Aufgaben

aus der

Bergmaschinenlehre

gelöst

von

Adolph Wagner.

Bergacademisches Lehrjahr $18\frac{46}{47}$.

1. Welche Weite hat man einer 5340 Fuß langen Röhrenleitung zu geben, welche bei 8 Fuß Gefälle täglich 7000 Kubikfuß Wasser fortführt.

Heißt der Durchmesser

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(1{,}505\,d + \zeta.\,l)\frac{Q^2}{h}} \text{ Fuß}$$

d. i.

da $l = 5340$

$Q = \frac{7000}{24.60.60}$

$h = 8$ ist:

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(1{,}505\,d + 5340 \cdot \zeta.)\left(\frac{70}{864}\right)^2 \cdot \frac{1}{8}}$$

$$= 0{,}4817 \sqrt[5]{\frac{1843{,}625.\,d + 6541500 \cdot \zeta.}{1492992}}$$

Annähernd ist der Durchmesser, wenn $\zeta.$ vorläufig zu 0,02 angenommen wird:

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{\frac{6541500}{1492992} \cdot 0{,}02}$$

$= 0{,}29601$ Fuß; genauer wird daher schon

$$d = 0{,}4817 \sqrt{\frac{1843{,}625}{1492992} \cdot 0{,}29601 + \frac{6541500}{1492992} \cdot 0{,}02}$$

$= 0{,}29625$ Fuß

Diesem Weite entspricht der Querschnitt

$$F = \frac{\pi d^2}{4}$$
$$= 0,7854(0,29625)^2$$
$$= 0,068818 \text{ Quadratfuß},$$

und die Geschwindigkeit $v = \frac{Q}{F}$

$$= \frac{(70/864)}{0,068818}$$
$$= 1,177 \text{ Fuß},$$

und diesem wiederum der Widerstandscoëfficient $\zeta_1 = 0,0301$. Durch Einführung dieses letztern genaueren Werthes, wird endlich

$$d = 0,4817 \sqrt[5]{\frac{1843,625 . 0,29601 + 6541500 . 0,0301}{1492992}}$$
$$= 0,32140 \text{ Fuß}$$
$$= 3,85680 \text{ Zoll}.$$

2. Um auf einer Strecke von 4785 Fuß Länge eine Wassermenge von 800 Kubikfuß pro min, bei 3 Fuß Gefälle fortzuleiten, will man eine

Kanal mit trapezoidalem Querprofile anwenden; welche Dimensionen sind nun denselben zu geben, wenn man die Böschung $\frac{1}{2}$ anwendet.

Es ist der Querschnitt

$$F = 0,0271\left(\frac{m\,l\,Q^2}{h}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= 0,0271\left(\frac{2,64 \cdot 4985 \cdot \left(\frac{800}{60}\right)^2}{3}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$= 6,1629$ □ Fuß, entsprechend der Geschwindigkeit

$$c = \frac{Q}{F} = \frac{13,3333}{6,0555}$$

$= 2,16$ Fuß, welcher der Widerstandscoefficient $\zeta = 0,00751$ zukommt. Genauer wird daher

$$F = \left(0,00751\,\frac{m\,l\,Q^2}{2gh}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$= 6,14772$ □ Fuß.

Ferner ist die Böschung $\frac{1}{2} = \operatorname{cotg}\varphi$ und der Böschungswinkel

$$\varphi = 63^\circ\,26'\,6''.$$

Aus dem Querschnitte und dem Böschungswinkel des Canales ergiebt sich nun die Tiefe

$$a = \sqrt{\frac{F \sin\varphi}{2 - \cos\varphi}}$$

$$= \sqrt{\frac{6,14772 \sin(63^\circ 26' 6'')}{2 - \cos(63^\circ 26' 6'')}}$$

$= 1,8818$ Fuß, und

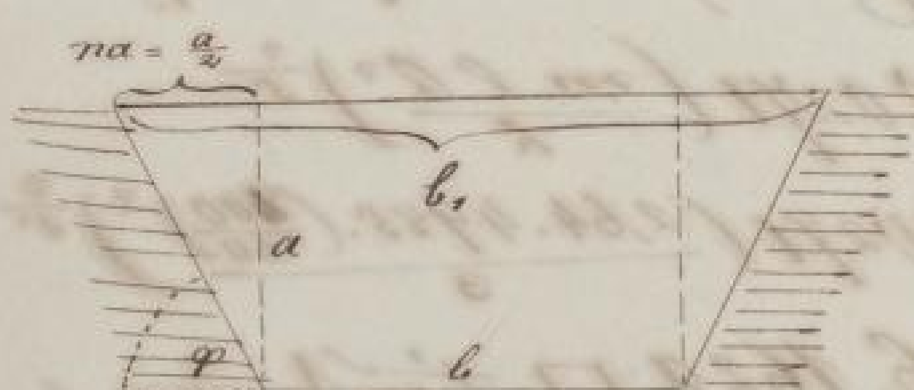
die untere Breite

$$b = \frac{F}{a} - a \operatorname{cotg}\varphi$$

$$= \frac{6,14772}{1,8818} - 1,8818 \cdot \operatorname{tg}(63^\circ 26' 6'')$$

$$= 3,26694 - 0,9409$$

$= 2,32604$ Fuß



3. Es ist für denselben Canal eine Wasserstandsscala anzufertigen, welche die Wassermenge innerhalb der Grenzen 600 bis 1000 Kubikfuß richtig angiebt.

Hierzu benutzt man die Formel

$$\frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a)\left(\frac{3 b_1}{2 F} - \frac{1}{p \sin\varphi}\right).$$

Es ist aber

$$Q = 800$$

$$a = 1,8818$$

$$b_1 = b + a = 4,207$$

$$F = 6,147$$

$$\sin \alpha = 0,894$$

$$p = b + 2\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}$$

$$= b + a\sqrt{5}$$

$$= 2,326 + 1,881\sqrt{5}$$

$$= 6,532$$, daher

$$\frac{Q_1 - 800}{800} = (a_1 - 1,8818)\left(\frac{3 . 4,207}{2 . 6,147} - \frac{1}{6,532 . 0,894}\right)$$

$$= (a_1 - 1,8818) . 0,8554$$

und

$$a_1 = \frac{Q_1 - 800}{800 . 0,8554} + 1,8818$$

$$= \frac{Q_1 - 800}{684,32} + 1,8818$$ Fuß

$Q_1 = 805$ Kubikfuß, giebt

$$a_1 = \frac{805 - 800}{684,32} + 1,8818$$

$= 1,8891$ Fuß.–

$Q_1 = 810$ K. fuß, giebt

$$a_2 = \frac{810 - 800}{684,32} + 1,8818$$

$= 1,8964$ Fuß.–

$a_1 = 1000$ K. Fuß, giebt

$a_{40} = \frac{1000-800}{684,32} + 1,8818$

$= 2,1740$ Fuß. —

$a_1 = 795$ K. Fuß, giebt

$a_{-1} = \frac{795-800}{684,32} + 1,8818$

$= 1,8745$ Fuß. —

$a_1 = 790$ K. Fuß, giebt

$a_{-2} = \frac{790-800}{684,32} + 1,8818$

$= 1,8672$ Fuß. —

$a_1 = 600$ K. Fuß, giebt

$a_{-40} = \frac{600-800}{684,32} + 1,8818$

$= 1,5896$ Fuß. —

Hieraus folgt

$a_1 - a = 0,0073$ Fuß

$a_2 - a_1 = 0,0073$ Fuß

$a - a_{-1} = 0,0073$ Fuß

$a_{-1} - a_{-2} = 0,0073$ Fuß

etc

Die Scala wird also bei einer Länge von $a_{40} - a_{-40} = 0,5844$ Fuß

$= 7,0128$ Zoll

$= 84,1536$ Linien,

in $\frac{1000-600}{5} = 80$ Theile

geschildt, die Wasser-
menge pro min.
bis auf 5 K. Fuß
genau angeben
und jeder Theil der
Skala = 0,0073 Fuß
= 0,0876 Zoll
= 1,0512 Linien
betragen.

Im Febr. 1846 gef. G. M.

E, Man soll die Stärke einer 25 Fuß hohen Futtermauer angeben, welche den Druck eines 35 Fuß hohen Haldensturzes auszuhalten hat.

Ist die Dichtigkeit der Mauer

$\gamma_1 = 2{,}5 . 66 = 165$ Pfund

und die des Haldensturzes

$\gamma = 1{,}5 . 66 = 99$ Pfund,

der Reibungswinkel

$\varrho = 50°$ und die relative Böschung der Mauer: $n = 1/3$.

Um nun ein Umstürzen

der Mauer um die Kante A unmöglich zu machen, muß man die obere Breite

$$b = -nh + \sqrt{\frac{\delta}{3\delta_1} \cdot \frac{(h+h_1)^3}{h}\left[tg\left(45^\circ - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + \frac{1}{3}n^2h^2}$$

$$= -\frac{1}{3}.25 + \sqrt{\frac{9.99}{4.3.165} \cdot \frac{35^3}{25}\left(tg\,20^\circ\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2.25^2}$$

$$= -8,333 + \sqrt{0,45 \cdot 1715 \cdot 0,1324 + 23,15}$$

$$= -8,333 + \sqrt{102,18 + 23,15}$$

$$= -8,333 + \sqrt{125,33}$$

$$= -8,333 + 11,195$$

$= 2,862$ Fuß und die untere Breite

$$b_1 = 2,862 + nh$$

$$= 2,862 + 8,333$$

$= 11,195$ Fuß machen.

Was das Fortschieben der Mauer betrifft, so kann ein solches gar nicht eintreten, da das Gewicht der Mauer (für 1 Fuß Länge) $G = (bh + \frac{1}{2}nh^2)\delta_1$ und die Reibung

$$\tfrac{1}{3}G = \tfrac{1}{3}(hb + \tfrac{1}{2}nh^2)\gamma_1$$
$$= \tfrac{1}{3}(71{,}55 + 104{,}166)\,165$$
$= 9664{,}38$ Pfund ist, während der Druck des Haldensturzes gegen die Mauer nur

$$P = \tfrac{1}{2}(h+h_1)^2\gamma\left[tg\left(45^\circ - \tfrac{\varsigma}{2}\right)\right]^2$$
$$= \tfrac{1}{2}\cdot 35^2\cdot 99\cdot(tg\,20^\circ)^2$$
$= 8171$ Pfund beträgt.

5. Es sollen für eine Thalbrückung von 120 Fuß Länge, 20 Fuß Breite und 50 Fuß Höhe drei Projecte, nämlich eine steinerne, eine hölzerne und eine Gitterbrücke bearbeitet werden.

a.

Project zu einer steinernen Brücke.

Nimmt man, wie Figur I, a. zeigt, 3 halbkreisförmige Gewölbbögen, so ist, wenn deren innerer Halbmesser

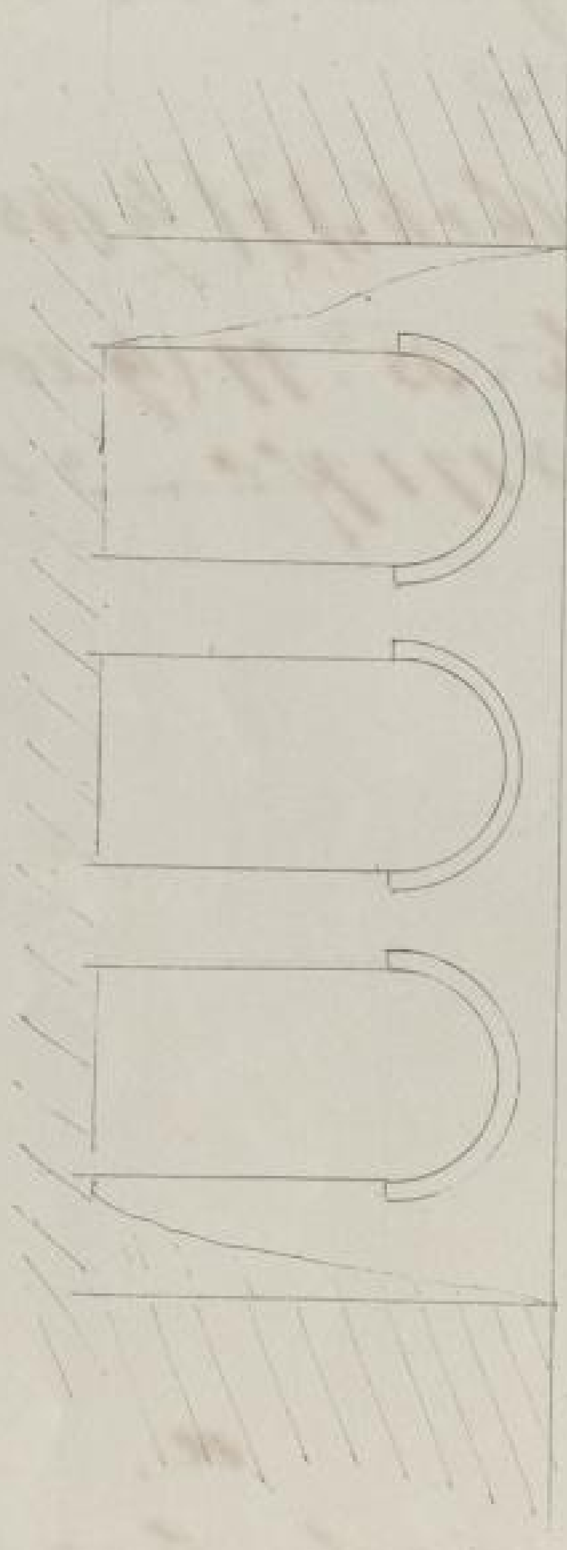


Fig. I, a.

$r_1 = 12\frac{1}{2}$ Fuß ist, nach Perronet denselben eine Stärke zu geben, von

$$d = 0{,}0694 \cdot r_1 + 1$$
$$= 0{,}0694 \cdot 12{,}5 + 1$$
$$= 1{,}9 \text{ Fuß}$$

Reicht die horizontale Übermauerung nur 2 Fuß über den Scheitel der Gewölbbogen hinaus, so kann man sich von der Stabilität dieser Gewölbe folgendermaßen überzeugen. Theilt man die Hälfte eines solchen Bogens in 6 gleiche Theile (Fig. I b), bestimmt deren Inhalte und Schwerpunkte ferner auch die der darüber liegenden Mauertheile, so kann man zuerst die Stabilität in Bezug auf Drehung um eine innere Kante untersuchen.

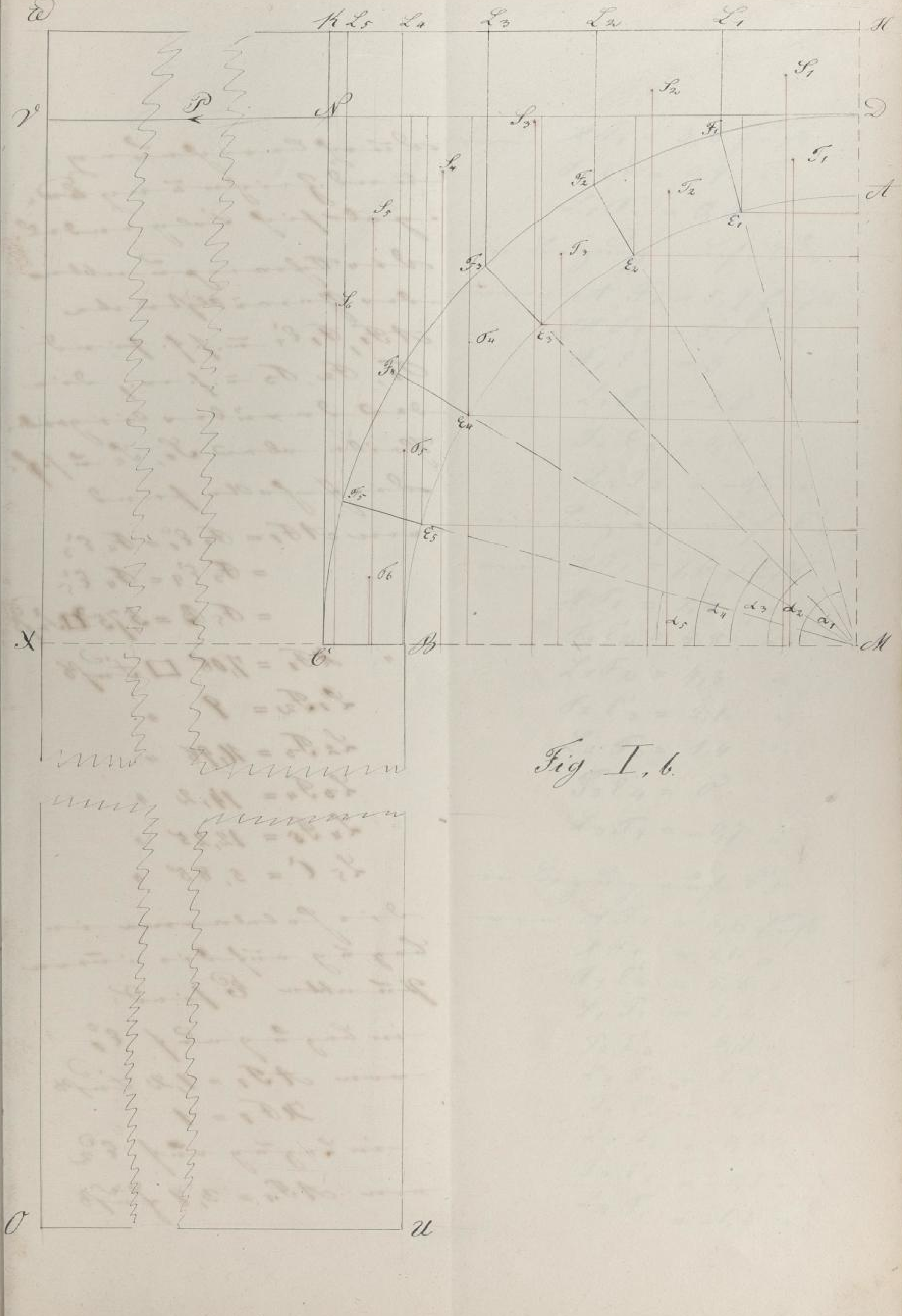

W
K
L5
L4
L3
L2
L1
H
V
P
N
S3
D
S1
S2
F1
T1
S4
F2
T2
A
S5
E1
T3
F3
E2
S6
σ4
E3
F4
E4
σ5
F5
E5
σ6
α5
α4
α3
α2
α1
X
C
B
M
O
U

Fig. I, b.

durch Berechnung und Zeichnung ergaben sich folgende:

Die Schwerpunkte der Gewölbstücke AF_1, F_1E_1' u.s.f. sind S_1, S_2, S_3 u.s.w., die der darüber liegenden Theile aber s_1, s_2 u.s.f.

Die Inhalte sind

von $AF_1 = F_1E_1^0 = F_2E_3'$
$= F_3E_4' = F_4E_5'$
$= F_5B = 5,75$ □ Fuß

" $KF_1 = 7,06$ □ Fuß
$L_1F_2 = 9$ "
$L_2F_3 = 11,98$ "
$L_3F_4 = 14,2$ "
$L_4F_5 = 12,25$ "
$L_5C = 5,85$ "

Die Hebelarme in Bezug auf die innern Punkte E sind:

in Bezug auf E_1^0
von $AF_1 = 1,2$ Fuß
$KF_1 = 1$
in Bezug auf E_2^0
von $AF_1 = 3,8$ Fuß

von $KF_1 = 3{,}6$ Fuß
$F_1 E'_1 = 0{,}9$ "
$L_1 F_1 = 0{,}4$ "
in Bezug auf E^0_3
von $AF_1 = 5{,}9$ Fuß
$KF_1 = 5{,}7$ "
$F_1 E'_1 = 3$ "
$L_1 F_2 = 2{,}5$ "
$F_2 E'_3 = 0{,}4$ "
$L_1 F_3 = -0{,}2$ "
in Bezug auf E^0_4
von $AF_1 = 7{,}6$ Fuß
$KF_1 = 7{,}4$ "
$F_1 E'_2 = 4{,}8$ "
$L_1 F_2 = 4{,}3$ "
$F_2 E'_3 = 2{,}1$ "
$L_2 F_3 = 1{,}4$ "
$F_3 E'_4 = 0$
$L_3 F_4 = -0{,}7$ "
in Bezug auf E^0_5
von $AF_1 = 8{,}6$ Fuß
$KF_1 = 8{,}4$ "
$F_1 E'_2 = 5{,}8$ "
$L_1 F_2 = 5{,}2$ "
$F_2 E'_3 = 3{,}1$ "
$L_2 F_3 = 2{,}4$ "
$F_3 E'_4 = 1{,}1$ "
$L_3 F_4 = 0{,}3$ "
$F_4 E'_5 = -0{,}5$ "
$L_4 F_5 = -1{,}3$ "

in bezug auf B

von $AF_1 = 8{,}9$ Fuß

$HF_1 = 6{,}7$ "

$F_1E'_2 = 6{,}1$ "

$L_1F_2 = 5{,}6$ "

$F_2E'_3 = 3{,}5$ "

$L_2F_3 = 2{,}8$ "

$F_3E'_4 = 1{,}4$ "

$L_3F_4 = 0{,}7$ "

$F_4E'_5 = -0{,}1$ "

$L_4F_5 = -1$ "

$F_5B = -0{,}9$ "

$L_5C' = -1{,}7$ "

Die Abstände der Punkte E^0_1, E'_2, E'_3, E'_4, E'_5 und B von der durch den Scheitel D gehenden Horizontalen DN, sind

= 2,3 Fuß

= 3,3 "

= 5 "

= 7,2 "

= 9,8 "

= 12,6 "

die Winkel welche die Fugen $F_1E''_1$, $F_2E'_2$ etc. mit dem Horizonte einschließen, sind

$\alpha_1 = 75^\circ$

$\alpha_2 = 60^\circ$

$\alpha_3 = 45^\circ$

$\alpha_4 = 30^\circ$

$\alpha_5 = 15^\circ$. —

Man erhält daher folgende Momente in bezug auf die Punkte E^0:

1, das von $(AF_1 + HF_1)$ in bezug auf E^0_1

$= 5,75 . 1,2 + 7,08 . 1 = 13,98$ Fußpfd.

2, das von $AF_1 + HF_1 + F_1E'_2 + L_1F_2$ in bezug auf E'_2

$= 5,75 . 3,8 + 7,08 . 3,6$
$5,75 . 0,9 + 9 . 0,4$
$= 56,113$ Fußpfd

3, das von $AF_1 + HF_1 + F_1E'_2$
$L_1F_2 + F_2E'_3 + L_2F_3$
in bezug auf E^0_3

$= 5,75 . 5,9 + 7,08 . 5,7 + 5,75 . 3$
$9 . 2,5 + 5,75 . 0,4 + 11,98 (-0,2)$
$= 113,935$ Fußpfd

4, das von $AF_1 + HF_1 + F_1E'_2$
$L_1F_2 + F_2E'_3 + L_2F_3 + F_3E'_4 + L_3F_4$
in bezug auf E^0_4

$= 5,75 . 7,6 + 7,08 . 7,4 + 5,75 . 4,8$
$9 . 4,3 + 5,75 . 2,1 + 11,98 . 1,4$

$5{,}75 \cdot 0 + 14{,}2(-0{,}7)$

$= 181{,}299$ Fußpfund

5, das von $AF_1 + HF_1 + F_1E'_2$
$L_1F_2 + F_2E'_3 + L_2F_3 + F_3E'_4$
$L_3F_4 + F_4E'_5 + L_4F_5$
in Bezug auf E'_5

$= 5{,}75 \cdot 8{,}6 + 7{,}08 \cdot 8{,}4 + 5{,}75 \cdot 5{,}8$
$9 \cdot 5{,}2 + 5{,}75 \cdot 3{,}1 + 11{,}98 \cdot 2{,}4$
$5{,}75 \cdot 1{,}1 + 14{,}2 \cdot 0{,}3 + 5{,}75(-0{,}5)$
$12{,}25(-1{,}3)$

$= 265{,}779$ Fußpfund

6, das von $AF_1 + HF_1 + F_1E'_2$
$L_1F_2 + F_2E'_3 + L_2F_3 + F_3E'_4 + L_3F_4$
$F_4E'_5 + L_4F_5 + F_5B + L_5C$
in Bezug auf B

$= 5{,}75 \cdot 8{,}9 + 7{,}08 \cdot 8{,}7 + 5{,}75 \cdot 6{,}1$
$9 \cdot 5{,}6 + 5{,}75 \cdot 3{,}5 + 11{,}98 \cdot 2{,}8$
$5{,}75 \cdot 1{,}4 + 14{,}2 \cdot 0{,}7 + 5{,}75(-0{,}1)$
$12{,}25(-1) + 5{,}75(-0{,}9) + 5{,}85(-1{,}7)$

$= 239{,}960$ Fußpfund,

und sonach folgende Werthe für die Kraft P, welche im Scheitel D nöthig ist, um ein Drehen nach Innen zu verhindern

$$P_1 = \frac{13{,}98}{2{,}3} \cdot \gamma = 6{,}078 \cdot \gamma \text{ Pfund}$$

$$P_2 = \frac{56,113}{3,3} \cdot \gamma = 17 \cdot \gamma \text{ Pfd}$$

$$P_3 = \frac{113,935}{5} \cdot \gamma = 22,78 \cdot \gamma \text{ Pfd}$$

$$P_4 = \frac{181,299}{7,2} \cdot \gamma = 25,18 \cdot \gamma \text{ "}$$

$$P_5 = \frac{265,779}{9,8} \cdot \gamma = 27,12 \cdot \gamma \text{ "}$$

$$P_6 = \frac{239,960}{12,6} \cdot \gamma = 19,04 \cdot \gamma \text{ "}$$

der größte Werth ist also $P_5 = 27,12 \cdot \gamma$ Pfd. Eine Drehung um eine äußere Kante ist hier natürlich nicht möglich, braucht deshalb auch nicht weiter berücksichtigt zu werden. Um ein Herabgleiten der Steine zu verhindern erhält man, wenn der Reibungswinkel $\delta = 30°$ ist, folgende Werthe für die Kraft im Scheitel

$$P_1 = (AF_1 + HF_1)\,\gamma \operatorname{tg}(\alpha_1 - \delta)$$
$$= (5,75 + 7,08)\,\gamma \operatorname{tg} 45°$$
$$= 12,83 \cdot \gamma \text{ Pfd}$$

$$P_2 = (AF_1 + \mathfrak{A}F_1 + F_1E'_2 + L_1F_2) \times tg(\alpha_2 - s)\cdot\gamma$$

$$= (5{,}75 + 7{,}08 + 5{,}75 + 9)\,\gamma\; tg\,30^\circ$$

$$= 15{,}923\cdot\gamma \text{ Pfd}$$

$$P_3 = (AF_1 + \mathfrak{A}F_1 + F_1E'_2 + L_1F_2 + F_2E'_3 + L_2F_3)\,\gamma\; tg(\alpha_3 - s)$$

$$= (3.5{,}75 + 7{,}08 + 9 + 11{,}98)\,\gamma\; tg\,15^\circ$$

$$= 12.140\,\gamma \text{ Pfd}$$

$$P_4 = (AF_1 + \mathfrak{A}F_1 + F_1E'_2 + L_1F_2 + F_2E'_3 + L_2F_3 + F_3E'_4 + L_3F_4) \times \gamma\; tg(\alpha_4 - s)$$

$$= (4.5{,}75 + 7{,}08 + 9 + 11{,}98 + 14{,}2)\; tg\,0\cdot\gamma$$

$$= 0$$

P_5 und P_6 ergeben sich gerade als negativ, da $\alpha_5 = 15^\circ$, $\alpha_6 = 0^\circ$, also $tg(\alpha_5 - s)$ und $tg(\alpha_6 - s)$ negativ sind. —

Die letzteren Werthe sind also sämmtlich kleiner, als der größte derjenigen Kraft, welche nöthig ist (im Scheitel) um eine Drehung um eine äußere Kante zu verhindern und ich nehme daher jenen größten Werth von $P = 27,12 \cdot \gamma$ Pfund als im Scheitel vorhanden an.

Daß ein Hinausschieben der Steine nicht möglich folgt daraus, daß

$$P_1 = \overline{AHK_6CB} \cdot \gamma \, tg(\alpha_6 + S)$$
$$= (6 . 5,75 + 7,08 + 9 + 11,98 + 14,2 \; 12,25 + 5,85) \, \gamma \, tg \, 30^0$$
$$= 54,768 \cdot \gamma \text{ Pfd}$$

$$P_2 = \overline{AHL_5F_5E'_5} \cdot \gamma \, tg(\alpha_5 + S)$$
$$= (5 . 5,75 + 7,08 + 9 + 11,98 + 14,2 \; 12,25) \, \gamma \, tg \, 45^0$$
$$= 83,26 \cdot \gamma \text{ Pfd}$$

$$P_3 = \overline{AHL_4F_4E'_4} \cdot \gamma \, tg(\alpha_4 + S)$$
$$= (4 . 5,75 + 7,08 + 9 + 11,98 \; 14,20) \, \gamma \, tg \, 60^0$$
$$= 113,03 \cdot \gamma \text{ Pfund}$$

$$P_4 = \overline{AHL_3F_3E'_3} \cdot \gamma \, tg(\alpha_3 + S)$$
$$= (3 . 5,75 + 7,08 + 9 + 11,98) \times \gamma \, tg(\alpha_3 + S)$$
$$= 169,09 \cdot \gamma \text{ Pfund}$$

also alle diese Werthe größer sind als der Druck im Scheitel. In den Fugen $F_2E'_2$ u. $F_1E'_1$ ist ein Herausschieben nicht möglich, weil $\alpha+\zeta$ einmal $= 90°$ und das andere Mal $> 90°$ ist.

Der Druck im Scheitel ist also $= 27{,}12 . \gamma$, d.i., wenn $\gamma = 150$ Pfund, $P = 4068$ Pfund. Die Dicke des Gewölbes im Scheitel ist $= 1{,}9$ Fuß, also der Querschnitt pro Fuß Länge

$= 1{,}9 . 144 = 273{,}6$ Quadratzoll und sonach der Druck auf jeden Quadratzoll nur $= \frac{4068}{273{,}6} = 14{,}8$ Pfund.

Was die Stärke der Pfeiler betrifft, welche letztere eine Höhe von 33,6 Fuß bekommen, so ist dieselbe, nach der Formel

$$i = \sqrt{\frac{3{,}8 . P}{\gamma}}$$

$$= \sqrt{3{,}8 . 27{,}12} = 10 \text{ Fuß}$$

wofür bei den Endpfeilern 12 ½ Fuß angenommen wird.

Der Stabilität der Pfeiler anbelangend ist das Moment der Kraft P zum Umstürzen um O (s. Figur I, b.)

$= 4068 . OV = 4068 . 48$

$= 195264$ Fußpfd, oder der Sicherheit halber statt P, 1,9 P eingeführt,

$= 371002$ Fußpfund.

Dem Umstürzen um O entgegen wirken aber die Momente: des belasteten Gewölbes, des Stückes KWXC und das des Pfeilers.

Nun sind, in Bezug auf O, die Hebelsarme

von $AF_1 = 18,9$ Fuß
$KF_1 = 18,7$ "
$F_1E_2 = 16,1$ "
$L_1F_2 = 15,6$ "
$F_2E_3 = 13,5$ "
$L_2F_3 = 12,8$ "
$F_3E_4 = 11,4$ "
$L_3F_4 = 10,7$ "
$F_4E_5 = 9,9$ "
$L_4F_5 = 9$ "
$F_5B = 9,1$ "
$L_5C = 8,3$ "

daher das Moment des belasteten Gerölles

$= 5,75 \cdot 18,9 + 7,08 \cdot 18,7 + 5,75 \cdot 16,1 + 9 \cdot 15,6 + 5,75 \cdot 13,5 + 11,98 \cdot 12,8 + 5,75 \cdot 11,4 + 14,2 \cdot 10,7 + 5,75 \cdot 9,9 + 12,25 \cdot 9 + 5,75 \cdot 9,1 + 5,85 \cdot 8,3$

$= 1260,56 \cdot \gamma$ Fußpfd,

das Moment von $CKWX$

$= KC \cdot \frac{XC^2}{2} = 16,4 \cdot \frac{8,1^2}{2}$

$= 538\,\gamma$ Fußpfd, und

das Moment des Pfeilers

$= OX \cdot \frac{OU^2}{2} = 33,6 \cdot \frac{10^2}{2}$

$= 1680 \cdot \gamma$ Fußpfd

Demnach ist das ganze einem Umstürzen um O entgegenwirkende Moment

$= (1240,56 + 538 + 1680)\gamma$

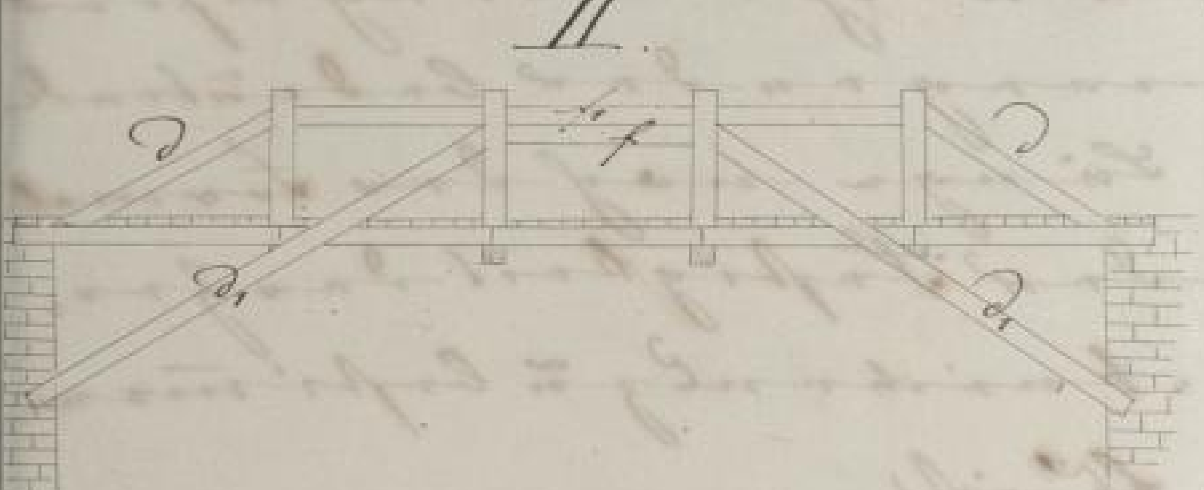
$= 3458,562 \cdot \gamma$

$= 508784,3$ Fußpfund

und also hinreichende Stabilität vorhanden.

Project zu einer hölzernen Brücke.

II.



6.

Beträgt jeder Quadrat-fuß der Brücke sammt Belastung 50 Pfund, so ist das Gewicht der belasteten ganzen Brücke

$G = 50 \cdot 20 \cdot 120 = 120000$ Pfund.

Wendet man nun zusammengesetzte Hängewerke an, wie Figur II zeigt, so hat man auf jeder Seite der Brücke 4, im Ganzen also 8 Hängesäulen, wovon jede 0,1 der ganzen Last aufnimmt, während 0,2 dieser Last von den Seitenmauern unmittelbar aufgenommen werden. Den Hängesäulen ist daher ein Querschnitt zu geben von

$$F = \frac{P}{0{,}1K} = \frac{0{,}1\,G}{0{,}1\,K} = \frac{120000}{3000}$$

$= 40$ Quadratzoll. —

Da die Streben d und d_1

gleiche Neigung haben,
von 26°34', so ist der Schub
in allen Streben

$$S = \frac{0,1\, G^{0}}{\sin\alpha} = \frac{12000}{\sin 26^{0}34'}$$

$= 26831,3$ Pfund, und der
Horizontalschub

$$H = 0,1\, G^{0} \cdot tg\,\alpha$$
$$= 12000\; tg\, 26^{0}34'$$
$$= 23998,3 \text{ Pfund}$$

Die Querschnittsver-
hältnisse der Streben
und Spannriegel sind
wegen der bedeutenden
Länge nach der Formel
der Festigkeit der Zer-
knickung zu bestimmen.
Es ist

$$S = \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{b h^3}{l^2} \cdot \varepsilon, \text{ oder}$$
$$b = h,$$
$$S = \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{h^4}{l^2} \cdot \varepsilon, \text{ folglich}$$
$$h = \sqrt[4]{\frac{12\, S\, l^2}{\pi^2\, \varepsilon}}, \text{ und}$$
$$F = \sqrt[2]{\frac{12\, S.\, l^2}{\pi^2\, \varepsilon}}.$$

Ist der Festig-
keitsmodul $\varepsilon = 1800000$
und nehme ich 20fache
Sicherheit, so hat man
demnach für die Streben,
wenn deren Länge = 27 Fuß,

$$\mathfrak{F} = \sqrt{\frac{12 \cdot 26831{,}3\,(27 \cdot 12)^2}{\pi^2 \cdot \frac{1}{20} \cdot 1800000}}$$

$= 196$ Quadratzoll

Für die Strebe d hat man, wenn deren Länge 54 Fuß ist.

$$\mathfrak{F} = \sqrt{\frac{12 \cdot 26831{,}3\,(54 \cdot 12)^2}{\pi^2 \cdot \frac{1}{20} \cdot 1800000}}$$

$= 256$ Quadratzoll

Die Länge der Spannriegel f ist $= 24$ Fuß, daher deren Querschnitt

$$\mathfrak{F} = \sqrt{\frac{12 \cdot H \cdot l^2}{\pi^2 \cdot \frac{1}{20} \cdot 1800000}}$$

$$= \sqrt{\frac{12 \cdot 23998{,}3 \cdot (24 \cdot 12)^2}{\pi^2 \cdot \frac{1}{20}\, 1800000}}$$

$= 164$ Quadratzoll

Die Länge der Spannriegel f_1 ist $= 72$ Fuß, daher deren Querschnitt

$$\mathfrak{F} = \sqrt{\frac{12 \cdot 23998{,}3\,(72 \cdot 12)^2}{\pi^2 \cdot \frac{1}{20}\, 1800000}}$$

$= 497$ Quadratzoll

Zur Bestimmung des Querschnittes der Unterzüge hat man

$Ql = 8 \cdot 200 \cdot bh^2$. Für Q ist hier $2 \cdot \frac{1}{10}\, G$ einzuführen; setzt man ferner noch $b = \frac{5}{7} h$, so ist $\frac{Gl}{5} = 1600 \cdot \frac{5}{7} h^3$ und daher $h = \sqrt[3]{\frac{7 \cdot Q \cdot l}{5 \cdot 5 \cdot 1600}}$

$= \sqrt[3]{\frac{7 \cdot 120000 \cdot (20 \cdot 12)}{25 \cdot 1600}}$

$= 17,145$ Zoll

und $b = \frac{5}{7} h$

$= 12,245$ Zoll

Die Längenschwellen müssen bei einer Länge von 24 Fuß (von Unterzug zu Unterzug gerechnet) bekommen eine Höhe

$h = \sqrt[3]{\frac{Q \cdot l}{5/7 \cdot 1600}}$

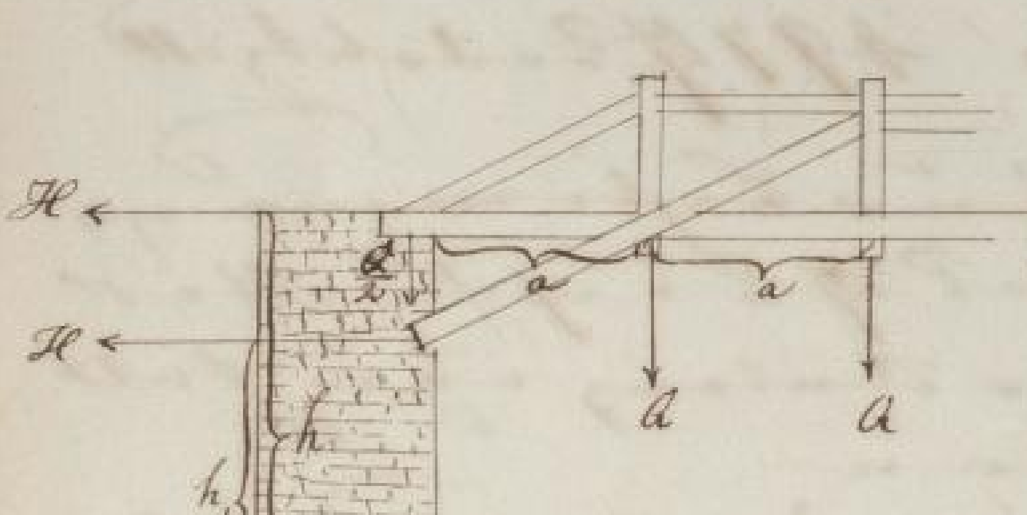
$= \sqrt[3]{\frac{120000 \cdot (24 \cdot 12)}{10 \cdot 5/7 \cdot 1600}}$

$= 14,46$ Zoll und eine Breite

$b = \frac{5}{7} h = 10,33$ Zoll. —

Was die Stärke der Seitenmauern anbelangt, so verfährt man zu deren Bestimmung folgend: damit ein Umkippen um O nicht erfolge hat man zu setzen

$Hh + Hh_1 < \frac{1}{2} h b d^2 \gamma + Q(a+d) + Q(c+a+d) + \frac{Q}{2} d$, oder



$$1{,}9\,H(h+h_1) = \tfrac{1}{2} h b \delta \gamma + Qa + Q\delta + 2Qa + Q\delta + \tfrac{Q}{2}\delta = \tfrac{1}{2} b h \delta \gamma + \tfrac{5}{2} Q\delta + 3Qa$$

$$\delta^2 + \frac{\frac{5}{2}Q}{\frac{1}{2} bh\gamma}\,\delta + \left(\frac{3Qa}{\frac{1}{2} hb\gamma} - \frac{1{,}9\,H(h+h_1)}{\frac{1}{2} hb\gamma}\right) = 0$$

Hieraus folgt

$$\delta = -\frac{\frac{5}{2}Q}{bh\gamma} + \sqrt{\left(\frac{\frac{5}{2}Q}{bh\gamma}\right) - \left(\frac{3Qa}{\frac{1}{2} bh\gamma} - \frac{1{,}9\,H(h+h_1)}{\frac{1}{2} bh\gamma}\right)}$$

Ist nun

$Q = \frac{G}{10} = 12000$ Pfund

$H = 23998{,}3$ Pfund

$b = 15$ Fuß

$h = 50$ Fuß

$h_1 = 38$ Fuß

$a = 24$ Fuß

$\gamma = 150$ Pfund, so folgt durch Einsetzen dieser Werthe

$$\delta = -\frac{\frac{5}{2}\,12000}{50.15.150} + \sqrt{\left(\frac{\frac{5}{2}\,12000}{50.15.150}\right)^2 - \left(\frac{3.12000.24}{\frac{1}{2}.50.15.150} - \frac{1{,}9.23998{,}3(50+38)}{\frac{1}{2}.50.15.150}\right)}$$

$= \delta$ Fuß, wofür aber vielleicht das Doppelte oder Dreifache zu nehmen sein dürfte.

Projekt zu einer Kettenbrücke.

C.

Nimmt man auf die ganze Breite 25 Hängeeisen, so bekommt man $25-1=24$ Theile und daher die Entfernung zwischen je zwei Hängeeisen $=\frac{120}{24}=5$ Fuß. Ist die Bogenhöhe $=12$ Fuß, so folgen die Längen der Hängeeisen, von der Mitte aus gegangen

$0,\ \frac{12}{12^2}=\frac{1}{12},\ 4\cdot\frac{12}{12^2}=\frac{1}{3},$

$9\cdot\frac{12}{12^2}=\frac{3}{4},\ 16\cdot\frac{12}{12^2}=1\frac{1}{3},$

$25\cdot\frac{12}{12^2}=2\frac{1}{12},\ 36\cdot\frac{12}{12^2}=3,$

$49\cdot\frac{12}{12^2}=4\frac{1}{12},\ 64\cdot\frac{12}{12^2}=5\frac{1}{3},$

$81\cdot\frac{12}{12^2}=6\,3/4,\ 100\cdot\frac{12}{12^2}=8\frac{1}{3},$

$121\cdot\frac{12}{12^2}=10\frac{1}{12},\ 144\cdot\frac{12}{12^2}=12$ Fuß.

Addirt man hierzu noch 2 Zoll $=\frac{1}{6}$ Fuß, so erhält man

$\frac{1}{6},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ \frac{11}{12},\ 1\frac{1}{2},\ 2\frac{1}{4},\ 3\frac{1}{6},\ 4\frac{1}{4},\ 5\frac{1}{2},\ 6\frac{11}{12},\ 8\frac{1}{2},\ 10\frac{1}{4},\ 12\frac{1}{6}$ Fuß. —

Die Maximalbelastung der halben Brückenbahn ist $=60\cdot 20\cdot 42=50400$ Pfund; nimmt man noch die Last der vollkommen armirten halben dessen Brückenbahnhälfte abgezogen, so erhält man das Gewicht

$G_1 = 100800$ Pfund

und die Durchschnitts-Summe sämmtlicher Hängestangen der einen Brückenhälfte

$F_1 = \frac{100800}{2190} = 46$ Quadratzoll

Die ganze Brücke hängt an 50 Eisen, es wird demnach der Durchschnitt eines solchen Eisens

$= \frac{2 \cdot 46}{50} = 1{,}84$ Quadratzoll.

Der Quadratur der Parabel zufolge ist die mittlere Länge eines Hängeeisens = ein drittel der Länge des längsten, also

$= \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$ Fuß, + 2 Zoll

$= 4\frac{1}{6}$ Fuß

$= 50$ Zoll, daher ist das Volumen sämmtlicher Hängeeisen

$= 50 \cdot 50 \cdot 1{,}84 = 4600$ Kubikzoll, also das Gewicht derselben

$= 4600 \cdot 0{,}3 = 1380$ Pfund.

Die Hälfte dieses

Gewicht mit der oben gefundenen Last derselben Brückenhälfte vereinigt, folgt

$$G' = 100800 + 690$$
$$= 101490 \text{ Pfund}$$

Nach der Formel

$$F = \frac{G'}{K \sin\alpha - b\left(1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right)\gamma}$$

folgt endlich der Querschnitt der Spannketten, wenn

$G' = 101490$ Pfund

$K = 17500$

$b = 60.12 = 720$ Zoll

$\frac{a}{b} = \frac{12}{60} = 0{,}2$

$\gamma = 0{,}3$

$\sin\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2+4a^2}} = \frac{24}{\sqrt{60^2+4.12^2}}$

$= 0{,}3715$ ist,

$$F = \frac{101490}{17500 \cdot 0{,}3715 - 720\left(1+\frac{2}{3}\,0{,}2^2\right)0{,}3}$$

$= 16{,}69$ Quadratzoll, wobei 4 Spannketten der Querschnitt jeder Kette $= 4{,}1725$ Quadratzoll.

Setzt man zu dem Gewichte G' noch das halbe Gewicht sämmtlicher Spannketten $= F b\left(1+\frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right)\gamma$

$= 16,69 \cdot 720\left(1+\frac{2}{3}\left(\frac{12}{60}\right)^2\right)0,3$
$= 3700,8$ Pfund, so
erhält man
$G_2 = 105190,8$ Pfund;
hieraus ergiebt sich
nun die vollständige
Kettenspannung
am Ende

$$S = \frac{G_2}{\sin\alpha}$$
$$= \frac{105190,8}{0,3715}$$
$$= 283151,5 \text{ Pfund}$$

Die Spannung S
sucht die Widerlags-
mauer um die Kante
C^2 zu drehen und wirkt
dabei am Hebelarme

$$C^2N = CD\sin\alpha$$
$$= l\sin\alpha.$$

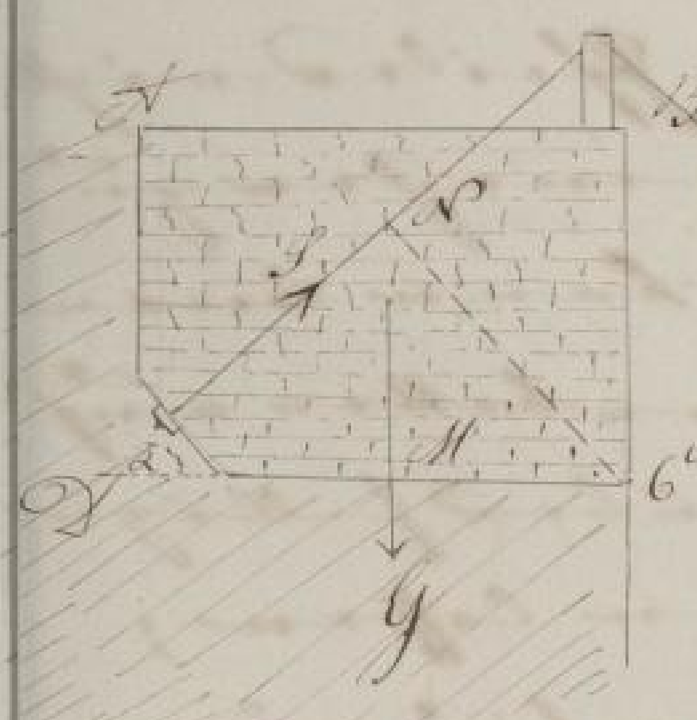
Das Gewicht G der
Mauer wirkt aber
mit dem Momente

$$G.CM = hdl\gamma.\frac{l}{2}$$
$$= \frac{1}{2}hdl^2\gamma$$

Für den Gleichge-
wichtszustand müßte
nun sein

$$Sl\sin\alpha = \frac{1}{2}hdl^2\gamma, \text{ d.i.,}$$

Es fehlt die Zeichnung der Kraft selbst



$l = \frac{2 S \cdot \sin\alpha}{h \cdot d \cdot \gamma}$, wofür aber der Sicherheit halber vielleicht das Dreifache zu nehmen sein dürfte, also

$l = \frac{6 S \sin\alpha}{h \cdot d \cdot \gamma}$, d. i., wenn $h = 15$ Fuß
$d = 15$ Fuß
$\gamma = 140$ Pfund
$\sin\alpha = 0{,}3715$ ist,

$$l = \frac{6 \cdot 283151{,}5 \cdot 0{,}3715}{15 \cdot 15 \cdot 140}$$
$= 20$ Fuß. —

Um die Pfeiler nicht zu stark machen zu müssen, kann man die Spannketten auf Rollen über die Pfeiler weggehen lassen; verhalten sich nun deren Halbmesser zu dem Zapfenhalbmesser wie $\frac{1}{4}$ und ist der Reibungscoefficient $f = \frac{1}{4}$, so ist die Zapfenreibung zwischen den Rollen, wenn die Verticalkraft der belasteten Kettenbrücke

$V = 105190{,}8$ und

die der unbelasteten

$V_1 = V - 50400$
$= 54790{,}8$ Pfund

ist

$$R = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}(105190{,}8 + 54790{,}8)$$
$$= 9998{,}8 \text{ Pfund.}$$

Ist ferner die Pfeilerhöhe $= 13$ Fuß, die dicke 4 Fuß und die Dichtigkeit der Mauermasse $= 130$ Pfund, so hat man

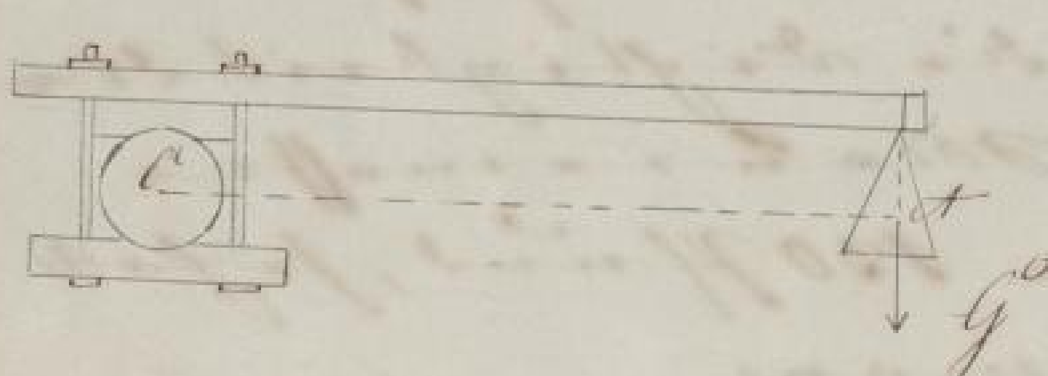
$$b^2 + \frac{105190{,}8 + 54790{,}8}{4 \cdot 13 \cdot 130} b = \frac{2 \cdot 9998{,}8 \cdot \cos\alpha}{4 \cdot 130}$$

$$b^2 + 23{,}6 \cdot b = 34{,}6$$

$$b = \frac{34{,}6 - b^2}{23{,}6} = 1{,}33 \text{ Fuß}$$

wofür der Sicherheit halber $3 \times 1{,}33 = 4$ Fuß zu nehmen sind.

6, Wenn die Leistung eines Wasserrades zu ermitteln, hat man Bremsversuche an demselben angestellt und dadurch Folgendes gefunden. Umdrehungszahl der Welle pro min. $5\frac{1}{2}$, Gewicht G^o in der Wagschaale = 410 Pfund, Hebel von $CA = 8{,}5$ Fuß.



Ist die Winkelgeschwindigkeit der Welle

$$\varepsilon = \frac{2\pi u}{60} = \frac{\pi u}{30}$$

$$= \frac{3{,}141 \cdot 5{,}5}{30} = 0{,}57585,$$

so hat man die Leistung

$$L = G^o \cdot CA \cdot \varepsilon$$

$$= 410 \cdot 8{,}5 \cdot 0{,}57585$$

$= 2006{,}8$ Fußpfd

= circa 4 Pferdekräfte.

... April 1847 ges.

J. W.

7. Man hat bei einem Bache von 32 Fuß Breite und 2,25 Fuß mittlerer Tiefe ein Wasserquantum von 354 Kubikfuß gefunden und gedenkt dessen Spiegel durch ein Überfallwehr um 3,25 Fuß zu erhöhen; welche Wehrhöhe ist dazu nöthig und welchen Aufstau wird dieser Einbau 2500 Fuß oberhalb des Wehres hervorbringen? —

Da die Aufstauung ziemlich groß ist, so läßt sich erwarten, daß der Überfall ein vollkommener ist, und es genügt deshalb die Wehrhöhe nach der einfachen Formel

$$x = a + h_1 - \left(\frac{3Q}{2\mu b\sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

zu bestimmen, worin die alte Wassertiefe $a = 2{,}25$, die Stauhöhe $h = 3{,}25$, die Wassermenge $Q = 354$, die Breite des Baches $b = 32$, und der Coefficient $\mu = 0,8$ zu setzen ist, so daß

$$x = 2,25 + 3,25 - \left(\frac{3 \cdot 354}{2 \cdot 0,8 \cdot 32 \cdot 7,906}\right)^{2/3}$$
$$= 5,5 - 1,9$$
$$= 3,6 \text{ Fuß}$$

wird. Das Wehr wird also noch $3,6 - 2,25 = 1,35$ Fuß über den alten Wasserspiegel hervorragen und demnach einen vollkommenen Ueberfall erhalten müssen.

Ohne Aufstauung ist die Geschwindigkeit des Wassers

$$c = \frac{Q}{F} = \frac{354}{32 \cdot 2,25} = 4,916 \text{ Fuß},$$

daher der entsprechende Widerstandscoefficient $\zeta = 0,00745$ und die Neigung des Grundbettes

$$\sin\alpha = 0,00745 \, \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g},$$

die, wenn der mittlere

Umfang des Quer-
profiles $p = 32 + 2 \cdot 2\frac{1}{4}$
$= 36,5$ Fuß,
der Querschnitt $b = 32 \cdot 2\frac{1}{4}$
$= 72$ Quadratfuß ist,

$$\sin\alpha = 0,00745 \cdot \frac{36,5}{72} \cdot \frac{4,916^2}{62,5}$$
$$= 0,00146.$$

Nach der Formel

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(\sin\alpha - \varepsilon \frac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}\right) l}{1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}}$$

läßt sich nun die Senkung des auf-gestauten Wassers auf gewisse Längen (l) aufwärts bestimmen. Setzt man zuerst

für die Wassertiefe am Wehre
$$a_0 = 2,25 + 3,25 = 5,5 \text{ Fuß}$$
für die Breite des Bettes
$$b_0 = 32 \text{ Fuß}$$
" den Umfang des Profiles am Wehre
$$p_0 = 32 + 2 \cdot 5,5 = 43 \text{ Fuß}$$

Für die Geschwindigkeit desselben

$$v_0 = \frac{354}{32 . 5,5} = 2,011,$$

der den Coefficient

$\zeta = 0,0075$ entspricht, so erhält man für die Länge $l = 500$ Fuß aufwärts, die Senkung

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(0,00146 - 0,0075 \frac{43}{5,5 \cdot 32} \cdot \frac{2,011^2}{62,5}\right) 500}{1 - \frac{2}{5,5} \cdot \frac{2,011^2}{62,5}}$$

$$= \frac{(0,00146 - 0,00012)}{1 - 0,0235} \cdot 500$$

$= 0,686$ Fuß; demnach beträgt hier die Aufstauung noch

$3,25 - 0,686 = 2,564$ Fuß.

Setzt man ferner

für $a_0 = 2,25 + 2,56$
$= 4,814$

$b_0 = 32$

$p_0 = 32 + 2 \cdot 4,814$
$= 41,628$

$v_0 = \frac{354}{32 . 4,814} = 2,298$, also

$\zeta = 0,0075$

so erhält man auf einer abermaligen Länge von 500 Fuß aufwärts, die Senkung

$$\alpha_0-\alpha_1=\frac{\left(0{,}00146-0{,}0075\cdot\frac{41{,}628}{4{,}814\cdot 32}\cdot\frac{2{,}298^2}{62{,}5}\right)500}{1-\frac{2}{4{,}814}\cdot\frac{2{,}298^2}{62{,}5}}$$

$$=\frac{0{,}00146-0{,}00017}{1-0{,}03510}\cdot 500$$

$= 0{,}668$ Fuß, so daß die Aufstauungshöhe, also 1000 Fuß oberhalb des Wehres, noch $2{,}564-0{,}668=1{,}896$ Fuß beträgt.

Nimmt man nun ferner

$\alpha_0 = 2{,}25+1{,}896 = 4{,}146$

$b_0 = 32$

$p_0 = 32+2\cdot 4{,}146 = 40{,}29$

$v_0 = \frac{354}{32\cdot 4{,}146} = 2{,}665$, ferner

$\zeta = 0{,}0075$, so ist auf abermaligen 500 Fuß aufwärts die Senkung

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(0{,}00146 - 0{,}0075 \cdot \frac{40{,}29}{4{,}146 \cdot 32} \cdot \frac{2{,}665^2}{62{,}5}\right) 500}{1 - \frac{2}{4{,}146} \cdot \frac{2{,}665^2}{62{,}5}}$$

$$= \frac{(0{,}00146 - 0{,}00026)\,500}{1 - 0{,}054822}$$

$= 0{,}634$ Fuss.

1500 Fuß oberhalb des Wehres beträgt demnach der Aufstau noch $1{,}896 - 0{,}634$
$= 1{,}262$ Fuss

Setzt man ferner

$a_0 = 2{,}25 + 1{,}262 = 3{,}512$

$b_0 = 32$

$p_0 = 32 + 2 \cdot 3{,}512 = 39{,}024$

$v_0 = \frac{354}{32 \cdot 3{,}512} = 3{,}15$ und

den entsprechenden Coëfficienten $\zeta = 0{,}00749$, so erhält man die Senkung für 2000 Fuss oberhalb des Wehres

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(0{,}00146 - 0{,}00749 \cdot \frac{39{,}024}{3{,}51 \cdot 32} \cdot \frac{3{,}15^2}{62{,}5}\right) 500}{1 - \frac{2}{3{,}512} \cdot \frac{3{,}15^2}{62{,}5}}$$

$$= \frac{(0{,}00146 - 0{,}00041)\,500}{1 - 0{,}0905}$$

$= 0{,}577$ Fuss

und den Aufstau daselbst noch

$1,262 - 0,577 = 0,685$ Fuß.

Endlich erhält man die Senkung 2500 Fuß oberhalb des Wehres, wenn man setzt

$a_0 = 2,25 + 0,685 = 2,935$

$b_0 = 32$

$p_0 = 32 + 2 . 2,935 = 37,87$

$v_0 = \frac{354}{32 . 2,935} = 3,76$ und

demnach $\zeta = 0,00747$,

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(0,00146 - 0,00747 \frac{37,87}{32 . 2,935} \cdot \frac{3,76^2}{62,5}\right) 500}{1 - \frac{2}{2,935} \cdot \frac{3,76^2}{62,5}}$$

$$= \frac{(0,00146 - 0,00068) . 500}{1 - 0,1451}$$

$= 0,456$ Fuß, und daher die verlangte Stauhöhe 2500 Fuß oberhalb des Wehres

$= 0,685 - 0,456$

$= 0,229$ Fuß

$= 2\ 3/4$ Zoll

d. Für ein Gefälle von 25 Fuß und für ein Wasserquantum von 9,5 Kubikfuß pro sec. ist die Anordnung und Berechnung eines oberschlächtigen Wasserrades zu vollziehen.

Soll das Rad pro Minute $u = 5$ Umdrehungen machen, und tritt das Wasser $12^\circ = \Theta$ unter dem Scheitel ins Rad, so ergiebt sich, wenn $x = \frac{c}{v} = \frac{3}{2}$, wo c die Geschwindigkeit des Wassers beim Eintritte in das Rad, v aber die Anfangsgeschwindigkeit des Rades bezeichnet, – der Halbmesser des Rades

$$a = \frac{\sqrt{0{,}000772\,(xu)^2 h + (1+\cos\Theta)^2} - (1+\cos\Theta)}{0{,}000386\,(xu)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{1{,}0856+3{,}9125} - 1{,}9781}{0{,}0217} = \frac{2{,}2356 - 1{,}9781}{0{,}0217}$$

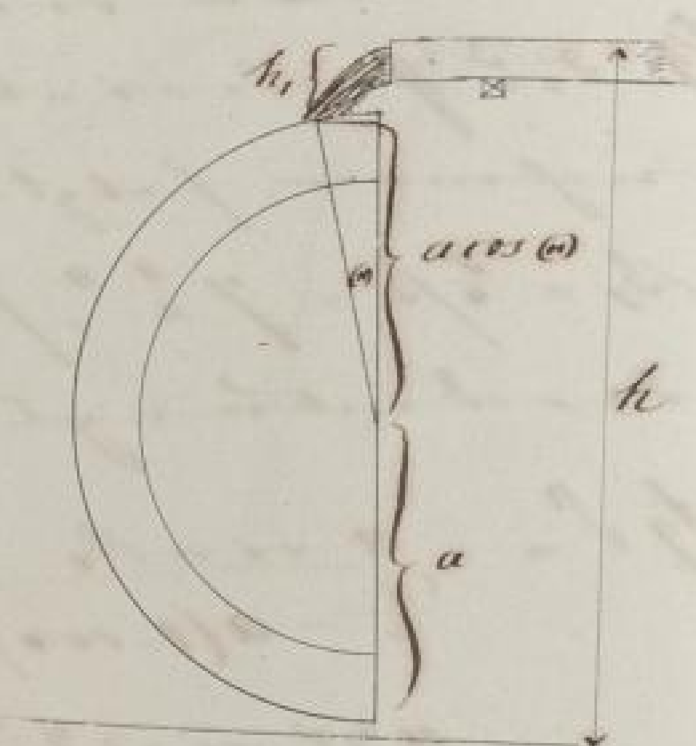
$= 11{,}75$ Fuß, und hieraus

$v = \frac{\pi a u}{30} = 6{,}008$ Fuß

$c = \frac{3}{2} v = 9{,}012$ Fuß.

ferner das zur Er-
zeugung von c nöthige
Gefälle

$h_1 = 1{,}1 \frac{c^2}{2g} = 1{,}429$ Fuß.



Es hängt demnach das
Radtiefste noch

$h - (h_1 + a \cos(\omega) + a)$

$= 25 - (1{,}429 + 11{,}75 \cdot 0{,}9781 + 11{,}75)$

$= 0{,}328$ Fuß

= circa 4 Zoll frei.

Ist die Radtiefe $d = 1$ Fuß
und nehme ich den
Füllungscoefficienten
$\varepsilon = 1/4$ an, so ergiebt
sich die Radbreite e
zu $9{,}55 \cdot \frac{Q}{\varepsilon . u . a d} = 6$ Fuß.

Die Entfernung
zwischen je 2 Schaufeln
nach der Formel

$7\left(1 + \frac{d}{10}\right)$ Zoll

$= 7\left(1 + \frac{12}{10}\right) = 15{,}4$ Zoll

gesetzt, giebt die
Schaufelzahl

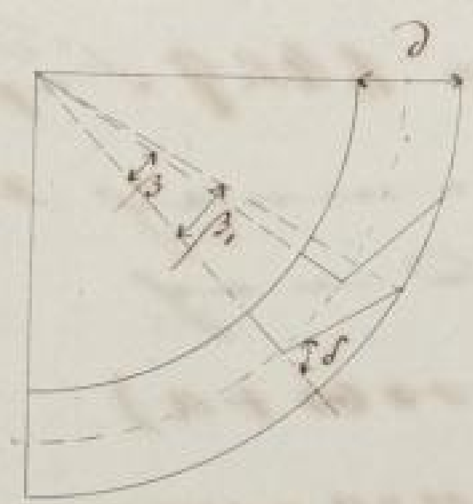
$n = \frac{2 . \pi . a}{15{,}4} = \frac{2\pi . 11{,}75 . 12}{15{,}4}$

$= 58$, wofür aber
60 Schaufeln angenommen
werden können.

Hieraus folgt der Theil-
-winkel

$$\beta = \frac{360}{60} = 6^\circ$$

Läßt man die Stoßschaufel $5/4$ des Theilwinkels ein-
-nehmen, setzt man also
$\beta_1 = \frac{5}{4}\beta = 7\frac{1}{2}{}^\circ$, so wird
der Deckungswinkel



$$tg\,\delta = \frac{a \sin\beta_1}{\frac{d}{2} - a(1-\cos\beta_1)}$$

$$= \frac{11{,}75 \cdot \sin 7\frac{1}{2}{}^\circ}{0{,}5 - 11{,}75(1-\cos 7\frac{1}{2}{}^\circ)}$$

$\delta = 75\,2/3{}^\circ$, vorausgesetzt,
es liegen der Theilkreis
in der Mitte der Radtiefe.
Da aber hier das Beste
ist, das ganze Rad aus
Eisen zu bauen, so
würde ich natürlich
auch gekrümmte Schaufeln
anwenden; hiervon
jedoch noch später mehr,
da es auf die gegen-
-wärtigen Berechnungen
keinen Einfluß hat. —
Aus δ und β_1 ergiebt
sich ferner der Winkel
φ, welchen die Stoßschaufel
mit der Richtung der

Geschwindigkeit v
einschließt

$\varphi = 90° + \beta_1 - \delta$

$= 21\frac{5}{6}°$, und hieraus
der Winkel ψ, um
den die Strahlrichtung
von der Stoßschaufel
abweichen muß, damit
das Wasser ungehindert
in die Zellen eintreten
kann:

$$\sin\psi = \frac{v \sin\varphi}{c}$$

$$= \frac{6{,}008 \cdot \sin 21\frac{5}{6}°}{9{,}012}$$

$$= \frac{2}{3} \sin 21\frac{5}{6}°$$

$$\psi = 14\frac{1}{3}°$$

Es muß daher das
Wasser unter einer
Neigung von

$$\nu_1 = \varphi - \psi + (\omega)$$

$$= 21\frac{5}{6} - 14\frac{2}{6} + 12$$

$= 19\frac{1}{2}°$ gegen den
Horizont ins Rad ein-
treten. Wende ich
daher ein Schußge-
rinne zur Einführung
des Wassers an, so
muß ich selbigem
jene Neigung von $19\frac{1}{2}°$

gegen den Horizont haben und die Mündung derselben möglichst nahe an die Eintrittsstelle des Wassers ins Rad bringen.

Endlich ist der Winkel um den die Richtung der Eintrittsgeschwindigkeit, von der der Umfangsgeschwindigkeit abweicht

$$\mu = \delta - \gamma$$

$$= 21\tfrac{5}{6} - 14\tfrac{2}{6} = 7\tfrac{1}{2}^{\circ}.$$

die Geschwindigkeit des Wassers im Theilriss ist

$$v_1 = \frac{a - \frac{d}{2}}{a} \cdot v$$

$$= \frac{11,75 - 0,5}{11,75} \cdot 6,008$$

$$= 5,750 \text{ Fuß};$$

hieraus ergiebt sich nun die mechanische Arbeit durch Stoß

$$L_1 = \left(\frac{c \cos\mu - v_1}{g}\right) v_1 h \gamma$$

$$= \frac{(9,012 \cos 7\tfrac{1}{2}^{\circ} - 5,75)}{31,25} \cdot 5,75 \cdot 9,5 \cdot 66$$

$$= 368 \text{ Fußpfund}$$

Die mechanische Arbeit durch Druck ergiebt sich nach der Formel

$$L_2 = Q\gamma\left[a_1 \cos\Theta + a \sin\lambda_0 + k(a_2 \sin\lambda_2 - a \sin\lambda)\right]$$

worin $a_1 = (a - \frac{d}{2})$

$a_2 = CF$ (s. Fig.)

$= 11,35$ Fuss,

λ_0 den Winkel unter dem Radmittel ist, der den Beginn des Ausgusses und ebenso λ_2 derjenige Winkel ist, der das Ende des Ausgusses angiebt; und k das Verhältniss der mittleren Wassermenge innerhalb des Ausgußbogens zur völligen Wassermenge bei der verlangten Schaufelfüllung begreifend, wenn also

$k = \frac{a_1}{a}$ oder $= \frac{F}{F_0}$, wenn man die Querschnitte der entsprechenden Wasserkörper einführt.

Der Querschnitt des Wasserkörpers in einer Zelle, bei der

verlangten Füllung
ebend ist

$$F_0 = \frac{60 . Q}{n . u . e} = \frac{60 . 9{,}5}{60 . 5 . 6}$$

$$= 0{,}316 \text{ Quadratfuß}$$

Der Inhalt des Segmentes AFC^0 ergiebt sich durch Zeichnung, Messung und Berechnung

$$S = 0{,}300 \text{ Quadratfuß;}$$

der des Dreiecks AED ebend ist

$$D = \tfrac{1}{2} \beta_1 . \overline{DE^0} . \overline{DC}$$

$$= \tfrac{1}{2} \beta_1 . d . (a - d)$$

$$= 0{,}704 \text{ Quadratfuß.}$$

Bezeichnen nun $\varkappa_0, \varkappa_1, \ldots, \varkappa_7$ die Abweichungen der Wasserspiegel von dem Horizonte (in Folge der Centrifugalkraft), so hat man

$$tg(\lambda_0 + \varkappa_0) = \frac{S + D - F_0}{\frac{1}{2} d^2}$$

$$= \frac{0{,}300 + 0{,}704 - 0{,}316}{\frac{1}{2} . 1^2}$$

$\lambda_0 + \varkappa_0 = 54^0$, es ist aber

$$\sin \varkappa_0 = \frac{a \cos(\lambda_0 + \varkappa_0)}{k}$$

$$= \frac{11{,}75 \cos 54^0}{\left(\frac{2850}{u^2}\right)}$$

$\varkappa_0 = 3\frac{1}{2}{}^0$, daher

$\lambda_0 = (\lambda_0 + \varkappa_0) - \varkappa_0$

$= 50\frac{1}{2}^0$. Ferner ist

$\sin \varkappa_7 = \frac{a_7 \cos \delta}{K}$

$= \frac{11,35 \cdot \cos 75\frac{2}{3}^0}{114}$

$\varkappa_7 = 1\frac{1}{3}^0$ und daher

$\lambda_7 = \delta - \varkappa_7 = 75\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}$

$= 74\frac{1}{3}^0$

Um K zu finden, suche ich die Füllung von drei zwischen den Winkeln λ_0 und λ_7 gelegenen Schaufeln; ich nehme zu diesem Zwecke, wenn

$\lambda_0 = 50\frac{1}{2}^0$

$\lambda_7 = 74\frac{1}{3}^0$ sind,

etwa noch folgende Zwischenwerthe an

$\lambda_1 = 54\frac{1}{2}^0$

$\lambda_2 = 58\frac{1}{2}^0$

$\lambda_3 = 62\frac{1}{2}^0$; hieraus erhalte ich zunächst Folgendes:

$tg\, \varkappa_1 = \frac{a \cos \lambda_1}{K + a \sin \lambda_1}$

$= \frac{11,75 \cos 54\frac{1}{2}^0}{114 + 11,75 \sin 54\frac{1}{2}^0}$, und

$\nu_1 = 3^\circ 10'$

$$tg\, \nu_2 = \frac{a \cos \lambda_2}{R + a \sin \lambda_2}$$

$$= \frac{11,75 \cos 58\tfrac{1}{2}^\circ}{114 + 11,75 \sin 58\tfrac{1}{2}^\circ}$$

$\nu_2 = 2^\circ 50'$

$$tg\, \nu_3 = \frac{a \cos \lambda_3}{R + a \sin \lambda_3}$$

$$= \frac{11,75 . \cos 62\tfrac{1}{2}^\circ}{114 + 11,75 \sin 62\tfrac{1}{2}^\circ}$$

$\nu_3 = 2^\circ 30'$

Durch Construction der den Winkeln λ_1, λ_2 und λ_3 entsprechenden Schaufelstellungen und der den Abweichungen ν_1, ν_2 und ν_3 vom Horizonte entsprechenden Füllungen derselben ergiebt sich

$F_1 = 0,165$ Quadratfuß

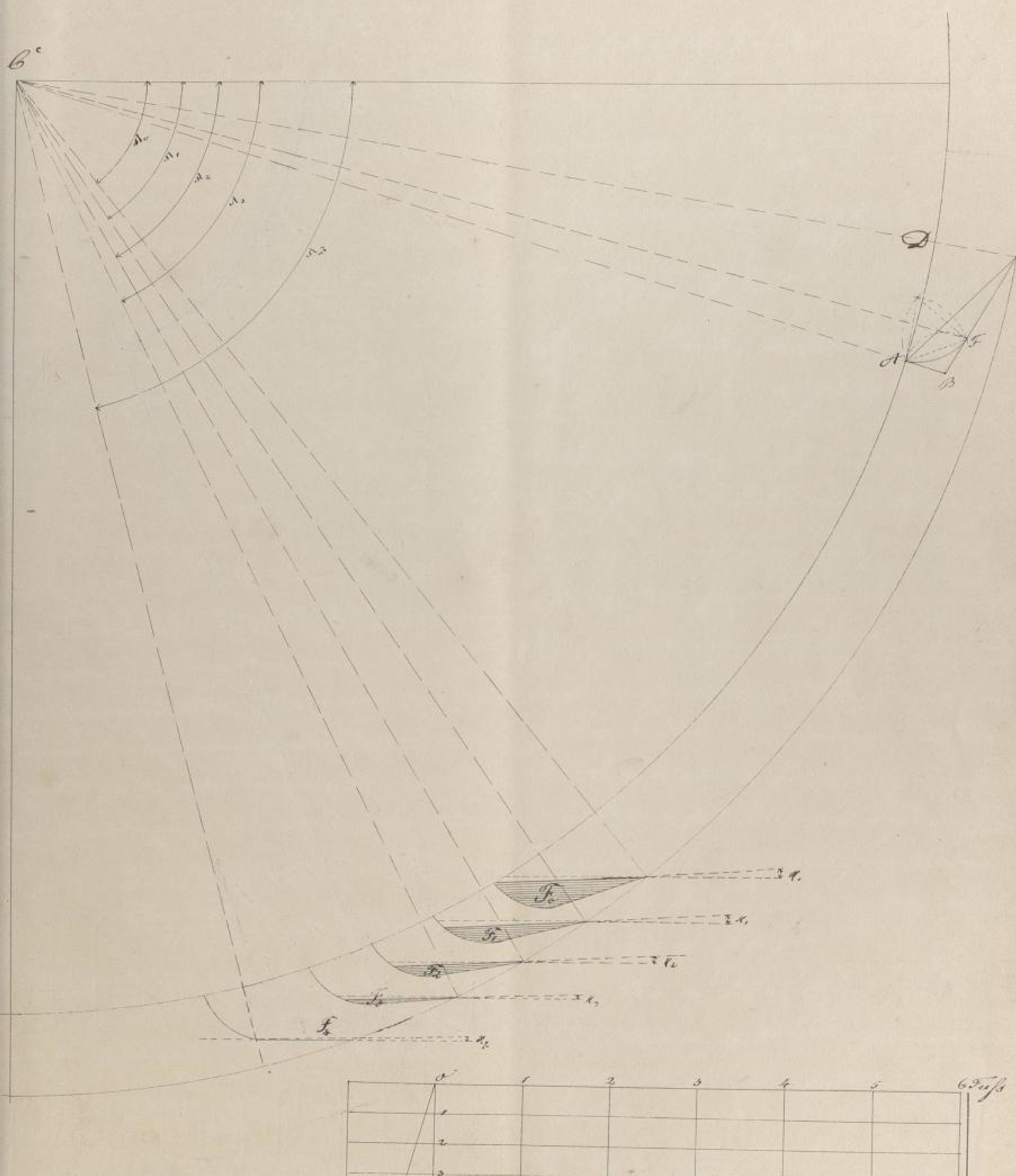
$F_2 = 0,101$ "

$F_3 = 0,055$ "

$F_4 = 0$ "

Hieraus ergiebt sich

$$k = \frac{F}{F_0} = \frac{F_0 + F_4 + 4(F_1 + F_3) + 2 F_2}{12 . F_0}$$


C
D
E
A
F
B
F_0
F_1
F_2
F_3
F_4
0
1
2
3
4
5
6 Fuss
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

$$= \frac{0{,}316 + 4(0{,}165 + 0{,}55) + 2 \cdot 0{,}101}{12 \cdot 0{,}316}$$

$$= 0{,}370$$

Es ergiebt sich nun die mechanische Arbeit durch Druck

$$L_2 = 9{,}5 \cdot 66 \left[11{,}25 \cdot \cos 12^0 + 11{,}75 \sin 50\tfrac{1}{2}^0 + 0{,}370\left(11{,}35 \sin 74\tfrac{1}{3}^0 - 11{,}75 \sin 50\tfrac{1}{2}^0\right)\right]$$

$$= 627\left(11{,}004 + 9{,}067 + 0{,}37(10{,}832 - 9{,}067)\right)$$

$$= 627\,(20{,}071 + 0{,}653)$$

$$= 627 \cdot 20{,}724$$

= 12994 Fußpfund, und daher die ganze mechanische Arbeit des Wasserrades

$$L = L_1 + L_2$$

$$= 368 + 12994$$

= 13362 Fußpfunde

= 26,2 Pferdekraft.

Hieraus folgt das Gewicht des Rades

$$G = 3000 \cdot \frac{L}{\varepsilon \cdot u}$$

$$= 3000 \cdot \frac{26{,}2}{\frac{1}{4} \cdot 5}$$

= 62880 Pfund

Der Arbeitsverlust durch die Zapfenreibung ist

$$= 0{,}0684 . f \sqrt{\frac{L}{\varepsilon^3 . w}},$$ d. i.,

wenn der Reibungscoefficient $f = 0{,}1$,

$$= 0{,}0684 . 0{,}1 \sqrt{\frac{26{,}2 . 4^3}{5}}$$

$$= 0{,}00684 . 9{,}10$$

$$= 0{,}0625,$$ also $6\frac{1}{4}$ % der übrigen Arbeit, oder 1,64 Pferdekraft; daher ist die Totalleistung des Rades

$$= 24{,}56$$ Pferdekräfte

und der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{L . 510}{Q h \gamma}$$

$$= \frac{24{,}56 . 510}{9{,}5 . 25 . 66}$$

$$= 0{,}799.$$

Zum Schlusse sind nun noch die Hauptstärken der einzelnen Radtheile zu berechnen, welche, wie früher erwähnt, sämmtlich aus Gußeisen bestehen sollen.

Die Zahl der Arme eines Systemes beträgt hier

$$n = 2\left(\frac{a}{3}+1\right)$$
$$= 2\left(\frac{11,75}{3}+1\right)$$
$$= 10$$

, für 2 Systeme sind also 2 oder 20 Arme nöthig. In der Umdrehungsebene gemessen hat man denselben eine Stärke zu geben von

$$h = 10,4\sqrt[3]{\frac{L}{nu}}$$
$$= 10,4\sqrt[3]{\frac{26,2}{10 \cdot 5}}$$
$$= 8,5 \text{ Zoll}$$

, und eine Breite $b = \frac{1}{5}h = 1,7$ Zoll.

Natürlich sind aber außerdem, wegen der großen Breite des Rades, innerhalb des Radbodens noch Diagonalarme anzubringen.

Wird die Welle massiv, so bedarf sie

einer Stärke

$$d = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$$
$$= 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{26{,}2}{5}}$$
$$= 11 \text{ Zoll}.$$

Die Stärke der Zapfen ergiebt sich, nach

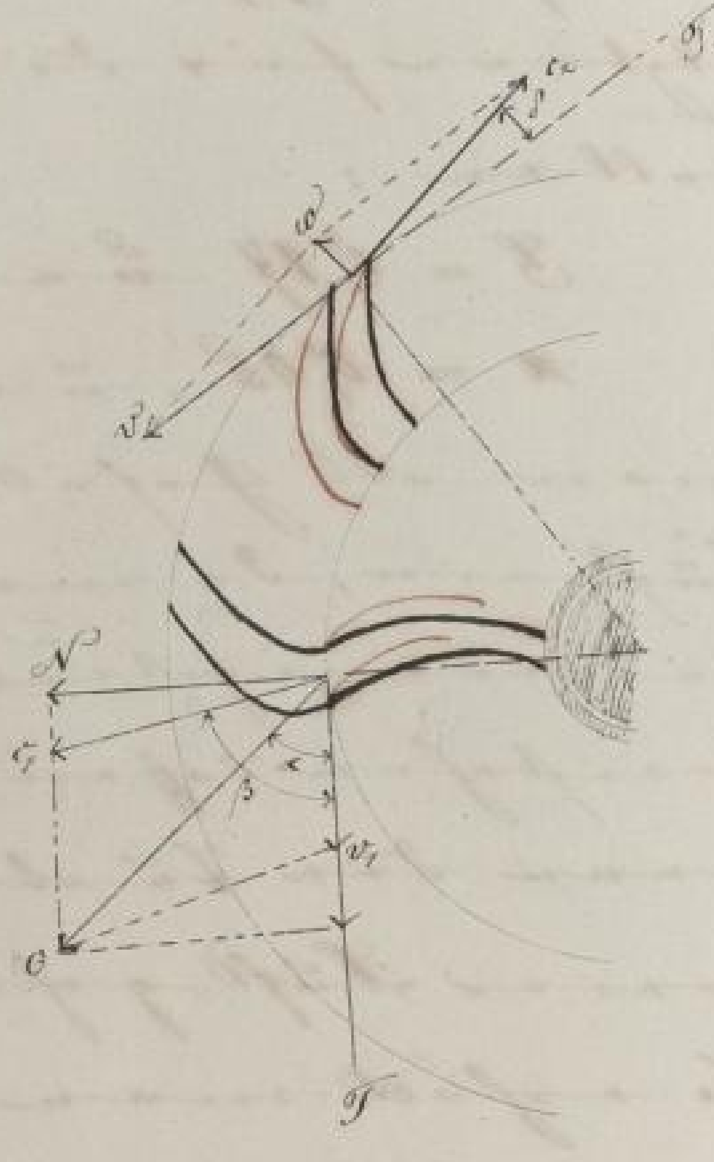
$$d_1 = 0{,}048 \sqrt{P}$$
$$= 0{,}048 \sqrt{\frac{L}{v}}, \text{ zu}$$

8,5 Zoll, wofür man der Abführung wegen 9 Zoll annehmen kann.

Gesg. d. … Juni 1841.

9. Für ein Gefälle von 7 Fuß und einen Aufschlag von 20 Cubikfuß ist die Anordnung und Berechnung einer Reactionsturbine zu machen.

Nimmt man den Winkel, unter dem das aus dem Reservoir tretende Wasser gegen den innern Radumfang abweicht $\alpha = 30^\circ$, sowie denjenigen, welchen der in die Radzellen eintretende Wasserstrahl mit dem



innern Radumfangs einschließt, $\beta = 2\alpha + 30^\circ$
$= 90^\circ$,
ferner das Verhältniß des äußern Radhalbmessers zu dem innern

$\frac{r}{r_1} = \nu = 1{,}333$; so ergiebt sich zunächst, da der innere Radhalbmesser

$r_1 = 0{,}326 \sqrt{a}$
$= 0{,}326 \sqrt{20} = 1{,}5$ Fuß,

der äußere

$r = \nu \cdot r_1 = 1{,}5 \cdot 1{,}333$
$= 2$ Fuß.

Die Kranzbreite, bei Mitte der Mündungen gemessen, ist demnach $= r - r_1 = 2 - 1{,}5 = 0{,}5$ Fuß.

Die vortheilhafteste innere Radgeschwindigkeit ist $v_1 =$

$$\sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}\right)^2 + \kappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$$

Setzt man vorläufig die Widerstandscoëfficienten ζ und $\varkappa$, erstern für den Leitschaufelapparat und letztern für die Radzellen:

$\zeta = 0{,}17$ und

$\varkappa = 0{,}05$, und führt man als Gefälle $h = 6{,}6$ Fuß ein, da man das Rad wenigstens 0,4 Fuß freistehen lassen muß, wenn die Turbine in freier Luft gehen soll, so erhält man

kann auch kleiner sein

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g.6{,}6}{\frac{2\sin 90^\circ \cos 30^\circ}{\sin(90-30)^\circ} + 0{,}17\left(\frac{\sin 90^\circ}{\sin(90-30)^\circ}\right)^2 + 0{,}05 \cdot \frac{4}{3}}}$$

$= 13{,}35$ Fuß, und die äußere Radgeschwindigkeit v = der Austrittsgeschwindigkeit des Wassers c_2

$= 1 \cdot v_1 = \frac{4}{3} \cdot 13{,}35$

$= 17{,}8$ Fuß

Die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers aus dem Reservoire, ist

$$c = \frac{v_1 \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$= \frac{13,35 \sin 90^0}{\sin 60^0}$$

$$= 15,44 \text{ Fuß}$$

und die Eintrittsgeschwindigkeit ins Rad

$$c_1 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$= \frac{13,35 \sin 30^0}{\sin 60^0}$$

$$= 7,7 \text{ Fuß}.$$

Die Umdrehungszahl pro Minute ist

$$u = 9,55 \cdot \frac{v_1}{r_1}$$

$$= 9,55 \; \frac{13,35}{1,5}$$

$$= 85,66.$$

Der Inhalt der Austrittsmündungen des Reservoirs ergiebt sich zu

$$F = \frac{a}{c} = \frac{20}{15,44}$$

$$= 1,295 \text{ Quadratfuß}$$

und den, den Ausmündungen des Rades zu

$$F_1 = \frac{a}{c_2} = \frac{a}{v} = \frac{20}{17,8}$$

$$= 1,123 \text{ Quadratfuß}$$

Giebt man den Schaufeln eine Stärke von

$s_1 = 2,5$ Linien $= 0,017$ Fuß,

und nimmt man das Verhältniß der Mündungshöhe zu der Mündungsweite einer Leitzelle

$\psi_1 = \frac{e}{d_1} = 2$, so folgt die Zahl der Leitschaufeln

$$n_1 = \frac{\psi_1 (2 \pi r_1 \sin \alpha - n_1 s_1)^2}{F}$$

$$= \frac{2 (2 \cdot 3,141 \cdot 1,5 \cdot 0,5 - n_1 \cdot 0,017)^2}{1,295}$$

Annähernd ist aber

$$n_1 = \frac{\psi_1 (2 \pi r_1 \sin \alpha)^2}{F}$$

$= 34$, daher genauer

$$n_1 = \frac{2(2.3,141.1,5.0,5 - 34.0,017)^2}{1,295}$$

$= 30$. Hieraus ergiebt sich die Mündungshöhe

$$e = \frac{F}{2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1}$$

$$= \frac{1,295}{4,7115 - 30.0,017}$$

$= 0,3082$ Fuß. —

Die Anzahl der Radschaufeln ist, wenn hier das Seitenverhältniß $\nu = \frac{b}{e} = 3$ genommen wird

$$n = \frac{\nu F_1}{e^2}$$

$$= \frac{3.1,123}{0,3082^2} = 36.$$

Für den Ausgußwinkel ergiebt sich

$$\sin\delta = \frac{F_1(e + \nu s)}{2\pi r e^2}$$

$$= \frac{1,123(0,3082 + 3.0,017)}{2.\pi.2.0,3082^2}$$

$\delta = 19^\circ 45'$.

Die Ausmündungsweite der Radzellen ist $d = \frac{F_1}{n e}$

$$= \frac{1,123}{36 \cdot 0,3082}$$

$$= 0,1012 \text{ Fuß}$$

Der Theilwinkel des Rades ist $= \frac{360^\circ}{36} = 10^\circ$; die Radschaufelstärke nimmt aber den Bogen

$$\frac{s}{r \sin \delta} = \frac{0,017}{2 \sin 19^\circ 45'} = 0,02512,$$

oder den Winkel

$$0,02512 \cdot \frac{180}{\pi} = 1^\circ 26'$$ ein. —

Was die Form der Schaufeln anlangt, so werden die Leitschaufeln nach einem, die Radschaufeln aber nach 2 Kreisbögen zu krümmen sein.

Es ist aber der Krümmungswinkel des äußersten Stückes der Radschaufeln

$$\varphi = \frac{2\pi}{n} - \frac{s}{r \sin \delta}$$

$$= \frac{6,282}{36} - \frac{0,017}{2 \cdot 0,3383} = 8^\circ 34'.$$

und der zugehörige Halbmesser

$$a = \frac{r\cos(\delta - \frac{1}{2}\varphi)}{\cos\frac{1}{2}\varphi} - \frac{1}{2}d$$

$$= \frac{2\cos(19^\circ 45' - 4^\circ 17')}{\cos 4^\circ 17'} - \frac{0,1012}{2}$$

$$= \frac{2\cos 15^\circ 28'}{\cos 4^\circ 17'} - 0,0506$$

$= 1,933$ Fuß.

Der Krümmungshalbmesser des 2ten Stückes der Radschaufeln, ist

$$a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r d\cos\delta + \frac{1}{4}d^2}{2(r\cos\delta + r_1\cos\beta) - d}$$

$$= \frac{4 - 2\frac{1}{4} - 0,2024\cos 19^\circ 45' + 0,00256}{2(2\cos 19^\circ 45' + 1,5\cos 90^\circ) - 0,1012}$$

$= 0,425$ Fuß, und der Krümmungsbogenwinkel

$\varphi_1 = 180^\circ - \beta - \delta + \alpha - \varepsilon$, d. i., wenn

$$tg\,\alpha = \frac{a_1\sin\beta}{r_1 + a_1\cos\beta}$$

$$= \frac{0,425\sin 90^\circ}{1,5 + 0,425\cos 90^\circ}$$

$\alpha = 15^\circ 48'$, und

$$tg\,\varepsilon = \frac{a_1\sin\delta}{r - a_1\cos\delta}$$

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{0,425 \sin 19^\circ 45'}{2 - 0,425 \cos 19^\circ 45'}$$

$\tau = 5^\circ 8'$, ist

$$\delta_1 = 180^\circ - 90^\circ - 19^\circ 45' + 15^\circ 48' - 5^\circ 8'$$
$$= 80^\circ 55'. —$$

Der Halbmesser der Leitschaufelkrümmung ist

$$a_2 = \frac{r_1}{2 \cos \alpha} = \frac{1,5}{2 \cos 30^\circ}$$
$$= 0,846 \text{ Fuß}. —$$

Um den Wasserverlust durch den Spalt zwischen Schütze und Rad möglichst gering zu machen, hat man den letzteren möglichst klein zu machen, die sich berührenden Theile genau abzudrehen.

Aus vorstehenden Untersuchungen läßt sich nun die effective Leistung der Maschine ermitteln.

Die absolute Austritts-geschwindigkeit des Wassers aus dem Rade ist

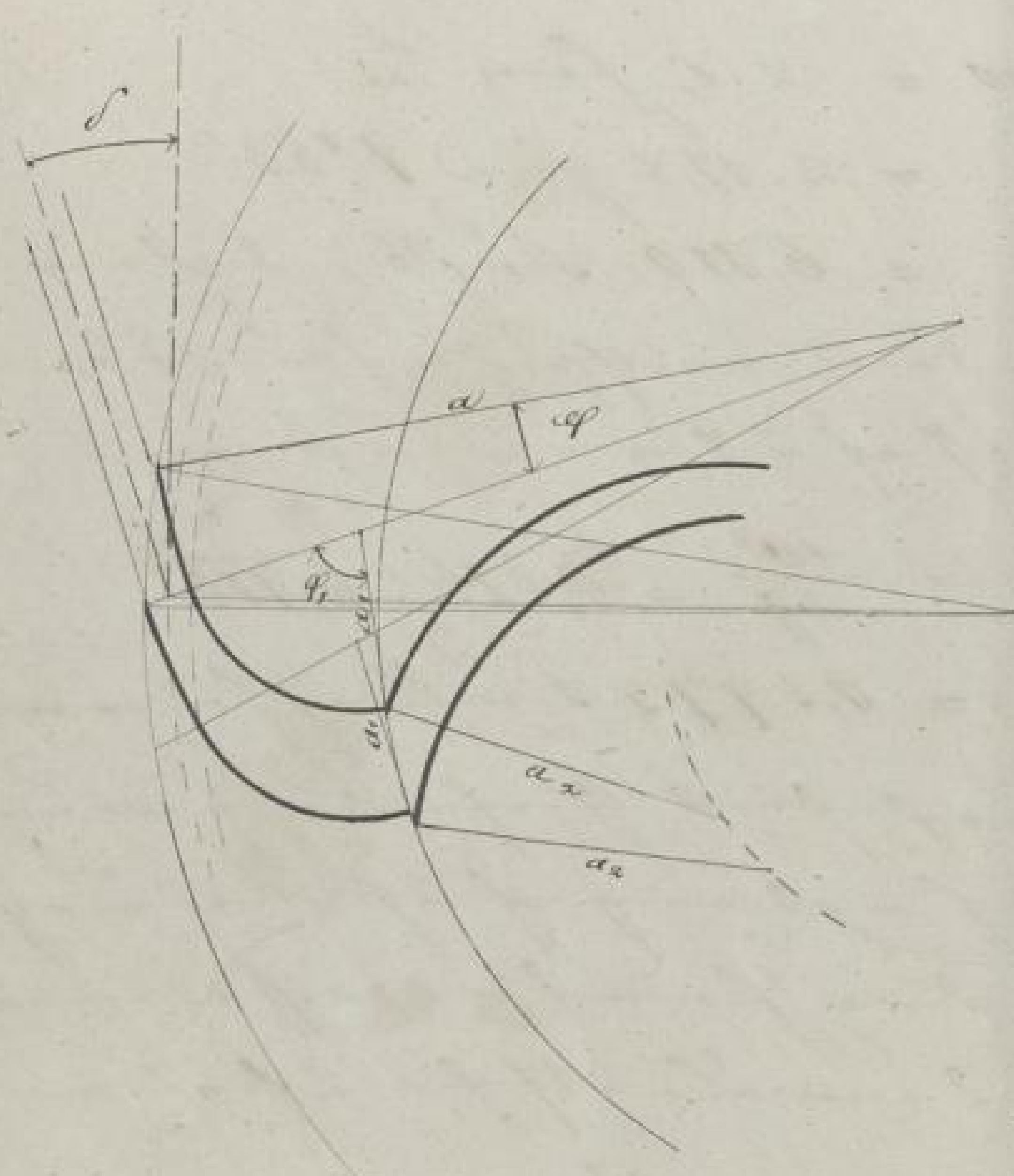
$$w = 2 c_2' \sin \frac{\delta}{2}$$
$$= 2 . 17,8 \sin 9^\circ 53'$$
$$= 6,110$$ Fuss, daher der entsprechende Gefällverlust

$$= \frac{w^2}{2g} = 0,016 . \overline{6,110}^2$$
$$= 0,5973$$ Fuss; ferner ist der Gefällverlust, herbeigeführt durch die Hindernisse in den Leitschaufeln

$$= 0,17 \cdot \frac{c^2}{2g} = 0,17 . 0,016 . \overline{15,44}^2$$
$$= 0,6484$$ Fuss.

Der den hydraulischen Widerständen entsprechende Gefällverlust ergiebt sich aus folgendem:

Aus obiger Rechnung und einer genauern Construction ergiebt sich, daß jedes Rad,



kanal aus 2 Theilen besteht. Der äußere Theil ist 0,13 Fuß weit und 0,27 Fuß lang, der andere aber 0,21 Fuß weit und 0,45 Fuß lang. Demnach ist der Widerstand für das kleinere Stück

$$\zeta_{1a} = 0{,}124 + 3{,}104 \left(\frac{d}{2a}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$= 0{,}124 + 3{,}104 \left(\frac{0{,}13}{2 . 1{,}933}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$= 0{,}124022$$

und der für das größere

$$\zeta_{1b} = 0{,}124 + 3{,}104 \left(\frac{0{,}21}{2 . 0{,}425}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$= 0{,}147266 .$$

Ferner ist das Winkelverhältniß für das erste Stück

$$\frac{\varphi}{\pi} = \frac{8^0 34'}{180^0} = 0{,}0476$$

und für das zweite

$$\frac{\varphi_1}{\pi} = \frac{80^0 55'}{180^0} = 0{,}4495,$$

ferner das Stück,

schnittsverhältniß für das 1te Stück

$= \frac{F_1}{n d_a e} = \frac{1,123}{36 \cdot 0,13 \cdot 0,3082} = 0,778$

und für das 2te Stück

$\frac{F_1}{n d_b e} = \frac{1,123}{36 \cdot 0,21 \cdot 0,3082} = 0,481$;

Hieraus folgt der Coëfficient des ganzen Krümmungswiderstandes

$x_1 = \mathfrak{Z}_{1a} \cdot \frac{\alpha}{\pi}\left(\frac{F_1}{n d_a e}\right)^2 + \mathfrak{Z}_{1b} \frac{\alpha_1}{\pi}\left(\frac{F_1}{n d_b e}\right)^2$

$= 0,12408 \cdot 0,0476 \cdot 0,778^2 + 0,1473 \cdot 0,4495 \cdot 0,481^2$

$= 0,000357 + 0,01532$

$= 0,015677$. —

Ferner ist der Reibungscoëfficient für das erste Zellenstück

$\mathfrak{Z}_{2a} = 0,0144 + 0,0169 \sqrt{\frac{n d_a e}{a}}$

$= 0,0144 + 0,0169 \sqrt{\frac{36 \cdot 0,13 \cdot 0,3802}{20}}$

$= 0,004538$, und für das zweite

$\mathfrak{Z}_{2b} = 0,0144 + 0,0169 \sqrt{\frac{n d_b e}{a}}$

$= 0,0144 + 0,0169 \sqrt{\frac{36 \cdot 0,21 \cdot 0,3802}{20}}$

$= 0,015923$. —

Sodann ist das Ver-

hältniss $\left(\frac{d_a+e}{2\,d_a\,e}\right)b_1$
für das 1te Stück

$$=\left(\frac{0,13+0,3802}{2.0,13.0,3802}\right)0,27 = 1,393$$

und für das 2te

$$\left(\frac{d_b+e}{2\,d_b\,e}\right)b_2=\left(\frac{0,21+0,3802}{2.0,21.0,3802}\right)0,45$$

$$= 1,663.$$

Hieraus erhält man den Reibungscoefficient für den ganzen Canal

$$n_2=\mathfrak{z}_{2a}\left(\frac{d_a+e}{2d_a e}\right)b_1\left(\frac{F_1}{n\,d_a e}\right)^2+$$

$$\mathfrak{z}_{2b}\left(\frac{d_b+e}{2\,d_b e}\right)b_2\left(\frac{F_1}{n\,d_b e}\right)^2$$

$$= 0,004538.1,393.\overline{0,778}^2+$$

$$0,015923.1,663.\overline{0,481}^2$$

$$=0,006064+0,006126$$

$$=0,01219.$$

Endlich ist der Coëfficient für sämmtliche Hindernisse in einem Radcanale

$$n = n_1+n_2$$

$$=0,015677+0,01219$$

$$=0,027867$$ und der

entsprechende Verlust an Gefälle

$$\varkappa \frac{v^2}{2g} = 0,027867 \cdot \frac{\overline{17,8}^2}{2g}$$
$$= 0,1413 \text{ Fuß}. —$$

Die oben gefundenen 3 Gefälle oder Druckhöhenverluste betragen
$0,5973 + 0,6484 + 0,1413$
$= 1,387$ Fuß; daher bleibt auch von der ganzen disponiblen Leistung
$Qh\gamma = 20 \cdot 6,6 \cdot 66 = 8712$ Fußpfd
nur die Nutzleistung

$$L = Pv = Q\gamma\left[h - \left(\frac{w^2 + \zeta c^2 + \varkappa v^2}{2g}\right)\right]$$
$$= 1320\,(6,6 - 1,387)$$
$$= 6881,16 \text{ Fußpfund}$$
$$= 13,5 \text{ Pferdekr. übrig.}$$

Soll die Stärke einzelner Theile der Maschine verlangt, so ist zuerst die der stehenden Welle

$$d = 6,12 \sqrt[3]{L/\omega}$$
$$= 6,12 \sqrt[3]{\frac{13,5}{85,66}} = 4 \text{ Zoll}$$

Die Stärke des Boden-
-tellers ist

$$s = 0{,}148\, r\sqrt{h} + 0{,}33 \text{ Zoll}$$

d.i., wenn

$$h = 6{,}6 - \tfrac{1}{2} e$$
$$= 6{,}6 - 0{,}1901$$
$$= 6{,}4099 \text{ Fuß ist,}$$

$$s = 0{,}148 \cdot 2 \sqrt{6{,}4099} + 0{,}33$$
$$= 1{,}1 \text{ Zoll}$$

Der Radteller müßte an den Stellen eine Stärke haben

$$s_1 = \frac{31\, L}{u\, r_1^2} + 0{,}33 \text{ Zoll}$$

$$= \frac{31 \cdot 13{,}5}{85{,}66 \cdot 2{,}25} + 0{,}33$$

$= 2{,}5$ Zoll, kann aber nach Außen zu schwächer werden.

Beträgt das Gewicht der völlig armirten Welle 1800 Pfund, so folgt die Zapfenstärke

$$d_1 = 0{,}0045 \sqrt{1800 \cdot 85{,}66}$$
$$= 2 \text{ Zoll}$$

Endlich ist der Arbeitsbaum,

„Luft durch die Reibung am Zapfen

$$= f \frac{r_2}{r} G v$$

$$= 0{,}1 \cdot \frac{1}{24}\, 1800 \cdot 17{,}8$$

$= 133{,}5$ Fußpfd; daher bleibt an Leistung noch übrig

$$6881{,}16 - 133{,}5$$

$= 6747{,}66$ Fußpfd

$= 13{,}23$ Pferdekraft.

Und der Wirkungsgrad der Maschine beträgt demnach, mit Berücksichtigung der Leistung des Rades.

$$\mu = \frac{6747{,}66}{Q h \gamma}$$

$$= \frac{6747{,}66}{20 \cdot 6{,}6 \cdot 66}$$

$$= \frac{6747{,}66}{8712}$$

$$= 0{,}77.$$

10. Es ist eine kurze Beschreibung und Berechnung von einem der hiesigen Wassergöpel zu liefern.

<u>Wasserradgöpel</u>

von David Richtschacht auf Himmelfahrt samt Abraham Fdgrb.

<u>Schacht:</u>

seiger, $\alpha = 90^\circ$

<u>Tonnen:</u>

12 Kübel fassend; Gewicht einer leeren Tonne $G = 500$ Pfund

<u>Fördermasse</u>

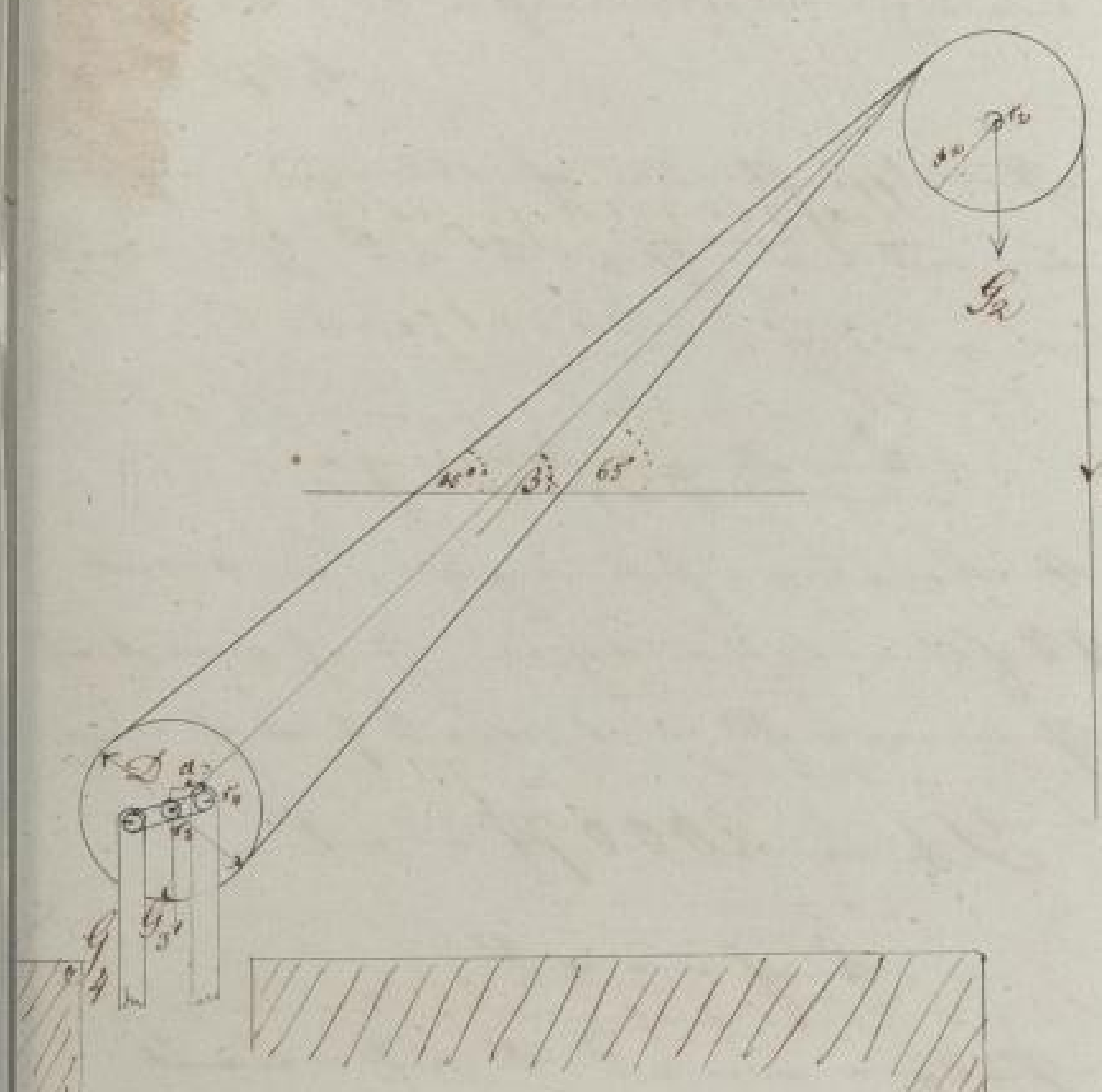
pro Tonne, wiegt durchschnittlich $M = 1500$ Pfund.

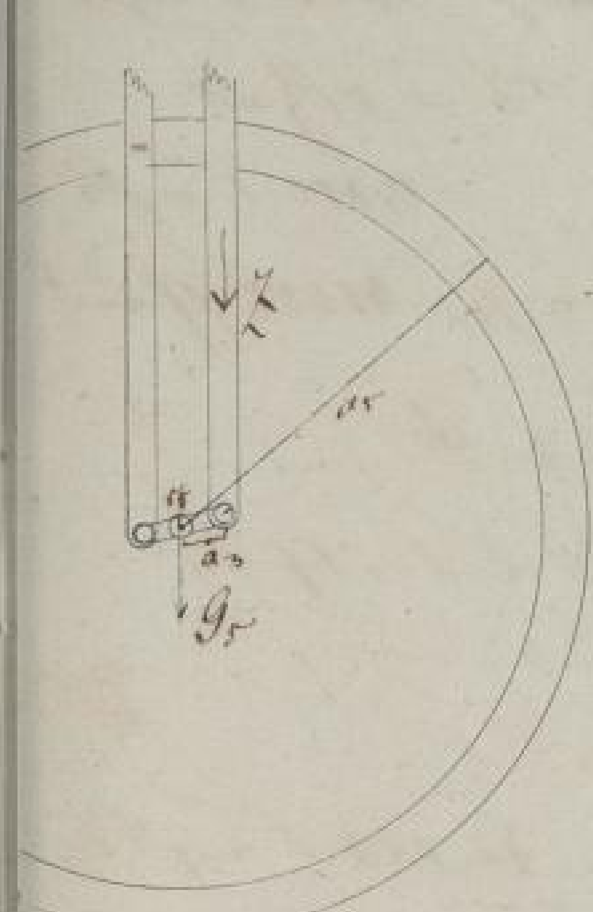
<u>Seil.</u>

Eisernes Drahtseil und getheert; besteht aus 4 Litzen zu je 4 Drähten, hat eine Stärke $d = 0,75$ Zoll $= 0,0625$ Fuß

<u>Treibscheiben.</u>

2 Treibscheiben von Gußeisen hängend 16,5 Ellen über der Treibehausohle





Gewicht einer Scheibe

$G_2 = 3900$ Pfund

Halbmesser $a_2 = 6$ Fuß
$= 1,8$ Meter

Zapfenhalbmesser $r_2 = 2,5$ Zoll
$= 0,2083$ Fuß

Von den Seilscheiben geht das Seil unter 45° und 65° Neigung auf den hölzernen Korb, welcher da er nicht mit Klinkenzeug versehen, beweglich ist.
Mittlere Neigung des Seiles, $\beta = 55°$

Korb.

Derselbe hängt 4 Ellen über der Treibehaussohle und 12,5 Ellen von der Hängebank des Schachtes entfernt.
Durchmesser $D = 10\frac{2}{3}$ Fuß
Lichte Weite $l = 11$ Zoll
$= 0,916$ Fuß

Zapfenhalbmesser $r_3 = 5$ Zoll
$= 0,416$ Fuß

Gewicht des Korbes sammt Welle und Krummzapfen

$G_3 = 7000$ Pfund

Kurbzapfen.

Halbmesser $a_3 = 1{,}5$ Fuß

Zapfenhalbmesser $r_4 = 4\frac{1}{2}$ Zoll
$= 0{,}375$ Fuß

Gewicht desselben ist unter G_3 und G_5 mit begriffen.

Kurbelgestänge

4 Kurbelgestänge, von 18 Ellen Länge. Gesammtes Gewicht eines solchen

$G_4 = 2000$ Pfund

Kehrrad

Hölzernes Rad mit Eisenblechschaufeln, hängt 18 Ellen unter dem Kurbelmittel.

Halbmesser $a_5 = 20$ Fuß

Zapfenhalbmesser $r_5 = 5$ Zoll
$= 0{,}416$ Fuß

Gewicht desselben $G_5 = 45000$ Pfund

Aufschlag Q

pro Sekunde $1\frac{8}{9}$ Kubikfuß Wasser

Gefälle

desselben $h = 42{,}124$ Fuß.

<u>Vierte Förderstrecke</u>

Teufe von Füllort bis Hängenagel

$s = 130,253$ Lachter

$= 911,771$ Fuß.

Förderzeit pro Tonne

$t = 7$ Minuten $= 420$ Secunden,

daher die mittlere

Tonnengeschwindigkeit

$$v_1 = \frac{s}{t} = \frac{911,771}{420} = 2,171 \text{ Fuß}$$

und die aufgewendete

mechanische Arbeit

$$= (M + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 + W_6)\, v_1$$

wenn

W_1 die durch die Steifigkeit des Seiles an den Treibscheiben,

W_2 die durch die Zapfenreibung an den Treibscheiben,

W_3 die durch die Steifigkeit des Seiles am Korbe,

W_4 die durch die Zapfenreibung am Korbe

W_5 die durch die Reibung an den Wagenräder Radenzapfen, und

W_6 die durch die Zapfenreibung des Kehrrades aufgezehrte Kraft bezeichnet.

Das sich auf den Korb aufwickelnde Seil hat $L = 912$ Fuß Länge, und das Gewicht desselben ist $G_1 = 700$ Pfund.

Es ist aber

$$1,\quad W_1 = 2K + \frac{v}{a_2}(M + 2G + G_1)$$

wo $(M + 2G + G_1)$ in Zentnern, a_2 in Metern einzusetzen ist; demgemäß

$$W_1 = 2 \cdot 0{,}976 + \frac{0{,}2379}{1{,}8} \cdot 32$$

$$= 6{,}181 \text{ Pfund}$$

$$2,\quad W_2 = f\frac{r_2}{a_2}\Big[(M+2G+G_1)\sin\alpha\big[0{,}96(\sin\alpha + \sin\beta) + 0{,}40(\cos\alpha - \cos\beta)\big] + 1{,}92\,G_2\Big]$$

$$= 0{,}07 \cdot \frac{0{,}2083}{6}\Big[3200\big(0{,}96(1 + \sin 55^\circ) - 0{,}4\cos 55^\circ\big) + 1{,}92 \cdot 3900\Big]$$

$$= 0{,}00243\Big[3200(0{,}96 \cdot 1{,}81915 - 0{,}4 \cdot 0{,}5736) + 7488\Big]$$

$$= 0{,}00243(4853{,}76 + 7488)$$

$$= 0{,}00243 \cdot 12341{,}76$$

$$= 29{,}990 \text{ Pfund}$$

$$3,\quad W_3 = K + \frac{v}{b}\left(\frac{M}{2} + G + \frac{1}{2}G_1\right)\sin\alpha,$$

d. i., wenn der mittlere Hebelarm der Last

$$b = \frac{D}{4}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{L\,d^2}{\pi\, l\, D^2}}\right)$$

$$= \frac{10{,}66}{4}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{912 \cdot 0{,}0625^2}{\pi \cdot 0{,}916 \cdot 10{,}66^2}}\right)$$

$$= 2{,}665\left(1 + \sqrt{1 + 0{,}01089}\right)$$

$$= 2{,}665\left(1 + \sqrt{1{,}01089}\right)$$

$$= 2{,}665\,(1 + 1{,}005)$$

$$= 2{,}665 \cdot 2{,}005$$

$= 5{,}343$ Fuß

$= 1{,}528$ Meter ist,

$$W_3 = 0{,}976 + \frac{0{,}2379}{1{,}528}(7{,}5 + 5 + 3{,}5)$$

$$= 0{,}976 + 0{,}162 \cdot 16$$

$$= 0{,}976 + 2{,}491$$

$= 3{,}467$ Pfund. —

Die Zugkraft einer Gestänge ist

$$Z = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{a_2}\,(M + W_1 + W_2 + W_3)$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{5{,}343}{1{,}5}\,(1500 + 6{,}181 + 29{,}99 + 3{,}467)$$

$$= 5{,}594 \cdot 1539{,}638$$

$= 8613$ Pfund, daher

4, $W_4 = f\,\frac{r_3}{b}\Big[0{,}96\big(G_3 + 4G_1 + Z - (M + 2G + G_1)\sin\beta\big)$

$+ 0{,}40\,(M + 2G + G_1)\cos\beta\Big]$

$= 0{,}07\,\frac{4416}{5{,}343}\Big[0{,}96\big(7000 + 8000 + 8613 -$

$(1500 + 1000 + 700)\sin\beta\big) +$

$0{,}40\,(1500 + 1000 + 700)\cos\beta\Big]$

$$W_4 = 0{,}00585\Big[0{,}96\big[23613 - 3200 \cdot 0{,}81915\big] + 0{,}4\big(3200 \cdot 0{,}5736\big)\Big]$$

$$= 0{,}00585\big[0{,}96 \cdot 20992 + 0{,}4 \cdot 1835\big]$$

$$= 0{,}00585\,(20152 + 734)$$

$$= 122{,}183 \text{ Pfund.}$$

5, $$W_5 = 2f\,\frac{r_4}{b}\,(Z + 2\,G_4)$$

$$= 2 \cdot 0{,}07\,\frac{4{,}5}{12 \cdot 5{,}343}\,(8613 + 4000)$$

$$= 123{,}934 \text{ Pfund.}$$

6, $$W_6 = f\,\frac{r_5}{b}\,(G_5 - Z)$$

$$= 0{,}07\,\frac{5}{12 \cdot 5{,}343}\,(45000 - 8613)$$

$$= 198{,}631 \text{ Pfund.}$$

Daher ist

$$\Sigma(W) = \begin{array}{r} 6{,}181 \\ 29{,}990 \\ 3{,}467 \\ 122{,}183 \\ 123{,}934 \\ 198{,}631 \\ \hline 484{,}386 \end{array} \text{ Pfund}$$

und

$$M + \Sigma(W) = \begin{array}{r} 1500 \\ 484{,}386 \\ \hline 1984{,}386 \end{array} \text{ Pfund}$$

Setzt man

$$[M + \Sigma(W)]\,v_1 = \text{Leistung des Rades}$$

$= \mu Q h \gamma$, wenn μ den Wirkungsgrad des Rades bezeichnet, so erhält man

$$\mu = \frac{[M + \Sigma(W)]\,v_1}{Q h \gamma}$$

$$= \frac{1984{,}386 \cdot 2{,}171}{1\tfrac{2}{3} \cdot 42{,}124 \cdot 66}$$

$$= \frac{4308}{4634} = 0{,}92. \text{—}$$

Der Wirkungsgrad des Göpels ist

$$\mu_1 = \frac{M v_1}{Q h \gamma}$$

$$= \frac{1500 \cdot 2{,}171}{1\tfrac{2}{3} \cdot 42{,}124 \cdot 66}$$

$$= 0{,}7028.$$

Gesehen den 20ten Juli 1847.

[illegible]