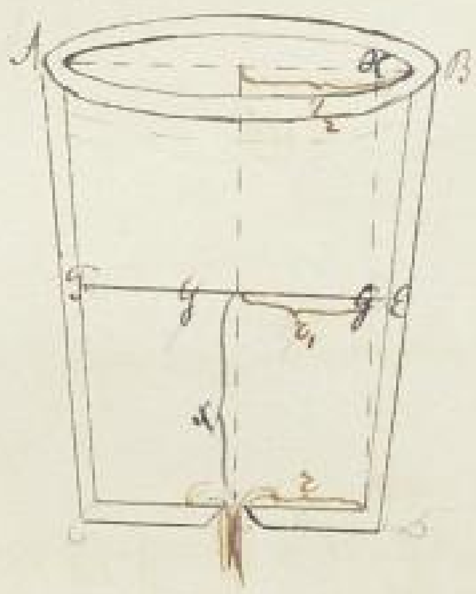
Aufgaben
aus
der Bergmaschinenlehre.

1845/46

G. Wahl.

In welcher Zeit leert sich das konische Gefäß ABCD, wenn dessen obere Weite 4 Fuß, untere Weite 3 Fuß u. die Höhe 5 Fuß beträgt, die Ausflußmündung aber $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser hält?



Ist y der Querschnitt, x die noch vorhandene Druckhöhe von einem beliebigen Punkte, bis zu welchem das Gefäß ausgeflossen ist, ferner a der Querschnitt der Ausflußöffnung, μ aber der Ausflußcoefficient, so haben wir die Ausflußzeit

$$t = -\frac{1}{\mu a\sqrt{2g}}\int \frac{y\,dx}{\sqrt{x}}$$

Um demnach nun t zu finden, müssen wir statt y eine Function von x einführen; sind nun r, r_1 die Halbmesser des Bodens u. des Querschnittes y, so erhält man

$$y = \pi r_1^2$$
$$r_1 = r + GE$$
$$GE = \frac{x}{h}\cdot HB$$
$$HB = r_2 - r$$

daher
$$GE = \frac{x}{h}(r_2 - r)$$
$$r_1 = r + \frac{x}{h}(r_2 - r)$$

u.
$$y = \pi\left(r + \frac{x}{h}(r_2 - r)\right)^2$$

Setzt man dies für y ein, so wird

$$t = -\frac{1}{\mu a\sqrt{2g}}\int \frac{\pi\left(r + \frac{x}{h}(r_2 - r)\right)^2 dx}{\sqrt{x}}$$

u. zwar x zwischen den Grenzen 0 u. h (= 5), daher

$$t = -\frac{1}{\mu a\sqrt{2g}}\int_5^0 \frac{\pi\left(r^2 + \frac{2rx}{h}(r_2 - r) + \frac{x^2}{h^2}(r_2 - r)^2\right) dx}{\sqrt{x}}$$

$$t = -\frac{\pi}{\mu a\sqrt{2g}}\int_5^0 \left(r^2 + \frac{2xr}{h}(r_1-r) + \frac{x^2}{h^2}(r_1-r)^2\right)x^{-\frac{1}{2}}dx$$

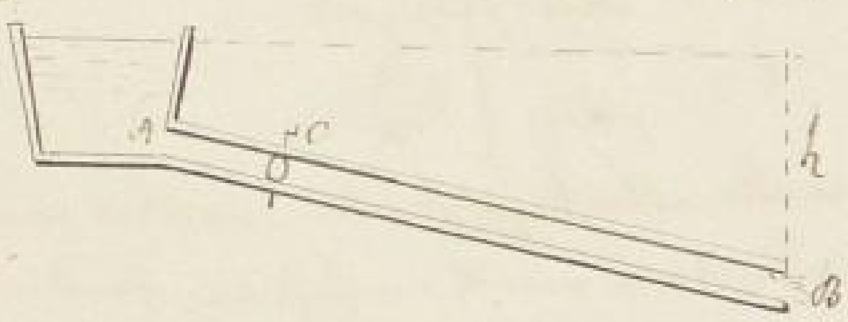
$$= \frac{\pi}{\mu a\sqrt{2g}}\Big|_5^0\left(2r^2x^{\frac{1}{2}} + \frac{4rx^{\frac{3}{2}}}{3h}(r_1-r) + \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5h^2}(r_1-r)^2\right)$$

$$= \frac{\pi}{\mu a\sqrt{2g}}\left(2r^2\sqrt{5} + \frac{4r\sqrt{5^3}}{3h}(r_1-r) + \frac{2\sqrt{5^5}}{5h^2}(r_1-r)^2\right)$$

$$= \frac{\pi r^2\sqrt{5}}{\mu a\sqrt{2g}}\left(\frac{9}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{20}\right) = \frac{2\pi\sqrt{5}\cdot\frac{14}{5}}{0{,}61\pi\left(\frac{5}{48}\right)^2\sqrt{2g}}$$

$$= \frac{144506{,}88}{634{,}4} = 227{,}78 \text{ Sec.}$$

Wie viel Wasser liefert die Röhrenleitung AB von 500 Fuß Länge u. 3 Zoll Weite bei einer Druckhöhe von $h = 2\frac{1}{2}$ Fuß, vorausgesetzt, daß die eingebauten Drosselklappen um 25° geöffnet sind.



Das Wasserquantum, welches durch die Röhre ausfließt, ist

$$m = av,$$

wo a den Querschnitt, v die Geschwindigkeit des durchfließenden Wassers bezeichnet. Drei Hindernisse ziehen die theoretische Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh}$$

herab, nämlich der Widerstand bei dem Eintritt aus dem Reservoir, die Stellung der Drosselklappe u. endlich die Reibung in der Röhre. Den Widerstandscoefficient ζ für den Wassereintritt in die Röhre kann man erfahrungsmäßig $= 0{,}505$ annehmen, den Widerstandscoefficienten wegen der Stellung der Drosselklappe $\zeta_1 = 2{,}51$, u. endlich den Reibungswiderstand $\zeta_2 = 0{,}025$, man erhält daher

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+\zeta+\zeta_1+\zeta_2\frac{l}{d}}}$$

wo l die Länge, d den Durchmesser der Röhrenleitung bezeichnet. Bei dem gegebenen Falle wird nun

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+0{,}505+2{,}51+0{,}025\cdot\frac{500}{\frac{1}{4}}}}$$

$$= \frac{7{,}906\sqrt{\frac{5}{2}}}{\sqrt{34{,}015}} = 1{,}70094 \text{ Fuß.}$$

Welches Gefälle verlangt ein Aufschlaggraben von 3500' Länge, der ein Wasserquantum von 10 Kubikfuß pro Sec. mit einer mittleren Geschwindigkeit von $1\frac{1}{4}$ Fuß fortführen u. ein trapezoidales Querprofil mit $\frac{1}{2}$ füßiger Böschung erhalten soll?

Daher

$$m = \frac{\pi\left(\frac{1}{4}\right)^2}{4} \cdot 1,7$$

$$= 0,083479 \text{ Kubikfuß.}$$

Wir haben für das gesuchte Gefälle h die allgemeine Formel

$$h = A\frac{ulv}{a} + B\frac{ulv^2}{a}$$

wo $A = 0,00002\,4265$

u. $B = 0,00036557$

Erfahrungszahlen, a den Durchschnitt des Grabens, u den Umfang des Durchschnittes, l die Länge u. v die Geschwindigkeit des Wassers bezeichnet.

Ist die Tiefe des Grabens x, der Böschungswinkel α, so haben wir

$$u = 2x\left(\frac{2-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

nun ist $tg\,\alpha = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$$\alpha = 63^\circ 26' 5,8''$$

u. $$x = \sqrt{\frac{a\sin\alpha}{2-\cos\alpha}}$$

daher $$u = 2\sqrt{\frac{a\sin\alpha}{2-\cos\alpha}}\cdot\left(\frac{2-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

$$= 2\sqrt{\left(\frac{a\sin\alpha}{2-\cos\alpha}\right)\left(\frac{2-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2}$$

Nun ist $\frac{m}{v} = a = \frac{10}{\frac{5}{4}} = 8$ □Fuß, daher wenn wir diese Werthe einsetzen

$$u = 2\sqrt{\frac{8\cdot(2-\cos 63^\circ 26' 5,8'')}{\sin 63^\circ 26' 5,8''}}$$

$$= \sqrt{\frac{32,553}{0,894}} = \sqrt{55,931}$$

$$= 7,45 \text{ Fuß.}$$

Da die obengegebene Formel aber für Metermaß gilt, müssen wir dies hier einführen; wir brauchen nur das Verhältniß von Fuß zu Meter $\left(\frac{2}{7}\right)$ hier blos das v auszudrücken, da $\frac{lu}{a}$ durch sich hebt; daher

$$h = 0{,}000024265 \cdot \frac{3500 \cdot 7 \cdot 45 \cdot \frac{5}{14}}{8} + 0{,}00036537 \cdot \frac{3500 \cdot 7 \cdot 45 \cdot \frac{25}{196}}{8}$$

$$= 0{,}18023 \text{ Meter}$$

Wenn das Wasser in einem Flusse von 50' Breite, 4' Tiefe u. 2' mittlerer Geschwindigkeit um 5' höher gestaut werden soll, wie hoch ist dann das Wehr aufzuführen, und wie hoch wird sich das Wasser 1000' oberhalb des Wehres noch aufstauen?

Setzen wir die fragliche Wehrhöhe $= x$, die Tiefe des Unterwasserstands $= h_2$, die Tiefe des aufgestauten Wassers $= h$, die Höhe des Wasserstandes über der Wehrkappe $= h_1$, so wird

$$x = h + h_2 - h_1;$$

nun haben wir aber für h_1 die Formel

$$h_1 = -k + \left(\frac{3M}{2\mu b\sqrt{2g}} + k^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

wo $k = \frac{v_1^2}{2g}$ d. i. die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers, M die Wassermenge, b die Wehrbreite und $\mu = 0{,}8$ ein Ausflusscoefficient ist. Hier ist nun

$$k = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(\frac{4}{9}\right)^2}{2g} = \frac{\frac{16}{81}}{62{,}50} = 0{,}0126'$$

daher

$$h_1 = -k + \left(\frac{3 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{4}{9} \cdot 4}{2 \cdot 0{,}8 \cdot 50 \cdot \sqrt{62{,}50}} + 0{,}0126^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$h_1 = -0{,}0126 + (0{,}84324 + 0{,}00142)^{\frac{2}{3}}$$

$$= -0{,}0126 + 0{,}89353$$

$$= 0{,}88093$$

Daher $x = 5 + 4 - 0{,}88093$

$$= 8{,}11907 \text{ Fuß}$$

Zur Berechnung der Stauhöhe wenden wir die Formel

$$\frac{\Delta c}{l} = \frac{uv(A + Bv) - a\sin\alpha}{a - 2b\frac{v^2}{2g}}$$

an, wo u = mittlerer Umfang $= 50 + 2 \cdot 4 = 58'$ ist,

a = mittlerer Querschnitt $= 50 \cdot 4 = 200'$ ist.

v ist die mittlere Geschwindigkeit; ~~folglich~~ v

$$= \frac{2 + \frac{4 \cdot 2}{9}}{2} = \frac{13}{9}'$$

Zur Berechnung von $\sin\alpha$ haben wir

$$tg\,\alpha = \frac{h}{l}$$

Da aber α nur ein ganz außerordentlich kleiner ist, können wir den $\sin = tg$ setzen, also

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}.$$

Nun ist aber

$$h = \frac{luv}{a}A + \frac{luv^2}{a}B$$

$$= \frac{luv}{a}(0{,}000190035)$$

$$\sin\alpha = \frac{uv}{a}(0{,}000190035) = 0{,}000031468$$

Setzen wir diese Werthe nun oben ein, so wird

$$\frac{\Delta c}{l} = \frac{\frac{38{,}2}{7}\cdot\frac{13}{9}\frac{2}{7}\left(0{,}0000242165 + 0{,}000365537\cdot\frac{13}{9}\cdot\frac{2}{7}\right) - 0{,}000031468}{38\cdot\frac{2}{7} - \frac{\left(\frac{13}{9}\right)^2}{68{,}67}\cdot 100\cdot\frac{2}{7}}$$

$$\Delta c = \frac{6{,}84428 - 0{,}947018}{16{,}37 - 0{,}248027}$$

$$= \frac{5{,}897262}{16{,}322973}$$

$$= 0{,}361286 \text{ Meter}$$

$$= 1{,}264501 \text{ Fuß}$$

Dies ist nun wohl die Differenz der entgegengesetzten Wasserstände, nicht aber die Tiefe des Wassers. Diese ist

$$= 9 - 1{,}264501 \text{ Fuß}$$

$$= 7{,}735499 \text{ Fuß}$$

Welche Windmenge giebt ein Gebläse, bei welchem das Manometer am Regulator auf 3" steht, während der Barometerstand 27" und der Thermometerstand 10° ist; die Länge der Windleitung 50' und die Weite 5", der Durchmesser der konischen Mündung $2\frac{1}{2}$" beträgt?

Man erhält die Windmenge

$$m = av;$$

für die Berechnung von v aber haben wir die Formel

$$v = \frac{1258\,\mu\sqrt{(1+0{,}00367\,t)\,Ln\left(\frac{b+h}{b}\right)}}{\sqrt{1+\zeta+0{,}024\,\frac{l d_1^4}{d^5}}}$$

wo der Ausflußcoefficient $= \mu = 0{,}85$
die Thermometerstand $= t = 10°$
der Barometerstand $= b = 27"$
der Manometerstand $= h = 3"$
der Widerstandscoefficient $= \zeta = 0{,}826$
die Leitungslänge $= l = 50'$
die Weite derselben $= d = 5"$
die Weite der Mündung $= d_1 = 2\frac{1}{2}"$ ist

Diese Werthe eingesetzt wird

$$v = \frac{1258.0{,}85\sqrt{(1+0{,}00367.10)\,Ln\left(\frac{30}{27}\right)}}{\sqrt{1+0{,}826+0{,}024\,\frac{50.12.\,2{,}5^4}{5^5}}}$$

$$= \frac{1258.0{,}85\sqrt{1{,}00367.0{,}1054}}{\sqrt{1{,}826+0{,}024.0{,}75}}$$

$$= \frac{1069{,}3\sqrt{0{,}10927}}{\sqrt{2{,}006}}$$

$$= 249{,}74 \text{ Zoll}$$

Der Querschnitt a der Mündung ist

$$a = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3{,}141.2{,}5^2}{4} = 5{,}3578 \text{ Quadratzoll}$$

Daher die Windmenge

$$m = av = \frac{249{,}74.5{,}3578}{1728} =$$

$$= 0{,}774335 \text{ Cubfß.}$$

Man soll die Anordnung u. Berechnung eines oberschlächtigen Wasserrades kennen lernen, das dazu bestimmt ist, bei einem Gefälle von 35 Fuß eine Wassermenge von 500 Cubikfuß aufzunehmen u. dabei $4\frac{1}{2}$ Umdrehungen zu machen.

der Ersten, welche zu berechnen ist, ist der Raddurchmesser; es ist practische Regel, die Geschwindigkeit des einfallenden Wassers $\frac{3}{2}$ mal so groß zu machen als bei der Rades v. Es soll also

$$c = \frac{3}{2} v$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{\pi D n}{60}$$

wo, wenn D den gesuchten Durchmesser, n die Umdrehungszahl pro Minute, also $\frac{\pi D n}{60}$ die Umfangsgeschwindigkeit des Rades ist.

Um die Geschwindigkeit c dem einfallenden Wasser zu geben, können wir Druck $= H$, dem gesammten disponiblen Gefälle, machen, wir bedürfen dazu nur ... Gefälle, es wird

$$c = \mu \sqrt{2g(H-D)}$$

Wenn wir diese combiniren mit der obigen Gleichung, so wird sich für D ein Werth finden lassen

$$\mu^2 2g(H-D) = \frac{9}{4} \cdot \frac{\pi^2 D^2 n^2}{3600}$$

$$D = -\frac{\mu^2 2g \cdot 800}{\pi^2 n^2} + \sqrt{\left(\frac{\mu^2 2g \cdot 800}{\pi^2 n^2}\right)^2 + \frac{\mu^2 2g H 1600}{\pi^2 n^2}}$$

Hier können wir nun bei gut abgerundeten Schützen $\mu = 0{,}74$ annehmen, gegeben ist $n = 4\frac{1}{2}$ u. $H = 35'$ daher wir

$$D = -150{,}5 + \sqrt{22665{,}0 + 10537{,}1}$$

$$= -\frac{0{,}74^2 \cdot 62{,}67 \cdot 800}{3{,}141^2 \cdot 4{,}5^2} + \sqrt{\left(\frac{0{,}74^2 \cdot 62{,}67 \cdot 800}{3{,}141^2 \cdot 4{,}5^2}\right)^2 + \frac{1600 \cdot 0{,}74^2 \cdot 2g \cdot 35}{3{,}141^2 \cdot 4{,}5^2}}$$

$$= -150{,}5 + 182{,}39$$

$= 31{,}89$ oder, wie wir es annehmen können,

$= 32'$

Das Nächste zur Berechnung ist die Radbreite; es ist aber

$$l = \frac{m \cdot 60 \cdot 3}{\pi D b w},$$

wo man annimmt daß die Schaufel zum 3ten Theil angefüllt sind, so ist der Wassermenge 30 Cu. u. b die gewöhnlich 1' betragende Kranzbreite heraus folgt

$$l = \frac{180 \cdot 500}{60 \cdot 3{,}141 \cdot 32 \cdot 4{,}5} = 3{,}315$$

Bei der Schaufelung haben wir zunächst die Zahl der Schaufeln willkürlich zu wählen, nehmen wir 84 Schaufeln von Holz, eisen jetzt nicht angewandt werden. Was nun den Ablenkungswinkel anlangt, so bestimmt sich dieser nach dem Strahlquerschnitt; man macht nämlich die Schaufelweite = der Strahldicke, daß dieser ohne Widerstand hindurch gehen kann. In der Figur ist

$$\cos\delta = \frac{ab}{ac} = \frac{d}{ac}$$

d den Strahldicke wollen wir jetzt berechnen; ac ist der 84te Theil eines Kreises, dessen Durchmesser $= D - 1$ Fuß hat, angenommen daß der Theilkreis in der Mitte der Kranzbreite liegt. Die Strahldicke d anlangend, so bestimmt sich dieselbe aus der Wassermenge, der Druckhöhe u. der Strahlbreite; die Druckhöhe ist $35 - D$ Fuß; den Strahl macht man meist um einige Zoll schmaler als das Rad breit ist, auf jeder Seite um 2 Zoll, daher hier, da

$$d \cdot b\,\mu\sqrt{2g \cdot h} = \frac{m}{60}$$

$$d = \frac{m}{60 \cdot b\,\mu \cdot \sqrt{2g(35 - D)}} =$$

$$= 0{,}281$$

daher aber

$$\cos\delta = \frac{d}{\frac{\pi \cdot 31}{84}} = 0{,}241$$

$$\delta = 76^\circ \text{ circa.}$$

Für die Stellung des Einlaufschützen haben wir dann

$$\delta_1 = \delta - \alpha = 76^\circ - \frac{360}{84} = 76 - 4\tfrac{1}{4}^\circ$$

$$= 71\tfrac{3}{4}^\circ$$

und

ist $\sin\varphi = \frac{v}{c}\cos\delta_1$

$$= \frac{7{,}54}{10{,}58}\cos 71\tfrac{3}{4}^0$$

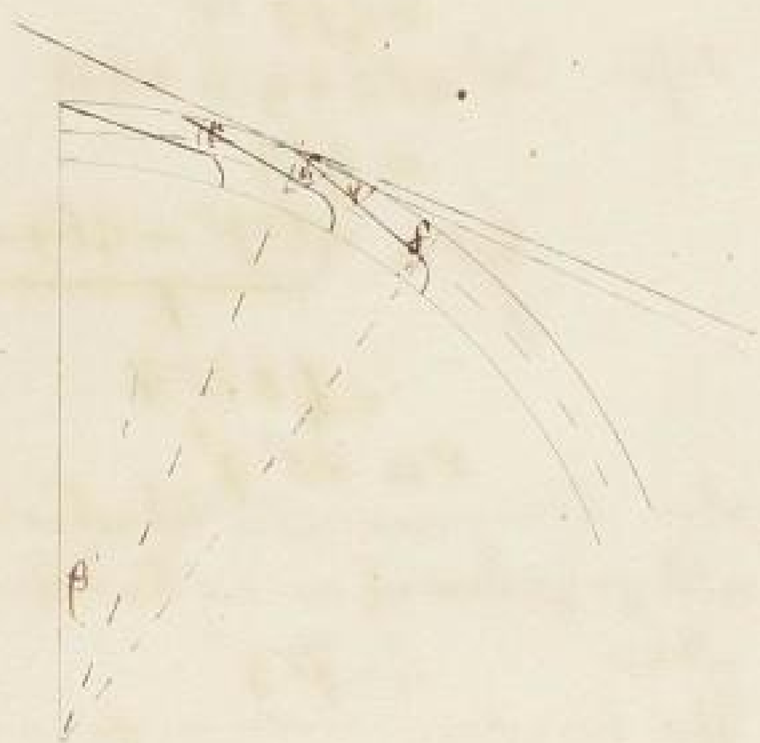
$$\varphi = 12^0 54'$$

Der Winkel μ nun, welchen die Strahlrichtung mit dem Horizont macht, ist

$$\mu = 90^0 + \beta - (\varphi + \delta_1)$$

$$= 90^0 + 8\tfrac{1}{2}^0 - (12^0 54' + 71^0 45')$$

$$= 13^0 51'$$



Um nun den Wirkungsgrad berechnen zu können, müssen wir berechnen wo das Wasser [illegible] auszugießen. Wir betrachten hier die Oberfläche des Wassers in den Zellen gewiß [illegible] Theil als horizontal, denn der Punkt, wo es dann und wegen der Centrifugalkraft die Oberfläche des Wassers als Kreisbogen zu beschreiben, nun liegt er in

$$C K = \frac{7894{,}6}{n^2}\,\text{Meter} = 44{,}17\text{ m}$$

$$= 154{,}59'$$

über dem Radmittel.

Zur Bestimmung des Ausgußpunktes haben wir die Formel

$$tg\,\nu = \frac{2(T - D - w)}{b^2}$$

wo T den trapezoidalen Querschnitt AKTF,
D den dreiseitigen AGK AEGR
u. w den trapezoidalen Wasserquerschnitt EGKH
bezeichnet, b die Kranzbreite.

Nun ist in jeder Schaufel ein Wasserquantum

$$Wl = \frac{60 m}{n \cdot w} \quad \frac{500}{84 \cdot 45} = 1{,}33$$

wo b die Radweite ist, daher

$$w = \frac{1{,}33}{3{,}315} = 0{,}4 \text{ Quadratfuß}$$

T ist eigentlich nichts ein Kreisbogen als ein [illegible] und zwar ist $T = \frac{\alpha}{360^0}\pi(R^2 - R_1^2) = \frac{7^0}{360^0}\pi(16^2 - 15^2)$

$= 1{,}895$ Quadratfuß

D besteht aus dem Dreieck RBG, dem Rechteck BGLA, wenig fehlt können wir als solches, ~~[illegible]~~ u. dem ebenfalls als Dreieck zu betrachtenden Stück GEL

$\Delta RGB = \frac{BR.b}{4} = \frac{1,2 \cdot 1}{4}$
$= 0,3 \square'$.

$BGLA = \frac{BA.b}{2} = \frac{0,53'}{2}$
$= 0,26 \square'$

$\Delta GCL = \frac{GL.b}{4} = \frac{0,52}{4}$
$= 0,13 \square'$

daher $D = 0,3 + 0,26 + 0,13$
$= 0,69$

$$tg\,v = \frac{2(1,895 - 0,69 - 0,40)}{1}$$
$$= 1,6104$$
$$v = 58^0\,9'$$

Die Stelle wo alles Wasser aus der Schaufel ausgegossen ist, wo die Stoßschaufel horizontal steht, ist bei $\delta_1 = 71\frac{3}{4}^0$

Wir berechnen nun mehrere Wasserprofile in Höhen von zwei H, wir theilen sie in 4 gleiche Theile u. gehen von den Theilpunkten horizontal nach der Kreisperipherie, wo diesen Schnittpunkt berechnen wir die Wasserprofile, es ist

$W_0 = 0,400$
$W_1 = 0,324$
$W_2 = 0,240$
$W_3 = 0,130$
$W_4 = 0,000$

Hieraus berechnet sich nach der Simpsonischen Regel das mittlere Wasserprofil zu

$$W = \frac{W_0 + W_4 + 4(W_1 + W_3) + 2W_2}{12}$$
$$= 0,2248.$$

Wir haben nun als die Leistung des Rades:

$$P\,v = \left(\frac{(c\cos\varphi - v)}{g}v + h_1 + h_2 + \frac{W}{W_0}h_3\right) m\gamma$$

Nun ist $\left(\frac{c\cos\varphi - v}{g}\right)v = \frac{(10,58\cos 12^0 54' - 7,34)\,7,54}{34,33}$

$$= \frac{2090}{34,33} = 0,6095$$

$h_1 = R\cos\beta = 16.\cos 8\frac{1}{2}^0$
$= 15,824$

$h_2 = R\sin v = R\sin 58^0\,9'$
$= 13,59$

$$h_3 = R(\sin\alpha_1 - \sin\alpha) = 16(\sin 71\tfrac{3}{4}^0 - \sin 58^0 9')$$
$$= 16 \cdot 0{,}10027 = 1{,}6033'$$

Nun ist das Gewicht eines Kubikfußes Wasser

$$\gamma = 46{,}64 \text{ ℔}.$$

Daher wird

$$Pv = \left(0{,}6095 + 13{,}824 + 13{,}59 + \frac{0{,}2248}{0{,}4} \cdot 1{,}6033\right)\frac{500}{60} \cdot 46{,}64$$
$$= 12065 \text{ Fußpfund}$$
$$= 21{,}58 \text{ Pferdekraft}.$$

Die theoretische Leistung wäre

$$Pv = n\,i\,h_p$$
$$= 8\tfrac{1}{3} \cdot 35 \cdot 46{,}64$$
$$= 13663 \text{ Fußpfund}$$
$$= 24{,}73 \text{ Pferdekraft}.$$

Der Wirkungsgrad demnach ohne die Reibung zu berücksichtigen

$$\varepsilon = \frac{21{,}58}{24{,}73} = 0{,}87.$$

Will man die Reibung berechnen, so müssen wir zunächst das Gewicht des mit Wasser gefüllten Rades berechnen. Die hierzu nöthigen Dimensionen und Gewichte sind dieselben, wie sie bei dem ausgeführten ... Rad vorkommen, welches ganz ähnliche Dimensionen hat.

Das Gewicht einer gußeisernen Schaufel von $\frac{3}{8}$ Zoll Stärke beträgt mit den Zwingen zur Befestigung 90 ℔, es ist daher das Gewicht aller Schaufeln $G_1 = 84 \cdot 90 = 7560$ ℔.

Ist 0,85 das spec. Gewicht des ganz mit Wasser durchdrungenen Holzes, so wiegt ein Kubikfuß Holz $\gamma = 0{,}85 \cdot 46{,}65 = 39{,}64$ ℔.

Wir haben daher G_2 das Gewicht der beiden $\frac{1}{2}$ Fuß starken Radkränze

$$G_2 = \pi \cdot 31 \cdot 2 \cdot \tfrac{1}{2}\, 39{,}64$$
$$= 3772{,}7 \text{ ℔}.$$

Ferner wiegen die 16 Speichen, die im Mittel $9\frac{3}{4}$ Zoll stark u. 14' lang sind

$$G_3 = 16\left(\frac{39}{48}\right) 39{,}64 = 7214{,}3 \text{ ℔}.$$

Das Gewicht der 16 Zellarme von $8\frac{3}{4}$ Zoll mittlerer Stärke beträgt

$$G_4 = 5320 ℔$$

Das der 8 Winkelstücke

$$G_5 = 664,4 ℔$$

Das des Laufrads, wenn es 1 Zoll stark ist

$$G_6 = 1201 ℔.$$

Das der 20 Zwingennägel

$$G_7 = 600 ℔$$

Das der 32 Kranzschrauben

$$G_8 = 160 ℔$$

Das der 16 Armschrauben

$$G_9 = 80 ℔.$$

Das der 48 Schrauben an den Winkelstücken

$$G_{10} = 288 ℔$$

Das von 8 Schrauben zur Verbindung der Zapfenarme $G_{11} = 40 ℔$

Das Gewicht des im Rad befindlichen Wassers ist

$$G_{12} = (30 \cdot 1,726 + 5 \cdot 0,735)\,46,64$$
$$= 1926,7 ℔.$$

Und dem auf der Welle lastenden Gewicht

$$(G_1 + G_2 + \ldots G_{12}) = 27826,5 ℔$$

berechnet sich die nöthige Stärke der Welle

$$D_1 = \sqrt[3]{\frac{Gl^2}{170}}$$

Nimmt man der Welle Länge 12 Fuß lang, so wird

$$D_1 = \sqrt[3]{\frac{27826,5 \cdot 144}{170}} = 42,92''$$
$$= 3,57'$$

Hieraus ergiebt sich nun wieder das Gewicht der Welle zu

$$G_{13} = 5850 ℔$$

Werden Wellen ringen aufgesetzte Ringe, die zusammen

$$G_{14} = 11600 ℔$$

wiegen; die schmiedeeisernen Zapfen wiegen auch

$$G_{15} = 1600 ℔$$

Hieraus ergiebt sich die Zapfenstärke zu

$$d = \frac{1}{7}\sqrt[3]{Ql_1}$$

wo Q = dem ganzen Gewicht der vollständig armirten Welle ist, u. l_1 die Länge des Zapfens = 1 Fuß daher $d = \frac{1}{7}\sqrt[3]{18083.12}$

$= 8,5$ Zoll $= 0,708$ Fuß

Hieraus ergiebt sich die Arbeit der Reibung auf den Radumfang reducirt zu

$$A = f \frac{d}{D} G v$$

wo f den Reibungscoefficienten, d den Zapfendurchmesser, G das Gesammtgewicht des Rades, v aber die Umfangsgeschwindigkeit bezeichnet.

Es wird daher

$$A = \frac{0,1 . 0,708}{3,2} . 34014 . 7,54$$

$= 603,3$ Fußpfund

$= 1,1$ Pferdekraft.

Nunmehr erhalten wir den wirklichen Wirkungsgrad

$$\varepsilon = \frac{21,58 - 1,1}{24,73} = 0,82.$$

Es ist für ein Gefälle von 5 Fuß u. ein Wasserquantum von 800 Cubikfuß eine Turbine anzuwenden u. zu berechnen, die 100 Umgänge pro Minute macht.

Die erste Bestimmung bei der Turbine ist die der Geschwindigkeit des innern Radumfangs v, diese nehmen wir

$$v = \sqrt{gh}$$

$$= \sqrt{g.5} = 13,1055'$$

Hieraus folgt der innere Raddurchmesser

$$R = \frac{30 v}{\pi . n}$$

$$= \frac{30 . 13,1055'}{3,141 . 100} = 1,25129'$$

u. der äußere Raddurchmesser

$$R_1 = \frac{5}{4} R = 1,5641'$$

Was nun die Schaufelung anlangt, so wäre es am besten, wenn δ der Winkel der Tangenten des äußersten Schaufelelementes u. des Rades $= 0$ wäre, das läßt sich aber theils schlecht construiren, theils würde auch der Radschnitt zu schmal, man nimmt daher

$$\delta = 10^\circ$$

an. Die Geschwindigkeit des äußeren Radumfangs

$$v_1 = \frac{R_1}{R} v$$

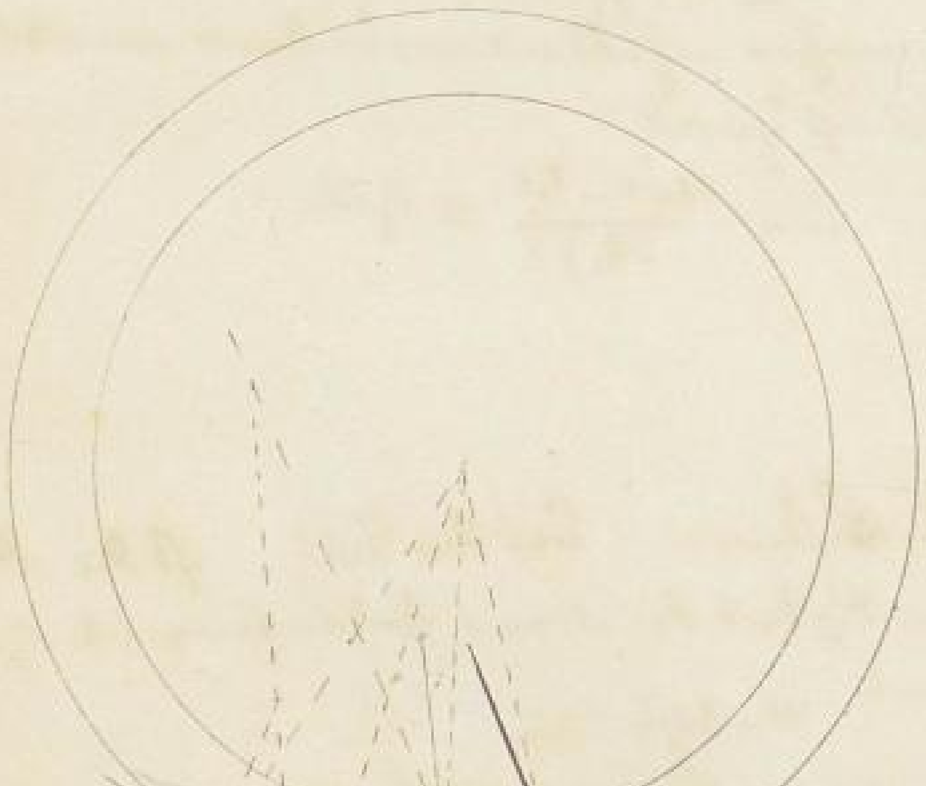
ist $v_1 = 16,6934$

Dies ist zugleich auch die Geschwindigkeit des nachtretenden Wassers c_2. Hiernach bestimmt sich nun die Radweite

$$e = \frac{M}{2\pi R_1 c_2 \sin\delta}$$

$$= \frac{800}{60 \cdot 2 \cdot 3,141 \cdot 1,594 \cdot 16,6934 \sin 10^\circ}$$

$$= 0,45929 \text{ Fuß.}$$



Der Winkel, den die Tangenten des innersten ~~u. äußersten Rad~~ Schaufelelementes mit der Peripherie machen β wird

$$\sin\beta = \left(\frac{R_1}{R}\right)^2 \sin\delta = \left(\frac{1,594}{1,25129}\right)^2 \sin\delta$$

$$\beta = 16^\circ 22' 12''$$

Ferner die Geschwindigkeit, mit der das Wasser in die Schaufeln ~~hineinsch~~ eintritt

$$c_1 = \frac{R_1 \sin\delta}{R \sin\beta} c_2 = 13,1034$$

Der Winkel α, unter dem die Luftschaufeln den Radumfang treffen ist

$$tg\,\alpha = \frac{c_1 \sin\beta}{v - c_1 \cos\beta}$$

$$\alpha = 81^\circ 48' 50''$$

Hiernach endlich c die Geschwindigkeit des aus dem Reservoir nachtretenden Wassers

$$c = \frac{c_1 \sin\beta}{\sin\alpha} = 3,731.$$

Geben wir nun dem Rade 24 Schaufeln, die wir nach 2 Krümmungen so zusammensetzen daß sie unter 45° die innere, unter δ die äußere Peripherie treffen, ist b der normale Abstand zweier Schaufeln, α den Bogen den eine Schaufel einnimmt, l die Länge der Mittellinie des Schaufelelements, ξ und ξ_1 die Widerstandscoefficienten wegen Reibungen an den Schaufeln u. Krümmung derselben, so haben wir die Leistung der Turbine

$$Pv = \left[\left(1 - \left(\frac{2R_1 \sin\frac{\delta}{2}}{R}\right)^2\right)h - \left(\xi \frac{l(b+e)}{2be} + \xi_1 \frac{\alpha}{\pi}\right)\frac{\left(\frac{c_1+c_2}{2}\right)^2}{2g}\right] M\gamma$$

$$= \left[(1 - 0,805)h - \left(0,0187 \cdot \frac{1,04(0,17+0,45929)}{2 \cdot 0,17 \cdot 0,45929} + 0,124 \cdot \frac{30}{180}\right)\frac{\left(\frac{13,1034+16,6934}{2}\right)^2}{2g}\right] M\gamma$$

$$= \left[4,975 - (0,04961 + 0,01641)\, 6,463\right] M\gamma$$

$$P_v = [4{,}975 - 0{,}42673]\, m\gamma$$
$$= 4{,}5483 \cdot 13{,}33 \cdot 46{,}64$$
$$= 2821{,}2 \text{ Fußpfund pro Sec.}$$
$$= 5{,}1 \text{ Pferdekraft}$$

Die theoretische Leistung wäre

$$P_0 = h \cdot m\gamma = \frac{5 \cdot 800}{60}\, 46{,}64$$
$$= 3110 \text{ Fußpfd}$$
$$= 5{,}65 \text{ Pferdekraft}$$

u. daher ohne Rücksicht auf Reibung des Wellzapf. wird $\varepsilon = \frac{5{,}1}{5{,}65} = 0{,}90$

Wir haben nun noch die Reibung und das Gewicht des Rades zu berechnen. Nehmen wir an, daß die beiden Radkränze von ½ Zoll Stärke, die Schaufeln ¼ Zoll Stärke, der Teller aber zu 1 Zoll Stärke und Schmiedeeisen gefertigt sei; so haben wir

Volumen beider Radkränze V_1

$$V_1 = 2 \cdot 3{,}141 (R_1^2 - R^2)\,\delta = 2 \cdot 3{,}141 (2{,}128 - 1{,}5625)\tfrac{1}{12}$$
$$= 0{,}13862 \text{ Kubikfuß.}$$

Volumen des Tellers

$$V_2 = \pi R^2 \tfrac{1}{12} = 0{,}045 \text{ Kbkfß}$$

Volumen der Schaufeln

$$V_3 = \frac{1{,}04 \cdot 0{,}46 \cdot 24}{48}$$
$$= 0{,}2382 \text{ Kbkfß.}$$

Der Durchmesser der Welle bestimmt sich zu

$$r = \sqrt[3]{\frac{P_a}{12600}}$$

nun ist $P_a = \frac{\text{Leist. pro Sek.}}{\text{Winkelgeschw.}} = \frac{2821 \cdot 30}{3{,}141 \cdot 100}$

$$= 269{,}39$$

daher $r = \sqrt[3]{\frac{269{,}39 \cdot 12}{12600}}$

$$= 0{,}6354 \text{ Zoll}$$

Demnach wird das Volumen der Welle, die 7' lang ist

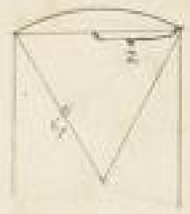
$$V_4 = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 7}{144} = 0{,}061 \text{ Kbkfß}$$

Das Gewicht der ganzen Turbine wird daher

$G = (0{,}13862 + 0{,}045 + 0{,}2382 + 0{,}061)\, 7{,}2 \cdot 46{,}64.$

$= 162 \text{ ℔}.$

Ist nun der Zapfen 1,5 Zoll stark u. oben so abgerundet, daß der Zapfendurchmesser = dem Kugeldurchmesser ist, so ist, da dann $\frac{r}{r_1} = \frac{1}{2}$ ist; das Moment der Reibung



$$= \frac{2}{3} f\left(1 + 0{,}3\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right) G r$$

$$= \frac{2}{3} f\,(1 + 0{,}076)\, G r$$

$$= 0{,}044 f G \text{ Fußpfund}$$

Daher die Arbeit der Reibung

$$= \frac{f G \cdot 0{,}044 \cdot \pi u}{30}$$

$$= \frac{0{,}044 \cdot 3{,}141 \cdot 160 \cdot 0{,}1 \cdot 162}{30}$$

$$= 74{,}3 \text{ Fußpfund}$$

Wir erhalten daher den Wirkungsgrad der Turbine

$$\varepsilon = \frac{2821{,}2 - 74{,}3}{3110}$$

$$= 0{,}88.$$