 553.

408. Si vero, ut in prop. 405, quaeratur vis movens, & attendatur ad pondus m & M amborum tympanorum, seu axium OB , XB : erit gravitatis pars, quâ descensus efficitur,

Z

$$\frac{bq + c + m + (M+q) \frac{b^2}{a^2}}{a} = \frac{p - \frac{qb}{a} + m + (M+q) \frac{b^2}{a^2}}{a}$$

Unde spatia, dato tempore percurrenda, ut in prop. 404. determinantur.

V. BOUGUER manoeuvre des vaisseaux p. 118—122. — V. etiam Bl. §. 529—531. — H. I. §. 533. 34. — Consultatur etiam Gr. §. 499—502. §. 521—529. — D. III. p. 138. §. 37. nota 8. — BOSSUT §. 482 seqq.

409. Si funes graves adhibeantur, eorum pondus saepe in computi rationem est vocandum: cum, dum attollitur onus, pondus funis ab hac parte perpetuo minuatur, ab alterâ perpetuo augeatur: qua de re optime egit BOUGUER.

BOUGUER manoeuvre des vaisseaux p. 125—133.

5. DE MOTU CORPORUM OPE TROCHLEAE.

410. Trochlea coincidit cum axi in peritrochio, cujus radii XB, BO, sunt aequales: & axiculi crassities plerumque negligi potest. Hinc pressio in axiculum, dum corpus movetur, erit, si pondus trochleae seponas (407),

$$\frac{4 PR}{P+R}$$

Hæc phil. transf. LI. p. 4: quod alio modo demonstravit, & experimentis confirmavit D. III. §. 37. nota 8. quam formulam axi in peritrochio applicat: p. 138 seqq. — Bl. §. 518 qui §. 519—23. & inertiam trochleae, & attritum, ac funium rigiditatem consideravit: hæc vero e supra dictis, tanquam oneris partem considerari posse patet; inertiae ratio habetur, ut in axi in peritrochio.

411. Gravitatis pars, quâ trochlea movetur, erit [(404 aut 406) ponendo $a = b$ & seponendo M ,] $= \frac{p-q}{P+R}$.

Hinc, si percurrat potentia spatium s motu accelerato; erit (II. 75)

$$v^2 = \frac{p-q}{P+R} s; \&$$

$$t = \frac{1}{125} \sqrt{\frac{P+R}{p-q}} s, \text{ (II. 74 \& 87).}$$

EULER novi com. Petr. III. p. 280. §. 25. — BOUGUER p. 105. — *Consule Gr.* §. 502 — 507. §. 522 — 526. — BOSSUT §. 472 — 480.

* Si attritus & rigiditas funium considerentur; sit π pondus huic aequale; & loco $p - q$ substituatur $p - \pi - q$; ac loco $P + R$, $P + R + \pi$: & prodibit exemplum MUSSCHENDROBKII.

M. §. 535. 36.

Si ejusmodi potentia adhibeatur, quae cum velocitate decrescit:

loco p adhibendum erit $p \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2$; & motus fiet tandem uniformis.

EULER l. c.

412. Si de polyfpaftis fermo fit: singulae trochleae inaequali velocitate moventur; vires autem sunt ut velocitatum quadrata (II. 76. n. 3). Unde vires quadruplo pondere exprimentur, si velocitates sint duplae. Hinc, si una tantum trochlea mobilis adsit: erit, possitis P & R pro potentiâ & resistentiâ, & v pro velocitate resistentiae (411),

$v^2 = \frac{R - 2P}{R + 4P} \times s;$
 & si n sit funium trochleas ambientium nu-
 merus,

$$v^2 = \frac{R - nP}{R + n^2 P} \times s.$$

Haec formula maximum admittit, si sc. per R mul-
 tiplicetur, ut habeatur actio totalis (II. 75): quo
 peracto, erit *maximum*, si $R = \frac{P}{n^2} (-1 \pm \sqrt{n+1})$.

M. §. 537. 38. 39. — BOUGUER l. c. p. 110 — 114.

Radix negativa sumi debet, quoniam Q in directione illi ip-
 sius P , quae positiva est, opposita sumitur.

6. DE CORPORUM DESCENSU PER PLANUM INCLINATUM.

413. Si corpus moveatur vi, quae sit plano parallela: erit
 onus plani CD (166) $= R \cos. I$ (fig. 45); vis
 relativa $BD = R \sin. I$; & frictio $F = n R \cos. I$
 (289). Unde integra vis, renitens potentiae, $R \sin.$
 $I + n R \cos. I$; quae maximum admittit, facile de-
 terminandum. Hinc, si potentia, corpus trahens,
 sit p , cujus inertia P : erit, pro percurso spatio s ,

$$v^2 = \frac{(p - R \sin. I - n R \cos. I) s}{P + R} \quad (\text{II. 75}).$$

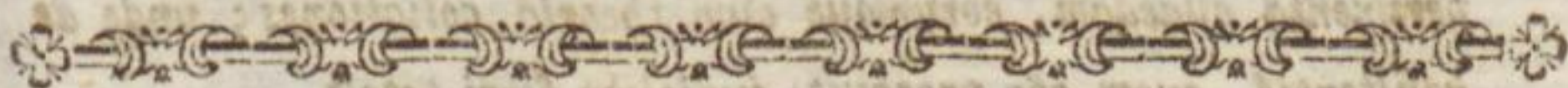
Unde facile patet, quid pro descensu, vel ascensu,
 requiratur?

EULER novi com. Petr. p. 281. §. 27 seqq. — *Leviter* M. §. 540.

— Bl. §. 523. 24. — BOUGUER l. c. p. 107. — ROSSUT §. 481.

$\frac{1}{2} v^2 + R h \sin I = p = R \left(\frac{v^2}{s} + h \sin I \right)$
 $\frac{1}{2} v^2 + R h \sin I = p = R \left(\frac{v^2}{s} + h \sin I \right)$

414. Ex his principiis, quid a machinis datae structurae expectari queat, & quâ celeritate onus moveatur? determinari poterit.



ADDENDA ET EMENDANDA.

Pag. 6. §. 28. l. 5. RHAAVE, lege BOERHAVE.

— 19. §. 17. l. 3. §. 69. lege p. 69.

— 24. §. 36. l. 5. M. §. 103. 104. lege M. §. 1003. 1004.

— 30. §. 56. l. 9. $\frac{3ar^3}{2p}$, lege $\frac{3ra^3}{2p}$.

— 41. l. 6. §. 30. 34, lege §. 30. 24.

— 43. lin. pen. in numerat. 1° loco $\frac{ABC}{V}$, lege $\frac{BAC}{V}$,
in numerat. 2° loco $\frac{ABC}{V}$, lege $\frac{BAC}{V}$.

— 45. §. 58. l. 3. $x = a +$ fin. obliq., lege $x = a \times$ fin. obliq.

— 61. §. 116. l. 3. divisus, lege multiplicatus.

— 64. §. 124. l. ult. (113 & introd. (12) 51), lege (113 & introd. 51)

— 67. §. 132. hunc § ita lege. Si corpus libere suspendatur: punctum suspensionis (G), & centrum gravitatis C, ambo in lineâ directionis G C sunt, quando corpus quiescit (fig. 14).

— §. 134. l. 1. (S), lege (G).

— 84. §. 204. l. 2. (GB, GH), lege (GB, BH).

— 87. §. 213. l. 3. ad radium, lege ad diametrum.

— 89. lin. pen. CA. AO = CB. BO, lege A. CA. AO = B. CB. BO.

— 90. §. 225. l. 2. oscillationis, lege suspensionis.

— 91. lin. pen. in centro gravitatis aN, lege in centro gravitatis a.

— 92. lin. 5. (fig. 77), lege (fig. 27).

Z 3

- Pag. 93. §. 236. lin. 4. in vacuo, lege in aëre
- 104. §. 264. In fine citationum haec adde.
Doct. CASAL in parte 2 tomi quinti commentar Bonon p. 71. elegantem descripsit machinam, cujus ope corporum projectorum affectiones commode possunt experimentis confirmari: adduntur experimenta quaedam, eorumque cum theoria collationes; unde de resistantia, quam aër praebuit, iudicium ferri potest.
- 105. (A) lin. 2. $4ax$, lege — $4ax$.
lin. 4. + lege —.
- 107. §. 273. l. 1. (fig. 28), lege (fig. 29).
- 109. §. 279. l. 3. (277), lege (273).
- 123. §. 317. in fine citationum haec adde.
Idem patet experimentis a doct. CASAL institutis, quorum mentionem feci in additamentis ad p. 104. §. 264.
- 137. §. 367. lin. ult. (L), lege (R).
- 139. §. 374. lin. 5. $\frac{\pi + 2A}{R}$, lege $\frac{\pi \times 2A}{R}$.
- 144. §. 387. ad finem adde, & valorem normalis ST ex introd. §. 66.
- 185. §. 338 & 89 citatur introd. §. 62, lege introd. §. 61. C.
- 146. §. 393.* citatur l. 3. (intr. 62), lege (introd. §. 68. A).
- 147. §. 395. ad finem lin. ultimae adde.
De casu, quo curva percursa circulus, parabola, ellipsis, aut hyperbola erit, eleganter & concinne egit clar. STEPLING in actis societatis Pragensis (Boehmische abhandlungen) T. III. p. 50.
- 160. §. 443. Adde has citationes: (per introd. 16 & 67. D: hic autem erunt anguli utrimque aequales, cum unius gradus ponantur).
- 161. lin. ult. 199. 200, lege 200. 199.
- 162. lin. 18. 20. 21. semidiameter, semiaxis, lege diameter, axis.

Pag. 165. §. 463. (B) $\frac{AS}{TS}$, lege $\frac{AC}{TS}$.

— 170. §. 477. lin. 3. 24 h. 84', lege 24 h. 48'.

NB. Tabula, planetarum theoriam continens, quae paginâ 176. habetur, descripta fuit ex *abregé d'astronomie par LA LANDE*: verum addere debuiffem elementa novi Planetæ URANI, quae haec sunt

Reolutio tropica 83 an. 52 d; — sideralis 83 an. 150 d.

Dist. prop. a sole 19060 fere.

Diameter 11460 leuc. proportionalis 400,

Inclinatio orbitae ad eclipticam 46'. 12".

In eadem tabulâ, distantia lunae a tellure clarius sic fuisset notata, = 60 semidiam. telluris.

— 177. §. 1. M. §. 269, lege §. 369. St. §. 195, lege §. 165.

§. 2. H. I. §. 28, 29, lege I. §. 128. 9.

§. 3. M. §. 269, lege §. 369.

— 186. §. 28. lin. 2. DA, lege OA.

187. §. 28* formulâ tertiâ, in ultimo denominatoris, termino, loco fin. B, lege fin. β .

— 194. §. 49. (B) l. 3. ξM , lege BM.

— 196. §. 53. formulam III. ita corrige

$$F = \frac{(P+R)(XC \times OQ)}{XE.OQ + XC.OW}$$

— 199. §. 62. ad finem citationum adde: haec solutio etiam reperitur apud M. §. 408.

— 205. l. 1. com. Petr. X, lege com. Petr. II.

— 207. §. 83. l. 4. a fine: + M, O G. fin, I, lege S, O G. fin. I.

— 213. §. 104. l. 6. $\frac{2}{3}$, lege $\frac{1}{3}$.

— 220. §. 121. l. II. CM, lege CN.

— 222. lin. ult. PD, lege BE.

— 228. §. 143. l. 3. potentia ad resistentiam, lege resistentia ad potentiam; — *ibid.* formulâ (A): P:R, lege R:P.

Pag. 246. ad finem §. 196. adde sequentia.

Cl. CASAL pulchram dissertationem conscripsit de quaestione: an in cochlea potentiae directio censeri debeat directioni spirarum, an vero basi parallela? habetur in com. Bonon. III. p. 303 seqq.

— 251. §. 206. in fine citationum adde.

Cl. STEVIN. a^o 1698. in appendice ad alteram mechanices editionem, quae in operibus fuit inserta, machinam funiculariam jam consideravit: optime de eâ egit, ac parallelogrammum virium (v. II. 35. 36), quo tam feliciter & hic, & per universam mechanicam usus est VARIGNON, bene determinavit.

— 258. §. 225. in fine citationum adde haec.

Egregie de hâc vectium compositione, deque eorum motu egit KAESTNER in novis commentariis Gottingensibus II. p. 131, & V. p. 117 seqq. Quaedam adhibuit principia, quae in mechanica motus exponimus §. 394 seqq.

— 259. §. 228. Facile liquet, in hâc formulâ supponi triangulum ACD aequilaterum. Si tale non esset simili modo pro-

cederemus: nam esset, onus fulcri A = $B \times \frac{BG}{BF}$; fulcri C = $B \times \frac{AG}{CF}$; fulcri D = $B \times \frac{DE}{DE}$; qua de re optime egit WAL-

LIS loco §. 229. citato.

— 260. §. 229.* Ad finem citationum adde.

De eodem hoc casu quaedam protulit cel. D'ALEMBERT (opuscules T. VIII. p. 36), qui EULERI solutionem incertam & hypotheticam vocat.

— 266. §. 241. l. 1. & 2. rotae A celerrimae, ... rotae Z tardissimae, lege rotae Z tardissimae, ... rotae A celerrimae.

— 268. In fine n^o 5. adde (introd. 55.* D).

Ceterum hic tantum speciminis loco exhibuimus casum, quo rotae dentes curriculi alas in lineâ centrorumprehendunt: de reliquis v. citatos scriptores.

In fine citationum adde sequentia.

Pag:

Cel. KAESTNER, quae rotarum dentes spectant, egregie tractavit: & quidem primo consideravit pinnas, quibus in multis machinis pila tudentia eleyantur (nov. com. Gott. II. p. 117); dein vero rotarum dentes ad examen vocavit, & quae EULERUS protulerat, ulterius profecutus est (commentar. Gotting. T. IV. p. 1 seqq.); tandem de dentibus egit rotae, quae in paxillos alius rotae agit (ibid. t. 5. p. 1), in omnibus sublimiori mathefi usus est.

Notemus adhuc, varia, quae requiruntur, ut in praxi dentes rotarum & curriculi se perfecteprehendant, ac mutationem, quae inde curriculorum rotarumve diametris primitivis faciendae est, egregie tractasse expert. LE CERF. phil. transf. vol. 68. p. 250 seqq.

— 270. §. 250. lin. 4. I: 2^o I, lege I: 2^o — I:

§. 252. lin. 1. polyspasto mobili, lege polyspasto immobili.

— 271. §. 254. lin. 3. trochlearum &c., lege funium, qui polyspastum mobilem ambiunt.

— 290. §. 294. nota (c) lin. 1. loco R =, lege F =

— 292. lin. 3. a fine, loco quod non minus, sed e contra majus quam &c., lege qui attritus aliquando quidem paullo minor, sed non constanter minor, est quam &c.

— 303. §. 309. adde sequentia. — Cl. COUPLET adhuc alias hujus constructionis utilitates indicavit. Quod nimirum rota, quae jam conum refert, cujus apex est in modiolo, majorem firmitatem inde nanciscatur, ad quod positio ipsius axeos conducit; & quae huc pertinent, optime tractavit. *V. mem. de l'acad. 1733. p. 68 seqq.*

— 306. §. 314.* adde in fine.

Attamen cel. D'ALEMBERT quaedam cogitata proposuit circa attritum in vecte, in opusculis T. 8. p. 324 seqq. §. 1 — 19.

— 312. lin. 7. a fine: signum +, lege signum —.

Pag.

315. ad notam * adde: ante REAUMURIUM, a° sc. 1669, HOOKIUM experimentum instituisse, quo probavit, aliquot fila ferrea intorta minus pondus sustinuisse, quam eadem non intorta, & sibi tantum apposita. Sed, quantum novi, experimentum hoc publici juris factum non fuit; illud, e commentariis regiae societatis Londinensis a° 1756, protulit BIRCH (*hist. of the Roy. Society* II. p. 393). Unde meritis REAUMURII nihil detrahitur.

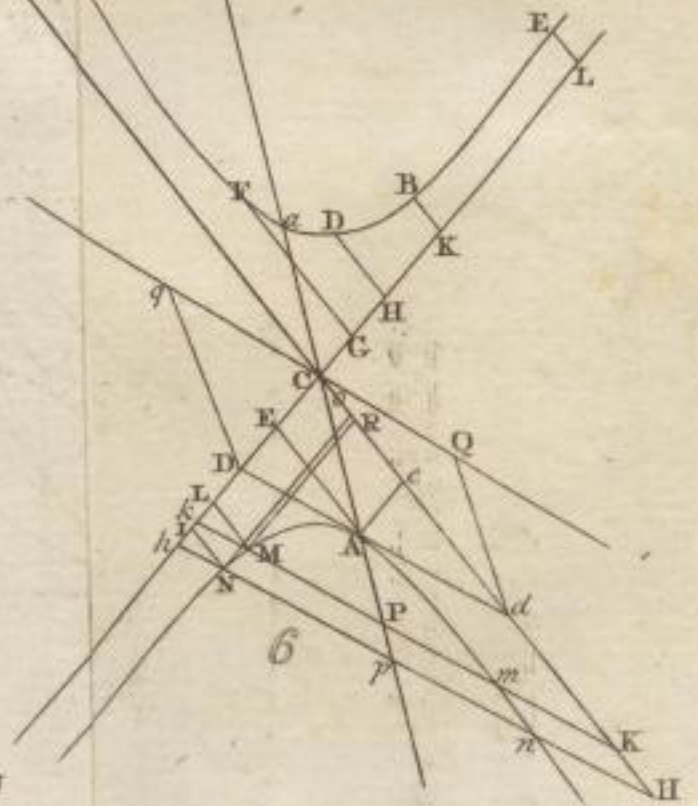
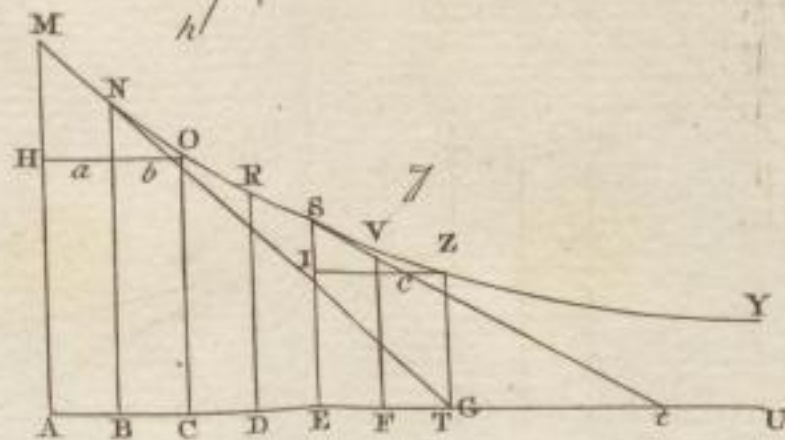
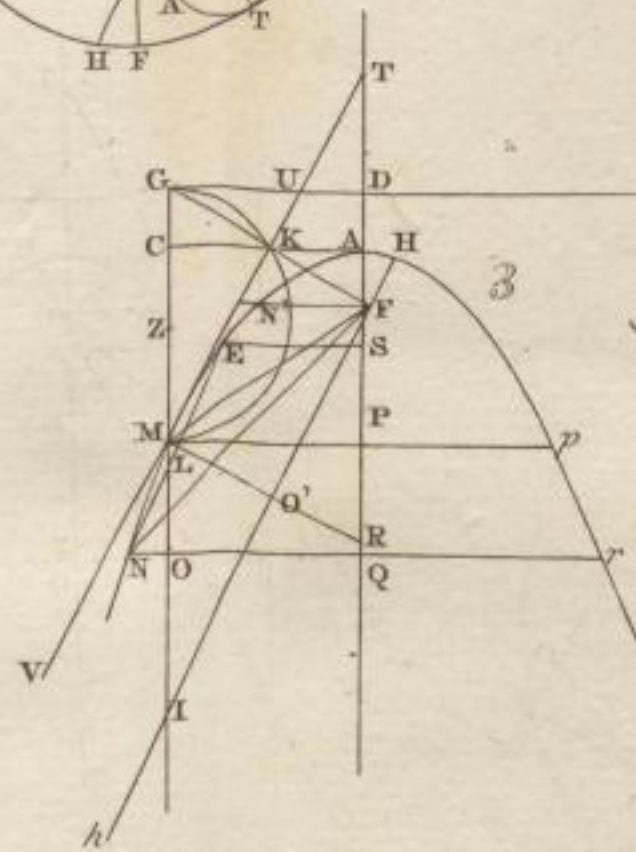
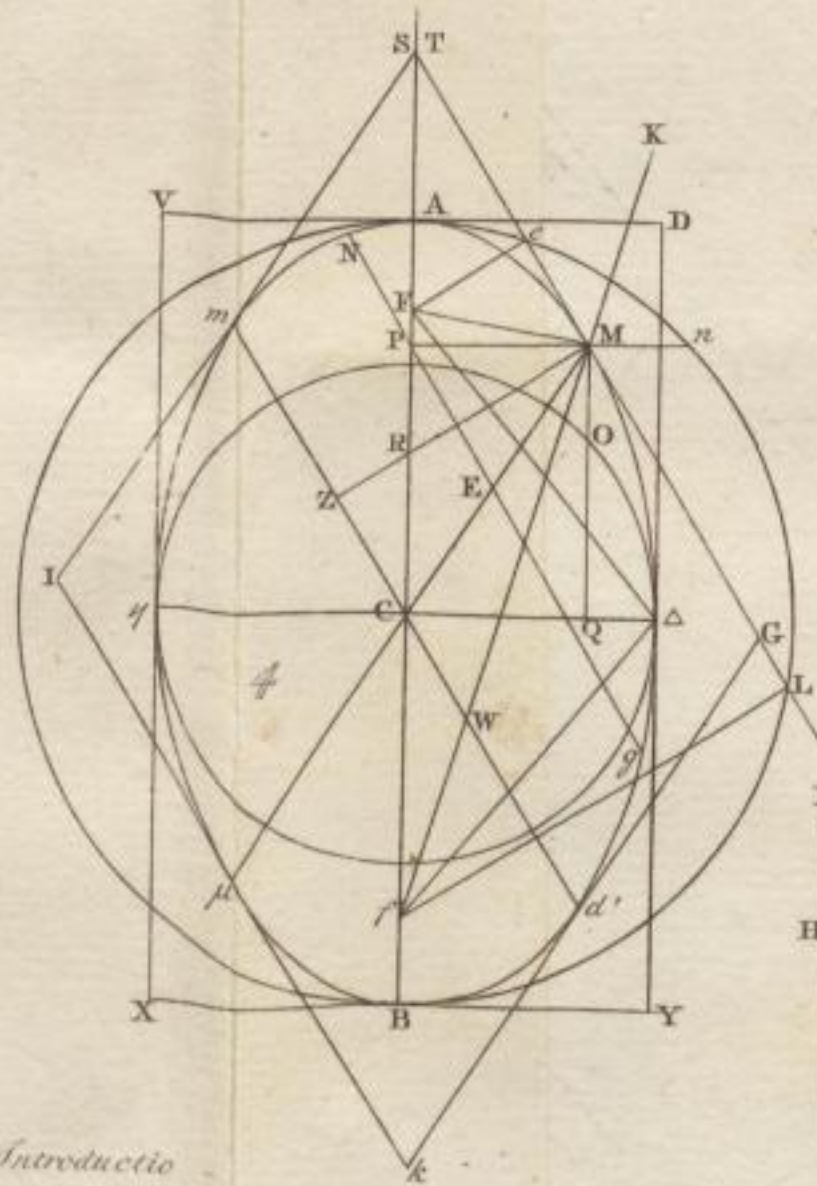
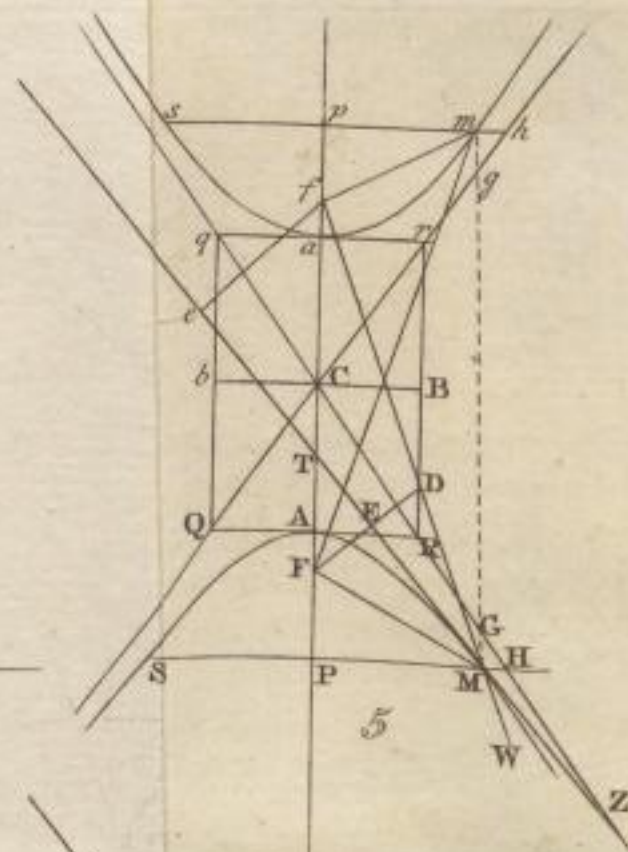
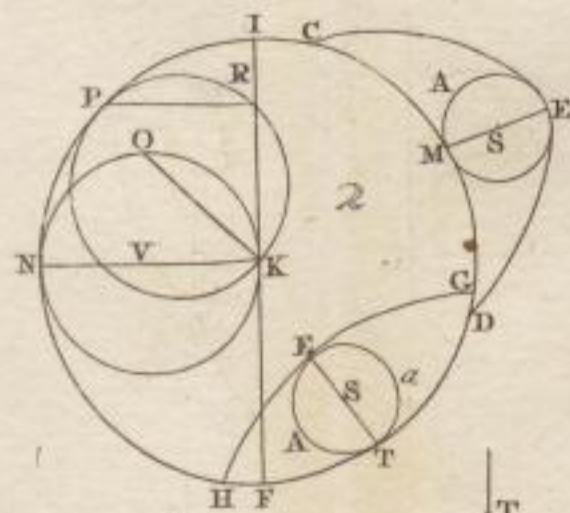
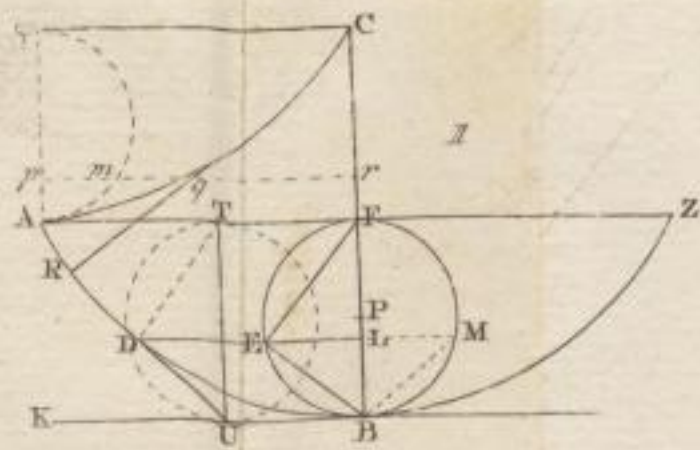
— 326. §. 347. in fine citationum adde.

Paucula de hoc casu protulit D'ALEMBERT, in opusculis T. 8. p.

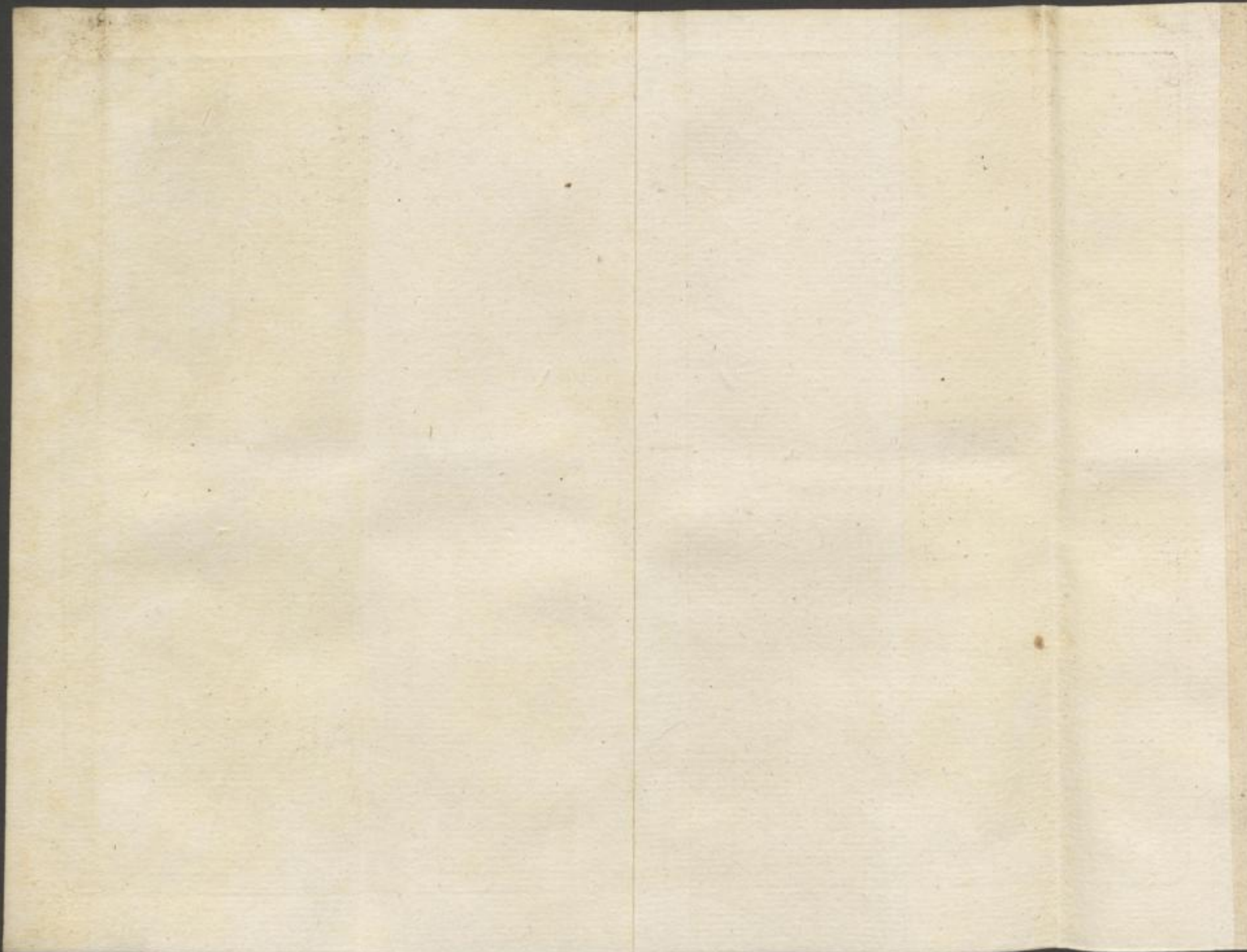
320. §. 19. 20. 21. 22.

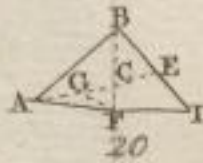
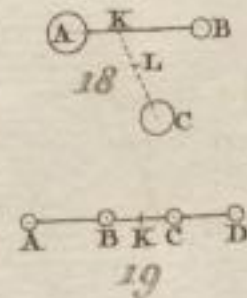
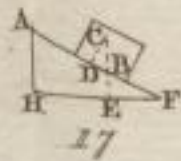
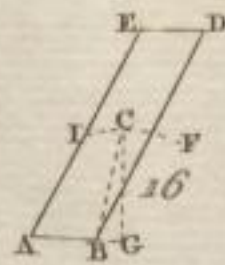
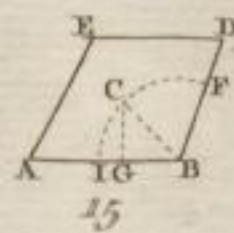
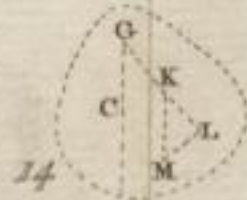
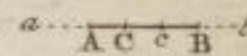
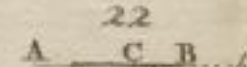
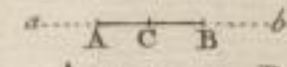
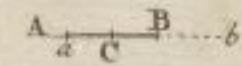
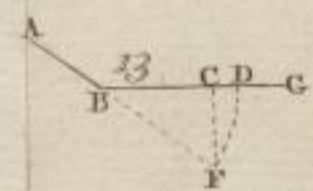
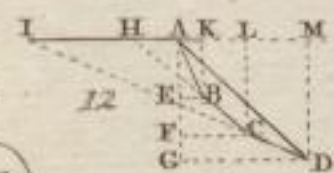
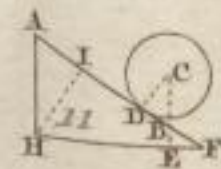
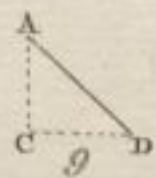
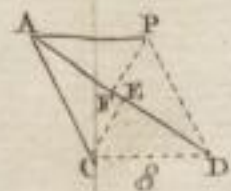
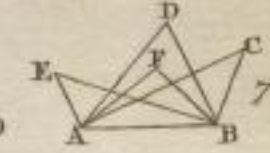
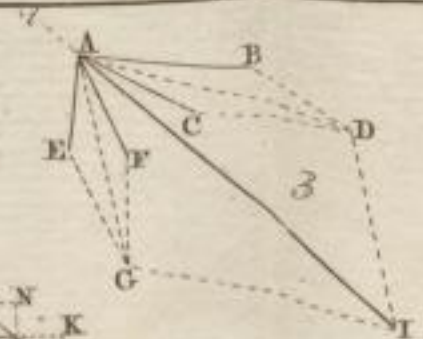
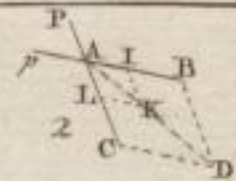
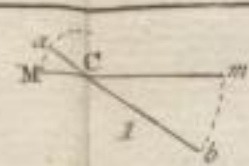
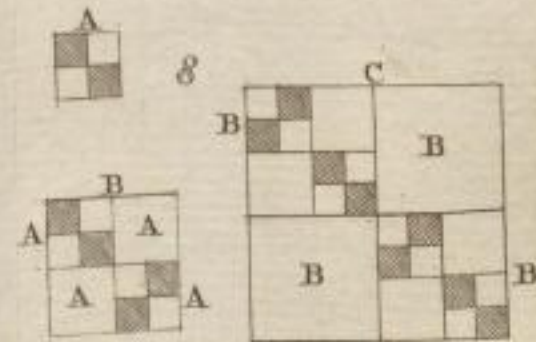
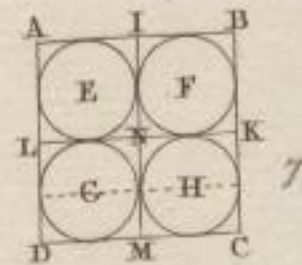
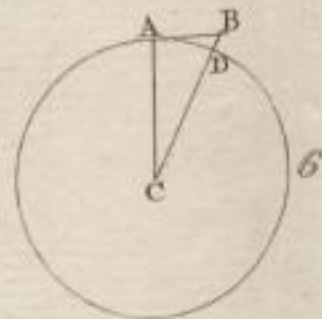
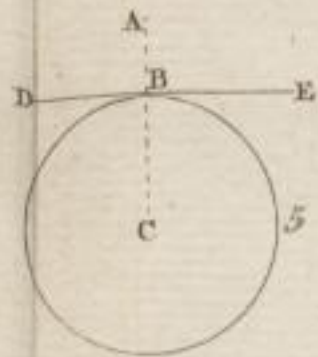
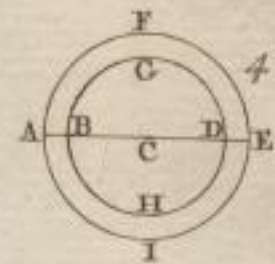
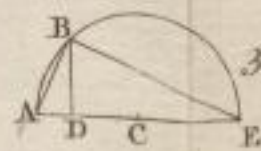
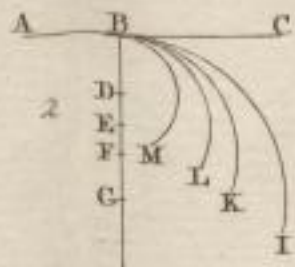
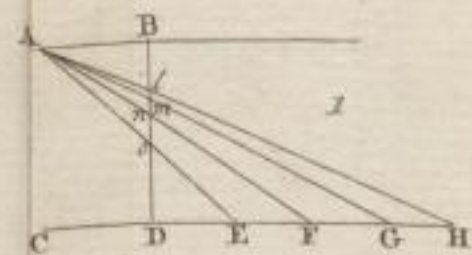
— 335. nota a, adde. — Cl. COUPLET quaecunque vim, qua equi trahunt, probe examinavit, ad omnia attendit, & ostendit: quantum currus trahis sint praeferendi? Simulque, cur, ob modum, quo equi trahunt, *maximum* detur in magnitudine rotarum? *V. mem. de l'acad. 1733. p. 49 seqq.*





Introductio







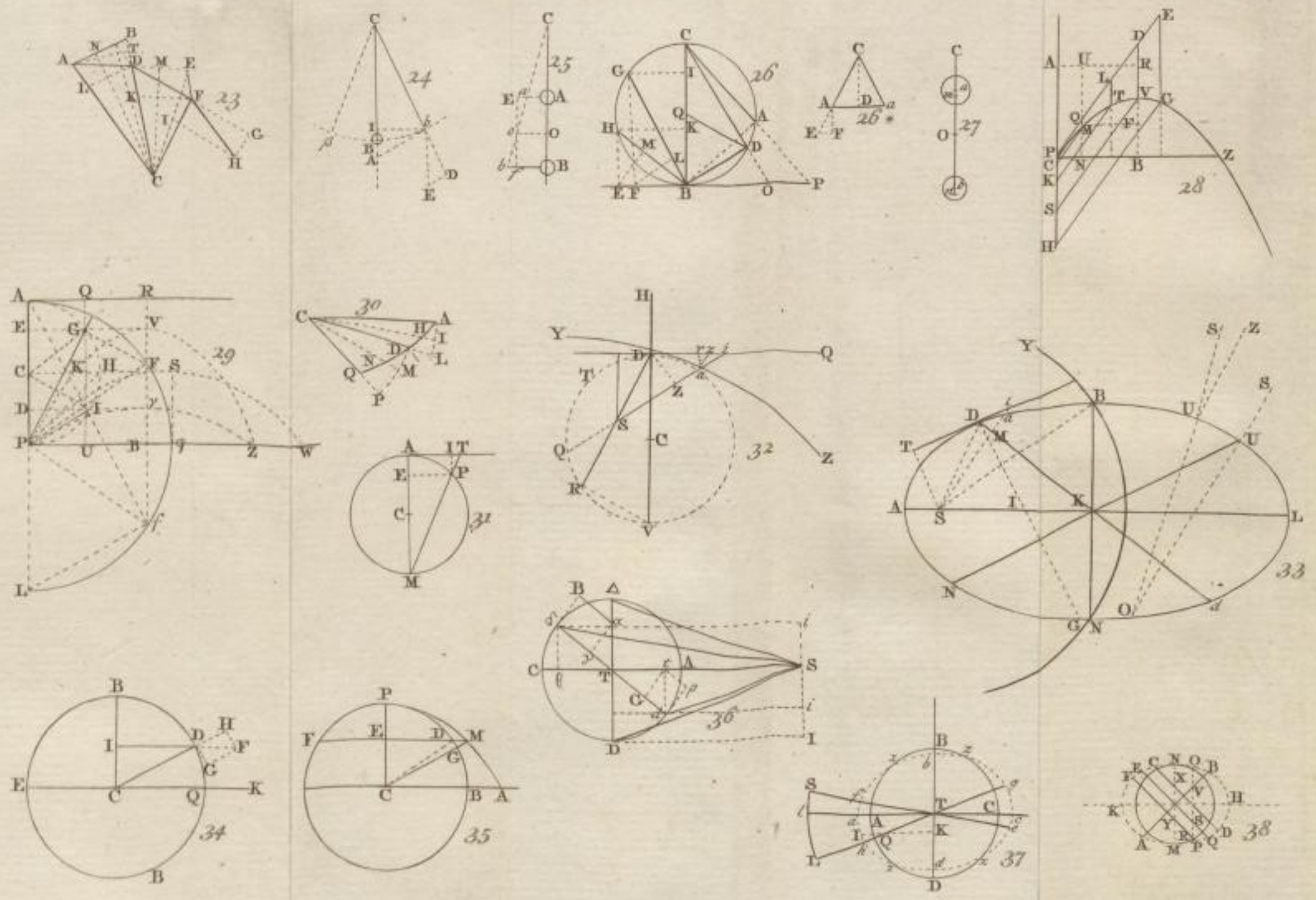
SLUB

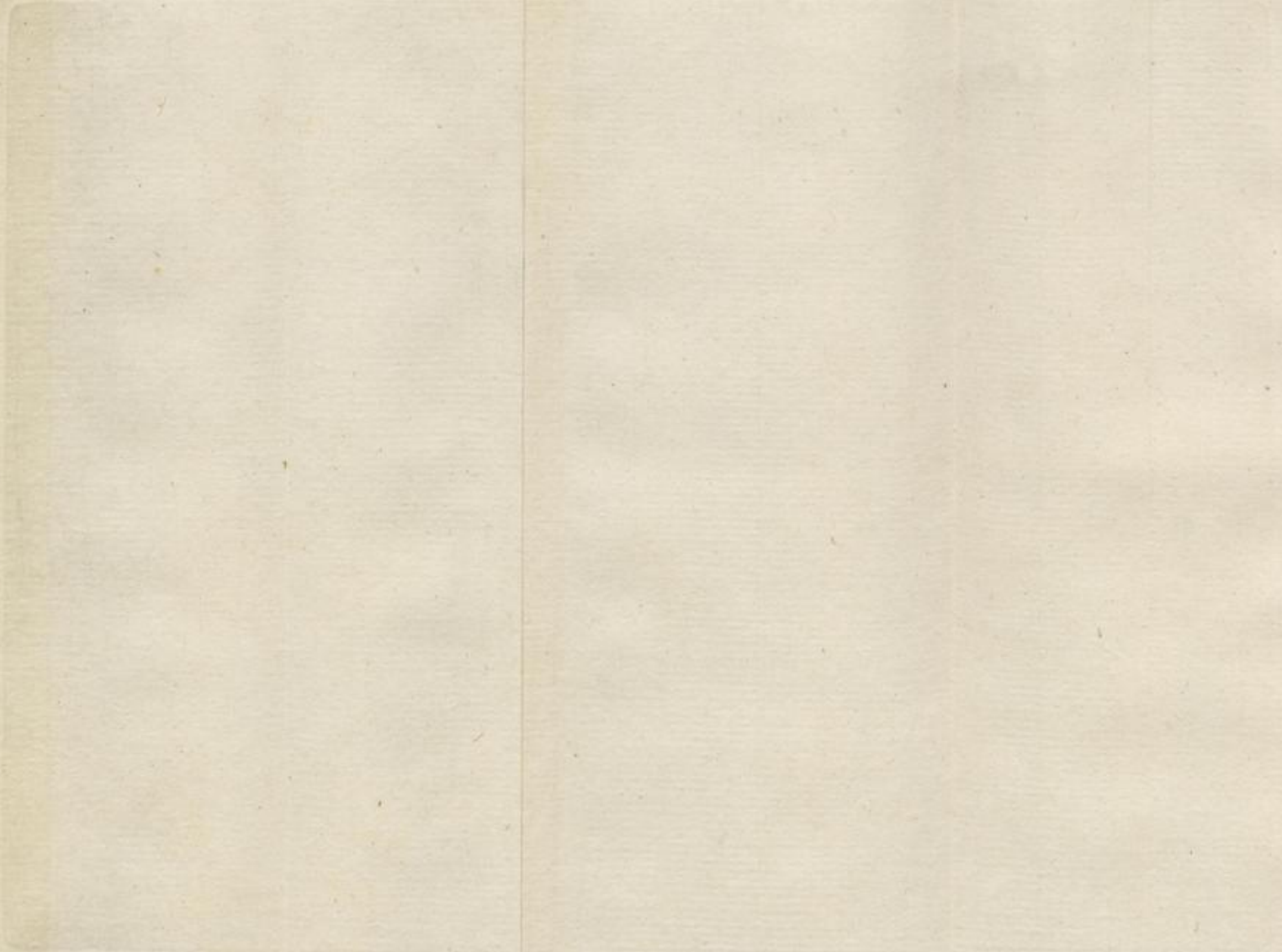
Wir führen Wissen.

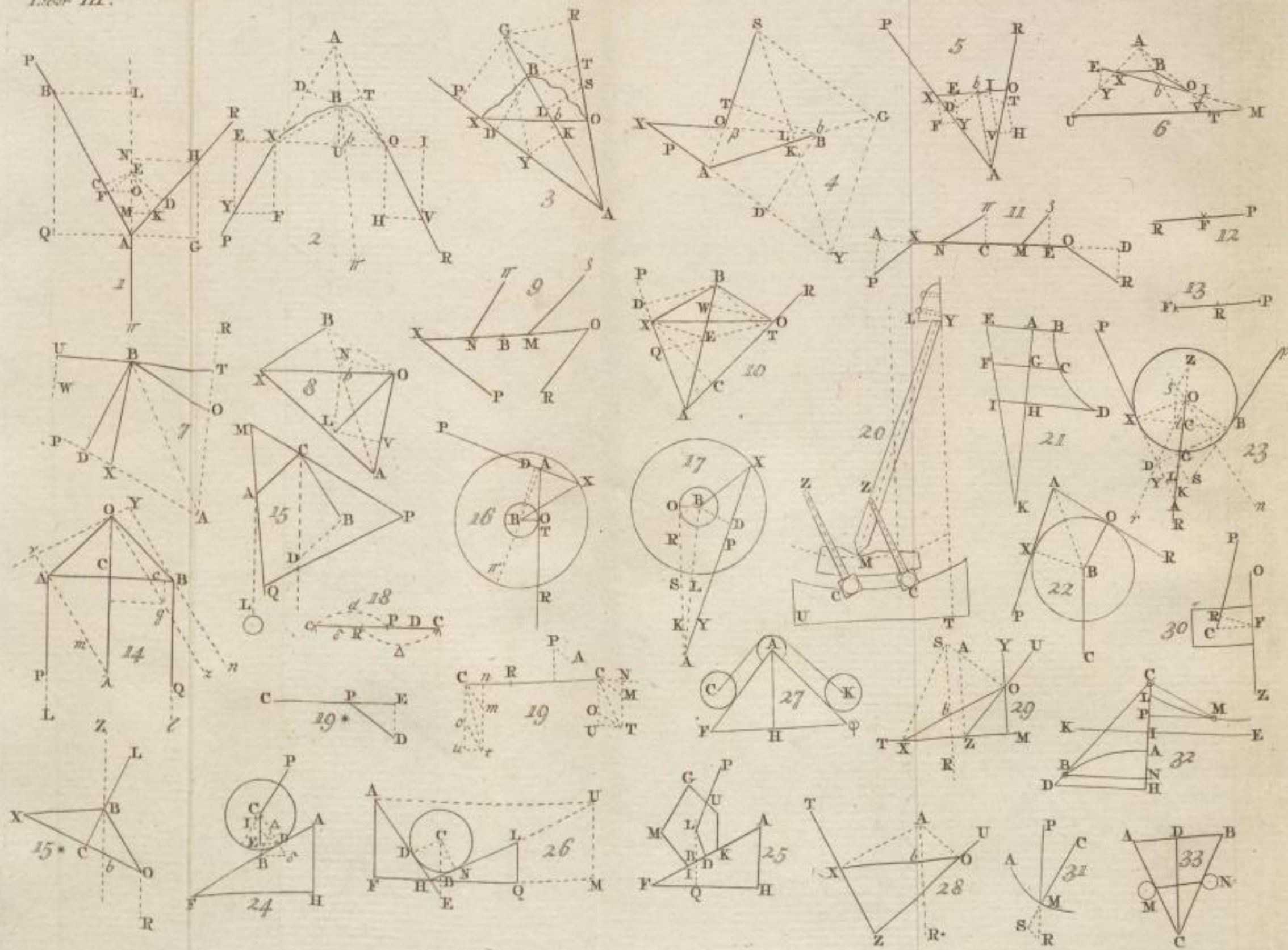
<http://digital.slub-dresden.de/id467797935/469>

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK
FREIBERG











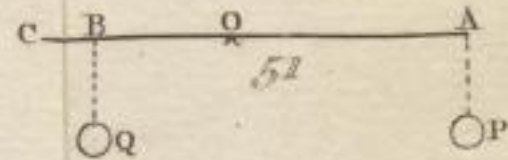
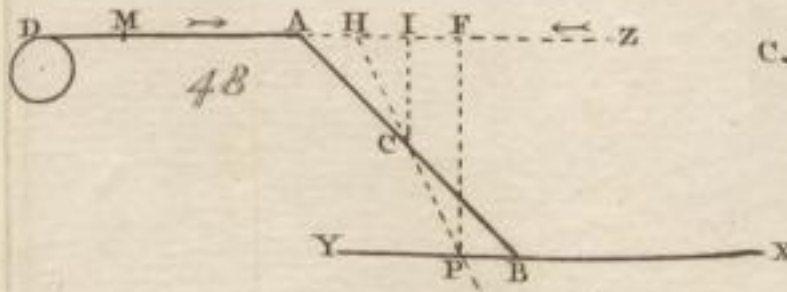
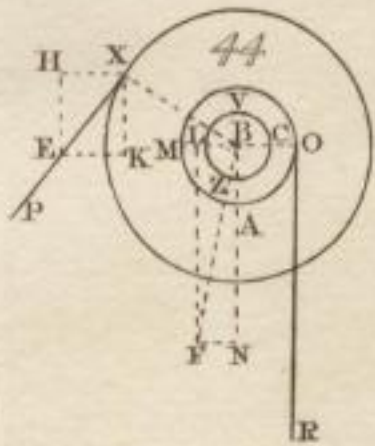
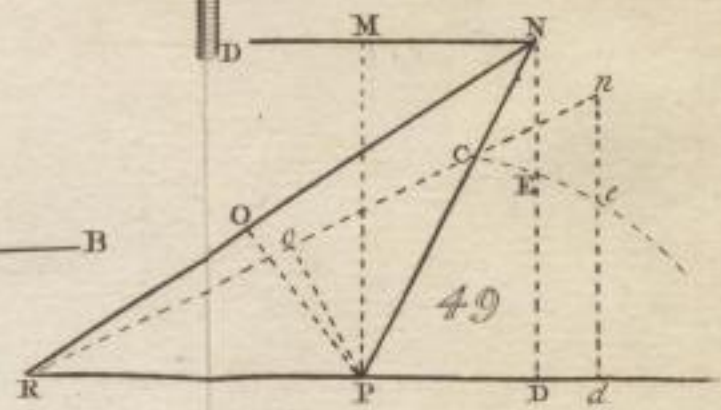
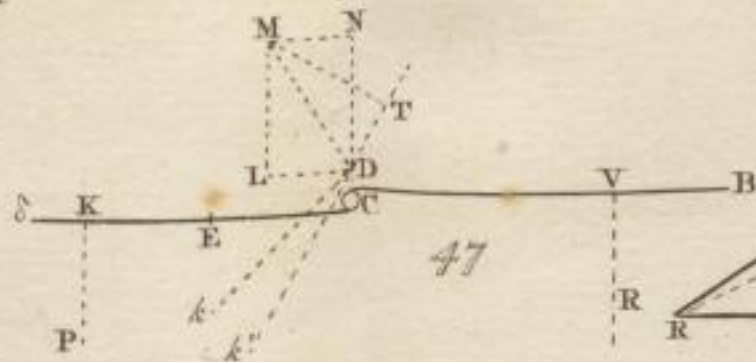
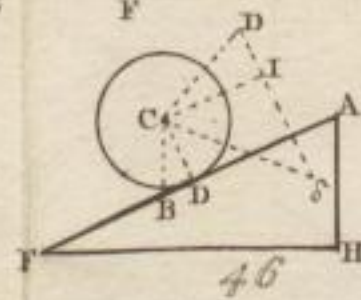
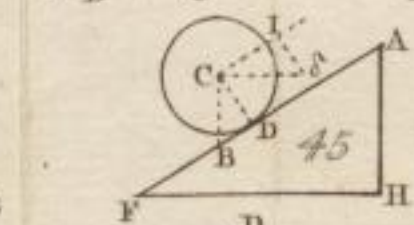
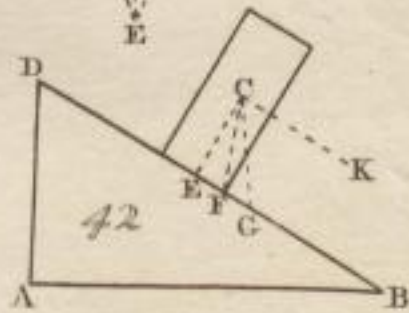
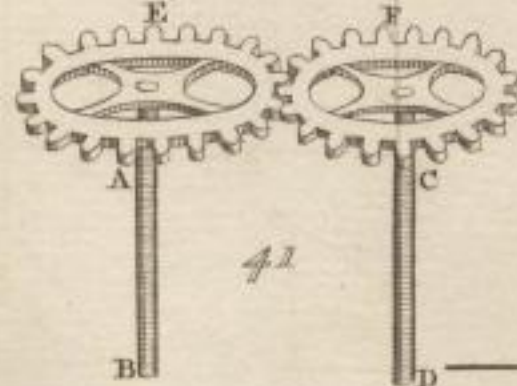
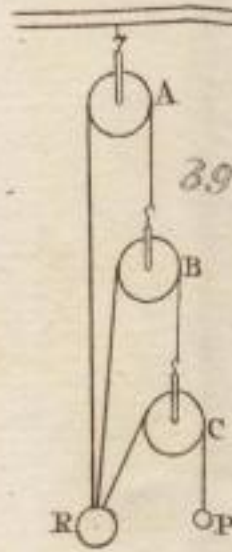
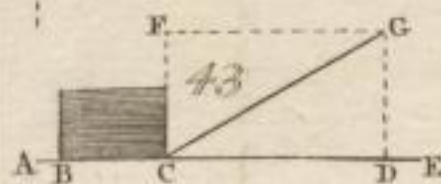
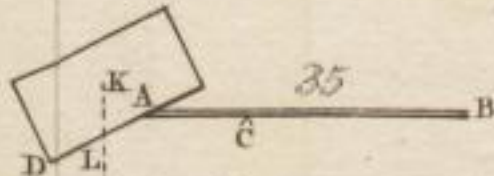
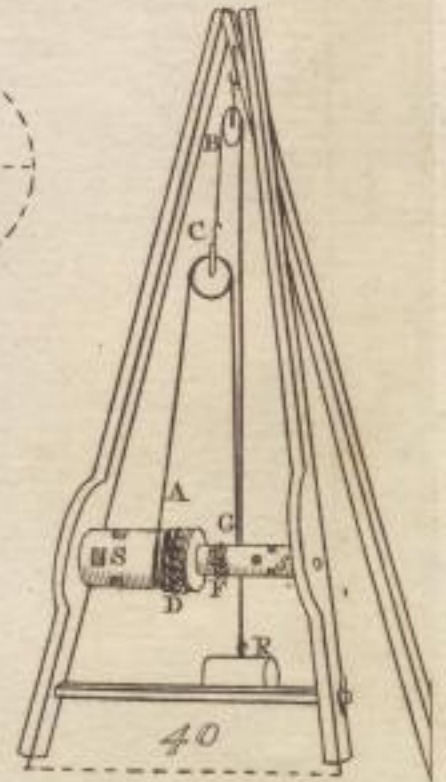
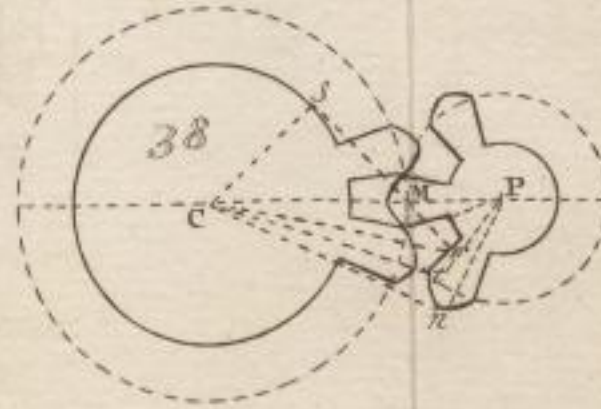
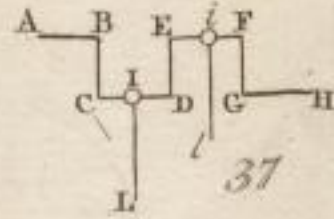
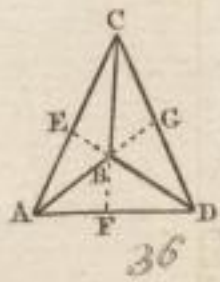
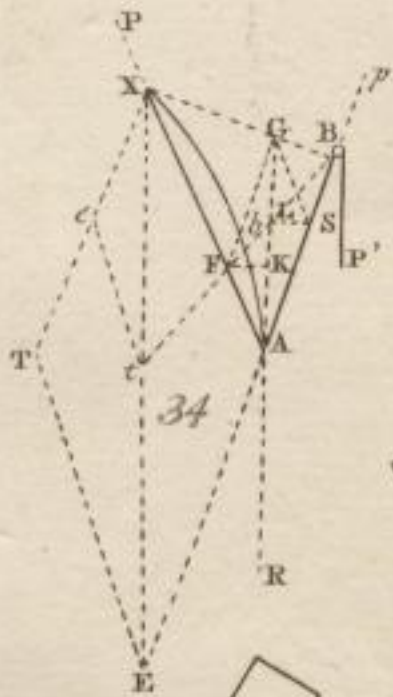
SLUB

Wir führen Wissen.

<http://digital.slub-dresden.de/id467797935/477>

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK
FREIBERG







SLUB

Wir führen Wissen.

<http://digital.slub-dresden.de/id467797935/481>

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK
FREIBERG



