

b) Ein Schenkel des Winkels liegt in der Projektionsebene.

1. Ein rechter Winkel projiziert sich als solcher. (Fig. 7.)

Vor.: $\sphericalangle ABC = R$; BC liegt in \mathbf{P} .

Beh.: $\sphericalangle A'BC = R$;

Beweis: Macht man $BD = BC$ und zieht AD , AC , $A'D$ und $A'C$, so ist zunächst: $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (rechtwinklig und paarweise gleiche Katheten),

hieraus ergibt sich: $AC = AD$ und demnach:

$\triangle AA'C \cong \triangle AA'D$ (beide rechtwinklig,
 $AA' = AA'$, $AC = AD$)

folglich $A'C = A'D$ und somit:

$\triangle A'BC \cong \triangle A'BD$ (drei gleiche Seiten);

Aus dieser Kongruenz ergibt sich, daß $\sphericalangle A'BC = \sphericalangle A'BD$, folglich jeder $= R$ ist; es ist somit

$\sphericalangle A'BC = R$.

Umkehrung: Projiziert sich ein Winkel, dessen einer Schenkel in der Projektionsebene liegt, $= R$, so ist er selbst $= R$.

(Der Beweis wird mit Hilfe von Fig. 7, auf Grund der Kongruenz derselben Dreieckspaare in rückläufiger Reihenfolge geführt.)

2. Ein spitzer Winkel, dessen einer Schenkel in der Projektionsebene liegt, projiziert sich als kleinerer spitzer Winkel, ev. als Winkel von 0° .

Vor.: $\sphericalangle ABC < R$; BC liegt in \mathbf{P} ; (Fig. 8).

Beh.: $\sphericalangle A'BC < \sphericalangle ABC$.

Beweis: Macht man $BD = AB$, DC (innerhalb \mathbf{P}) \perp BD , zieht man ferner AD und AC , so erhält man die beiden Dreiecke ABC und DBC , welche den gegebenen Winkel bez. seine Projektion enthalten und in den die fraglichen Winkel einschließenden Seiten übereinstimmen. Die dritten Seiten dieser Dreiecke sind aber ungleich und zwar ist $AC > CD$, weil nach der Umkehrung des vorigen Satzes $\triangle ADC$ rechtwinklig sein muß, in diesem Dreieck aber AC dem rechten Winkel gegenüberliegt. Da nun $AC > CD$ ist, muß auch $\sphericalangle ABC > \sphericalangle DBC$ sein, oder: $\sphericalangle A'BC < \sphericalangle ABC$.

Steht die Ebene des Winkels senkrecht zur Projektionsebene, so fallen in der Projektion die beiden Schenkel zusammen, d. h. der Winkel projiziert sich $= 0^\circ$.

3. Ein stumpfer Winkel in erwähnter Lage projiziert sich als größerer Winkel, ev. als flacher Winkel (Fig. 9).

Beweis: Der Nebenwinkel zu ABC ist ein spitzer Winkel, dessen einer Schenkel in der Projektionsebene liegt; es ist also