Handschrift I

der AEA.

Text und Entwürfe übertragen nach Handschrift II. der AEA.

A. E. A.

Algebra

~~In~~ Algebram ~~ille ad~~ tria præcipuè considerari debent

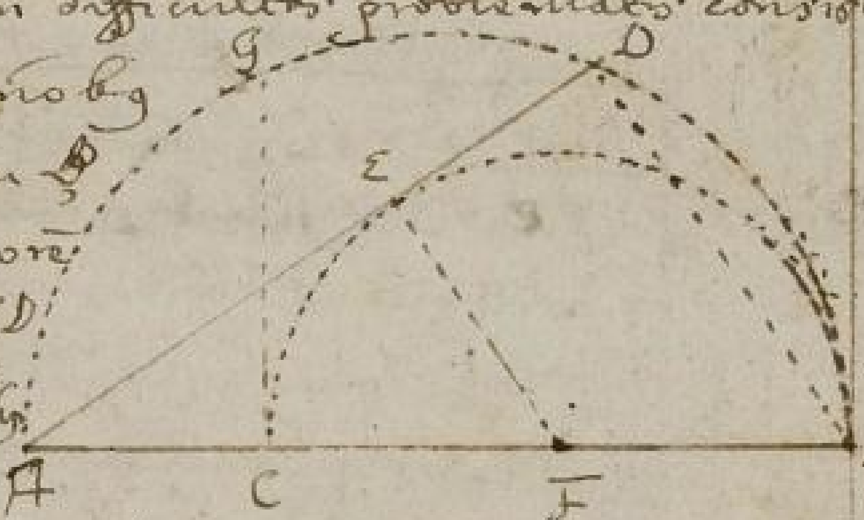
Elementa artis

Applicatio Elementorum in

Resolvendis problematibus ad hoc tria necessaria videntur

Præcognita quædam ut nimirum illud, cum factum consideremus evolvendo quam in re potissimum difficultas problematis consistat

Ut e.g. Problema hocce, positis duobus semicirculis sese Tangentibus in B sibique ducta AD Tangens minorem circulum in E ex datis AE et ED invenire Diametrum AB et BC



Suppono hic jam ut factum hoc est ~~Deinde~~ cum ~~[illegible]~~ si FB habeam, cætera quæsita pateant (quantitas enim BF duplicata exhibebit mihi ~~Diametrum~~ Diametrum CB; ~~ad~~ additis IIbus EF et AE innotescit IIti AF ac proinde etiam ejusdem lineæ quantitas seu ~~[illegible]~~ quæ ~~[illegible]~~ FB Diametrum majoris circuli constituit) video in eo tantum obtinendo præcipuam problematis difficultatem sitam esse, quo habito me facilè cætera obtenturum

Ipsa operatio tria hic consideranda.

1 Notanum omnium ad constructionem necessariorum impositionem, ut facile illarum recordemur, oportet semper in catalogum referre prout supponimus vel mutamus scribendo exempli gratia in proposito problemate AE ∞ a ED ∞ b FB ∞ x etc. Sunt autem illa

Cognitæ seu datæ sic hic AE et ED, pro quibus ordinariè ponuntur priores literæ alphabeti ut hic AE ∞ a et ED ∞ b. quandoque etiam unitas vel

Incognitæ seu quærendæ ut hic FB pro quibus ponuntur posteriores literæ alphabeti sic e.g. pro FB ~~x~~, quandoque etiam

O cætenim notandum quo paucioris [illegible]

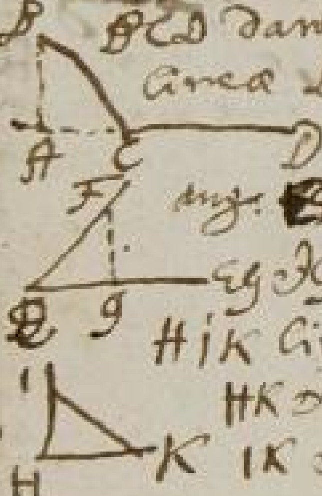
manifesta minoris etc. Notandum autem hic

1 Quandoque etiam ipsum vocari ~~x+y~~ x+y et x−y si in quæstione ~~aliquid~~ est additionem et subtractionem

2 ~~[illegible]~~ incognita quantitas sit invenienda, quæ partes aliquotas habet eidem ~~tione~~ tidem xy et $\frac{x}{y}$ si ~~aliquid~~ loco multiplicationem et divisionem, hoc ideo fieri, ut incognitam seu alteram totaliter illa tanta magna etc.

Videndu[m] e[st] quo ~~whom~~ modo in propositâ quæstione lineæ tam cognitæ quam incognitæ à se invicè dependeant, ut hac ratione plures inveniantur, idq[ue] vel Mech: est:

Si detur sit angulus BCD dantur etiam linea BA et AC



et data ang: ~~EFG~~ similiter EG et GF et angulo HIK linea ~~HI~~ HK et IK vel IK et IH

in usum revocantur sequentes $x+y$ et $x-y$ itidem xy et

$\frac{x}{y}$ ~~fiat hoc autem~~ hunc in finem ut incognitarum altera tolli atq[ue] ita ab una parte æquationis obtineri possit. (~~ut~~ quæ in quæstio: meis q: x et 2). Cæterum notandu[m] quo paucior assumantur eo minoris operæ fore, tot tamen requiruntur vel ex assumptis juxta jam tradenda debent elici quot ad operationem ritè absolvendam necessaria videntur.

Ex cognitis et incognitis elicitæ ~~ut hoc dat fit~~ ante hoc vel

Mechanicè per constructionem sic in præsenti exemplo FE FE et FB ~~fiunt per~~ constructione æquales quæ ideo unoq[ue] per x indigitantur; itidem ob data puncta DB datur etiam linea DD: si datum sit Triangulu[m] constat inde etiam perpendicularis quantitas et si circulus radij ipsiq[ue] atq[ue] ita de cæteris. vid: ♄ et ♃ vid: item in Geom: q: 14.

Arithmeticè per species arithmeticas aut etiam quandoq[ue] per Theorema quoddam arithmeticum sic per additionem erit AD ∞ a+b, per subtractionem data tota AD ∞ a AE ∞ b erit ED ∞ a−b per divisionem data tota CB ∞ 2x dimidia FB ∞ x sic itidem si summa data sit ~~6~~ virorum mulierum et infantum sit x ∞ vir y ∞ Mulier: Ergò ~~In~~ Infantes ∞ 60−x−y Data verò differentia duarum quantitatum 12 sit altera ∞ x (vid: ~~xx in geometri~~ 10 et) ergo altera erit x+12, si autem productum datum sit duarum quantitatum 12; loco unius assume per x altera erit $\frac{12}{x}$ denique sit quotiens duarum quantitatum 12 si ~~una~~ earum vocetur x reliqua ∞ erit 12x; vid: in meis q: prim: ~~in eam deinceps~~.

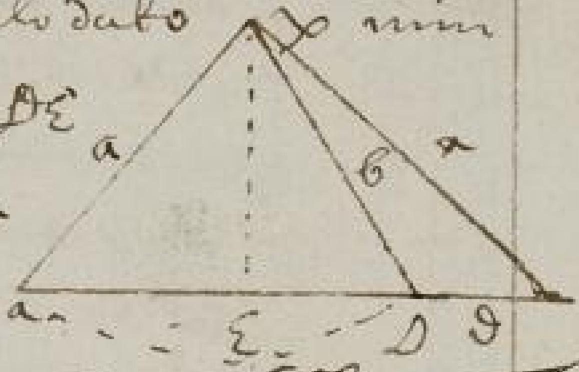
Geometricè per Theorema quoddam Geometricum ~~ag alteri~~ ~~quan~~ factum quod per Algebram inventum ~~est~~ ~~quod~~ sive illorum quæ jam inventa in Euclide traduntur; ubi inprimis observanda propositio 47.

Generalis methodus:

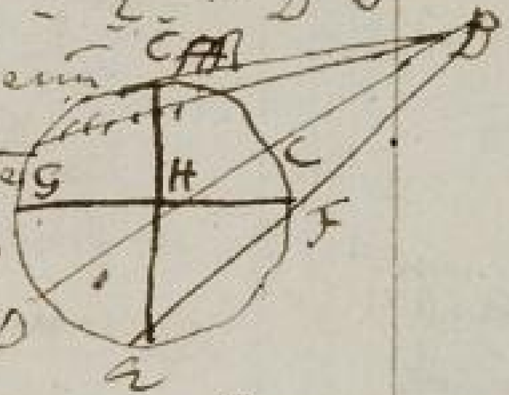
2

Sic datis AE et EF ob eandem propositionem: datur etiam AF $\propto \sqrt{aa+xx}$, et ita ubi ~~per~~ ob similia △ in dato casu poterit inveniri FA dicendo ut DE ad EA sic BF ad FA

hoc est b — ∷ a — ∷ x — ∷ $\frac{ax}{b}$ 3.13 lib. 6. eodem modo si data essent AC $\propto a$ et BC $\propto b$ inveniretur CG $\propto \sqrt{ab}$, per 12 lib. 2. datur etiam linea DE in triangulo dato $\propto$ num.



$\frac{bb+cc-aa}{2c}$ et per 13 ejusdem erit itidem DE $\propto \frac{aa-bb-dd}{2d}$ (vid 23 in Geometricis) sic per 36 lib 3 datis in circulo AC, DB $\propto a$ et CB $\propto b$ poterit inveniri linea AB quae eundem tangit $\propto$ num $\sqrt{ab}$ (vid p. 63) et in eodem



circulo datis 3bus ex quatuor lineis DB, EB, CB et FB quarta invenitur per eandem; denique in eodem circulo intersecantibus se duabus lineis AE et GF ~~eandem~~ datis tribus eandem segmentis, 4tum invenitur per 35 ejusdem libri eodem modo in ~~[illegible]~~ aliis procedendum:

Aequationis inventio dum nullo inter cognitas et incognitas facto discrimine eo ordine quo omnium naturalissime patet juxta ipsum quaestionis praescriptum et ductum procedendum, ut mox unam viam eandem quantitatem duobus modis exprimendi, id quod aequatio vocatur (sic hic cum videam AF posse duobus modis exprimi per proportionem num: et per 47 lib. 1. habebo aequationem) et quidem tot hujusmodi aequationes invenire oportebit quot supposita fuere incognita (vid: in Arith: 108 et in Geom: 52. et 62) vidi p. Geom: 221 de : [illegible] proprietate

Aequatio autem illa vel $\frac{in}{ex}$ ipsa quaestione

Combinetur vid: 62.

Elicietur vel per

Species Arithmeticas dum quantitates quasdam addo vel subtraho, multiplico vel divido, ut aequatio data inde evadat (vid 197. 200. 192 & 10.

~~vel~~ etiam dum ex una aequationis parte aliquid addis aut subtrahis, multiplicas aut dividis ut alteri ab altera aequationis parte posito aequale evadat

Theorema aliquod aequalitatem indicans quorum praecipua

35.l.3 36. lib.3. 47. lib.1: si triang. simili. ~~a lib.6.~~ 4.6ti 13 et 12 Sexundi est. notum

8.l.6. ~~2.l.6~~ 15. et 12 6ti. dum etiam regulis ope Algebrae jam inventis utendum est ad alias et difficiliores inventu investigandas

Comparatione aequationum dum ~~vinias~~ terminis [61] plurium aequationum jam inventarum vel duarum tantum ab una parte ita ordinantur ut eidem quantitati ab altera positae aequales evadant, (hinc n. haec ipsae juxta axioma quae eidem sunt aequalia inter se quoque aequalia sunt) junctae ibidem aequationem constituunt: ~~vel~~ [2] si quantitates compositae pro incognitis assumantur uti sunt $x+y$ et $x-y$ xy et $\frac{x}{y}$ dum ibidem aequationes

vid: 196 in arith: inventae comparatione instituta aut adse invicem addimus vel [ab] subtrahimus, aut in se multiplicamus ~~vel~~ dividimus. Tandem [3] ~~etiam~~ si duae sunt aequationes, ex quarum utraque tam x quam y ad unam aequationis partem reducere licet, ~~vel~~ ipsum in utraque efficias et tunc hae incognitae quantitates inter se comparantur.

Continetur partim partim elicienda adhuc ~~si~~ ~~[illegible]~~ si inveniendum debeat Triangulum Rectang. cujus area debeat esse aequalis summae laterum datur aequatio sed quaedam adhuc juxta modo indigitata inveniendum restat.

Aequationis resolutio haec si necessaria vel

Poterit resolvi hic notanda quaedam ~~ante~~

exempla vide in meis p: 48.

Ante operationem dispiciendum est de ordine resolutionis, ut consideremus qua ratione hic via satis commoda ac convenienti fieri possit praesertim si plures quantitates, quas primo invenire volueris, sit quas secundo quas tertio ibidem et hic quo ordine [utendum] ~~progrediendum~~ unaquaque aequationum reliquarum sive illas [tum] separatim considerando (62) sive ipsas comparando cum aliis (56, 141) ~~ut unaquaque~~ [illegible]

4

ibidem si –
Ut sit $\sqrt{ab}+\sqrt{cd} \propto$ ~~a~~ ~~[illegible]~~ utraque aequationis parte in se ducta proveniet $ab+cd+\sqrt{4abcd}$ $\propto$ ac et terminis [habent] signo radicali ~~et~~ adfectis ~~in~~ altera parte translatis, utraque hinc parte aequationis in se ducta erit $4abcd \propto aacc - 2abc - 2acd + 2abcd + aabb + ccdd$:

In ipsa operatione tria observanda

~~Ipsa~~ aequatio*nis* reductio notes hic finem reductiones eo collimare ut quantitates incognitas ab una parte, cognitas ab altera parte obtineamus, unde fit ut reducendo illas tandem efficiamus similem uni ex sequentibus formulis $z \propto b$, $z^2 \propto az + b^2$, $z^3 \propto az^2 + b^2z - c^3$, $z^4 \propto az^3 + b^2z^2 - c^3z + d^4$ etc. ad hoc autem efficiendum si adsit vel est

Una aut ab utraque parte fractio tunc reducitur ad aliam aequationem institutam per crucem multiplicationem; si ~~ab utraque~~ $\frac{ab}{c} \propto \frac{bx}{d}$ reducitur ad $abd \propto cbx$ et $\frac{ab}{c} \propto \frac{bx}{x}$ reducitur ad $ab \propto bcx$

Nulla fractio et tunc utendum vel

Additione et subtractione hic quantitates per contraria signa in alteram partem transferimus et quidem cum signo − adfectae reductione per additionem, adhibito signo + vero signo autem ~~ut~~ adfectae reductione per subtractionem, adhibito signo −

e.g. $\begin{cases} \text{Additio } z - 3 \propto 12 \;\therefore\; z \propto 15 \\ \text{Subtractio } z + 3 \propto 12 \;\therefore\; z \propto 9 \end{cases}$

~~Aperiens~~ hic notandum est si talis sit aequatio resolvenda $zx + ab - cc - bx \propto 0$ ubi tam cognitae quam incognitae (alicujus) quantitates in altera parte possint, transferri quae transferendae sint, ex quo tamen te dubio valor datam quantitatem liberabit sic hinc 0 fieri poterit aequatio $zx - bx \propto cc - ab$ si ab sit major cc sed $ab - cc \propto bx - zx$ si autem in hac ibidem aequatione impossibile quid occurrat (ut si bx sit major zx) quaestionis hujus resolutionem impossibilem esse scias, in hoc et hoc

Divisione ~~tunc quoque ut~~ aequationis partes utrobique per eandem quantitatem dividantur sic $zz \propto 4z$ diviso utrobique per z erit $z \propto 4$.

Extractione radicis ~~tunc~~ ab utraque aequationis parte extrahitur radix ~~aeq~~ quadrata vel cubica etc. si sit $x^2 \propto 144$ et $x^3 \propto 125$ extractis radicibus hic quadrata illic cubica erit $x \propto 12$ et $x \propto 5$ in altera

Signum radicis extrahendae sive sit fractio ab una sive ab utraque ~~parte~~ sive ~~nulla~~ ex una parte tum ut tollatur signum radiale utraque aequationis pars ~~per~~ *invicem* multiplicationes ~~per~~ *factas* subit quot signum radicale est dimensionum si $\sqrt{ab} \propto 5$ erit $ab \propto 25$ et sic de ceteris. ~~Ultimo~~ observes ~~aequationis reductione~~ si in aequatione duae aut plures incognitae quantitates occurrant unamquamque seorsim ad unam partem aequationis esse reducendam id quod in aequationibus indeterminatis ~~[illegible]~~ usu venit, autem

ultimo in usu reductionis notes sit

nisi expultabit sequens aequatio $y \propto \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}bb + aa}$ ~~tum~~ ablata et translata in alteram parte $\frac{1}{2}b$, i.e. $\frac{b}{2}$ quae provenirent utraque ~~ab utraque~~ parte multiplicat. sequitur $yy - by + \frac{1}{4}bb \propto \frac{1}{4}bb + aa$

Hanc reductionum generale exemplum vide in princip. Math.

T. com in usu unum sig. + et − grata fiunt

hinc colligi potest ~~se~~ ~~regula notanda~~ ~~posse~~ resolvi ~~quae~~ aequatio $y \propto \frac{ab+ac}{d-e}$ ~~ubi~~ constat d minorem esse e. ~~Mutatis~~ Mutatione omnium signorum ipsa reperitur ita ut evadat in ~~pr~~ praesenti exemplo $y \propto \frac{ac-ab}{e-d}$ ex quo si, so sequens facile deducitur si quan. vid Geom. p. 17.

cum multis signum ab utraque parte sunt quae:

cum multis sit etc. ab utraque etc.

nonsequitur reducitur sequens quantitas $yy \propto \sqrt{\frac{1}{2}b} + \sqrt{\frac{1}{4}bb + aa}$ multiplicata cum utraque ~~radicatio~~ parte

5

Ejusdem ad minores terminos reductio quæ fit

Divisione si quis n. in hisce æquationibus omiserit uti divisionibus omnibus quæ fieri possunt ~~ipse~~ quoq infallibiliter ~~habebit~~ [illegible] ~~quæ~~ nebit simplicissimos terminos ad quos æquatio reduci potest sic $\frac{az^3}{zz-aa} \propto \frac{az-aa}{z+a}$ divisis denominatoribus per $z+a$ erit $\frac{z^3}{z-a} \propto \frac{az-aa}{1}$ ac proinde $z^3 \propto az^2-2aaz+a^3$ sic $abc+acd+aag \propto acf$ deletis ubiq seu divisis per ac erit $b+d+g \propto \frac{f}{F}$

Sublatione, si quis quantitates quæ ab utroq æquationis parte iisdem signis vel ab una tantu quæ contrarijs tollat.

Substitutione quantitatis certæ ut si pro $\sqrt{aa-bb}$ substitui- am c quæ loco illius operationē ulterius institue ob calculi prolixitatem evitandam.

Valorum restitutio de qua regula sequens. Quantitatibus aliqui- bus semel inventis (ita ut tæ ab una parte, æquivalentes (licet incognitæ) ab altera parte sint) ô amplius utendū si forte opus sit sed illis æquivalentibus. $\square$ vide pag. in [illegible] de probati[one]

Post operationem resoluta jam æquatione ~~ea~~ ~~ad proportionem~~ ea erit ex proportione si adsit ~~fractione~~ revocanda quidem si formula [illegible] ad indeterminati

Simplices tres in ea casus occurrunt

a In quo Denominator constat ex quantitatibus simplicibus, Numerator autem ex ijs quæ sine reliquo dividi possint. eg. sit $x \propto \frac{ab+ad}{c+d}$ tunc operationem institues juxta regulā proportionum ponens primo loco denominatorē fractionis, tum resoluto numeratorē in partes quæ inter se multiplicatæ eundē iterum restituant, una ex ijs secundo, Tertio altera parte; atq erit quæsitus numerus nim. $c+d \;::\; b+d \;::\; a \;::\; x$ (vid: in Geom: Cartesij p: 351.)

b In quo Denominator constat ex quantitatibus simplicibus Numerator autem ex ijs quæ sine reliquo ô dividi possint e.g. $x \propto \frac{ab}{c+d}$ tunc operatione instituta ut vides, intentū obtinebis dicendo $c+d \;::\; \sqrt{aa+bb} \;::\; \sqrt{aa+bb} \;::\; x$, sic ~~idem~~ eadē ratione ~~hanc~~ ~~conjunctio-~~ nem $x \propto \frac{a+c}{c+d}$ ad proportionē revocabis dicendo $c+d$ :: $a+c$ :: $a+c$ ad x.

(vide hac de re sequen[tem] tertium casum)

O

$\frac{axx}{a-x} \propto \frac{aa+ax}{1}$ divisis numeratoribus per a erit $\frac{xx}{a-x} \propto \frac{a+x}{1}$ vid. p: 162. lin: 23

$\square$ Ejus instituera ~~æquationis~~ legitimè pro [illegible] ter, substitutione jam inventas quantitates pro incognitis ~~ejusq~~ juxta quæstionis [illegible] ~~indicationē~~ præscriptam quæsito satisfacere cognosces, vid in quæ- stiun: [illegible] si id quod provenit fractio sit

O Non aliter procedes si ~~[illegible]~~ talis occurrat æquatio $x \propto \frac{cd+ef}{g}$ dicendo ~~$g :: \sqrt{cd+ef}$~~ $\sqrt{cd+ef} :: x$ quod ~~idem tamen [illegible]~~

suppressione quantitati[s] fieri poterit si numerator [illegible] ut $cd+ef$ ad gh quæ revocasti potest est [illegible] pro cd ... adeo loco $\frac{cd+ef}{gh}$ substitui $\frac{cd+ef}{gh}$ substitui [illegible] et proinde si fiat ut g ad c sic $d+h$ ad gh, x: erit x ~~quæ~~ desiderabas inventa

6

3. In quo nec denominator constat ex quantitatibus simplicibus nec Numerator ex iis quae sine reliquo dividi possunt, ex: $x \infty \frac{acd + adg}{de - cd}$ in hac aequatione ad proportionem revocanda x videndum quaenam litera plurimum omnium in terminis propositis reperiatur (sic hic d quae sese ter prodit, ubi reliquae non nisi bis offenduntur) ~~fa~~ faciendum ut haec quantitas ad deprimendas ~~dimensiones~~ dimensiones in omnibus terminis inveniatur, in quem finem si primo loco ponatur ~~terminus~~ ea quae pluries occurrit (hic d) secundo et tertio loco alternatim, ~~termini~~ qui illa caret (sic hic b et e) tunc operatione juxta regulae ~~proportionis~~ proportionis praecepta, instituta ~~+ta~~ erue(n)tur (sit hic f) qui ductus in primum (df) aequale ~~sit~~ producto numerorum (be) qui positi erant in intermedio loco; si itaque productum hoc extremorum, in aequatione substituatur loco producti intermediorum; habebitur quantitatem desideratam (d) in omnibus terminis existentem (sic $\frac{acd + adg}{de - cd}$) qua ubique deleta ~~erit~~ aequatio $\left(\frac{ac - ag}{e - c}\right)$ ~~d~~ juxta primum casum in proportionem resolvitur (dicendo sicut e ~~-~~ c ad c - g ~~sic~~ sic a ~~ad~~ x) si vero hoc nondum aequatio permittat, saepius iteratis depressionibus utendum usque dum fractio ad primum ~~ad primum~~ casum erit reducta. ~~Dicitque~~ qua dixit sequens vocis expressio quantitatibus symbolicis: vid: p. 160 linea 20. Hyperbolismus vid: Geom: p. 53. 56. 58. 59. 62. 63. 66. item Schotti commentaria p. 161.

Quadraticos vid: p: ✱. ↕ vid: in Geom: 28. vid: 33: 123/34 vid: de locis planis:

Plurium dimensionum.

Non poterit ~~haec~~ plane resolvi haec impossibilis dicitur, patet autem si aequatio proveniat impossibilitatem involvens, hoc est cum jubetur aliquid praestare quod fieri nullo modo potest.

Indeterminata quae quasi intermedia praecedentium species; et fit si libitum inveniantur quod suppositae fuere incognitae, vertamen quicquam eorum omissum, quae in quaestione ~~quae in quaestione~~ nobis indivisibile fuere, omnibusque datis conditionibus satisfactum, tunc autem assumi possunt cognitae pro incognitis quantitates et quidem vel cum

Determinationem ~~certa~~ quanta cum quaratione plures ejusmodi quantitates possint inveniri indicatur ex ultima aequatione. vid: 114. 117. 126.

7

Nulla determinatione et tunc ad arbitrium quaecunque quantitates poterunt assumi, quod dum evenit propositum problema Theorema est, cognoscitur ante ex eo, quod ab utraque parte aequationis ultimo proventae aequales aequalibus notis denotatis quantitatibus proveniant vid: Geom: 45. 46. 47. 50.

Determinatione in quibusdam in quibusdam nulla; et tunc quasdam quantitates ad libitum assumere possumus, caeteras juxta praescriptum aequationis vid: 49. 111. 112. 116. 115. 121.

Commodi habentes ut est solum ~~inveniamus~~ ipsius constructionis aequationum sed et prioris modi duas ad construendum accommodandas aequationes inter manus.

Constructio poterit haec esse vel

Arithmetica quae juxta aequationis indicationem operando facile expedibus

Geometrica ~~hic consideranda constructio aequationum~~

~~Simplicium~~ ubi ~~in~~ considerationem veniunt

~~[illegible]~~ quae aequatio requirit ~~[illegible]~~ constructionem, de quo sequentia ad constructionem varie inveniendam ac proinde eandem saepe facilitandam conducit varia

Quantitatum assumptio et quidem vel

Datarum vid: in Geom: p:16. (vide insuper in Meis 102) 113

Incognitarum vid: in meis [illegible] de quo regula, loco quantitatum ex datis et non datis elicitarum, in omni problemate assumi potest x seu incognita quantitas, cum igitur ex data et incognita plures invenire poterimus lineas, eo solutionum varietas major erit assumpta autem pro certa ex datis et non datis elicita quantitate x, ut quae proventura sit aequatio sciar, in quantitate modo inventa (pro qua x seu incog: quant: assumpseris) restitue ex prima operatione insuper con: [illegible] aequationis inventa aequatione, qui eque incognitam et habebo desideratum.

Ex datis et non datis elicitarum observatis his quae jam modo insinuata vid: 23 propos: in Geom:

H ubi quaedam notanda
1 vide in Meis [illegible] de quo regula est
2 si determinatae magnitudinis linea sit dividenda, potentia [illegible] dici solet loco unius partis assumi x vel ad saepe constructionem maxime facilitat divisa ipsa in duas partes aequales, uni addere ~~quae~~ alteri demi [illegible] de quo vide exempla in meis 16 [illegible]
3 quantitatibus x+y et x-y etc. assumptis constructio variatur de quibus in prioribus ~~[illegible]~~

Aequationis inventio ~~resolutio~~ haec varie varia Theoremata obtineri poterit ~~[illegible]~~ quandoque resolutiones exhibet. F

Aequationis resolutae expressione et

Divisione: sic ~~reg~~ vero aequatio varie potest exprimi vel $x \propto \frac{aa+2ab}{2b}$ vel $\frac{\frac{1}{2}aa+ab}{b} \propto x$ vel $\frac{\frac{1}{2}aa}{b}+a \propto x$ vel etiam $\frac{aa}{2b}+a \propto x$.

Valorum restitutione vid: in meis 36.

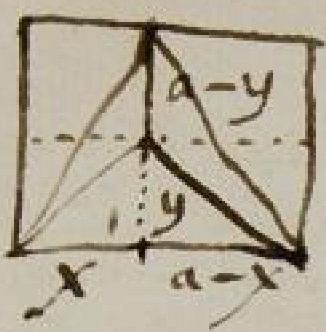
Varia quantitatum ejusdem expressione vid: in Geom: Cartes: p: 387.

F ~~[illegible]~~ diversimode juxta suppositionem ordinari (id quod in subtractionibus locum habet vid: in meis 35)

~~[illegible]~~

Varia fractionum in lineis exhibitione, id quod praecipue in suppositione subest:

8



$\frac{a-y}{a}$
$2a-y$
$a-x$
$\frac{2aa-ay-2ax+xy}{2} \propto \frac{2ax-xy+ay}{2}$

$\frac{a-y}{a}$
$2a-y$
x
$\frac{2ax-xy}{2}$ $\frac{ay}{2}$

$\frac{xy}{2}$ $\frac{ay}{2}$

$2aa+2xy \propto 2ay+4ax$
2

$aa+xy \propto ay+2ax$

$2ax-xy \propto aa-ay$

$x \propto \frac{aa-ay}{2a-y}$

$aa-ay \mid a$
$a-y$
$2a-y \mid 2$
$a-y$

$\frac{2aa-ay-2ax+xy}{2}$ $\frac{2aa-ay}{2} \propto \frac{ay}{2}$

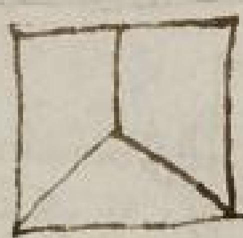
$2aa-ay \propto ay$
$+$
$2aa \propto 2ay$
$2a$
$a \propto y$

$\frac{a-y}{a}$
$2a-y$
$a-x$
$\frac{2aa-ay-2ax+xy}{2}$ $\frac{2ax-xy}{2}$

$\frac{a-y}{a}$
$2a-y$
x
$\frac{2ax-xy}{2}$

$\frac{a-y}{a}$
$2a-y$
$a-x$
$2aa-ay-2ax+xy$

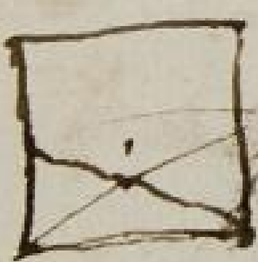
$\frac{2aa-ay}{2} \propto \frac{ay}{2}$
$2aa-ay \propto ay$
$+$
$2aa \propto 2ay$
$2a$
$a \propto y$

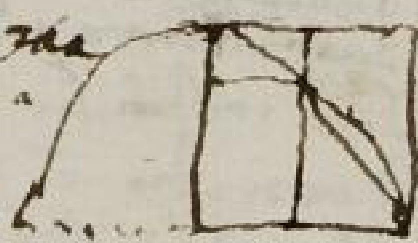


$\frac{a-y}{a}$
$2a-ay$
$a-x$
$\frac{2aa-ay-2ax+axy}{2}$ $\frac{ax-xy}{x}$ 1

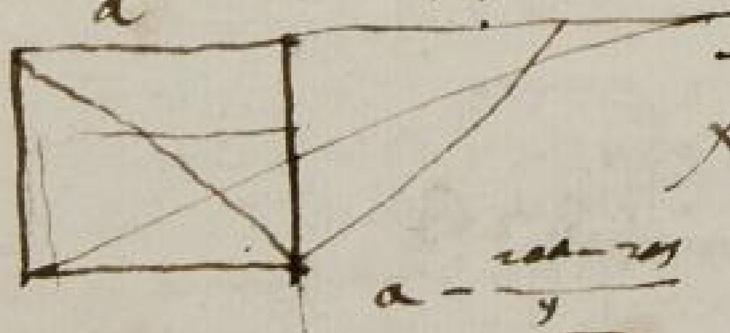
$x+a$
y
$\frac{xy+ay}{2} \propto \frac{2aa-ay-2ax+axy}{2}$
$xy+ay \propto 2aa-ay$
$+$
$xy+2ay \propto 2aa$

$2ay \propto 2aa$
$y \propto a$





a x



$y \propto \frac{2aa}{x+2a}$

$x \propto \frac{2aa-2ay}{y}$

$\frac{4aa}{xx+4ax+4aa} \propto$

$a-\frac{2aa-2ay}{y}$
$2ay-2aa$

$a+x$
$a+\frac{2aa-2ay}{y}$

$\frac{2aa-ay}{y}$ $\frac{aa}{a+x}$

$a+x+a+x$ y $\frac{ax}{a+x}$

$\frac{axx+a^3}{2a+2x} \propto \frac{ax}{x} \; \frac{aa}{1}$
$axx+a^3 \propto 2aax+axx$
aa
$a \propto 2x$
$\frac{a}{2} \propto x$

$\frac{axx+a^3}{2a+2x} \propto \frac{aa}{y+1}$
$axx+a^3 \propto 2a^3+2aax$

$\frac{axx+a^3}{2a+2x}$
$xx \propto 2ax+aa$
$x \propto a+\sqrt{2aa}$

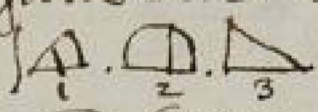
9

In Algebra tria consideranda
Elementa artis
Applicatio Elementorum in
Resolvendis problematibus ad quod requiritur
Incognita
Ipsa operatio in qua tria notanda
Notarum, omnium ad constructionem necessariarum, impositio sunt
Cognitae
Incognitae
Ex cognitis et incognitis eliciter idque
Mechanice
Arithmetice
Geometrice
Aequationis inventio vel in ipsa quaestione
Continetur
Elicitur ex
Speciei Arithmeticae
Theoremate aliquo Geometrico
Comparatione aequationum
Continetur partim partim elicienda ad hu-
Aequationis resolutio ubi quaedam consideranda in
Genere ubi quaedam consideranda
Ante operationem
In ipsa operatione
Ipsa aequationis reductio quidem si adsit
Vna aut ab utraque parte fractio
Nulla fractio et tunc utendum vel
Additione et subtractione
Divisione
Extractione radicis
Signum radicis extrahendae
Ejusdem ad minores terminos reductio quod fit
Divisione
Sublatione
Substitutione quantitatis certae
Valorum restitutio
Post operationem ubi probatio ~~ordinatio~~
Particularis de aequationibus
Simplicibus
Quadraticis
Plurium dimensionum.
Theoria de aequ. ubi nota in Algebra 180, 2 de maximis et 263.
Possibilibus
Impossibilibus
Indeterminatis
Constructio hic consideranda
Invenienda aequatio
Quantitatum varia assumptio

Constructio hic consideranda remanet
Inventa aequatio ad id conducit varia
Quantitatum assumptio quidem vel
Datarum
Incognitarum
Ex datis et non datis elicitarum
Aequationis inventio
Aequationis Resolutio expressum fit
Divisione
Valorum Restitutione
Varia quantitatum suppositione
Media eaque triplicia
Praeparantia, eaque proporti. revocatio in
Simplicibus in quibus 3 casus
Quadraticis
Plurium dimensi.
Sufficientia in
Arithmeticis
Geometricis
Mechanicis
Efficientia
Ipsa materiae ad media applicatio
Inveniendis Theorematibus
Inveniendis Demonstrationibus
Usque applicatorum

10

Media ope quorum hoc efficitur et sunt ~~obvior~~ aut figurae vide: Cartes.

Ipsa ~~applicatio~~ ad media applicatio quae fit in 

Simplicibus ope primum quorum tali modo prima n. conducit ad multiplicandum et dividendum (additio autem et subtractio per se patent) 2 ad radicem ex □ lis extrahenda 3 datis pluribus ~~illis~~ ~~reductionem aliis~~ ex radicem extrahere docet immo et commode et additione et subtractione promovet.

Quadraticis vide Cartes.

Plurium dimensionum eundem vide

Mechanica quae efficitur ope circini proportionatoris, vel aliis instrumentis immo filis; quod ubique ~~[illegible]~~ et qua ratione fieri possit probe distinguendum.

Inveniendis Theorematibus.

Emendis demonstrationibus.

Vel Applicatorum.

*

Constructio hic consideranda veniunt

Inventa aequatio caetera vide

Media eaque triplicia ~~[illegible]~~ ~~fractionibus ablatis~~

Praeparantia ex aequationis ~~[illegible]~~

Ingentia sunt qui

Arithmeticis quinque species sic vulgo dicta

Geometricis eadem sed ope linearum exhibita ~~[illegible]~~ repraesentata in sequentibus + figuris quarum prima conducit caetera vide.

Mechanicis circulus proportionatoris, aliaque instrumenta dictum ~~aequationi~~ constructionis Geometricae ad inventa.

Efficientia ex operationis juxta aequationis indicationem legitima expeditio, eaque tum Arithmeticis

Ipsa materiae ad media applicatio variis exemplis illustrata ~~in~~ aequationibus tum Geom: tum Mechanicis

Simplicibus

Quadraticis

Plurium dimensionum.

*

Aequationis resolutio haec est vel

Generalis, nos in genere quid in omnis aequationis resolutione sit agendum instruens, si ea ~~[illegible]~~ in simplicibus fieri debeat sive in quadraticis aut etiam plurium dimensionum, sive ea etiam ~~sit~~ possibilis sit sive impossibilis aut denique indeterminata. Spectanda autem hic quando sit haec necesse est

Ante operationem post oper: et ~~[illegible]~~:

Particularis quae agit ~~[illegible]~~ particulari de resolvendis aequationibus | simpli | quadr | plurium dimensionum

Propria de aequationibus quae |

Resolvi possunt

Non resolvi possunt } vide caetera

Indeterminatae dicuntur }

Method[us] inveniendi varia problemata hic est; dato aliquo problemate mutari potuerunt

Cognita } mutatis { incognitis } eodem schemate retento
Incognita } mutatis { cognitis } No: ex: de dato rectangulo et data
Cognita et incognita linea ita dividenda ut etc.

Æquatio est vel
Possibilis quae potest resolvi et in qua inveniuntur vel
o Omnes quantitates
Quantitates quaedam quaedam non dicitur indeterminata
Nulla quantitates et tunc problema Theorema est:
Possibilis in quibusdam in quibus data non, ex: dato ~~...~~ numero problematis ~~invenire 4 qui~~ ~~tatem ... et area ... aequale potest quidem inveniri 4 qui~~ aliquo quo in prima conditio sit possibilis ~~...~~ impossibilis
Impossibilis:

Habeo —
Numerum
Numerum a
Duos, etc: numeros
Unum et debeo reliquum invenire ita ut ☐ ex ab uno sit sit x — ex ab non, numma et reliquo numero conficiatur:

---

duas nisi imaginarias existere.

Eodem modo si habeatur $z^3 \infty * - pz - q$ s: $z^3 \, 0 \, zz + pz + q \infty 0$ invenio e priori suppositione 3 falsas radices e posteriori duas veras et unam falsam Quibus inter se collatis ut consensus eorum appareat, invenio aequationem propositam unam tantum admittere radicem nempe falsam, duasque reliquas esse imaginarias. ac proinde esse productam ex multiplicatione 3 radicum

Similiter si fuerit $z^3 \infty * + pz + q$ s: $z^3 \, 0 \, zz - pz - q \infty 0$ quoniam e priori positione invenio duas falsas et unam veram radicem et e posteriori duas itidem falsas et unam veram, cognosco aequationem propositam multiplicatam omnibus radicum quarum duae sunt falsae et una vera productam esse

Non secus, si habeatur $z^3 \infty$ ~~*~~ $+ pz - q$ s: z^3 ~~0~~ $zz - pz + q \infty 0$ video in priori suppositione reperiri duas veras radices cum una falsa, atque in posteriori similiter tot ac tales inveniri, adeo ut concedendum sit ipsam productam esse ex multiplicatione trium radicum quarum duae sint verae et tertia falsa.

Variatione ut verae: verae evadant falsae et falsae verae: fit autem hoc mutando signo omnia + et − quae in secundo, 4to, 6to aliisve locis reperiuntur qui pares numeros designant, reliquis 1, 3tijs et 5ti similiumque locorum qui impares numeros designant immutatis Ut si loco

12

$+x^4 - 4x^3 - 19xx + 106x - 120 \propto 0$

Scribatur

$+x^4 + 4x^3 - 19xx - 106x - 120 \propto 0$ habebitur aequatio, in qua una tantum est vera radix quae est 5 et 3 falsae quae sunt 2. 3. 4.

Variationes hocque ratione, quae quasi quaedam aequationis reducendae praeparatio est: Radicum, quarum vel nobilibus vel ipsis est cognitio

Auctio vel diminutio quantitate aliqua cognita, fitque hoc tantum in locum incogniti termini substituendo alium qui eadem hac quantitate

[illegible] major sit vel minor, eumque ubique primi loco subrogando. Ut si augere velimus 3nario radicem hujus aequationis $x^4 + 4x^3 - 19xx - 106x - 120 \propto 0$

Sumenda est y loco x et cogitandum quantitatem hanc y majorem esse quam x 3nario ita ut $y - 3$ ~~ipsi~~ x sit $\propto$; loco autem xx scribendum est quadratum ex $y - 3$ quod est $yy - 6y + 9$ ~~multiplicaturque 19 erit 19yy + 114y 171~~

Et loco x^3 sumendus est ejus cubus qui est $y^3 - 9yy + 27y - 27$ et denique loco x^4 ponendum est ejus quadrato quadratum quod est $y^4 - 12y^3 + 54yy - 108y + 81$

Unde si scribamus summam praecedentem substituendo ubique y pro x in loco: venit

$$
\begin{array}{rrrrrl}
y^4 & -12y^3 & +54yy & -108y & +81 & \propto x^4 \\
 & +4y^3 & -36yy & +108y & -108 & \propto +4x^3 \\
 & & -19yy & +114y & -171 & \propto -19xx \\
 & & & -106y & +318 & \propto -106x \\
 & & & & -120 & \propto -120 \\
\hline
\end{array}
$$

$y^4 - 8y^3 - yy + 8y \; * \propto 0$ si deleatur ubique y

$y^3 - 8yy - y + 8 \propto 0$ ubi vera radix quae erat 5 jam est 8

Propter ternarium ipsi additum ~~et hoc faciendo quidem augendo ternario~~

Sin vero contra ternario radicem ejusdem aequationis diminuere velimus faciendum $y + 3 \propto x$ et $yy + 6y + 9 \propto xx$ atque ita porro ita ut loco

$x^4 + 4x^3 - 19xx - 106x - 120 \propto 0$

Scribatur

$$
\begin{array}{rrrrrl}
y^4 & +12y^3 & +54yy & +108y & +81 & \propto x^4 \\
 & +4y^3 & +36yy & +108y & +108 & \propto 4x^3 \\
 & & -19yy & -114y & -171 & \propto -19xx \\
 & & & -106y & -318 & \propto -106x \\
 & & & & -120 & \propto -120 \\
\hline
\end{array}
$$

$y^4 + 16y^3 + 71yy - 4y - 420 \propto 0$ e quibus sufficientem est fieri in hoc diminutione ~~aequationis propositae~~ in singulis seriebus loco termini nostri aequationis propositae substitutis, nulla variationem quoad terminos sed quoad signa ~~[illegible]~~ posita esse quae debet esse loca contraria quippe quae contrarijs [illegible] tantum. denique hic notandum est quod dum verae radices aliquae tionis augentes falsas eadem quantitate diminui et contra (Ut hic augendo ternario veram radicem quae erat 5, diminuitur quaelibet ex falsis: ita ut illa quae erat 4 non valeat plus quam 1 et quae erat 3 sit extracta: o et quae erat 2 facta sit vera sitque 1 (cum $-2+3$ faciat 1) Adeo ut in hac aequatione $y^3 - 8yy - y + 8 \propto 0$ non plures quam 3 sint radices, inter quas duae verae existunt utpote 1 et 8 et una falsa quae etiam est 1 Et in hac altera $y^4 + 16y^3 + 71yy - 4y - 420 \propto 0$ una tantum vera quae est 2 (quia $+5-3$ facit $+2$) et 3 falsae quae sunt 5. 6. 7) dum verae ~~augentur~~ diminuit falsas augeri

Et quidem tum has tum illas prorsus evanescere si quantitate ipsis aequali diminuantur; si vero quantitate ipsas superante, tum ex veris falsas evadere et ex falsis veras.

Multiplicatio et divisio, ~~cognitum~~ quibus quidem fit supponendo, quantitatem incognitam, multiplicatam aut divisam per quantitatem quae multiplicare aut dividere debet radices esse aequalem alicui alteri. Deinde multiplicando aut dividendo quantitatem cognitam secundi termini per hanc ipsam quae multiplicare aut dividere debet radices; et per ipsius Quadratum quantitatem tertij et per ipsius cubum Quantitatem Quarti atque ita porro usque ad ultimum idque servire potest ut ad integros ~~Rationales~~ et rationales numeros reducantur fracti, aut saepe etiam surdi qui in aequationum terminis reperiuntur. Ut si habeatur

$x^3 - xx\sqrt{3} + \frac{26}{27}x - \frac{8}{27\sqrt{3}} \propto 0$ et ipsius loco alia desideretur, cuius omnes termini per numeros rationales ~~exprimantur~~ exprimantur; oportet supponere $y \propto x\sqrt{3}$ et multiplicare per $\sqrt{3}$ quantitatem cognitam secundi termini quae est quoque $\sqrt{3}$ et per ipsius Quadratum quod est 3 quantitatem tertij quae est $\frac{26}{27}$ et per ipsius cubum qui est $3\sqrt{3}$ quantitatem ultimi videlicet $\frac{8}{27\sqrt{3}}$ id quod facit $y^3 - 3yy + \frac{26}{9}y - \frac{8}{9} \propto 0$ Deinde si huius loco alia adhuc requiratur in qua quantitates omnes cognitae solis integris numeris exprimantur supponendo $z \propto 3y$ et multiplicando 3 per 3, $\frac{26}{9}$ per 9 et $\frac{8}{9}$ per 27 fiet aequatio

$z^3 - 9zz + 26z - 24 \propto 0$ Ubi cum radices sint 2. 3. et 4 juxta superiora sequitur alterius radices esse $\frac{2}{3}$, 1. et $\frac{4}{3}$ et prioris aequationis $\frac{2}{9}\sqrt{3}$ $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ et $\frac{4}{9}\sqrt{3}$

Ubi porro notandum, quod postquam aequatio quaelibet a fractionibus aut surdis numeris est liberata atque in faciliorem transmutata, fieri non potest, ut ulla ex huius radicibus sive falsis sive veris sit numerus aliquis fractus (ut ex p: 7 Elem: lib: demonstrari potest) Adeo ut si illa deinde sicut (infra de reductione aequationis cubicae dimensio:) ostendetur non dividi potest concedendum sit, nullam ex radicibus sive falsis sive veris numero explicari posse sed omnes esse rationales.

Similiter si proponatur aequatio $y^6 \propto * + 433\frac{1}{3}yy + 1232\frac{16}{27}$, supposito

~~est~~ $x \propto \frac{3}{10} yy$ ~~dimbat~~ æquatio hoc modo $y^6 \propto 0 y^4 - 433\frac{1}{3} yy - 1259\frac{16}{27} \propto 0$
Et multiplicet per num: proportionales $1.\ \frac{3}{10}.\ \frac{9}{100}\ \frac{27}{1000}$

fietque æquatio $z^6 \propto 0 z^4 - 39 zz - 340 \propto 0$ vel
$z^6 \propto * + 39 zz + 340$ cujus radix zz ad præcedentis radicem yy est ut 3 ad 10
Latum, ~~[illegible]~~ quoque interdum æquationes ~~[illegible]~~ grandiores tam prolixos numeros
continent, ut earum resolutio non nisi operosiore industria requirat, in faciliores transmutare beneficio ~~divisionis~~. Ut si fuerit æquatio

$x^3 \propto * + 203125 x + 23437500$ dividenda ipsa est per numeros
~~[illegible]~~ dispositæ $x^3 \propto 0 xx - 203125 x - 23437500 \propto 0$ per numeros proportionales $1.\ 125.\ 15625.\ 1953125$

et prodibit æquatio $y^3 \propto 0 yy - 13 y - 12 \propto 0$ vel $y^3 \propto * 13 y + 12$ cujus radices sunt
$+4 - 3$ et -1 quibus per 125 multiplicatis, exsurgent radices prioris æquationis $+500$
-375 et -125.
Ubi denique operæ pretium est observare de imaginarijs radicibus, ut quamvis illæ augeantur, diminuantur, multiplicentur aut dividentur sicut jam expositum est
tamen non nisi imaginarias fieri posse.
~~Falsas~~ in veras ~~[illegible]~~ in falsas convertio: quod fit augendo juxta
priora ~~valorem~~ verarum radicum quantitate majore aliqua ex falsis, ubi insuper
fit ut quantitas cognita tertij termini quadrato semissis secundi major
fit. Ut si haberetur
$x^6 + n x^5 - 6nn x^4 + 36 n^3 x^3 - 216 n^4 x^2 + 1296 n^5 x - 7776 n^6 \propto 0$
faciendo $y - 6n \propto x$ invenietur

$$
y^6 \left.\begin{matrix} -36n \\ +n \end{matrix}\right\} y^5 \left.\begin{matrix} +540nn \\ -30nn \\ -6nn \end{matrix}\right\} y^4 \left.\begin{matrix} -4320n^3 \\ +360n^3 \\ +144n^3 \\ +36n^3 \end{matrix}\right\} y^3 \left.\begin{matrix} +19440n^4 \\ -2160n^4 \\ -1296n^4 \\ -648n^4 \\ -216n^4 \end{matrix}\right\} y^2 \left.\begin{matrix} -46656n^5 \\ +6480n^5 \\ +5184n^5 \\ +3888n^5 \\ +2592n^5 \\ +1296n^5 \end{matrix}\right\} y \left.\begin{matrix} +46656n^6 \\ -7776n^6 \\ -7776n^6 \\ -7776n^6 \\ -7776n^6 \\ -7776n^6 \end{matrix}\right.
$$

$y^6 - 35 n y^5 + 504 nn y^4 - 3780 n^3 y^3 + 15120 n^4 yy - 27216 n^5 y * \propto 0$:
Quod exemplum quidem instar canonis esse potest ~~simile~~ quid in ~~quibus~~ quibusvis æquationibus signandis
~~observandis~~ ~~aliquid~~ circa ad inveniendam quantitatem, qua veræ radices augendæ sunt. Si n. ex: caus: proposita sit æquatio
$x^5 + a x^5 + b x^4 - c x^3 - d xx + e x + f \propto 0$ oportet neglectis omnibus terminis
in quibus signa + et − diversa sunt ab ijs, quæ in canone reperiuntur nempe
b c et f considerare tantum omnes reliquos ut a d et e ~~[illegible]~~ $a x^5$ quia
in canone habetur $+ n x^5$ et $- d xx$ propter $- 216 n^4 xx$ nec non $+ e x$ quia
in canone $+ 1296 n^5 x$. Qui quidem seorsim considerandi sunt et quærenda

15

quantitas n, quae o sit minor quam a quia in canone habetur ubi in data aequatione est a et cujus quadrato quadratum o sit minus quam $\frac{1}{16}$ d quia in canone habetur $-16n^4$ ubi in data aequatione est nec non cujus hic de solidum o sit minus quam $\frac{1}{1296}$ et quia in canone habetur $1296n^6$ ubi in data aequatione est e, quantitate n sic inventa manifeste ex ipsa operatione demonstratur si ponatur $y - 6n \infty x$ inventum iri quae in prioribus diximus.

Terminorum et quidem

2 termini ablatio fit autem hoc diminuendo veras radices quantitate cognita secundi termini divisa per numerum dimensionum primi, siquidem ex iisdem duobus terminis notatus fuerit signo + et alter signo —, aut augendo illas eadem quantitate si uterque eodem signo fuerit affectus. ut ad tollendum secundum terminum ultimae aequationis

$$y^4 + 16y^3 + 71yy - 4y - 420 \infty 0$$

Divisis 16 per 4 propter quatuor dimensiones termini y^4 provenit rursus 4 hinc facio $z - 4 \infty y$ et scribo

$$\begin{array}{l} z^4 - 16z^3 + 96zz - 256z + 256 \\ \quad + 16z^3 - 192zz + 768z - 1024 \\ \qquad + 71zz - 568z + 1136 \\ \qquad\qquad - 4z + 16 \\ \qquad\qquad\qquad - 420 \\ \hline z^4 * - 25zz - 60z - 36 \infty 0 \end{array}$$

Ubi vera radix quae erat 2 est 6 cum ipsa 4or sit aucta et falsae quae erant 5, 6, 7 tantummodo sunt 1, 2, 3 cum illa 4or sint singulae diminutae

Eodem modo si tollere velimus secundum terminum aequationis

$x^4 - 2ax^3 {+2aa \atop -cc} xx - 2a^3x + a^4 \infty 0$ quoniam divisis 2a per 4 quotiens fit $\frac{1}{2}a$ faciendum est $z + \frac{1}{2}a \infty x$ ac scribendum

$$\begin{array}{l} z^4 + 2az^3 + \frac{3}{2}aazz + \frac{1}{2}a^3z + \frac{1}{16}a^4 \\ \quad - 2az^3 - 3aazz - \frac{3}{2}a^3z - \frac{1}{8}a^4 \\ \qquad + 2aazz + 2a^3z + \frac{1}{2}a^4 \\ \qquad - cczz - accz - \frac{1}{4}aacc \\ \qquad\qquad - 2a^3z - a^4 \\ \qquad\qquad\qquad + a^4 \\ \hline z^4 * {+\frac{1}{2}aa \atop -cc} zz {-a^3 \atop -acc} z {+\frac{5}{16}a^4 \atop -\frac{1}{4}aacc} \infty 0 \end{array}$$

Ubi postquam innotuerit valor ipsius z addendo ipsi $\frac{1}{2}a$ habebitur valor radicis x

Ablatorum terminorum restitutio fit hoc augendo dimensionum numerum alicujus aequationis, ut ex. gr. $x^5 * * * * - b \infty 0$ et desideretur aequatio in qua omnes termini sint completi ubi ea in sex ad 6 dimensiones ascendat oportet primum pro $x^5 * * * * - b \infty 0$ scribere $x^6 * * * * - bx \infty 0$ deinde facta $y - a \infty x$ habebitur $y^6 - 6ay^5 + 15aay^4 - 20a^3y^3 + 15a^4yy {-6a^5 \atop -b} y {+a^6 \atop +ab} \infty 0$ Ubi liquet quod quantula etiam supposita fuerit Quantitas a omnia tamen Aequationis loca o desinit esse repleta.

Quantitatis cognitae alicujus termini in aequatione alicui alteri datae

Adaequatio. Sit si habeatur $x^3 * - bbx + c^3 \infty 0$. et sit quo loco alia sit invenienda in qua ~~quan~~ quantitas cognita tertij termini numerum ea quae hic est bb sit $3aa$ o aut bb supponendum est $y \infty x\sqrt{\frac{3aa}{bb}}$ deinde vero ~~operando~~ juxta ~~regulam~~ quae de Multiplicatione radicum dicta fuere erit vid p. 323.

$y^3 * - 3aay + \frac{3a^3c^3}{b^3}\sqrt{3} \infty 0$ Etenim posita $y \infty x\sqrt{\frac{3aa}{bb}}$ si. $y \infty \frac{ax}{b}\sqrt{3}$ erit

$x \infty \frac{by}{a\sqrt{3}}$ et $xx \infty \frac{bbyy}{3aa}$ et $x^3 \infty \frac{b^3y^3}{3a^3\sqrt{3}}$ quae si in aequatione substituantur habebitur

$\frac{b^3y^3}{3a^3\sqrt{3}} * - \frac{b^3y}{a\sqrt{3}} + c^3 \infty 0$ hoc est communi multiplicatore $3a^3\sqrt{3}$ fiet b^3y^3 $* - 3aab^3y + 3a^3c^3\sqrt{3} \infty 0$ ac proinde communi divisore b^3, erit $y^3 * - 3aay$ $- \frac{3a^3c^3}{b^3}\sqrt{3} \infty 0$ Q.E.D.

Dimensionis; Quod quidem sequenti modo examinando ordine quantitates omnes quae absque fractione ultimi termini ~~[illegible]~~ divisores esse possunt ~~[illegible]~~ termini, ~~[illegible]~~ componere ~~[illegible]~~ ~~totalis summa~~ si contingit ~~[illegible]~~ Dimensiones ejus in tantum minuitur ~~[illegible]~~ ~~[illegible] valorem alicujus ex radicibus. Quemadmodum~~ si quantitas cognita binomij erit una ex radicibus hujus aequationis quod si vero aliqua ultimi termini divisores juncta cum quantitate incognita sub + vel − o [illegible] dividant totam aequationis summam indicio eas o esse radices ~~[illegible]~~ sic in hoc aequatione $x^4 - 4x^3 - 19xx + 106x - 120 \infty 0$ dividi quidem potest per $x-2$ per $x-3$ per $x-4$ et $x+5$ sed nullo modo per x + vel − quacunque alia quantitate id quod ostendit ipsam o posse admittere alias radices; E.g.:

$\frac{x^4 - 4x^3 - 19xx + 106x - 120 \infty 0}{x-2}\left(x^3 - 2xx - 23x + 60 \,\Big|\, \frac{}{x-3}\right. \; xx + x - 20 \,\Big|\, \frac{}{x-4} \; x + 5$

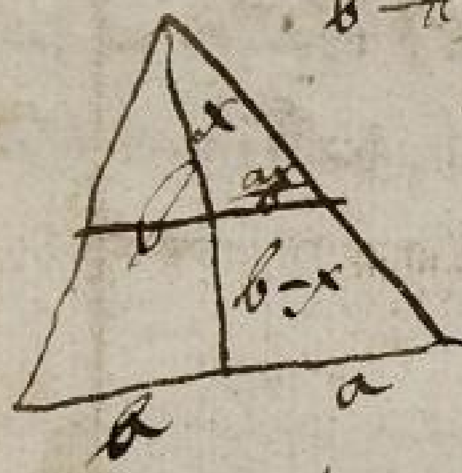
E quibus quoque Dimensionis diminutio percipi potest, cum id quod multiplicatione componitur ut prioribus vidimus, hic divisione resolvatur.

Non aliter procedendum erit si habeatur $y^6 - 8y^4 - 124yy - 64 \infty 0$ cum enim 64 divisores sint 1. 2. 4. 8. 16. 32. et 64, ordine examino hanc aequationem, num dividi possit per aliquod ex binomiis $yy-1$, $yy+1$, $yy-2$ aut $yy+2$, $yy-4$ aut $yy+4$ etc: et invenio dividi posse per $yy-16$ hoc modo

$\frac{y^6 - 8y^4 - 124yy - 64 \infty 0}{yy-16}\left(y^4 + 8yy + 4\right.$ Quod si vero quantitas aliqua supposuisset vel aliquis praecedentium terminorum absque fractione dividi o potuisset manifestum fuisset divisionem nullo modo fieri potuisse

Similiter si habeatur $y^6 \begin{smallmatrix}+aa\\-2cc\end{smallmatrix} y^4 \begin{smallmatrix}-a^4\\+c^4\end{smallmatrix} yy \begin{smallmatrix}-a^6\\-2a^4cc\\-aac^4\end{smallmatrix} \infty 0$ Ultimus terminus absque fractione 17 vid. Græc: Quæstio à Meldæ[?]

dividi posse 2a, aa, aa+cc, a^3+acc et similes sed duas sufficit ex illis considerare nempe aa et aa+cc alias n. cum in quotient. plures pauciores dimensiones exhibeant quam quidem in quantitate cognita simul sunt nunquam reperiuntur ut divisio fieri possit. examinando igitur binomium $yy-aa-cc$ invenitur divisione id illud fieri posse existente quotiente $y+\frac{+2aa}{-cc}$ $yy\frac{+a^t}{+aacc}$ ∞ 0 quod etiam monstrat radice quæsita $= aa+cc$: vid. p. 302. 3. modi et in sequentibus



$b - \pi - a - \pi - x - \frac{ax}{b}$ $\quad \frac{2ax}{b}$ $2a$ $\quad \frac{2ax+2ab}{b}$ $\frac{b-x}{1}$

$\frac{axx}{b} \,\Big|\, \frac{ab}{2} \,\Big|\, \frac{abb-axx}{b}$ $\quad abx - axx + abb - abx$

$\frac{axx}{b} \infty \frac{ab}{2}$ $\quad \frac{axx}{b} \infty \frac{abb \overset{+}{-} axx}{b}$

$2xx \infty bb$
$xx \infty \sqrt{\frac{bb}{2}}$ $\quad x \infty \sqrt{\frac{bb}{2}}$ $\quad \frac{ab}{2} \infty \frac{abb-axx}{b}$

$bb \infty 2bb \overset{+}{-} 2xx$

~~ultimo hic circa æquationis tractionem~~ $2xx$ ~~post~~ $x \infty \frac{bb}{2}$
ante in his ~~eorum~~ in fauces quam ~~quae~~ ~~tenendum~~ ~~est~~ ~~et~~ ~~qui~~ ~~rem~~ nomine multiplicare tantum
æquationum posse ~~vere~~ abbreviari, ~~quo~~ ~~æquationum~~ ~~quas~~ ~~exhiberemus~~, ~~quod~~ ~~est~~ ~~quadrimpolium~~
si tota sint æqualia etiam dupla et subdupla ~~et~~ æqualia
item si totis æqualia auferantur reliqua adæquari (aliter) quæ eidem
æqualia inter se esse æqualia denique potestates quasvis

ut autem quam maxime universale adhibeatur proposita quæstionis solutionem, quicquid est cognitum litera ~~vero~~ talis diversa semper ~~designanda~~, sic quæ ~~latere~~ quadrati x ~~designabitur~~ $\frac{ax^6}{c}$ sicque

$\frac{3^2 \cdot 4}{36}$ $\frac{3}{2}$
32

18