

$$\text{Vor.: } \left. \begin{array}{l} \sphericalangle ABC \\ \sphericalangle BAC \\ \sphericalangle BCA \end{array} \right\} < R.$$

$$\text{Beh.: } \sphericalangle AB'C > ABC;$$

Beweis: Wie bewiesen, muß $\sphericalangle B'AC < BAC$ und $\sphericalangle B'CA < BCA$ sein; da die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt, ist $\sphericalangle AB'C > ABC$. — $\sphericalangle AB'C$ wird um so größer, je kleiner die Summe der Winkel $B'AC$ und $B'CA$ wird.

b) steht einer der Schenkel des spitzen Winkels senkrecht auf s , so ist die Projektion ein größerer spitzer Winkel.

Beweis: Ist in Fig. 12 $\sphericalangle BAC = R$, so muß auch $\sphericalangle B'AC = R$ sein; da in einem Dreieck mit einem rechten Winkel die beiden anderen Winkel spitz sein müssen, ist $\sphericalangle AB'C < R$; $\sphericalangle AB'C$ muß aber größer als $\sphericalangle ABC$ sein, weil $\sphericalangle B'CA < BCA$ ist.

c) schneidet ein Schenkel des spitzen Winkels s unter einem stumpfen Winkel, so ist die Projektion ein spitzer Winkel.

Beweis: Der stumpfe Winkel projiziert sich, wenn einer seiner Schenkel in der Projektionsebene liegt, wieder als stumpfer Winkel; ist also in Fig. 12^b $\sphericalangle BAC > 90^\circ$, so ist auch $\sphericalangle B'AC > 90^\circ$. Hieraus folgt, daß im Dreieck $AB'C$ die anderen Winkel spitz sind, also auch $\sphericalangle A'BC < 90^\circ$ ist.

2. Der rechte Winkel.

Schneiden beide Schenkel die Projektionsebene, so können sie mit s nur spitze Winkel bilden, da die Winkelsumme im Dreieck $2 R$ beträgt. — Es gilt der Satz:

Ein rechter Winkel projiziert sich, wenn seine Schenkel die Projektionsebene schneiden, als stumpfer oder als flacher Winkel.

Beweis: Die Winkel BAC und BCA (Fig. 13) sind größer als ihre Projektionen, es ist also im Dreieck $AB'C$ der dritte Winkel größer als im Dreieck ABC , d. h. $\sphericalangle AB'C > ABC$, oder $\sphericalangle AB'C > R$. — Steht die Ebene des rechten Winkels $\perp P$, so wird $\sphericalangle AB'C = 180^\circ$.

3. Der stumpfe Winkel.

Wie die des rechten, so können auch die Schenkel des stumpfen Winkels s nur unter spitzen Winkeln sich schneiden. — Auf gleichem Weg wie für den rechten Winkel läßt sich die Richtigkeit des Satzes nachweisen:

Ein stumpfer Winkel, dessen beide Schenkel die Projektionsebene schneiden, projiziert sich als größerer stumpfer oder als flacher Winkel.