



1

Q.  
631.





**LEITFADEN**  
FÜR DEN  
**PHYSIKALISCHEN UNTERRICHT**

AN DER K. H. GEWERBSCHULE

ZU

CHEMNITZ

VON

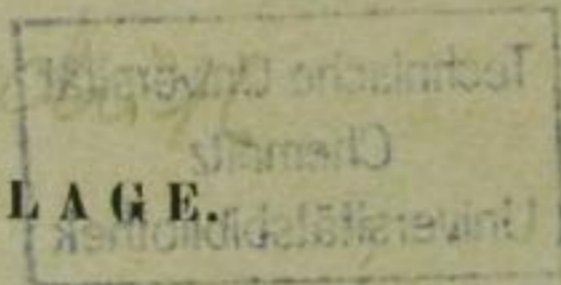
**ADOLF WEINHOLD.**

6. AUFLAGE.

(ALS MANUSCRIPT GEDRUCKT.)

1881.

DRUCK VON WILHELM ADAM IN CHEMNITZ.



LEHRE  
IN  
PHYSIKALISCHEN UNTERRICHT

Technische Universität  
Chemnitz  
Universitätsbibliothek

WA  
D631

## I. Allgemeines.

§ 1. Physik: Lehre von Erscheinungen (Veränderungen) an Naturkörpern ohne Aenderung des Stoffes (mit Ausschluss der den belebten Wesen eigenthümlichen Erscheinungen).

Körper: nach allen Seiten begränzter, mit Stoff (Materie) erfüllter Theil des Raumes.

Allgemeine Eigenschaften der Körper: Ausdehnung<sup>1)</sup>, Undurchdringlichkeit, Theilbarkeit<sup>2)</sup>, Zusammendrückbarkeit und Ausdehnbarkeit, Porosität, Beharrungsvermögen, Schwere.

1) 10 000 000<sup>m</sup> sollen sein = 1 Erdmeridianquadrant, in Wirklichkeit 10 000 856<sup>m</sup> = 1 Erdmeridianquadrant, folglich das Meter um etwa  $\frac{1}{12}$  Millimeter zu klein.

Aequatorealhalbmesser der Erde	6 377 400 <sup>m</sup>
Polarhalbmesser der Erde . . .	6 356 100 <sup>m</sup>
Geographische Meile . . . . .	7 420,44 <sup>m</sup>

Vernier: um  $\frac{1}{n}$  Theil ablesen zu können, enthält der kleine Massstab  $n - 1$  (Untertheilung, vortragender V.) oder  $n + 1$  (Uebertheilung, nachtragender V.) Theile des Hauptmaassstabs in  $n$  Theile getheilt.

Inhaltsformeln: Kugeloberfläche  $F = d^2\pi = 4r^2\pi$

Prisma  $J = bh$     Kegel  $J = \frac{r^2\pi h}{3}$

Pyramide  $J = \frac{bh}{3}$     Kugel  $\left\{ \begin{array}{l} J = \frac{4}{3} r^3\pi = \frac{d^3\pi}{6} \\ J = 4,1888r^3 \end{array} \right.$

Cylinder  $J = r^2\pi h$

Abgest. Kegel  $\left\{ \begin{array}{l} J = \frac{\pi h}{3} (R^2 + Rr + r^2) \\ J = \frac{\pi h}{6} (R^2 + r^2 + [R + r]^2) \end{array} \right.$

2) Atome, Moleküle. Muthmaassliches Gewicht einer Quadrillion Wasserstoffatome etwa 3<sup>g</sup>; muthmaasslicher Durchmesser eines Gasmoleküls etwa 0,000 000 3<sup>mm</sup>.

§ 2. Beharrungsvermögen: Bestreben der Körper, in dem Zustande zu bleiben, in dem sie sich befinden:

ein ruhender Körper bleibt, ohne fremde Einwirkung, in Ruhe;

ein bewegter Körper bewegt sich, ohne fremde Einwirkung, mit unveränderter Geschwindigkeit und Richtung fort.

§ 3. Schwere: Bestreben der Körper, sich nach dem Erdmittelpunkte zu begeben.

Schwerkraft: Anziehung nach dem Erdmittelpunkte.

Gewicht, absolutes: Druck oder Zug, den ein ruhender Körper infolge der Schwere auf den Befestigungspunkt ausübt.

Gramm (1<sup>g</sup>): absolutes Gewicht von 1<sup>cem</sup> Wasser von 4<sup>o</sup> C.

Kilogramm (1<sup>kg</sup>): 1000<sup>g</sup> = 2 *℥*. = absolutes Gewicht von 1<sup>l</sup> Wasser von 4<sup>o</sup> C.

Relatives Gewicht (gewöhnlich spezifisches Gewicht genannt): Zahl, welche angiebt, wieviel mal so schwer ein Körper ist, als ein gleiches Volumen Wasser (oder Wasserstoffgas oder Luft bei luftförmigen Körpern).

Spezifisches Gewicht (im eigentlichen Sinne): absolutes Gewicht der Volumeneinheit eines Körpers.

Spezifisches Volumen: Volumen der Gewichtseinheit eines Körpers.

$P$  = absolutes Gewicht,  $D$  = relatives Gewicht,  $V$  = Volumen,  $s$  = spezifisches Gewicht,  $\sigma$  = spezifisches Volumen eines Körpers;  $\gamma$  = Gewicht einer Volumeneinheit Wasser (spezifisches Gewicht des Wassers).

$$P = DV\gamma = Vs = \frac{V}{\sigma} \quad (1)$$

$$s = D\gamma = \frac{P}{V} = \frac{1}{\sigma} \quad (2)$$

$$D = \frac{P}{V\gamma} = \frac{s}{\gamma} = \frac{1}{\gamma\sigma} \quad (3)$$

$$V = \frac{P}{D\gamma} = \frac{P}{s} = P\sigma \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{V}{P} = \frac{1}{D\gamma} = \frac{1}{s} \quad (5)$$

$$P_1 = P_2; \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{s_2}{s_1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad (6)$$

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = s_2 \\ D_1 = D_2 \\ \sigma_1 = \sigma_2 \end{array} \right\}; \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad (7)$$

$$V_1 = V_2; \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (8)$$



Relative Gewichte (zugleich spezifische Gewichte in Grammen pro Cubikcentimeter, in Kilogrammen pro Cubikdecimeter):

Aluminium . . . . .	2,7	Kohle, organische . . . . .	1,57
Anthracit . . . . .	1,8	Kork . . . . .	0,2 bis 0,3
Bergkrystall . . . . .	2,68	Kupfer, gegossen . . . . .	7,8
Blei, gegossen . . . . .	11,35	Kupfer, gehämmert . . . . .	8,9
Diamant . . . . .	3,5	Platin, gegossen . . . . .	20,9
Eis . . . . .	0,91674	Platin, gemünzt . . . . .	22,1
Elfenbein . . . . .	1,9	Schmiedeeisen . . . . .	7,8
Flintglas . . . . .	3,2 bis 4,88	Schwefel . . . . .	2,0
Gold, gegossen . . . . .	19,25	Silber, Draht . . . . .	10,43
Gold, gemünzt . . . . .	19,5	Spiegelglas . . . . .	2,4
Graphit . . . . .	1,8 bis 2,4	Stahl . . . . .	7,8
Gusseisen . . . . .	7,0 bis 7,2	Zink . . . . .	7,0
Holz . . . . .	0,4 bis 1,4	Zinn . . . . .	7,3

Aether . . . . .	0,715	Brom . . . . .	2,966
Alkohol, absoluter . . . . .	0,793	Quecksilber . . . . .	13,596
Baumöl . . . . .	0,915	Schwefelkohlenstoff . . . . .	1,272
Benzol . . . . .	0,868	Schwefelsäure, englische . . . . .	1,848

	Wasser = 1	Wasserst. = 1	Luft = 1
Ammoniak . . . . .	0,000763	8,505	0,5898
Chlor . . . . .	0,003172	35,370	2,4529
Kohlenoxyd . . . . .	0,001252	13,965	0,9685
Kohlensäure . . . . .	0,001968	21,945	1,5219
Luft, atmosphärische . . . . .	0,00129318	14,420	1,0000
Salzsäure . . . . .	0,001631	18,185	1,2611
Sauerstoff . . . . .	0,001431	15,960	1,1068*
Stickstoff . . . . .	0,001256	14,010	0,9716
Sumpfgas . . . . .	0,000716	7,985	0,5538
Wasserstoff . . . . .	0,0000897	1,000	0,0694

#### § 4. Kennzeichen der Aggregatzustände:

Starre Körper: bestimmtes Volumen, bestimmte Form.

Tropfbare Körper: bestimmtes Volumen, unbestimmte Form.

Gasige Körper: unbestimmtes Volumen, unbestimmte Form.

\* Aus den Atomgewichten berechnet; nach directen Bestimmungen von Regnault hingegen 1,1056.



Gleichförmige Bewegung macht ein Körper:

1) wenn er sich nur unter dem Einflusse des Beharrungsvermögens bewegt;

2) wenn er sich bewegt unter dem Einflusse einer beschleunigenden Kraft und eines gleich stark verzögernden Widerstandes.

§ 7. Gleichmässig veränderte Bewegung:

$v$  = Geschwindigkeit (Endgeschwindigkeit) in einem Zeitmomente:  
Weg, den der Körper in einer Zeiteinheit durchlaufen würde, wenn er von dem betreffenden Momente an sich nur unter dem Einflusse des Beharrungsvermögens bewegte.

$p$  = Beschleunigung (Acceleration): Geschwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit.

$-p$  = Verzögerung (negative Beschleunigung, Retardation): Geschwindigkeitsabnahme in der Zeiteinheit.

$c$  = Anfangsgeschwindigkeit: Geschwindigkeit am Anfange der Zeit, auf welche sich die Rechnung bezieht (nicht Geschwindigkeit am Anfange einer Bewegung).

$t$  = Zeit;  $s$  = Weg.

$$v = c \pm tp \dots \dots \dots (15)$$

$$s = t \left( c \pm \frac{tp}{2} \right) = tc \pm \frac{t^2 p}{2} \dots \dots \dots (16)$$

$$v = \sqrt{c^2 \pm 2ps} \dots \dots \dots (17)$$

$$s = \frac{v^2 - c^2}{\pm 2p} \dots \dots \dots (18)$$

$$t = \frac{\sqrt{c^2 \pm 2ps} - c}{\pm p} \dots \dots \dots (19)$$

Für  $c = 0$ :

$$v = tp \dots \dots \dots (20)$$

$$s = \frac{t^2 p}{2} \dots \dots \dots (21)$$

$$v = \sqrt{2ps} \dots \dots \dots (22)$$

$$s = \frac{v^2}{2p} \dots \dots \dots (23)$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{p}} \dots \dots \dots (24)$$

$$p = \frac{2s}{t^2} \dots \dots \dots (25)$$

§ 8. Masse: Summe der materiellen Theile eines Körpers.

Kraft: Ursache einer Veränderung.

1) Bei gleichen Massen sind die Beschleunigungen den Kräften direct proportional.

2) Bei gleichen Kräften sind die Beschleunigungen den Massen umgekehrt proportional. (Fallmaschine.)

3) Bei gleichen Beschleunigungen sind die Kräfte den Massen direct proportional. (Schwere.)

Masseneinheit: Masse, welche durch die Krafteinheit ( $1^{\text{kg}}$ ) die Einheit der Beschleunigung ( $1^{\text{m}}$ ) erhält = Masse von 9,809 Cubikdecimeter Wasser von  $4^{\circ}$  C.

$P$  = absolutes Gewicht eines Körpers;  $M$  = Masse eines Körpers in Masseneinheiten;  $p$  = Beschleunigung durch die Kraft  $K$ ;  $g$  = Beschleunigung der Schwerkraft.

$$K = Mp \quad \dots \quad (26)$$

$$M = \frac{K}{p} \quad \dots \quad (27)$$

$$P = \frac{K}{M} \quad \dots \quad (28)$$

$$P = Mg \quad \dots \quad (29)^*$$

$$M = \frac{P}{g} \quad \dots \quad (30)$$

Gravitation: allgemeine Anziehung der Massen; ist direct proportional dem Producte der Massen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung.

Anziehung zweier Massen von  $1^{\text{kg}}$  Gewicht in  $1^{\text{m}}$  Entfernung  $0,000\ 006\ 86^{\text{mg}}$ .

Masse der Erde: 5,9 Quadrillionen Kilogramm = 600 000 Trillionen Masseneinheiten.

§ 9. Freier Fall.  $g$  = Beschleunigung der Schwere;  $t$  = Zeit;  $v$  = erlangte Geschwindigkeit;  $s$  = Fallraum.

$$v = tg \quad \dots \quad (31) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2} \quad \dots \quad (36)$$

$$s = \frac{t^2 g}{2} \quad \dots \quad (32) \quad \frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} \quad \dots \quad (37)$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \quad \dots \quad (33) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{s_1}}{\sqrt{s_2}} \quad \dots \quad (38)$$

$$v = \sqrt{2gs} \quad \dots \quad (34) \quad \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{s_1}{s_2} \quad \dots \quad (39)$$

\* Da sich das Gewicht eines Körpers mit der Beschleunigung der Schwere ändert, so ist das Gewicht des Kilogrammes veränderlich; die Masse desselben ist unveränderlich. Soll das Kilogramm als Gewicht im eigentlichen Sinne (Druckeinheit) gelten, so muss es auf eine bestimmte Beschleunigung ( $9,809^{\text{m}}$ ) bezogen werden.

$g$  beträgt unter der geographischen Breite

$0^{\circ}$ . . . . .	$9,7801^m$	$51^{\circ}$ (Chemnitz) . . . . .	$9,8108^m$
$49^{\circ}$ (Paris) . . . . .	$9,8090^m$	$90^{\circ}$ . . . . .	$9,8309^m$

§ 10. Parallelogramm der Wege: Unter dem gleichzeitigen Einflusse zweier Kräfte gelangt ein freibeweglicher Körper in einer gewissen Zeit an denselben Ort, an den er gelangen würde, wenn eine gleiche Zeit lang erst die eine und dann eine gleiche Zeit lang die andere Kraft wirkte. (Wurf.)

Parallelogramm der Kräfte: Stellt man durch die Grössen und Richtungen zweier Geraden die Grössen und Richtungen zweier gleichartigen, gleichzeitig auf einen Punkt wirkenden Kräfte (Seitenkräfte, Componenten) dar und construirt (durch Parallelen durch ihre freien Enden) ein Parallelogramm, so giebt die von jenem Punkte aus gezogene Diagonale die Grösse und Richtung einer Kraft (Mittelkraft, Resultirende), welche für sich allein dieselbe Wirkung hervorbringt, wie die beiden andern Kräfte zusammen.

$P, Q$  = Seitenkräfte;  $R$  = Mittelkraft,  $\alpha$  = Winkel zwischen  $P$  und  $Q$ ;  $x$  = Winkel zwischen  $P$  und  $R$ ;  $y$  = Winkel zwischen  $Q$  und  $R$ .

Gegeben:  $P, Q, \alpha$ :

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha} \quad (40) \quad \text{tang } y = \frac{P \sin \alpha}{Q + P \cos \alpha} \quad (41)$$

Gegeben:  $R, x, y$ :

$$P = \frac{R \sin y}{\sin(x + y)} \quad (42)$$

Gegeben:  $R, P, x$ :

$$Q = \sqrt{P^2 + R^2 - 2PR \cos x} \quad (43) \quad \text{tang } y = \frac{P \sin x}{R - P \cos x} \quad (44)$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{R \sin x}{R \cos x - P} \quad (45)$$

Gegeben:  $R, P, Q$ .

$$\cos \alpha = \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2 P Q} \quad (46) \quad \cos y = \frac{Q^2 + R^2 - P^2}{2 Q R} \quad (47)$$

§ 11. Wurf:  $c$  = Wurfgeschwindigkeit;  $\varphi$  = Elevationswinkel;  $t$  = Zeit;  $h$  = Wurfhöhe;  $e$  = horizontale Entfernung von der Verticale des Ausgangspunktes;  $H$  = grösste Wurfhöhe;  $T$  = Zeit bis zur Erreichung von  $H$ ;  $T_1$  = Zeit bis zur Rückkehr in die Horizontale;  $E$  = horizontale Wurfweite;  $V$  = Geschwindigkeit bei der Rückkehr in die Horizontale;  $g$  = Beschleunigung der Schwere.



$$\frac{Z}{P} = \frac{h}{l}; Z = P \sin \alpha \quad . \quad . \quad (58) \quad \frac{D_h}{P} = \frac{l}{b}; D_h = \frac{P}{\cos \alpha} \quad . \quad . \quad (61)$$

$$\frac{D}{P} = \frac{b}{l}; D = P \cos \alpha \quad . \quad . \quad (59) \quad p = g \sin \alpha \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

$$\frac{H}{P} = \frac{h}{b}; H = P \tan \alpha \quad . \quad . \quad (60) \quad V = \sqrt{2 g h} \quad (63) \quad \text{Vgl. Formel (34)}$$

Auch für den Fall auf einer beliebig gestalteten, krummen Bahn von der senkrechten Höhe =  $h$  ist  $V = \sqrt{2 g h}$ .

(Sehnen, die im höchsten oder tiefsten Punkte eines Kreises endigen, werden mit dem verticalen Durchmesser in gleicher Zeit durchfallen.)

§ 14. Die Wirkung einer Kraft auf einen Körper bleibt ungeändert, wenn der Angriffspunkt in der Richtung der Kraft verlegt wird.

Ein in einem Punkte unterstützter Körper bleibt in Ruhe (ist im Gleichgewicht), wenn der Unterstützungspunkt in der Richtung der Kraft oder bei mehreren Kräften in der Richtung der Resultirenden liegt.

Momentenarm: Senkrechte von einem Drehungspunkte (Momentenpunkt) auf die Richtung einer Kraft.

Statisches Moment: Maass für die drehende Wirkung einer Kraft: Kraft mal Momentenarm. Statische Momente von Kräften, die nach entgegengesetzten Richtungen drehen, erhalten entgegengesetzte Vorzeichen.

Das statische Moment der Resultirenden ist die algebraische Summe der statischen Momente der Componenten.

Sind für einen Punkt die statischen Momente zweier Kräfte gleich und entgegengesetzt, so liegt er in der Richtung ihrer Resultirenden.

§ 15. Hebel: um eine Achse drehbarer Körper, den zwei oder mehr Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben. (Ohne Masse und vollkommen starr gedacht: mathematischer, sonst physischer Hebel. — Gerader und Winkelhebel, ein- und zweiseitiger Hebel.)

Hebelarm: Entfernung des Angriffspunktes einer Kraft von der Drehungsachse (Hypomochlion).

$P, Q$  = Kräfte;  $a, b$  = Hebelarme;  $\alpha, \beta$  = Angriffswinkel.

Für den Gleichgewichtszustand bei Kräften in einer Ebene:

$$P a \sin \alpha = Q b \sin \beta \quad . \quad (64) \quad a = \frac{Q b \sin \beta}{P \sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

$$P = \frac{Q b \sin \beta}{a \sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (65) \quad \sin \alpha = \frac{Q b \sin \beta}{P a} \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Am Hebel mit mehr als zwei Kräften ist Gleichgewicht, wenn die Summe der Momente der rechts drehenden Kräfte gleich ist der Summe der Momente der links drehenden Kräfte.

Für den Gleichgewichtszustand am geraden Hebel mit parallelen Kräften:

$$P a = Q b \quad \dots \quad (68) \quad P = \frac{Q b}{a} \quad \dots \quad (69)$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{b}{a} \quad \dots \quad (70) \quad a = \frac{Q b}{P} \quad \dots \quad (71)$$

Die Resultierende aus zwei parallelen und gleichgerichteten Kräften ist gleich ihrer Summe und liegt so zwischen ihnen, dass sich die Abstände umgekehrt verhalten, wie die Seitenkräfte.

Die Resultierende aus zwei parallelen, entgegengesetzten Kräften ist gleich ihrer Differenz. Sie ist mit der grösseren gleichgerichtet und liegt ausserhalb von ihnen auf der Seite der grösseren Kraft so, dass sich ihre Abstände von ihnen umgekehrt verhalten, wie die Componenten.

$P, Q$  = parallele Kräfte;  $R$  = Resultierende derselben;  $a$  = Abstand von  $P$  und  $R$ ;  $b$  = Abstand von  $Q$  und  $R$ ;  $d$  = Abstand von  $P$  und  $Q$ .

$P$  und  $Q$  gleich gerichtet:  $R = P + Q$ ;  $d = a + b$ .

$P$  und  $Q$  entgegengesetzt gerichtet:  $R = P - Q$ ;  $d = b - a$ .

$$a = \frac{Q d}{R}; \quad b = \frac{P d}{R} \quad \dots \quad (72)$$

Zwei gleiche, parallele, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte (Kräftepaar) haben keine Resultierende.

Das statische Moment eines Kräftepaares ist das Product aus einer Kraft und dem senkrechten Abstände beider.

§ 16. Angriffsmittelpunkt paralleler Kräfte: Punkt, durch den die Resultierende paralleler Kräfte immer hindurchgeht, wenn dieselben um gleiche Winkel nach einer Richtung gedreht werden.

Schwerpunkt: Angriffsmittelpunkt der parallelen Wirkungen der Schwerkraft auf die einzelnen Theilchen eines Körpers. (Punkt, in dem ein Körper unterstützt werden muss, damit er in jeder Lage im Gleichgewicht ist.) Es liegt der Schwerpunkt homogener Körper:

1) bei regelmässigen Körpern im geometrischen Mittelpunkte.

2) beim Dreieck in der Geraden vom Halbirungspunkt einer Seite nach der gegenüberliegenden Ecke um ein Drittel der Geraden vom Halbirungspunkt entfernt.

3) bei der Pyramide und dem Kegel in der Geraden vom Schwerpunkt der Basis nach der Spitze um ein Viertel dieser Geraden vom Schwerpunkt der Basis entfernt.

Falllinie: Senkrechte durch den Schwerpunkt, Richtung der Schwerkraftresultierenden.



Ein in einem Punkte der Falllinie unterstützter Körper ist im Gleichgewicht. Das Gleichgewicht ist:

indifferent, wenn der Unterstützungspunkt der Schwerpunkt selbst ist; der Körper ist in jeder Lage im Gleichgewicht.

stabil, wenn der Unterstützungspunkt über dem Schwerpunkt liegt; wird der Körper aus seiner Lage gebracht, so kehrt er in dieselbe zurück.

labil, wenn der Unterstützungspunkt unter dem Schwerpunkt liegt; wird der Körper aus seiner Lage gebracht, so schlägt er um.

Ermittelung des Schwerpunktes: Aufhängen des Körpers in zwei verschiedenen Punkten; der Schwerpunkt ist der Schnittpunkt der beiden Senkrechten durch die Aufhängepunkte.

Ein in zwei Punkten unterstützter Körper ist im Gleichgewicht, wenn die Verbindungslinie der zwei Punkte die Falllinie schneidet; das Gleichgewicht ist indifferent, stabil, labil, wenn der Schnittpunkt in, über, unter dem Schwerpunkt liegt.

Ein in mehr als zwei Punkten unterstützter Körper ist im Gleichgewicht, wenn die Falllinie hindurch geht durch die Unterstützungsfläche (einspringende Bogen oder Winkel bis zur geradlinigen Begränzung ausgefüllt gedacht) oder durch die Fläche, welche die geraden Verbindungslinien der Unterstützungspunkte umschreiben.

Stabilität oder Standfestigkeit: Widerstand gegen das Umwerfen; ist um so grösser

- 1) je schwerer ein Körper ist,
- 2) je weiter die Falllinie absteht von der Kante, über welche der Körper umgeworfen werden soll,
- 3) je tiefer der Schwerpunkt liegt.

Waage, chemische: gerader, gleicharmiger, zweiseitiger, physischer Hebel, dessen Schwerpunkt wenig unter dem Unterstützungspunkt liegt.  $a$  = Hebelarm,  $b$  = Entfernung des Schwerpunktes vom Unterstützungspunkt,  $G$  = Gewicht der leeren Waage,  $q$  = Uebergewicht,  $\alpha$  = Ausschlagwinkel.

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{a q}{G b} \quad \dots \quad (73)$$

Wenn der Unterstützungspunkt um  $c$  über der Verbindungslinie der Angriffspunkte liegt und  $P$  = Belastung einer Schaafe:

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{a q}{2 P c + G b} \quad \dots \quad (74)$$

$x$  = Bruchtheil, um welchen der eine Arm eines Wagbalkens länger ist, als der andere;  $P$  = Gewicht eines Körpers;  $P_1$  = zur Ausgleichung erforderliches Gewicht, wenn  $P$  am längeren Arm hängt;  $P_2$  = zur Ausgleichung erforderliches Gewicht, wenn  $P$  am kürzeren Arm hängt.

$$x = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} - 1 \quad \dots \quad (75)$$

$$P = \sqrt{P_1 P_2} \quad \dots \quad (76)$$

Für kleine x:

$$x = \frac{P_1 - P_2}{2 P_2} \quad \dots \quad (77)$$

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2} \quad \dots \quad (78)$$

§ 17. Kreisbewegung, freie, resultirt aus einer Tangentialkraft (Beharrungsvermögen) und einer nach dem Mittelpunkte ziehenden Kraft, Centripetalkraft.

r = Halbmesser, t = Umlaufszeit, p = Beschleunigung der Centripetalkraft, c = Umlaufsgeschwindigkeit.

$$p = \frac{4r\pi^2}{t^2} \quad \dots \quad (79) \quad p = \frac{c^2}{r} \quad \dots \quad (80)$$

$$t_1 = t_2; \frac{p_1}{p_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \dots \quad (81) \quad c_1 = c_2; \frac{p_1}{p_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad \dots \quad (82)$$

$$r_1 = r_2; \frac{p_1}{p_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} \quad \dots \quad (83) \quad r_1 = r_2; \frac{p_1}{p_2} = \frac{c_1^2}{c_2^2} \quad \dots \quad (84)$$

Kreisbewegung eines mit der Achse fest verbundenen Körpers: die Tangentialkraft zerlegt sich in einen Theil, der die Kreisbewegung unterhält, und in die Centrifugalkraft, welche den Körper von der Achse zu entfernen sucht.

P = Gewicht des Körpers, g = Beschleunigung der Schwere, Z = Zug der Centrifugalkraft.

$$Z = \frac{4Pr\pi^2}{gt^2} = 4,025 \frac{Pr}{t^2} \quad \dots \quad (85)$$

$$Z = \frac{Pc^2}{gr} = \frac{Mc^2}{r} \quad \dots \quad (86)$$

Trägheitsmoment eines Körpers: auf dem Halbmesser 1 reducirte Masse eines Körpers, d. i. Masse, welche im Abstand 1 um eine Achse rotirend bei gleicher Winkelgeschwindigkeit mit dem Körper gleichen Arbeitsinhalt hat.

Trägheitsmoment eines Punktes: Product aus Masse und Quadrat der Entfernung von der Rotationsachse.

A = Arbeitsinhalt, M = Masse, T = Trägheitsmoment eines rotirenden Körpers; m = Masse, r = Abstand eines Moleküls von der Drehachse; v = Geschwindigkeit im Abstand 1 von der Drehachse.

$$A = \frac{v^2}{2} \left\{ m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots \right\} = \frac{Tv^2}{2} \quad \dots \quad (87)$$

Trägheitshalbmesser: Entfernung von der Rotationsachse, in der man die ganze Masse des Körpers vereinigt denken kann, ohne das Trägheitsmoment zu ändern.  $M$  = Masse,  $T$  = Trägheitsmoment,  $k$  = Trägheitshalbmesser eines Körpers.

$$k^2 = \frac{T}{M} \quad \dots \quad (88)$$

Ist  $k$  der Trägheitshalbmesser für eine durch den Schwerpunkt eines Körpers gehende Achse und  $k_1$  der Trägheitshalbmesser für eine um  $z$  von der ersten entfernte, ihre parallele Achse, so ist

$$k_1^2 = k^2 + z^2 \quad \dots \quad (89)$$

$M$  = Masse,  $T$  = Trägheitsmoment eines Körpers bei der Rotation um eine Achse durch den Schwerpunkt.

Gerade Linie, Rotationsachse rechtwinklig gegen dieselbe:

$$T = \frac{Ml^2}{12} \quad \dots \quad (90)$$

Rechteck mit den Seiten  $a$  und  $b$ , die Achse parallel  $b$ :

$$T = \frac{Ma^2}{12} \quad \dots \quad (91)$$

Die Achse rechtwinklig auf der Ebene desselben:

$$T = \frac{M}{12} (a^2 + b^2) \quad \dots \quad (92)$$

Kreis vom Halbmesser  $r$ , die Achse rechtwinklig auf der Ebene desselben oder

Kreiscylinder vom Halbmesser  $r$ , Rotationsachse die Achse des Cylinders:

$$T = \frac{Mr^2}{2} \quad \dots \quad (93)$$

Hohler Kreiscylinder mit dem äusseren und inneren Halbmesser  $r_1$  und  $r_2$ :

$$T = \frac{M}{2} (r_1^2 + r_2^2) \quad \dots \quad (94)$$

Kugel vom Halbmesser  $r$ :

$$T = \frac{2}{5} Mr^2 \quad \dots \quad (95)$$

(Freie Achsen, Rotationsmaschine, Präcession.)

§ 18. Pendel: physisches: im stabilen Gleichgewicht beweglich aufgehängter Körper; mathematisches: schwerer Punkt am unteren Ende einer gewichtslosen Geraden, die um den oberen Endpunkt drehbar ist. (Halbe Schwingung = 1 Schlag.)

Mathematisches Pendel:  $l$  = Länge,  $t$  = halbe Schwingungszeit,  $g$  = Beschleunigung der Schwere; für kleine Schwingungen:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (96) \quad g = \frac{\pi^2 l}{t^2} \quad (98)$$

$$l = \frac{gt^2}{\pi^2} \quad (97) \quad \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \quad (99)$$

Physisches Pendel:  $k$  = Trägheitshalbmesser für Drehung um den Aufhängungspunkt;  $z$  = Trägheitshalbmesser für Drehung um den Schwerpunkt;  $d$  = Abstand des Aufhängungspunktes vom Schwerpunkte;  $t$  = halbe Schwingungszeit;  $l$  = Länge des isochronen (gleich schnell schwingenden) mathematischen Pendels.

$$l = \frac{k^2}{d} = \frac{z^2 + d^2}{d} = \frac{z^2}{d} + d \quad (100)$$

$$t = \pi \sqrt{\frac{k^2}{dg}} = \pi \sqrt{\frac{z^2 + d^2}{dg}} \quad (101)$$

$$d = \frac{l}{2} + \sqrt{\frac{l^2}{4} - z^2} \quad (102)$$

$$d_1 d_2 = z^2 \quad (103)$$

$$d_1 + d_2 = l \quad (104)$$

Wenn ein Pendel gleiche Schwingungszeit zeigt bei der Aufhängung an zwei parallelen, verschieden weit vom Schwerpunkt entfernten Achsen, so ist die Summe der Abstände dieser Achsen vom Schwerpunkt gleich der Länge des isochronen mathematischen Pendels. Liegen zwei parallele Achsen mit gleicher Schwingungszeit nach gerade entgegengesetzten Seiten des Schwerpunkts in verschiedener Entfernung von demselben, so ist der Abstand der beiden Achsen von einander gleich der Länge des isochronen mathematischen Pendels: **Reversionspendel**.

Minimum der Schwingungszeit für  $d = z$ ;  $l = 2z = 2d$ .

(Foucault's Pendelversuch.)

§ 19. **Stoss**: Zusammentreffen zweier Körper von verschiedener Bewegung.

**Stossrichtung**: im Berührungspunkte auf der Berührungsfläche errichtete Senkrechte.

**Stoss central**: wenn die Stossrichtung durch die Schwerpunkte der Körper geht, andernfalls **excentrisch**.

**Stoss gerade**: wenn Stossrichtung und Bewegungsrichtungen zusammenfallen, andernfalls **schief**.

**Gerader Centralstoss unelastischer Körper**: die Summe der Producte aus Geschwindigkeit und Masse (**Bewegungsmomente**)

ist vor und nach dem Stosse gleich.  $M_1, M_2 =$  Massen,  $P_1, P_2 =$  Gewichte der Körper;  $c_1, c_2 =$  Geschwindigkeiten vor dem Stosse,  $v =$  Geschwindigkeit nach dem Stosse,  $a =$  Verlust an Arbeit.

$$v = \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2} = \frac{P_1 c_1 + P_2 c_2}{P_1 + P_2} \quad \dots \quad (105)$$

$$a = \frac{M_1 M_2}{2(M_1 + M_2)} (c_1 - c_2)^2 = \frac{P_1 P_2}{2g(P_1 + P_2)} (c_1 - c_2)^2 \quad \dots \quad (106)$$

Gerader Centralstoss elastischer Körper: die Geschwindigkeitsänderungen sind doppelt so gross, als beim unelastischen Stosse.

$V_1, V_2 =$  Geschwindigkeiten nach dem Stosse.

$$V_1 = 2 \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2} - c_1 = 2 \frac{P_1 c_1 + P_2 c_2}{P_1 + P_2} - c_1 \quad \dots \quad (107)$$

$$V_2 = 2 \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2} - c_2 = 2 \frac{P_1 c_1 + P_2 c_2}{P_1 + P_2} - c_2 \quad \dots \quad (108)$$

$$M_1 = M_2; V_1 = c_2, V_2 = c_1 \quad \dots \quad (109)$$

$$M_1 > M_2, c_2 = 0; c_1 > V_1 > 0, V_2 > c_1 \quad \dots \quad (110)$$

$$M_1 < M_2, c_2 = 0; V_1 < 0, V_2 < c_1 \quad \dots \quad (111)$$

Beim unelastischen Stoss geht Arbeit verloren, die auf Molecularveränderungen der Körper verwendet wird, beim elastischen Stoss findet kein Arbeitsverlust statt.

### Molecularverhältnisse starrer Körper.

§ 20. Elasticität: Ein Körper, dessen Form durch eine Kraft mässig verändert wird, nimmt nach dem Aufhören der Einwirkung der Kraft seine frühere Form wieder an.

Tragmodulus: das Gewicht, wodurch man einen Stab vom Querschnitt 1 strecken oder zusammendrücken darf, ohne eine merkliche, bleibende Längenveränderung  $\left(\frac{1}{20000}\right)$  zu bewirken (die Elasticitätsgrenze zu überschreiten). Bis zur Elasticitätsgrenze ist die Verlängerung oder Verkürzung der ziehenden oder drückenden Kraft proportional.

Zur Erklärung der Elasticität nimmt man an, dass die Cohäsion und Expansion im normalen Zustande eines Körpers im Gleichgewichte sind und mit einer Annäherung der Moleküle zu-, mit einer Entfernung derselben abnehmen, dass aber die Aenderung der Expansion weit beträchtlicher ist, als die der Cohäsion, so dass bei einer Zusammendrückung die Expansion, bei einer Ausdehnung die Cohäsion das Uebergewicht bekommt.

Elasticitätsmodulus: Gewicht, welches einen Stab von der Länge 1 und dem Querschnitt 1 auf die Länge 2 ausstrecken würde,

wenn die Elasticitätsgrenze so weit reichte = reciproker Werth des Bruchtheils der Länge, um welcher der Stab vom Querschnitt 1 durch die Belastung 1 gedehnt wird.

**Festigkeitsmodulus:** Gewicht, welches einen Stab vom Querschnitt 1 zerreisst.

	Verlängerung bei der Elasticitätsgrenze $\sigma$	Elasticitäts- modulus E	Tragmodulus $T = \sigma E$	Festigkeits- modulus
Eisen	$\frac{1}{1000}$	21 900	21,9	62,1
Glas	—	7 000	—	2,5
Kupfer	$\frac{1}{1000}$	12 100	12,1	42,4
Langholz	$\frac{1}{600}$	1 100	1,8	6,5
Leder	—	7,31	—	2,9
Messing	$\frac{1}{740}$	9 870	13,3	36,5
Platin	$\frac{1}{600}$	16 000	27	34
Silber	$\frac{1}{660}$	7 300	11	29
Stahl	$\frac{1}{450}$	29 200	64,9	100

Die Zahlen dieser Tabelle beziehen sich bei Metallen auf harte Drähte; die Einheit des Querschnitts ist 1 <sup>qmm</sup>, die des Gewichtes 1 <sup>kg</sup>.

L = Länge, q = Querschnitt, E = Elasticitätsmodulus eines cylindrischen oder prismatischen Stabes; F = Verlängerung durch die Belastung P.

$$F = \frac{LP}{E q} \dots \dots \dots (112)$$

**Härte** eines Körpers: Widerstand gegen das Eindringen eines andern Körpers. Härtescala: 1 = Talk, 2 = Steinsalz oder Gyps, 3 = Kalkspath, 4 = Flussspath, 5 = Apatit, 6 = Orthoklas, 7 = Quarz, 8 = Topas, 9 = Korund, 10 = Diamant.

**Adhäsion:** Anziehung zwischen den kleinsten Theilen verschiedener Körper bei unmittelbarer Berührung derselben.

**Reibung:** Widerstand, den ein Körper beim Fortbewegen über einen andern findet. Die gleitende Reibung ist unabhängig von der Grösse der

Berührungsfläche und proportional der Kraft, welche die Körper zusammendrückt.

Reibungscoëfficient (n): Verhältniss der Kraft (p), welche eben die Reibung überwindet, zur drückenden Kraft (P).

$$n = \frac{p}{P} \quad \dots \dots \dots (113)$$

Reibungswinkel ( $\alpha$ ): Neigungswinkel einer schiefen Ebene bei dem eben Herabgleiten eines aufliegenden Körpers stattfindet.

$$\text{tang } \alpha = n \quad \dots \dots \dots (114)$$

Coëfficient der gleitenden Reibung für Metall auf Metall im trocknen Zustande 0,15 bis 0,24, für geölte Metalle 0,11 bis 0,16 zur Einleitung, 0,06 bis 0,08 zur Unterhaltung der Bewegung.

### C. Tropfbare Körper.

§ 21. Wegen der Leichtbeweglichkeit ihrer Theilchen und der Schwere haben Flüssigkeiten im Gleichgewichtszustande eine ebene, horizontale Oberfläche und nehmen von Gefässen, welche sie nicht ganz ausfüllen, den tiefsten Theil ein. (Libellen.)

r = Krümmungshalbmesser einer Libelle; a = Ausschlag der Libelle für die Neigung = x (x in Winkelgraden):

$$a = \frac{r x \pi}{180} \quad \dots \dots \dots (115)$$

$$r = \frac{180 a}{x \pi} \quad \dots \dots \dots (116)$$

Druck auf eine Flüssigkeit pflanzt sich nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fort. (Hydraulische Presse.)

Wegen ihres Gewichtes drücken die oberen Flüssigkeitstheilchen auf die unteren.

Eine Flüssigkeit ist im Gleichgewicht, wenn an jeder Stelle derselben der Druck von allen Seiten her gleich gross ist.

Der Druck in einer Flüssigkeit nimmt von oben nach unten zu und ist bei Flächen, die in einer Horizontalebene liegen, proportional der Grösse der Flächen.

Der Druck auf den horizontalen Boden ist bei einem Gefässe mit senkrechten Wänden gleich dem Gewichte der Flüssigkeit im Gefässe; bei anders gestalteten Gefässen ist er eben so gross, wie in einem gleich hoch gefüllten Gefässe mit gleichem Boden und senkrechten Wänden. P = Bodendruck, b = Bodenfläche, h = senkrechte Flüssig-

keitshöhe,  $D = \text{relatives}$ ,  $s = \text{specifisches Gewicht der Flüssigkeit}$ ,  
 $\gamma = \text{Gewicht der Volumeneinheit Wasser}$ .

$$P = bh\gamma D = bhs \quad \dots \quad (117)$$

Formel (117) gilt auch für geneigte Ebenen, deren Schwerpunkt um  $h$  unter dem Flüssigkeitsspiegel liegt.

In Gefässen, die an ihrem unteren Theile in Verbindung stehen (communicirende Gefässe) steht eine Flüssigkeit gleich hoch.

Zwei verschiedene Flüssigkeiten in zwei communicirenden Gefässen: die senkrechten Höhen von der Trennungsfäche bis zur Oberfläche der Flüssigkeiten verhalten sich umgekehrt, wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten.

Archimedisches Princip: ein in eine Flüssigkeit untergetauchter Körper verliert an Gewicht soviel, als die von ihm verdrängte Flüssigkeit wiegt.

Das Gewicht dividirt durch den Gewichtsverlust unter Wasser giebt das relative Gewicht eines Körpers.

Der Gewichtsverlust eines Körpers in einer Flüssigkeit dividirt durch den Gewichtsverlust desselben Körpers im Wasser giebt das relative Gewicht der Flüssigkeit.

Ein in eine Flüssigkeit gebrachter Körper sinkt unter, schwebt, schwimmt, wenn sein specifisches Gewicht grösser, ebenso-gross, kleiner ist, als das der Flüssigkeit.

Das Gewicht der von einem schwimmenden Körper verdrängten Flüssigkeit ist gleich dem Gewichte dieses Körpers.

Die Volumina, welche ein Körper beim Schwimmen in verschiedenen Flüssigkeiten verdrängt, verhalten sich umgekehrt, wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten. (Vergl. Formel 6.)

Scalenaräometer:  $l = \text{Abstand der Punkte A und B, bis zu denen ein Aräometer in Flüssigkeiten von den relativen Gewichten } D_1 \text{ und } D_2 \text{ einsinkt, } a = \text{Abstand von A bis zum Punkt C, bis zu dem das Aräometer in einer Flüssigkeit von dem relativen Gewichte } D_3 \text{ einsinkt. } (D_1 < D_2; C \text{ liegt über A, wenn } a \text{ negativ, unter A, wenn } a \text{ positiv ist.})$

$$a = \frac{l D_2}{D_2 - D_1} - \frac{l D_1 D_2}{D_3 (D_2 - D_1)} \quad \dots \quad (118)$$

Baumé's Aräometer für schwerere Flüssigkeiten als Wasser: der Abstand vom Wasserpunkt ( $0^\circ$ ) bis zum Punkt für englische Schwefelsäure ( $66^\circ$ ) in 66 gleiche Theile (Grade) getheilt.

$n = \text{Gradzahl, } D = \text{relatives Gewicht}$ .



$$n = \frac{144 (D-1)}{D} \quad \dots \quad (119) \quad D = \frac{144}{144-n} \quad \dots \quad (120)$$

§ 22. Ausflussgeschwindigkeit bei einer Oeffnung in unendlich dünner Wand ist gleich der Geschwindigkeit, die ein Körper erlangt, wenn er die senkrechte Höhe der Flüssigkeit (Druckhöhe) frei durchfällt. (Torricelli's Theorem.)  $v$  = Ausflussgeschwindigkeit,  $h$  = Druckhöhe,  $g$  = Beschleunigung der Schwere,  $P$  = Druck auf die Flächeneinheit,  $D$  = relatives,  $s$  = spezifisches Gewicht der Flüssigkeit,  $\gamma$  = Gewicht der Volumeneinheit Wasser.

$$v = \sqrt{2gh} \quad \dots \quad (121)$$

$$v = \sqrt{\frac{2gP}{\gamma D}} = \sqrt{\frac{2gP}{s}} \quad \dots \quad (122)$$

$A$  = Ausflussmenge, theoretische,  $q$  = Grösse der Ausflussöffnung,  $t$  = Zeit.

$$A = q t \sqrt{2gh} \quad \dots \quad (123)$$

Ausflussmenge, wirkliche, ist kleiner als die theoretische wegen der Zusammenziehung (Contraction) des Strahles, sie beträgt etwa  $\frac{2}{3}$  der theoretischen.

Vergrösserung der Ausflussmenge: durch Ansatz kurzer Röhren (innen an die Ausflussöffnung in der Form eines contrahirten Strahles oder aussen an die Oeffnung cylindrisch oder schwach conisch erweitert), welche den Querschnitt des Strahles stärker vergrössern, als sie seine Geschwindigkeit verkleinern.

Rückwirkender Druck (Reaction): Druck ausfliessender Flüssigkeiten auf den der Ausflussöffnung gegenüberliegenden Theil der Wand.

Ausfluss durch Röhren:

in geraden, cylindrischen Röhren nimmt der Druck in der Richtung der Bewegung gleichmässig ab;

hinter einer Verengung der Röhre ist der Druck beträchtlich kleiner, als vor derselben;

bei einer Erweiterung der Röhre nimmt der Druck stark ab (und kann kleiner werden, als der Atmosphärendruck. Saugerscheinungen.)

Stoss des bewegten Wassers (hydraulischer Widder).

### Molecularverhältnisse tropfbarer Körper.

§ 23. — Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten: ist sehr gering. Piezometer.\*

\* Näheres über das eigentliche Wesen des tropfbaren Aggregatzustandes siehe § 44.

	Temperatur.	Volumenverminderung durch den Druck einer Atmosphäre.
Quecksilber . . . . .	0° . . . . .	0,000003
Wasser . . . . .	0° . . . . .	0,000050
Wasser . . . . .	53° . . . . .	0,000044
Weingeist . . . . .	13° . . . . .	0,000094

Adhäsion an starren Körpern findet in allen Fällen statt.

Benetzung (Synaphie) }  
Nichtbenetzung (Prosaphie) } Adhäsion am starren Körper

per { grösser }  
      { kleiner } als Cohäsion des tropfbaren Körpers.

Oberflächenspannung: die nur auf sehr kleine Entfernungen wirkende Molecularanziehung ertheilt der freien Oberflächenschicht der Flüssigkeit ein Bestreben, sich zusammenzuziehen; diese Schicht übt deshalb auf das Innere der Flüssigkeit einen Druck aus.

$P$  = Oberflächenspannung;  $p, k$  = Constanten, die von der Natur der Flüssigkeit abhängen;  $r_1$  = grösster,  $r_2$  = kleinster Krümmungshalbmesser der Oberfläche.

$$P = p + k \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \dots \dots \dots (124)$$

An der Stelle, wo die freie Flüssigkeitsoberfläche an einen starren Körper grenzt, bildet sie (auf der Resultirenden der Molecularkräfte senkrecht stehend) mit dessen Oberfläche einen stumpfen oder spitzen Winkel (ist convex oder concav), je nachdem die Cohäsion oder Adhäsion überwiegt.

Haarröhrchen (Capillarröhren): enge Röhren, in denen die Oberflächenspannung eine Flüssigkeit nach der Seite der stärker concaven oder weniger stark convexen Begränzungsfläche zu treiben sucht. (Capillarität.)

Erhebung benetzender und Depression nicht benetzender Flüssigkeiten ist in cylindrischen Röhren dem Durchmesser, zwischen parallelen Platten dem Abstand umgekehrt proportional; zwischen letzteren halb so gross, als in cylindrischen Röhren, deren Durchmesser gleich dem Abstände der Platten ist.

Auflösung eines starren Körpers in einer Flüssigkeit findet statt, wenn die Molecularanziehung zwischen Flüssigkeit und starrem Körper (Adhäsion) stärker ist, als dessen Cohäsion.

Nichtvermischung zweier Flüssigkeiten findet statt, wenn die Anziehung der verschiedenartigen Theilchen schwächer ist, als jede der Anziehungen der gleichartigen Theilchen.

Vermischung zweier Flüssigkeiten in allen Verhältnissen findet statt, wenn die Anziehung der verschiedenartigen Theilchen stärker ist, als die beiden Anziehungen gleichartiger Theilchen zusammen.

Vermischung zweier Flüssigkeiten in beschränkten Verhältnissen findet statt, wenn die Anziehung der verschiedenartigen Theilchen stärker ist, als die Anziehung der gleichartigen Theilchen einer oder beider Flüssigkeiten, aber schwächer, als die beiden Anziehungen gleichartiger Theilchen zusammen.

Bei der Vermischung zweier Flüssigkeiten findet meist eine Volumenverminderung (Contraction) statt.

$V_1, V_2 =$  Volumina,  $D_1, D_2 =$  relative Gewichte zweier Lösungen der nämlichen Substanz;  $p_1, p_2 =$  Gehalte derselben an gelöster Substanz in Bruchtheilen des Gewichtes;  $V =$  Volumen,  $D =$  relatives Gewicht,  $p =$  Gehalt des Gemenges.

$$V_1 = V \frac{D (p-p_2)}{D_1 (p_1-p_2)} \quad (125) \quad V_2 = V \frac{D (p_1-p)}{D_2 (p_1-p_2)} \quad (126)$$

$$\text{Contraction: } \frac{V_1 + V_2 - V}{V_1 + V_2} = \frac{D_1 (p_1-p) + D_2 (p-p_2) - \frac{D_1 D_2}{D} (p_1-p_2)}{D_1 (p_1-p) + D_2 (p-p_2)} \quad (127)$$

Diffusion: von selbst allmählich eintretende Vermischung mischbarer Flüssigkeiten.

Endosmose: verschiedene mischbare Flüssigkeiten wandern mit verschiedener Geschwindigkeit durch eine poröse Wand, welche sie von einander trennt.

Dialyse: die Lösungen gewisser Körper (Krystalloïds-substanzen) zeigen viel stärkere Diffusion und Endosmose, als die Lösungen anderer Körper (Colloïds-substanzen).

## D. Gase.

§ 24. Gase haben mit tropfbaren Körpern gemein die Leichtbeweglichkeit ihrer Theilchen und die Schwere, deshalb ist beiden Arten von Körpern gemeinschaftlich die Druckfortpflanzung und der Druck infolge der Schwere; für beide gilt das archimedische Princip. (Luftballon, Baroskop.)

Messung des Gasdrucks durch eine Säule einer tropfbaren Flüssigkeit, welche ihm das Gleichgewicht hält.

Barometer: Vorrichtung zum Messen des Atmosphärendrucks. Mehr als 800<sup>mm</sup> lange, oben verschlossene, unten offene, entweder umgebogene oder in ein Gefäß mit Quecksilber tauchende Röhre, welche Quecksilber und über ihm einen leeren Raum (Toricellische Leere) enthält. (Aneroïdbarometer.)

Durchschnittliche Höhe einer Flüssigkeitssäule, welche dem Atmosphärendruck am Meeresspiegel das Gleichgewicht hält für Quecksilber = 760<sup>mm</sup>, Wasser = 10,33<sup>m</sup>; Druck auf 1<sup>cm</sup> = 1,033<sup>kg</sup> (Normaldruck).

Atmosphärendruck als Druckeinheit: Druck von 1<sup>kg</sup> auf 1<sup>cm</sup>.

Gase unterscheiden sich von tropfbaren Körpern durch das Bestreben, sich auszudehnen.

Boyle'sches (Mariotte'sches) Gesetz: Druck und Volumen eines Gases stehen im umgekehrten Verhältniss oder das Product aus Druck und Volumen ist constant.

1. die Volumina, welche eine Gasmenge bei verschiedenem Druck einnimmt, verhalten sich umgekehrt, wie die Grössen des Drucks.

2. die Grössen des Drucks, welchen eine Gasmasse bei verschiedenem Volumen ausübt, verhalten sich umgekehrt, wie die Volumina.

3. Druck und specifisches Gewicht eines Gases sind proportional.

$V_1, V_2 =$  Volumina,  $D_1, D_2 =$  relative Gewichte,  $s_1, s_2 =$  specifische Gewichte einer Gasmasse;  $P_1, P_2 =$  Grössen des Drucks auf die Flächeneinheit;  $H_1, H_2 =$  Höhen der Flüssigkeitssäulen, welche den Grössen des Drucks entsprechen.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{H_2}{H_1} \dots \dots \dots (128)$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{H_1}{H_2} \dots \dots \dots (129)$$

$$V_1 P_1 = V_2 P_2; V_1 H_1 = V_2 H_2 \dots \dots \dots (130)$$

Das Boyle'sche Gesetz ist nicht ganz streng richtig; Wasserstoff wird weniger, alle andern Gase werden mehr zusammengedrückt, als der Druckzunahme entspricht. Um das Volumen eines Gases auf die Hälfte zu comprimiren, muss der Druck zunehmen im Verhältniss von 1 zu P:

	P	Ursprünglicher Druck in Millimetern Quecksilber
Wasserstoff . . . . .	2,003	2211
Wasserstoff . . . . .	2,014	9175
Stickstoff . . . . .	1,998	754
Stickstoff . . . . .	1,990	9775
Luft . . . . .	1,997	739
Luft . . . . .	1,987	9336
Kohlensäure . . . . .	1,984	764
Kohlensäure . . . . .	1,818	9620

Bei Gasen, welche durch sehr starken Druck nicht verflüssigt werden, nimmt mit wachsendem Druck die Zusammendrückbarkeit wieder

ab; sie ist z. B. für Stickstoff bei ungefähr 80 Atmosphären wieder dem Boyle'schen Gesetz entsprechend und bei noch grösserem Druck noch kleiner.

**Volumeter:** Vorrichtung zur Ermittlung des Volumens eines Körpers aus der Druckänderung beim Ausdehnen oder Zusammendrücken einer abgesperrten Luftmasse.  $V_0$  = bekanntes,  $V$  = gesuchtes Körpervolumen;  $h_1$  = Steighöhe des Quecksilbers bei leerem Volumeter;  $h_2$  = Steighöhe für das bekannte,  $h_3$  = Steighöhe für das gesuchte Körpervolumen.

$$V = V_0 \frac{h_2 (h_3 - h_1)}{h_3 (h_2 - h_1)} \quad (131)$$

Mit der Entfernung von der Erdoberfläche nimmt der Luftdruck und die Dichte der Luft ab.

**Barometrische Höhenmessung:**  $B_1$  = Barometerstand an der tieferen,  $B_2$  = Barometerstand an der höheren Station;  $H$  = Höhenunterschied der beiden Stationen in Metern;  $t_1, t_2$  = Temperaturen der Luft an beiden Stationen.

$$H = 18406 (\log B_1 - \log B_2) \left( 1 + 0,003665 \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \quad (132)$$

Für kleine Höhenunterschiede:

$$H = 15981 \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2} \left( 1 + 0,003665 \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \quad (133)$$

(Grenze der Atmosphäre?).

**Apparate,** welche auf dem Boyle'schen Gesetz und dem Atmosphärendruck beruhen: Pipette, Sturzflasche, Mariotte'sche Flasche, Heber, Heronsball, Heronsbrunnen, Cartesianischer Taucher, Tiefenmesser, Manometer, Aspirator, Pumpen, Luftpumpen.

**Ausfluss der Gase aus Oeffnung in dünner Wand:** Wenn gleiche Volumina verschiedener Gase unter sonst gleichen Verhältnissen ausfliessen, so verhalten sich die Quadrate der Ausflusszeiten, wie die relativen Gewichte der Gase.

Gepresste Gase verdünnen sich infolge des Beharrungsvermögens beim Ausfluss bis unter die dem Atmosphärendruck entsprechende Dichte (Saugerscheinungen).

### Molecularverhältnisse der Gase.\*

§ 25. Starre Körper verdichten auf ihrer Oberfläche Gase (Moser'sche Bilder). Diese Verdichtung ist am deutlichsten wahrzunehmen bei sehr porösen Körpern (Absorption).

\* Näheres über das eigentliche Wesen des Gaszustandes siehe § 44.

1<sup>qcm</sup> Glasoberfläche entwickelt beim Erwärmen von 0° bis

100°	0,00147 <sup>cc</sup>	Ammoniakgas,
180°	0,00221 <sup>cc</sup>	Ammoniakgas,
180°	0,00151 <sup>cc</sup>	Schwefligsäuregas,
180°	0,001015 <sup>cc</sup>	Kohlensäuregas,
180°	0,000895 <sup>cc</sup>	atmosphärische Luft,
180°	0,0007 <sup>cc</sup>	Wasserstoffgas,

wenn das Glas vorher mit diesen Gasen in Berührung war.

Gase werden von tropfbaren Flüssigkeiten gelöst (absorbirt).

1. das Volumen des von einer Flüssigkeit absorbirten Gases ist bei jedem Druck dasselbe.

2. die Masse des von einer Flüssigkeit absorbirten Gases ist dem Druck proportional.

In Wasser lösliches Volumen eines Gases bei 15° C:

Stickstoff . . . . .	0,01478	Kohlensäure . . . . .	1,0020
Atmosphärische Luft . . . . .	0,01795	Schwefelwasserstoff . . . . .	3,2326
Wasserstoff . . . . .	0,01930	Schweflige Säure . . . . .	43,564
Sauerstoff . . . . .	0,02989	Ammoniak . . . . .	727,2

Ist eine tropfbare Flüssigkeit in Berührung mit einem Gemenge von Gasen, so löst sich von jedem Gase so viel, als dem Drucke entspricht, welchen die über der Flüssigkeit vorhandene Menge dieses Gases ausüben würde, wenn sie allein vorhanden wäre (Partialdruck).

Diffusion (und Endosmose) findet bei Gasen ebenso, wie bei tropfbaren Körpern statt.

### III. Schwingungerscheinungen.

#### A. Wellenlehre.

§ 26. Ein Punkt, welcher, aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, nach derselben zurückgetrieben wird durch eine Kraft, die immer der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional ist, macht pendelartige Schwingungen (Oscillationen).

T = Schwingungsdauer,  $\alpha$  = Schwingungsweite (grösster Abstand von der Gleichgewichtslage, Amplitude), m = Masse des schwingenden Theilchens, p = Beschleunigung in der Entfernung  $\alpha$  von der Gleichgewichtslage; K = Kraft in der Entfernung 1; k = Kraft in der Entfernung  $\alpha$  von der Gleichgewichtslage; t = Zeit seit dem Verlassen der Gleichgewichtslage; y = Abstand von der Gleichgewichtslage (Elongation); v = Geschwindigkeit.

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{x}{p}} = 2 \pi \sqrt{\frac{\alpha m}{k}} = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (134)$$

$$y = \alpha \sin \frac{2 \pi t}{T} \quad (135)$$

$$v = \alpha \frac{2 \pi}{T} \cos \frac{2 \pi t}{T} \quad (136)$$

Phase: durch  $v$  und  $y$  bestimmter Bewegungszustand des Punktes.

Entgegengesetzte Phasen eines schwingenden Punktes sind solche, die um eine ungerade Anzahl halber Schwingungsdauern auseinander liegen.

Wird in einer Reihe von Punkten, welche gewisse anziehende und abstossende Kräfte in gleichem Abstand von einander zu halten suchen, ein Punkt durch einen Stoss aus einer Gleichgewichtslage entfernt, so macht er nur eine Schwingung, überträgt die Schwingungsbewegung aber auf den nächsten Punkt, dieser überträgt sie auf den dritten u. s. f. Jeder folgende Punkt macht die Schwingungsbewegung etwas später, als der vorhergehende.

Wellenbewegung: Schwingungsbewegung von Punktreihen.

Welle: Strecke, über welche sich die Bewegung in der Zeit  $T$  verbreitet (Abstand von einem schwingenden Punkte bis zum nächsten in gleicher Phase befindlichen).

$c$  = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung;  $y_1$  = Elongation,  $v_1$  = Geschwindigkeit,  $x$  = Abstand eines Punktes von dem zuerst in andauernde Schwingungen versetzten Punkte;  $t$  = Zeit, welche verflossen ist, seit dieser Punkt die Gleichgewichtslage verlassen hat;  $\lambda$  = Wellenlänge;  $N$  = Schwingungszahl (Anzahl der Schwingungen in der Zeiteinheit).

$$\lambda = cT \quad (137)$$

$$T = \frac{\lambda}{c} \quad (138) \quad \lambda = \frac{c}{N} \quad (141)$$

$$c = \frac{\lambda}{T} \quad (139) \quad N = \frac{c}{\lambda} \quad (142)$$

$$N = \frac{1}{T} \quad (140) \quad c = \lambda N \quad (143)$$

$$y_1 = \alpha \sin 2 \pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (144)$$

$$v_1 = \alpha \frac{2 \pi}{T} \cos 2 \pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (145)$$

Bei fortschreitenden Wellen befinden sich Theilchen, welche um eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen von einander entfernt sind, zu gleichen Zeiten in entgegengesetzten Phasen.

In einem Mittel (einem System von Punkten), welches an allen Stellen und nach allen Richtungen hin gleichartig beschaffen (homogen und isotrop) ist, pflanzt sich eine an einem Punkte erregte Schwingungsbewegung nach allen Richtungen hin geradlinig und mit gleicher Geschwindigkeit fort.

Longitudinale Schwingungen: solche, bei denen die Schwingungsrichtung mit der Fortpflanzungsrichtung zusammenfällt, transversale: solche, bei denen die Schwingungen in einer auf der Fortpflanzungsrichtung senkrechten Ebene erfolgen.

§ 27. Interferenz: gleichzeitige Einwirkung verschiedener Schwingungsbewegungen auf einen Punkt:

Die Bewegung eines von mehreren Wellen getroffenen Punktes ist die Summe der Bewegungen, welche er unter dem Einflusse der einzelnen Wellen machen würde.

$y_2$  = Elongation,  $x_1, x_2$  = Abstände eines Punktes von zwei Punkten, die mit ihm in einer Reihe liegen und mit gleicher Phase und gleicher Amplitude ( $\alpha$ ) in gleicher Richtung schwingen.

$$y_2 = \alpha \left\{ \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \right\} \quad (146)$$

$$\text{Für } x_1 - x_2 = (2n - 1) \frac{\lambda}{2}; \quad y_2 = 0 \quad (147)$$

Reflexion: gelangt eine Welle an das Ende einer Punktreihe, so durchläuft sie dieselbe rückwärts und zwar mit unveränderter Phase, wenn das Ende der Punktreihe frei beweglich ist, mit entgegengesetzter Phase, wenn die Punktreihe an ein schwerer bewegliches Mittel grenzt. Vergl. Formel (110) und (111).

Interferenz der directen und reflectirten Welle:  $x_1$  = Entfernung eines Punktes vom Ausgangspunkt der Wellenbewegung,  $a$  = Abstand des Punktes vom Ende der Punktreihe ( $x_1$  und  $a$  nach entgegengesetzten Seiten liegend),  $y_3$  = Elongation des Punktes bei Reflexion am freien Ende,  $y_4$  = Elongation bei Reflexion am festen Ende;  $n$  = beliebige ganze Zahl.

$$y_3 = 2\alpha \left\{ \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + a}{\lambda} \right) \cos 2\pi \left( \frac{a}{\lambda} \right) \right\} \quad (148)$$

$$y_4 = 2\alpha \left\{ \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + a}{\lambda} \right) \sin 2\pi \left( \frac{a}{\lambda} \right) \right\} \quad (149)$$



$$\text{Für } a = 2n \frac{\lambda}{4}; y_3 = \text{Maximum} \dots \dots \dots (150)$$

$$a = (2n-1) \frac{\lambda}{4}; y_3 = 0 \dots \dots \dots (151)$$

$$\text{Für } a = 2n \frac{\lambda}{4}; y_4 = 0 \dots \dots \dots (152)$$

$$a = (2n-1) \frac{\lambda}{4}; y_4 = \text{Maximum} \dots \dots \dots (153)$$

**Stehende Wellen:** Schwingungen einer Punktreihe, bei denen alle Punkte zugleich die Gleichgewichtslage passiren und gleichzeitig das Maximum der Elongation erreichen.

**Schwingungsknoten:** Punkte ohne Bewegung in einer stehenden Welle.

**Bäuche:** Schwingungsmaxima in einer stehenden Welle.

## B. Akustik.

§ 28. **Schall:** Gehörempfindung, hervorgerufen durch wellenartig fortgepflanzte Erschütterungen von Körpern, meist durch longitudinale Luftwellen.

**Fortpflanzungsgeschwindigkeit (c)** des Schalles in Luft ist unabhängig vom Luftdruck, abhängig von der Temperatur (t).

$$c = 332,37^m \sqrt{1 + 0,003665 t} \dots \dots \dots (154)$$

**Reflexion des Schalles an starren Körpern (Echo)** und an der Grenze verschieden warmer Luftschichten (Schallfortpflanzung bei Tag und Nacht, bei trüber und klarer Luft). Schallleitungsröhren, Sprach- und Hörrohr.

**Klang:** Schall, durch periodisch wiederkehrende Schwingungen erzeugt.

**Tonhöhe** ist bedingt durch die Schwingungszahl (oder Wellenlänge, vergl. Formel (142)); höhere Töne haben grössere Schwingungszahl, (Sirene, Wippe).

**Intervall:** Höhenunterschied zweier Töne, bedingt durch das Verhältniss der Schwingungszahlen:

Octave 1:2; Quinte 2:3; Quarte 3:4; grosse Terz 4:5; kleine Terz 5:6.

Sieben Octaven ( $2^7 = 128$ ) sind nahezu gleich zwölf Quinten ( $\left(\frac{3}{2}\right)^{12} = \frac{531441}{4096} = 129,746$ ); bei der temperirten Stimmung werden sie als gleich angenommen.

## Töne innerhalb einer Octave der Dur-Tonleiter.

Bezeichnung der Töne.	Schwingungszahl in		Intervall zweier aufeinander- folgender Töne in reiner Stimmung.
	reiner Stimmung.	temperirter Stimmung.	
Tonica	$\frac{24}{24}$	1,00000	} 8 : 9 grosser Ganzton 9 : 10 kleiner Ganzton 15 : 16 Halbton 8 : 9 grosser Ganzton 9 : 10 kleiner Ganzton 8 : 9 grosser Ganzton 15 : 16 Halbton
Secunde	$\frac{27}{24}$	1,12246	
Tèrz	$\frac{30}{24}$	1,25992	
Quarte	$\frac{32}{24}$	1,33484	
Quinte	$\frac{36}{24}$	1,49831	
Sexte	$\frac{40}{24}$	1,68179	
Septime	$\frac{45}{24}$	1,88775	
Octave	$\frac{48}{24}$	2,00000	

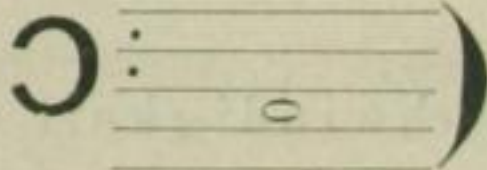
Halbton in temperirter Stimmung  $1 : \sqrt[12]{2} = 1 : 1,059463$ .

Bezeichnung der Töne von den tieferen zu den höheren fortschreitend:

Subcontra, Contra, Gross, Klein, Eingestrichen, Zweigestrichen u. s. f.

oder:  $\underline{\underline{C}}$      $\underline{C}$      $C$      $c$      $c'$      $c''$   
 $c_{-3}$      $c_{-2}$      $c_{-1}$      $c$      $c_1$      $c_2$

Töne zwischen zwei  $c$  werden bezeichnet, wie das nächst tiefere  $c$ .

$c$  ( in Notenschrift  ) hat die Schwingungszahl

129,33;  $a_1$  die Schwingungszahl 435 (neue französische Stimmung).

Häufig setzt man  $a_1 = 440$  Schwingungen oder auch  $c_{-3} = 16$  Schwingungen und hat dann beziehungsweise für

$c_{-3}$      $c_{-2}$      $c_{-1}$      $c$      $c_1$      $c_2$      $c_3$      $c_4$      $c_5$   
 16,5    33    66    132    264    528    1056    2112    4224

oder  $a_1 = 426\frac{2}{3}$  und

$c_{-3}$      $c_{-2}$      $c_{-1}$      $c$      $c_1$      $c_2$      $c_3$      $c_4$      $c_5$   
 16    32    64    128    256    512    1024    2048    4096

§ 29. Elastische Körper von passender Form können durch Erschütterungen zum Tönen gebracht werden. Die in den Körpern fortschreitenden Wellen werden an den Enden derselben reflectirt und erzeugen durch Interferenz stehende Wellen. Viele Körper können in verschiedener Weise tönen, indem sich in ihnen verschiedene Knoten bilden.

Grundton: der tiefste Ton, den ein Körper geben kann, Obertöne: die höheren Töne, die ein Körper geben kann.

Harmonische Obertöne: solche, deren Schwingungszahlen 2, 3, 4, 5 u. s. w. mal so gross sind, als die des Grundtones.

Harmonische Obertöne von  $c_{-1}$ :  $c, g, c_1, e_1, g_1, b_1, c_2, d_2, e_2$  etc.

## Luftsäulen in Röhren (Flötenpfeifen):

1. an beiden Enden offen: Wellenlänge des Grundtons doppelt so gross, als die Röhrenlänge, in der Mitte der Röhre ein Knoten; Obertöne: die sämtlichen harmonischen.

2. an einem Ende verschlossen: Wellenlänge des Grundtons viermal so gross, als die Röhrenlänge, am verschlossenen Ende ein Knoten; Obertöne: die ungeradzahligen harmonischen. (Gedackte Pfeifen.)

(Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit in Gasen und tropfbaren Körpern. Chemische Harmonika, Kundt'sche Staubfiguren.)

Stäbe, starre, elastische, können longitudinal und transversal schwingen. Stäbe verhalten sich bei Longitudinalschwingungen wie einerseits offene Pfeifen, wenn sie an einem Ende, wie beiderseits offene Pfeifen, wenn sie in der Mitte fest gehalten sind.

$c$  = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen in starren Körpern;  $E$  = Elasticitätsmodulus,  $D$  = relatives,  $s$  = spezifisches Gewicht des Körpers;  $\gamma$  = Gewicht der Volumeneinheit Wasser;  $g$  = Beschleunigung der Schwere.

$$c = \sqrt{\frac{g E}{\gamma D}} = \sqrt{\frac{g E}{s}} \quad \dots \quad (155)$$

Stimmgabeln.

Saiten:  $N$  = Schwingungszahl des tiefsten Transversaltones;  $L$  = Länge,  $P$  = Spannung;  $p$  = Gewicht der Längeneinheit der Saite;  $g$  = Beschleunigung der Schwere;  $c$  = Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

$$c = \sqrt{\frac{g P}{p}} \quad \dots \quad (156)$$

$$N = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{g P}{p}} \quad \dots \quad (157)$$

Für homogene (unumspinnene) Saiten:  $q$  = Querschnitt,  $D$  = relatives,  $s$  = spezifisches Gewicht der Saite,  $\gamma$  = Gewicht der Volumeneinheit Wasser.

$$N = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{g P}{q D \gamma}} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{g P}{q s}} \quad \dots \quad (158)$$

Obertöne: die sämtlichen harmonischen.

Platten, Glocken: Obertöne unharmonisch (Chladni's Klangfiguren.)

Zungenpfeifen: schmale, elastische Streifen, die beim Schwingen einem Luftstrome den Weg abwechselnd öffnen und versperren.

1. Stark elastische (metallne) Zungen: Schwingungszahl des Grundtons identisch mit der Schwingungszahl der freischwingenden Zunge; Obertöne: die sämtlichen harmonischen. (Schnarrwerk der Orgel, Harmonika.)

2. schwach elastische Zungen: Schwingungszahl ist bedingt durch die Gestalt einer angesetzten Luftsäule (Blasinstrumente mit Ausnahme der Flöte) oder durch die (veränderliche) Spannung der Zungen (Kehlkopf).

§ 30. Die meisten schwingenden Körper machen zusammengesetzte Schwingungen, indem sie neben dem Grundton zugleich Obertöne geben. Schwingungsform, Zusammensetzung der Schwingungscurven (Ohm-Fourier'sches Gesetz).

Resonanz: Ein Körper, welcher selbstständig zu schwingen im Stande ist, geräth in Schwingungen, wenn die ihn umgebende Luft bewegt wird durch einen Klang, von dessen einfachen Theiltönen einer gleiche Schwingungszahl hat mit dem Eigentone des Körpers.

Resonatoren, Analyse der Klänge. Akustische Flammenbilder, Phonograph.

Vocale der menschlichen Stimme: die Klangfarbe der Vocale ist bestimmt durch Eigentöne der in der Mundhöhle abgesperrten Luftmasse, die mit dem im Kehlkopf erzeugten Tone zugleich und unabhängig von seiner Höhe erklingen.

Charakteristische Eigentöne der Mundhöhle für die Vocale:

U,	O,	A,	Ae,	E,	J,	Oe,	Ue,
$f$	$b_1$	$b_2$	$d_2, g_3$	$f_1, b_3$	$f, d_4$	$f_1, cis_3$	$f, g_3$

Interferenz des Schalles.

Schwebungen (Stösse): abwechselndes Ab- und Zunehmen der Stärke eines Klanges, bedingt durch das Zusammenwirken zweier Töne, die so nahe liegen, dass sie gewisse mitschwingende Theile des Ohres gemeinschaftlich beeinflussen.

Combinationstöne. Das Ohr; Consonanz und Dissonanz.

Doppler'sches Princip: Ein Ton erscheint höher, als er wirklich ist, wenn sich die Entfernung zwischen Schallquelle und Beobachter verkleinert, tiefer als er wirklich ist, wenn sich die Entfernung vergrößert.

$T$  = wahre,  $T_1$  = scheinbare Schwingungsdauer;  $N$  = wahre,  $N_1$  = scheinbare Schwingungszahl;  $c$  = Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls;  $\pm c_1$  = Geschwindigkeit, mit welcher sich die Entfernung zwischen Schallquelle und Beobachter ändert (+ für Zunahme, — für Abnahme der Entfernung).

Bei Bewegung der Schallquelle:

$$\frac{T_1}{T} = \frac{N}{N_1} = \frac{c \pm c_1}{c} \dots \dots \dots (159)$$

Bei Bewegung des Beobachters:

$$\frac{T_1}{T} = \frac{N}{N_1} = \frac{c}{c \pm c_1} \dots \dots \dots (160)$$

**C. Optik.** Lehre vom Licht.

§ 31. In homogenen, isotropen Mitteln pflanzt sich das Licht geradlinig nach allen Richtungen hin fort.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Weltraume und in der Atmosphäre etwa 40400 Meilen oder 300 000 000 Meter in der Secunde. (Jupitertrabantenverfinsterungen. Zeit zum Durchlaufen des Erdbahndurchmessers  $16^m\ 28^s,38$ . Lichtjahr = 9480 Billionen Meter = 1,28 Billionen Meilen. Fizeau's Messungen. Aberration.)

Leuchtkraft, Intensität: Lichtmenge, welche eine Lichtquelle ausstrahlt.

Stärke der Erleuchtung: Lichtmenge, welche auf die Flächeneinheit fällt.

Einfallsloth: Senkrechte, auf einer Fläche in einem von einem Lichtstrahl getroffenen Punkte errichtet.

Einfallswinkel: Winkel, den ein Lichtstrahl mit seinem Einfallslothe macht.

$L$  = Leuchtkraft;  $E$  = Stärke der Erleuchtung,  $r$  = Abstand einer Fläche;  $i$  = Einfallswinkel.

$$E = \frac{L \cos i}{4 r^2 \pi} \dots \dots \dots (161)$$

Die Stärke der Erleuchtung einer Fläche ist direct proportional dem Cosinus des Einfallswinkels und (bei vollkommen durchsichtigen Mitteln) umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung von der Lichtquelle.

Die Intensitäten zweier Lichtquellen, welche bei gleichem Einfallswinkel eine Fläche gleich stark erleuchten, verhalten sich direct, wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Fläche.

Photometer von Rumford, Bunsen.

Gelangt ein Lichtstrahl an eine Trennungsfäche zweier verschiedener Mittel, so wird ein Theil desselben nach allen Richtungen hin zerstreut, ein zweiter Theil geht in bestimmter Richtung in das erste Mittel zurück (wird reflectirt, Reflexion), ein dritter Theil dringt in das zweite Mittel ein und wird absorbiert oder pflanzt sich mit veränderter Richtung fort (wird gebrochen, Refraction).

§ 32. Katoptrik: Lehre von der Spiegelung oder Reflexion.

Reflexionswinkel: Winkel, den der reflectirte Lichtstrahl mit dem Einfallslothe macht.

**Spiegelungsgesetz:** Der Einfallswinkel und der Reflexionswinkel sind gleich und der einfallende und reflectirte Lichtstrahl liegen mit dem Einfallslot in einer Ebene (Reflexionsebene).

**Optisches Bild eines Punktes:** Punkt, in dem sich die ursprünglich von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen schneiden (reelles Bild) oder von dem aus sie divergiren (virtuelles Bild).

**Optisches Bild eines Körpers:** Summe der Bilder seiner einzelnen Punkte. (Reelle Bilder der Körper sind verkehrt, virtuelle aufrecht).

Ein ebener Spiegel giebt von einem vor ihm befindlichen Gegenstande ein virtuelles Bild in natürlicher Grösse, das sich in der verlängerten Senkrechten von dem Gegenstand auf den Spiegel so weit hinter dem Spiegel befindet, als der Gegenstand vor demselben.

Wird ein ebener Spiegel bei unveränderter Richtung des einfallenden Strahles um eine auf der Reflexionsebene senkrechte Achse um einen Winkel  $x$  gedreht, so ändert sich die Richtung des reflectirten Strahles um  $2x$ .

Heliostaten, Heliotrop, Messungen mit Spiegel und Scala, Spiegelsextant, Reflexionsgoniometer, künstlicher Horizont.

**Sphärische Spiegel:** solche, welche Theile einer Kugelfläche bilden.

**Krümmungsmittelpunkt, Krümmungsradius sphärischer Spiegel:** Mittelpunkt, Radius der Kugelfläche, welcher ein Spiegel angehört.

**Achse:** Gerade durch Krümmungsmittelpunkt und Spiegelmittelpunkt.

**Oeffnung:** Centriwinkel zweier Krümmungsradien nach entgegengesetzten Punkten des Spiegelumfangs. Sphärische Spiegel sollen höchstens  $50^\circ$  Oeffnung haben.

Radial auffallende Strahlen werden in sich selbst reflectirt.

Parallel zur Achse auf einen sphärischen Concavspiegel (Hohlspiegel, Sammelspiegel, Brennspegel) fallende Strahlen werden reflectirt nach einem Punkte der Achse (Brennpunkt, Focus), welcher in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkt und Spiegelmittelpunkt liegt.

**Brennweite:** Abstand des Brennpunktes vom Spiegel, ist gleich dem halben Krümmungsradius.

Von einem in der Nähe der Achse eines sphärischen Spiegels befindlichen Punkte (Gegenstand) entsteht ein optisches Bild in der durch jenen Punkt und den Krümmungsmittelpunkt gehenden Geraden.

$p$  = Brennweite eines sphärischen Concavspiegels;  $a$  = Abstand eines leuchtenden Punktes (Gegenstandes),  $d$  = Abstand seines Bildes vom Spiegel. (Vor dem Spiegel liegende Grössen haben positives, hinter demselben liegende negatives Vorzeichen.)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{d} = \frac{1}{p} \quad \dots \quad (162)$$

$$d = \frac{ap}{a-p} \quad \dots \quad (163)$$

$$a = \frac{dp}{d-p} \quad \dots \quad (164)$$

$$p = \frac{ap}{a+p} \quad \dots \quad (165)$$

$a = \infty$ ;  $d = p$ ; Bild reell, unendlich klein.  
 $\infty > a > 2p$ ;  $2p > d > p$ ; Bild reell, verkleinert.  
 $a = 2p$ ;  $d = 2p$ ; Bild reell, in natürlicher Grösse.  
 $2p > a > p$ ;  $\infty > d > 2p$ ; Bild reell, vergrössert.  
 $a = p$ ;  $d = \infty$ ;  
 $a < p$ ;  $d$  negativ; Bild virtuell, vergrössert.

Parallel zur Achse auf einen sphärischen Convexspiegel (Zerstreuungsspiegel) fallendes Licht wird so reflectirt, dass die Strahlen divergiren, als ob sie aus einem Punkte der Achse kämen (negativer Brennpunkt, Zerstreuungspunkt), welcher in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkt und dem Spiegel liegt.  $p$ ,  $a$ ,  $d$  wie beim Concavspiegel,  $p$  und  $d$  immer negativ.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{d} + \frac{1}{p} \quad \dots \quad (166)$$

$$d = \frac{ap}{a-p} \quad \dots \quad (167)$$

Bild immer virtuell und verkleinert.

Bei allen sphärischen Spiegeln verhalten sich die Grössen von Bild und Gegenstand wie die Entfernungen derselben vom Krümmungsmittelpunkte oder auch wie die Entfernungen derselben vom Spiegel.

$n$  = Verhältniss der Bildgrösse zur Gegenstandsgrösse;  $p$  = Brennweite eines sphärischen Spiegels;  $a$  = Gegenstandsweite.

$$a = p \pm \frac{p}{n} \quad \dots \quad (168)$$

§ 33. Dioptrik: Lehre von der Brechung oder Refraction.

Brechungswinkel: Winkel, welchen der gebrochene Lichtstrahl mit dem Einfallslothe macht.

**Brechungsgesetz:** Der einfallende und der gebrochene Lichtstrahl liegen mit dem Einfallslothe in einer Ebene und das Verhältniss der Sinus von Einfallswinkel und Brechungswinkel ist für je zwei Mittel constant.

**Stärker brechend (optisch dichter):** dasjenige von zwei Mitteln, in dem der Lichtstrahl den kleineren Winkel mit dem Einfallslot macht.

**Brechungsindex aus einem Mittel in ein zweites:** Quotient aus dem Sinus des Einfallswinkels im ersten Mittel durch den Sinus des Brechungswinkels im zweiten Mittel.

**Brechungsindex eines Mittels:** soviel wie Brechungsindex aus Luft in das Mittel.

Geht ein Lichtstrahl aus einem Mittel durch eine oder mehrere, von parallelen Ebenen begrenzte Schichten eines oder mehrerer anderen Mittel wieder in das erste Mittel über, so ist schliesslich seine Richtung parallel seiner ursprünglichen Richtung.

$n_1$  = Brechungsindex aus einem Mittel in ein zweites,  $n_2$  = Brechungsindex aus dem zweiten in das erste Mittel.

$$n_2 = \frac{1}{n_1} \quad \dots \quad (169)$$

$n_1$  = Brechungsindex eines ersten,  $n_2$  = Brechungsindex eines zweiten Mittels;  $n_3$  = Brechungsindex aus dem ersten in das zweite Mittel.

$$n_3 = \frac{n_2}{n_1} \quad \dots \quad (170)$$

$x$  = Grenzwinkel;  $n_1$  = Brechungsindex aus einem schwächer in ein stärker brechendes Mittel ( $n_1 > 1$ ),  $n_2$  = Brechungsindex aus einem stärker in ein schwächer brechendes Mittel ( $n_2 < 1$ ).

$$\sin x = \frac{1}{n_1} \quad \dots \quad (171) \quad \sin x = n_2 \quad \dots \quad (172)$$

Beim Uebergang aus einem schwächer in ein stärker brechendes Mittel kann der Brechungswinkel höchstens gleich dem Grenzwinkel werden.

Für den Uebergang aus einem stärker in ein schwächer brechendes Mittel darf der Einfallswinkel höchstens gleich dem Grenzwinkel sein; ist er grösser, so findet totale Reflexion statt.

**Prisma (optisches):** von zwei nicht parallelen Ebenen begrenztes Stück eines durchsichtigen Mittels.

**Brechende Flächen:** die Ebenen, durch die ein Lichtstrahl in das Prisma ein- und austritt.



Brechende Kante: Linie, in der sich die brechenden Flächen schneiden oder bei ihrer Erweiterung schneiden würden.

Brechender Winkel: Flächenwinkel der brechenden Flächen.

Hauptschnitt: Ebene, die auf der brechenden Kante senkrecht steht.

Ein Prisma, das aus einem stärker brechenden Mittel besteht, als seine Umgebung, bricht einen durchgehenden Lichtstrahl von der brechenden Kante hinweg; ein durch dasselbe gesehener Gegenstand erscheint nach der Seite der brechenden Kante hin verschoben.

Minimum der prismatischen Ablenkung tritt ein, wenn der Lichtstrahl im Hauptschnitt liegt und mit beiden brechenden Flächen gleiche Winkel bildet.

$n$  = Brechungsindex der Prismensubstanz,  $\alpha$  = brechender Winkel des Prisma,  $\delta$  = Minimum der Ablenkung, welche das Prisma (in einer Umgebung von Luft) hervorbringt,  $\Delta$  = Ablenkung, welche das Prisma hervorbringt, wenn der Strahl gegen eine brechende Fläche rechtwinklig ist.

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad \dots \quad (173) \quad \text{tang } \alpha = \frac{\sin \Delta}{n - \cos \Delta} \quad \dots \quad (176)$$

$$n = \frac{\sin (\alpha + \Delta)}{\sin \alpha} \quad \dots \quad (174) \quad \delta = 2 \arcsin \left( n \sin \frac{\alpha}{2} \right) - \alpha \quad (177)$$

$$\text{tang } \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{n - \cos \frac{\delta}{2}} \quad \dots \quad (175) \quad \Delta = \arcsin (n \sin \alpha) - \alpha \quad (178)$$

Für kleine  $\alpha$ :

$$n = \frac{I}{\alpha} - 1 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 \quad \dots \quad (179)$$

$$\alpha = \frac{I}{n-1} = \frac{\delta}{n-1} \quad \dots \quad (180)$$

$$\delta = I = (n-1) \alpha \quad \dots \quad (181)$$

Durch die Brechung des von leuchtenden Punkten ausgehenden Lichtes an sphärischen Grenzflächen entstehen optische Bilder.

$a$  = Abstand eines leuchtenden Punktes von der Trennungsfläche,  $r$  = Krümmungsradius der Trennungsfläche,  $n$  = Brechungsindex aus dem ersten in das zweite Mittel,  $d$  = Abstand des Bildes von der Trennungsfläche ( $a$  und  $d$  haben gleiche Vorzeichen, wenn sie auf



Auch für Linsen gilt die Gleichung (168).

Mehrere dicht auf einander liegende Linsen mit gemeinschaftlicher Achse wirken wie eine einzige Linse:  $P =$  Brennweite eines Linsensystems;  $p_1, p_2, p_3 \dots =$  Brennweiten der einzelnen Linsen.

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} = \dots = \Sigma \frac{1}{p} \dots \dots \dots (184)$$

Für zwei dicht auf einander liegende Linsen:

$$P = \frac{p_1 p_2}{p_1 + p_2} \dots \dots \dots (185)$$

$$p_2 = \frac{P p_1}{p_1 - P} \dots \dots \dots (186)$$

§ 34. Vollkommen weisses Licht (das Licht weissglühender starrer oder tropfbarer Körper) ist zusammengesetzt aus Licht von unendlich vielen verschiedenen Farbennüancen, die sich durch verschiedene Brechbarkeit auszeichnen. Die Reihenfolge von den weniger brechbaren zu den brechbareren Farben ist:

Braun, Roth, Orange, Gelb, Grün, Cyan, Ultramarin, Violett, Lavendelgrau.

Tabelle einiger Brechungsindex:

	Roth B	Gelb D	Grün E	Cyan F	Ultra- marin G	Violett H
Flintglas	1,627749	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crownglas	1,525832	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Wasser	1,3317	1,3343	1,3364	1,3386	1,3429	1,3448
Schwefelkoh- lenstoff	1,6182	1,6308	1,6438	1,6555	1,6799	1,7016
Schweres Merz'sches Flintglas		1,778	1,790	1,800		

Betrachtet man einen schmalen Spalt, durch den weisses Licht dringt, mit dem Auge oder entwirft von ihm mittels einer Linse ein Bild auf einem weissen Schirm und schaltet zwischen Spalt und Auge oder zwischen Spalt und Schirm ein Prisma ein, dessen brechende Kante dem Spalt parallel ist, so erhält man ein Spectrum, d. h. ein buntes Bild des Spaltes, welches nach der mit dem Hauptschnitt des Prisma zusammenfallenden Richtung stark in die Breite gezogen ist.

Das Licht von jeder im Weiss enthaltenen Farbe erzeugt ein Bild des Spaltes. Ohne Dazwischenkunft des Prisma fallen alle diese Bilder aufeinander und geben wieder Weiss; durch das Prisma wird das Bild von

einer Farbe immer um etwas mehr von seiner Stelle gerückt, als das der vorhergehenden Farbe; das bunte Spectrum des weissen Lichtes besteht also aus unendlich vielen, dicht aneinander liegenden, verschieden gefärbten Bildern des Spaltes.

Das Spectrum weissglühender starrer oder tropfbarer oder sehr dichter gasförmiger Körper besteht aus einer ununterbrochenen Reihe von Farben, das glühender Gase von mässiger Dichte aus einem oder mehreren getrennten Spaltbildern (Spectrallinien), die von der chemischen Beschaffenheit der betreffenden Gase abhängen. (Spectra verschiedener Ordnung.)

Glühende Gase sind vollkommen durchsichtig für die Farben, welche sie selbst nicht ausstrahlen, die Strahlen ihrer eigenen Farben aber absorbiren sie.

Geht das Licht eines stark weissglühenden Körpers durch ein schwächer glühendes Gas, so strahlt dieses Gas weniger Licht selbst aus, als es von der entsprechenden Farbe des durchgehenden Lichtes absorbirt, diese Farbe wird also geschwächt und die ihr entsprechenden Spectrallinien erscheinen durch den Contrast gegen das übrige Spectrum dunkel. Die hellen Spectrallinien eines glühenden Gases werden also beim Durchscheinen starken, weissen Lichtes in dunkle verwandelt (umgekehrt).

Fraunhofer'sche Linien: dunkle Linien im Spectrum des Sonnenlichtes: das Licht des weissglühenden Sonnenkernes kehrt die hellen Linien um, welche die Sonnenatmosphäre allein geben würde. Die auffälligsten Linien sind von Fraunhofer mit Buchstaben bezeichnet worden und dienen ihrer unveränderlichen Lage halber zur Bezeichnung bestimmter Farben des Spectrums.

Achromatisches Prisma: Zusammensetzung aus zwei Prismen von verschiedenen Substanzen (Crown Glas und Flintglas), deren brechende Kanten nach entgegengesetzten Seiten liegen und welche gleiche Farbenzerstreuung und verschiedene Ablenkung geben; die entgegengesetzten Farbenzerstreuungen heben sich auf, die Ablenkungen nicht.

Amici'sches Prisma, Prisma à vision directe: Zusammensetzung aus zwei Prismen von verschiedenen Substanzen, deren brechende Kanten nach entgegengesetzten Seiten liegen und welche gleiche Ablenkung und verschiedene Farbenzerstreuung geben; die entgegengesetzten Ablenkungen heben sich auf, die Farbenzerstreuungen nicht.

Achromatische Linse: System dicht aneinanderliegender Linsen, welches für verschiedene Farben gleiche Brennweite hat.

$P$  = Brennweite eines achromatischen Systems aus zwei Linsen;  
 $r_1$  = Krümmungsradius der ersten Fläche der ersten Linse;  $r_2$  = Krümmungsradius der zweiten Fläche der ersten und der ersten Fläche

der zweiten Linse; zweite Fläche der zweiten Linse plan;  $n_1, n_2 =$  Brechungsindex der ersten  $\nu_1, \nu_2 =$  Brechungsindex der zweiten Linse für zwei Arten von Strahlen.

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{P} \cdot \frac{n_2 - n_1 + \nu_1 - \nu_2}{(n_2 - 1)(\nu_1 - 1) - (n_1 - 1)(\nu_2 - 1)} \dots \dots \dots (187)$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{P} \cdot \frac{n_2 - n_1}{(n_2 - 1)(\nu_1 - 1) - (n_1 - 1)(\nu_2 - 1)} \dots \dots \dots (188)$$

### § 35. Das Auge.

Das Auge ist umschlossen von drei Häuten, deren äusserste, sehr feste am vordern Theile durchsichtig ist. Die durchsichtige Hornhaut hat einen etwas kleineren Krümmungshalbmesser, als die übrige weisse Sehhaut. Innerhalb der letzteren liegt die mit einem schwarzen Farbstoff überzogene Aderhaut und innerhalb dieser die Netzhaut, eine Ausbreitung des an der hinteren Fläche des Auges, etwas nach der Seite der Nasenwurzel zu, eintretenden Sehnerven. Hinter der durchsichtigen Hornhaut liegt die Regenbogenhaut, ein ebener Ring, aus radialen und kreisförmigen Muskelfasern bestehend, dessen Oeffnung, die Pupille, sich im Hellen verengert, im Dunkeln erweitert. Zwischen der durchsichtigen Hornhaut und der Regenbogenhaut befindet sich die wässerige Feuchtigkeit, hinter der Regenbogenhaut liegt die biconvexe, stark lichtbrechende Krystalllinse, den übrigen Theil des Auges füllt die gallertartige Glasfeuchtigkeit.

Die brechenden Mittel des Auges entwerfen von den Gegenständen der Aussenwelt auf der Netzhaut ein verkleinertes, reelles Bild, dessen Eindruck durch die Nerventhätigkeit zum Bewusstsein gelangt. Die Eintrittsstelle des Sehnerven ist für Lichteindrücke fast ganz unempfindlich (blinder Fleck), die grösste Empfindlichkeit besitzt die der Pupille gegenüberliegende Netzhautgrube (gelber Fleck).

**Sehachse:** Gerade durch die Netzhautgrube und die Mitte der Krystalllinse, Richtung des deutlichsten Sehens.

**Accommodationsvermögen:** Fähigkeit des Auges, sich nach Bedürfniss so zu ändern, dass die Bilder von nahen oder von entfernten Gegenständen auf der Netzhaut scharf begrenzt erscheinen.

**Sehweite:** Entfernung, in der ein Gegenstand am deutlichsten sichtbar ist; durchschnittlich etwa 25 cm.

**Brille:**  $p =$  Brennweite des Brillenglases;  $s =$  Sehweite des normalen,  $\sigma =$  Sehweite des fehlerhaften Auges.

$$p = \frac{s \sigma}{\sigma - s} \dots \dots \dots (189)$$

Dauer des Lichteindrucks: Die Empfindung des Lichtes im Auge dauert länger, als die Einwirkung desselben, bei mittlerer Helligkeit etwa 0,1 bis 0,3 Secunde. Stroboskop, Vibroskop.

Nicht nur die Summe aller Farben, die im Lichte weissglühender Körper enthalten sind, bringt im Auge den Eindruck von Weiss hervor, sondern auch manche andere Gemische von weniger Farben erscheinen weiss.

Complementär: Zwei (einfache oder zusammengesetzte) Farben, die zusammen den Eindruck von Weiss hervorbringen. (Farbenkreisel.)

Contrastfarben: Wird ein Theil der Netzhaut von farbigem Lichte gereizt, so entsteht in den nicht getroffenen Theilen der Netzhaut und nach dem Aufhören der Einwirkung in dem gereizten Theile die Empfindung der Complementärfarbe. Simultaner und successiver Contrast.

Körperfarben: im Wesentlichen die Farben des durchfallenden Lichtes, das im Innern der Körper reflectirt ist.

Farbe von Pigmentgemischen: Zusammengesetzt aus denjenigen Farbenarten, welche den einzelnen Pigmenten gemeinschaftlich sind.

Sehen mit zwei Augen: Nur die Gegenstände erscheinen wirklich einfach, welche sich zugleich in der Richtung beider Sehachsen befinden; die übrigen erscheinen doppelt. Körperliches Sehen, Stereoskop.

### § 36. Optische Instrumente.

Zeichenprisma, Camera obscura.

Mikroskop: Vorrichtung, um kleine, nahe Gegenstände deutlicher sehen zu können, als mit blossem Auge.

Einfaches Mikroskop, Lupe: Convexlinse, welche, dicht vor das Auge gehalten, von einem in passende Entfernung gebrachten Gegenstande ein virtuelles, vergrössertes Bild giebt.

$s$  = Sehweite;  $p$  = Brennweite,  $V$  = Vergrösserung der Lupe.

$$V = \frac{p+s}{p}; \text{ für kleine Werthe von } p \text{ annähernd: } V = \frac{s}{p} \quad (190)$$

Bei zusammengesetzten Mikroskopen und Fernrohren unterscheidet man Objectiv und Ocular.

Objectiv: Linse oder Linsensystem in dem Theile des Instrumentes, welcher dem betrachteten Gegenstande zugewendet ist.

Ocular: Linse oder Linsensystem in dem dem Auge zugewendeten Theile des Instrumentes.

Zusammengesetztes Mikroskop: Convexes Objectiv von kleiner Brennweite, welches ein reelles, vergrössertes Bild des Gegenstandes entwirft und convexes Ocular, welches als Lupe wirkt und von dem reellen Bilde ein zweites virtuelles, abermals vergrössertes Bild giebt. Die Vergrösserung des zusammengesetzten Mikroskops ist von dem Abstand des Oculars vom Objectiv abhängig und mit diesem veränderlich.

Teleskop, Fernrohr: Vorrichtung, um entfernte Gegenstände deutlicher sehen zu können, als mit blossem Auge.

Galilei'sches Fernrohr: Convexes Objectiv von grosser Brennweite ( $P$ ) und concaves Ocular von kleiner, negativer Brennweite ( $p$ ), welches die durch das Objectiv convergent gemachten Strahlen eines Gegenstandes so bricht, dass ein aufrechtes, virtuelles Bild desselben entsteht.  $V =$  Vergrösserung,  $L =$  Länge des Fernrohrs;  $A =$  Abstand des Gegenstandes vom Objectiv.

Astronomisches Fernrohr (Refractor): Convexes Objectiv von grosser Brennweite ( $P$ ), welches ein reelles Bild des Gegenstandes entwirft, das durch ein convexes Ocular von kleiner Brennweite ( $p$ ) als Lupe betrachtet wird.  $V =$  Vergrösserung,  $L =$  Länge des Fernrohrs,  $A =$  Abstand des Gegenstandes vom Objectiv.

Für das astronomische und Galilei'sche Fernrohr:

$$L = P + p + \frac{P^2}{A - P} - \frac{p^2}{s + p} \dots \dots \dots (191)$$

$$V = \frac{P}{p} \cdot \left(1 + \frac{p}{s}\right) \left\{1 + \frac{P + \frac{AP}{A - P} + \frac{ps}{p + s}}{A - P}\right\} \dots \dots \dots (192)$$

$$A_1 > A_2; L_1 < L_2 \dots \dots \dots (193)$$

$$s_1 > s_2; L_1 > L_2 \dots \dots \dots (194)$$

Für grosse  $A$  und kleine  $p$  annähernd:

$$V = \frac{P}{p} \dots \dots \dots (195)$$

Terrestrisches Fernrohr: Von dem durch ein convexes Objectiv von grosser Brennweite erzeugten, reellen, verkehrten Bilde des Gegenstands wird durch eine Linse oder durch ein Linsensystem ein abermals umgekehrtes, also wieder aufrechtes Bild erzeugt und durch die Ocularlupe betrachtet. Vergrösserung ausser von der Brennweite der Linsen auch von ihrem Abstände abhängig.

Spiegelteleskope (Reflectoren): Fernrohre verschiedenartiger Construction, bei denen das erste, reelle Bild des Gegenstandes durch einen Hohlspiegel, anstatt durch ein gläsernes Objectiv erzeugt wird.

Zur Abhaltung des störenden Lichtes, welches von anderen, als den betrachteten Gegenständen kommt, dient das die Linsen verbindende und tragende Rohr. An der Stelle, wo ein reelles Bild entsteht, bringt man eine Blende (Diaphragma) an, welche nur die Mitte des Gesichtsfeldes freilässt. Anstatt einer einfachen Ocularlupe wendet man bei Mikroskopen und Fernrohren meist zusammengesetzte Oculare an. Die einfachste Art der zusammengesetzten Oculare besteht aus zwei planconvexen Linsen, deren eine (Collectivlinse) das vom Objectiv kommende Licht vor seiner Vereinigung zu einem reellen Bilde aufnimmt und zu einem kleineren Bilde vereinigt, als sonst entstanden sein würde; die zweite Linse dient als Lupe. Solche Oculare geben grösseres Gesichtsfeld und reinere Bilder, als einfache Oculare.

Aequivalentbrennweite eines zusammengesetzten Oculars: Brennweite, die ein einfaches Ocular haben müsste, um gleiche Vergrößerung zu geben,  $p_1$  = Brennweite der Ocularlupe,  $p_2$  = Brennweite der Collectivlinse,  $d$  = Abstand der Blende von der Collectivlinse,  $a$  = Abstand der Ocularlupe von der Blende,  $s$  = Sehweite,  $p_3$  = Aequivalentweite.

$$a = \frac{s p_1}{s + p_1} \quad (196)$$

$$p_3 = \frac{p_1 p_2 s}{d s + d p_1 - s p_2 - 2 p_1 p_2} \quad (197)$$

annähernd:

$$p_3 = \frac{p_1 p_2}{d - p_2} \quad (198)$$

Schlierenapparat. Refractometer.

§ 37. Die Erscheinungen, welche das Licht darbietet, lassen sich nur erklären durch die Annahme, dass das Licht eine Schwingungserscheinung ist. Man nimmt an, dass der leere Raum und alle Körper durchdrungen sind von einem sehr elastischen, immateriellen Mittel (Aether), dessen transversale Schwingungen das Licht ausmachen. Die Elasticität des Aethers und demzufolge die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist in verschiedenen Substanzen verschieden (Foucault's Messungen). Der Brechungsindex aus einem Mittel in ein zweites ist das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in beiden Mitteln, im stärker brechenden Mittel ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit kleiner.

Die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen haben in einem bestimmten Augenblick gleiche Phase, die Lage der Schwingungsebene aber ist in den aufeinanderfolgenden Zeiten in sehr schnellem Wechsel begriffen.



Interferenz des Lichtes: Gelangen zwei von einer Lichtquelle ausgehende einfarbige Strahlen an einen Punkt auf Wegen, welche um ungerade Vielfache einer halben Wellenlänge verschieden sind, so heben sie sich gegenseitig auf.

Dünne Blättchen: Fällt einfarbiges Licht auf eine sehr dünne Schicht eines durchsichtigen Mittels, so erscheint dieselbe im reflectirten und im durchfallenden Lichte je nach ihrer Dicke hell oder dunkel.

1. Reflectirtes Licht: ein Theil des Lichtes wird an der ersten, ein Theil an der zweiten Grenzfläche reflectirt; der letzte Theil hat (bei senkrechtem Auffallen) einen um die doppelte Dicke der Schicht längern Weg zurückzulegen. Befindet sich auf beiden Seiten der dünnen Schicht ein stärker, oder auf beiden Seiten ein schwächer brechendes Mittel, so erfolgt immer die eine Reflexion nach Formel (131), die andere nach Formel (132); der Phasenunterschied der beiden interferirenden Strahlen entspricht daher einem Wegeunterschied = der doppelten Dicke der Schicht  $\pm \frac{\lambda}{2}$ . Die Schicht erscheint dann dunkel an den Stellen, an

denen ihre Dicke  $2n \frac{\lambda}{4}$ , hell an den Stellen an denen ihre Dicke

$(2n - 1) \frac{\lambda}{4}$  ist.

2. Durchfallendes Licht: ein Theil des Lichtes geht direct durch, ein anderer Theil wird an der zweiten und dann an der ersten Grenzfläche reflectirt und interferirt mit dem ersten Theile; wegen seiner geringeren Intensität kann das zweimal reflectirte Licht das durchgehende nur schwächen, nicht ganz aufheben. Die Stellen, welche im reflectirten Lichte hell erscheinen, sind im durchfallenden dunkel und umgekehrt.

Newton'sche Ringe, Anlauffarben.

Beugungserscheinungen: Lässt man ein schmales Bündel paralleler Strahlen von einfarbigem Lichte durch einen engen Spalt unter einem rechten Winkel auf einen ziemlich entfernten Schirm fallen, so entstehen neben dem direct beleuchteten Streifen abwechselnd helle und dunkle Streifen. Die Helligkeit der hellen Streifen nimmt von der Mitte des Bildes nach beiden Seiten schnell ab.

$b$  = Breite des Spaltes;  $a$  = Abstand des Schirmes vom Spalte;  $d$  = Abstand des ersten Helligkeitsminimum von der Mitte des Beugungsbildes,  $\lambda$  = Länge der Lichtwellen.

$$\lambda = \frac{b d}{a} \dots \dots \dots (199)$$

Gitterspectra:  $d$  = Abstand der Spalten von einander;  $x$ ,  $y$ ,  $z$  = Winkelablenkung des gebeugten Lichtes im 1., 2., 3. Spectrum;  $\lambda$  = Wellenlänge des gebeugten Lichtes.

$$\lambda = d \sin x = \frac{d \sin y}{2} = \frac{d \sin z}{3} \dots \dots \dots (200)$$

Tafel der Wellenlängen (in Luft) und der Schwingungszahlen für Licht von verschiedener Farbe.

	$\lambda$ in Milliontel- millimetern.	N Billionen in einer Secunde	Differenzen von N.
Mittles Braun	764,7	394 . . . . .	} 48
B	686,71	439	
Mittles Roth	681,7	442 . . . . .	} 48
C	656,21	459	
Mittles Orange,	614,9	490 . . . . .	} 48
D (Mittel)	589,212	511	
Mittles Gelb	560,0	538 . . . . .	} 48
E (Mittel)	526,913	572	
Mittles Grün	514,1	586 . . . . .	} 48
F	486,074	620	
Mittles Cyan	475,2	634 . . . . .	} 48
Mittles Ultramarin	441,8	682 . . . . .	
G	430,725	699	} 48
Mittles Violett	412,7	730 . . . . .	
H <sub>1</sub>	396,81	759	} 48
Mittles Lavendel	387,3	778 . . . . .	

Wegen der verschiedenen Wellenlängen fallen bei Interferenz-Ver suchen die Maxima und Minima der Helligkeit für die verschiedenen Farben an verschiedene Stellen, deshalb entsteht bei Anwendung von weissem oder überhaupt gemischten Lichte nirgend mehr Dunkel; da wo eine Farbe ein Minimum hat, bleibt der Rest der übrigen Farben, bei weissem Lichte also ihre Complementärfarbe.

Nach dem Doppler'schen Prinzip (vergl. Formeln (159) und (160)) bewirkt eine Annäherung an die Lichtquelle eine Zunahme, eine Ent fernung von der Lichtquelle eine Abnahme der Brechbarkeit.

### § 38. Polarisation, Doppelbrechung.

Polarisirt: Licht, in welchem die Schwingungsebenen für alle Strahlen dauernd parallel sind.

Fällt Licht auf ein brechendes Mittel mit einem Einfallswinkel, dessen Tangente gleich dem Brechungsindex des Mittels ist (Polarisi-

sationswinkel), so ist das reflectirte Licht vollkommen polarisirt, von dem gebrochenen ist ein Theil polarisirt.

**Polarisationsebene:** für das reflectirte Licht die Reflexionsebene, für das gebrochene Licht die auf derselben senkrechte Ebene, in der der Strahl liegt. Fällt polarisirtes Licht unter dem Polarisationswinkel auf ein brechendes Mittel, so wird es vollständig reflectirt, wenn dessen Reflexionsebene mit der Polarisationsebene des Lichtes übereinstimmt, gar nicht, wenn die Ebenen senkrecht aufeinander stehen; die Intensität des reflectirten Lichtes ist proportional dem Quadrat des Cosinus des Winkels der beiden Ebenen. Um Licht durch Brechung ziemlich vollständig zu polarisiren, lässt man dasselbe unter dem Polarisationswinkel auf eine Schicht planparalleler Glasplatten fallen. Ein Glasplattensatz lässt polarisirtes Licht am vollständigsten durchgehen, wenn dessen Polarisationsebene senkrecht ist auf der Ebene durch den Strahl und das Einfallslot, er lässt dasselbe am wenigsten durchgehen, wenn die beiden Ebenen zusammenfallen.

Fällt ein Lichtstrahl auf ein nicht isotropes Mittel, so wird derselbe in den meisten Fällen zerlegt in zwei rechtwinklig gegen einander polarisirte Strahlen, welche verschieden stark gebrochen werden. Nicht isotrop sind alle Krystalle, welche nicht dem tesserale System angehören.

Brechungsindex in

	Kalkspath	Quarz
ordinär	1,654	1,548
extraordinär	1,483	1,558

**Nicol'sches Prisma:** schiefes Parallelepipet aus Kalkspath, welches derart schief durchschnitten und mit Canadabalsam verkittet ist, dass der eine der beiden Strahlen an dieser Schicht total reflectirt wird und nur ein polarisirter Strahl durch dasselbe hindurchgeht. Fällt polarisirtes Licht auf ein Nicol'sches Prisma, so ist die Intensität des durchgehenden Lichtes proportional dem Cosinusquadrat des Winkels der Polarisationsebenen des auffallenden und durchgehenden Lichtes.

**Circularpolarisation:** In manchen Körpern (Quarz, Zucker, Zuckerlösung) geht eine eigenthümliche Umänderung des polarisirten Lichtes vor, die sich auffassen lässt als eine Drehung der Polarisationsebene um die Richtung des Strahles als Achse. Die Drehung ist unter sonst gleichen Umständen verschieden stark für Licht von verschiedener Farbe.

Eine Rohrzuckerlösung ertheilt der Polarisationsebene eine Drehung nach rechts, welche proportional ist der Länge der durchstrahlten Schicht und dem Concentrationsgrade der Lösung. Drehung der Polarisationsebene

des gelben Lichtes (D) durch eine 200<sup>mm</sup> lange Schicht 1° auf je 7,528<sup>g</sup> Rohrzucker im Liter Lösung.

Eine Quarzplatte von 1<sup>mm</sup> Dicke, rechtwinklig zur Achse, dreht die Polarisationssebene des gelben Lichtes um 21°,67.

**Zuckerinversion:** Eine Menge Rohrzucker, welche um 1° nach rechts dreht, verwandelt sich durch 10 Minuten dauerndes Erwärmen auf 75° C mit  $\frac{1}{10}$  ihres Volumens Salzsäure in Invertzucker, der bei t° um 0°,36—0°,0065 (t—15) nach links dreht.

a = Drehung einer 200<sup>mm</sup> langen Schicht vor,  $b_{200}$  = Drehung einer gleich langen,  $b_{220}$  = Drehung einer 220<sup>mm</sup> langen Schicht nach der Inversion; Z = Zuckermenge im Liter Lösung.

$$Z = \frac{a - \frac{11}{10} b_{200}}{1,36 + 0,0065 (15-t)} \cdot 7,528^g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (201)$$

$$Z = \frac{a - b_{220}}{1,36 + 0,0065 (15-t)} \cdot 7,528^g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (202)$$

(Drehung der Polarisationssebene durch den galvanischen Strom siehe § 56.)

§ 39. Das Licht weissglühender Körper enthält ausser den sichtbaren Strahlen auch unsichtbare Strahlen, welche theils weniger brechbar als Braun (ultrarothe), theils brechbarer als Lavendel (ultraviolett) sind. Die ultrarothten Strahlen sind Wärmestrahlen (vergl. § 42), die ultravioletten Strahlen sind die, welche vorzugsweise die chemische Wirkung des Lichtes bedingen. Reich an ultravioletten Strahlen: Sonnenlicht, Magnesiumlicht, elektrisches Licht.

**Fluorescenz:** Manche Körper reflectiren auf sie fallendes Licht als Licht von anderer, gewöhnlich geringerer Brechbarkeit, insbesondere werden ultraviolette Strahlen in sichtbare verwandelt.

Farbe des Fluorescenzlichtes: Flussspath (manche Varietäten), saure schwefelsaure Chininlösung, Aesculinlösung, Petroleum: blau; Morinlösung mit Salzsäure und Thonerde, Uranglas: grün; Curcumatinetur: schmutziggelb; Chlorophylllösung: roth.

**Phosphorescenz:** Manche Körper (Leuchtsteine: manche Varietäten von Diamant, Kalkspath, Flussspath, besonders aber von Schwefelcalcium, Schwefelstrontium, Schwefelbarium) leuchten einige Zeit, wenn sie zuvor (besonders von ultraviolettem Lichte) bestrahlt worden sind.

Als Phosphorescenz werden auch manche andere Lichtentwickelungen bezeichnet, z. B. beim Zerbrechen (Rohrzucker), beim Erwärmen (Flusspath, Kalkspath), bei langsamer Oxydation (Phosphor).

## IV. Wärme.

§ 40. Temperatur: Wärmezustand der Körper: hoch bei warmen, niedrig bei kalten Körpern.

Wärme vermindert die Cohäsion, vermehrt die Expansion der Körper.

Thermometer: Instrument zum Messen der Temperatur.

Quecksilberthermometer (beruht auf der Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme): dünnwandiges Glasgefäß mit enger, möglichst cylindrischer Röhre; Gefäß und ein Theil der Röhre voll Quecksilber, übrigen luftleer. (Für sehr niedrige Temperaturen: Weingeistthermometer).

Fundamentalepunkte: Gefrierpunkt, Temperatur des gefrierenden Wassers und des schmelzenden Eises, Siedepunkt, Temperatur des (bei 760<sup>mm</sup> Barometerstand) siedenden Wassers.

Normalabstand: Abstand der Fundamentalpunkte.

Scalen: Centesimalscala (Celsius, Strömer), Gefrierpunkt 0°, Siedepunkt 100° (Centigrade).

Réaumur, Gefrierpunkt 0°, Siedepunkt 80°.

Fahrenheit, Gefrierpunkt 32°, Siedepunkt 212°.

$$n^{\circ} C = 0,8 n^{\circ} R \quad (203)$$

$$n^{\circ} C = \left(\frac{9}{5} n + 32\right)^{\circ} F \quad (204)$$

$$n^{\circ} R = \frac{5}{4} n^{\circ} C = \left(\frac{n}{0,8}\right)^{\circ} C \quad (205)$$

$$n^{\circ} R = \left(\frac{9}{4} n + 32\right)^{\circ} F \quad (206)$$

$$n^{\circ} F = \frac{5}{9}(n - 32)^{\circ} C \quad (207)$$

$$n^{\circ} F = \frac{4}{9}(n - 32)^{\circ} R \quad (208)$$

Corræction für falsche Lage der Fundamentalpunkte:  
 $t_1, t_2 =$  wahre,  $\tau_1, \tau_2 =$  abgelesene Temperaturen zweier festen Punkte  
 $t =$  abgelesene,  $t^{\circ} =$  corrigirte Temperatur.

$$t^{\circ} = \frac{t_2 - t_1}{\tau_2 - \tau_1} (t - \tau_1) + t_1 \quad (209)$$

$$\text{für } t_1 = 0; t_0 = \frac{(t - \tau_1) \cdot t_2}{\tau_2 - \tau_1} \quad (210)$$

Thermometrographen.

Mit steigender Temperatur vergrößert, mit fallender verkleinert sich das Volumen der Körper.

**Ausdehnungscoefficient:** Zahl, welche angiebt, um welchen Theil seiner Grösse ein Körper beim Erwärmen von  $0^{\circ}$  auf  $1^{\circ}$  C zunimmt. Der cubische Ausdehnungscoefficient starrer Körper ist dreimal so gross, als der lineare.

$V_o, V_t =$  Volumina,  $D_o, D_t =$  relative Gewichte eines starren Körpers bei  $0^{\circ}$  und  $t^{\circ}$ ;  $a =$  cubischer Ausdehnungscoefficient des Körpers. Für kleine Temperaturänderungen:

$$V_t = V_o (1 + a t) \quad (211)$$

$$D_o = D_t (1 + a t) \quad (212)$$

Für bedeutende Temperaturerhöhungen nimmt das Volumen stärker zu, als nach Formel (211).

#### Lineare Ausdehnung starrer Körper für $1^{\circ}$ C.

(zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  C.)

Eisen . . . . .	0,0000123	Platin . . . . .	0,0000088
Glas . . . . .	0,000008 bis 0,000012	Silber . . . . .	0,000019
Kupfer . . . . .	0,000017	Zink . . . . .	0,0000294
Messing . . . . .	0,000019	Horngummi . . . . .	0,00006

Metallthermometer, Compensation der Pendel und Unruhen, Wippe. Nicht tesserale Krystalle dehnen sich beim Erwärmen nach verschiedenen Richtungen verschieden aus (Kalkspath zieht sich rechtwinklig gegen die Hauptachse zusammen, während sein Volumen zunimmt). Gespannter Kautschuk zieht sich beim Erwärmen zusammen.

#### Ausdehnungscoefficienten des Kalkspathes:

In der Richtung der Hauptachse . . . . .	0,0000293
In der Richtung der Nebenachsen . . . . .	—0,00000487
Cubisch . . . . .	0,0000196

Quecksilber folgt von  $0^{\circ}$  bis  $100^{\circ}$  C ziemlich genau der Formel (211);  $a = 0,00018153$  (nahezu  $a = \frac{1}{5509}$ ). Vergl. Luftthermometer.

$$\text{Genauer: } V_t = V_o \cdot e^{0,00018077t} \quad (213)$$

$$\log V_t = 0,000\ 078\ 507\ 417 t + \log V_o \quad (214)$$

**Barometerreduction:**  $B_t =$  gemessener,  $B_o =$  reducirter Barometerstand,  $t =$  Quecksilbertemperatur.

$$B_o = \frac{B_t}{1 + 0,00018153t} \quad (215)$$

**Fadencorrection am Thermometer:**  $t =$  abgelesene,  $t_o =$  corrigirte Temperatur;  $\tau =$  Temperatur der Fadenmitte;  $n =$  Länge des Fadens in Graden;  $\alpha =$  scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers in Glas = 0,00015.

$$t_o = \frac{t - \alpha n \tau}{1 - \alpha n} \dots \dots \dots (216)$$

Die Ausdehnung anderer Flüssigkeiten ist nur auszudrücken durch die Formel

$$V_t = V_o (1 + at + bt^2 + ct^3) \dots \dots \dots (217)$$

		Volumen von 1 Gramm Wasser in Cubikcentimetern.													
		a						b							
		Wasser			Weingeist			Wasser			Weingeist				
0° bis	25°	25° bis	50°	50° bis	75°	75° bis	100°	0° bis	9°	9° bis	18°	18° bis	25°	25° bis	100°
0°	1,00012	1,00007	1,00003	1,00001	1,00000	1,00001	1,00012	0°	1,00019	1,00027	1,00036	1,00046	1,00058	1,00071	1,00117
1°	1,00007	1,00003	1,00001	1,00000	1,00001	1,00012	1,00019	1°	1,00027	1,00036	1,00046	1,00058	1,00071	1,00101	1,00135
2°	1,00003	1,00001	1,00000	1,00001	1,00012	1,00019	1,00027	2°	1,00036	1,00046	1,00058	1,00071	1,00101	1,00154	1,00194
3°	1,00001	1,00000	1,00001	1,00012	1,00019	1,00027	1,00036	3°	1,00046	1,00058	1,00071	1,00101	1,00135	1,00174	1,00216
4°	1,00000	1,00001	1,00012	1,00019	1,00027	1,00036	1,00046	4°	1,00058	1,00071	1,00101	1,00135	1,00174	1,00216	1,00262
5°	1,00001	1,00012	1,00019	1,00027	1,00036	1,00046	1,00058	5°	1,00071	1,00101	1,00135	1,00174	1,00216	1,00262	1,00313
6°	1,00003	1,00012	1,00019	1,00027	1,00036	1,00046	1,00058	6°	1,00085	1,00117	1,00154	1,00194	1,00239	1,00285	1,00339
7°	1,00007	1,00012	1,00019	1,00027	1,00036	1,00046	1,00058	7°	1,00101	1,00135	1,00174	1,00216	1,00262	1,00313	1,00369
8°	1,00012	1,00012	1,00019	1,00027	1,00036	1,00046	1,00058	8°	1,00117	1,00154	1,00194	1,00239	1,00285	1,00339	1,00399

4\*

Das Wasser hat bei 4° C das kleinste Volumen und das grösste spezifische Gewicht: Dichtigkeitsmaximum.

Die relativen Gewichte in § 3 beziehen sich auf Substanzen von 0°, verglichen mit Wasser von 4°.

Gase: Bei verschieden starkem, aber während der Ausdehnung gleichbleibenden Druck dehnen sich die Gase fast genau gleich stark aus, (Gay-Lussac'sches Gesetz). Für atmosphärische Luft:

$$V_t = V_o (1 + 0,003665 t) \dots \dots \dots (218)$$

Für Wasserstoff ist der Coëfficient 0,003657, für Kohlensäure 0,003691.

Reduction der Gasvolumina: Der Vergleichbarkeit wegen reducirt man gemessene Gasvolumina auf den Normaldruck von 760<sup>mm</sup> Quecksilber und die Normaltemperatur von 0°.

V = gemessenes, V<sub>o</sub> = reducirtes Volumen, t = Temperatur des Gases, H = Druck des Gases in Millimetern Quecksilber.

$$V_o = \frac{VH}{760 (1 + 0,003665t)} \dots \dots \dots (219)$$

Zählt man die Temperaturen, anstatt vom Gefrierpunkt, von —273° C (absoluter Nullpunkt) an, so ist das Product aus Druck und Volumen eines Gases proportional der (absoluten) Temperatur. (Boyle-Gay-Lussac'sches Gesetz).

p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub> = Drucke, v<sub>1</sub>, v<sub>2</sub> = Volumina, T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub> = absolute Temperaturen einer Luftmasse. (T = t + 273).

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{T_1}{T_2} \dots \dots \dots (220)$$

Luftthermometer: Vorrichtung zum Messen der Temperatur durch die Zunahme des Drucks einer bei constantem Volumen erwärmten Luftmasse. Die Angaben des Quecksilberthermometers weichen in höheren Temperaturen von denen des Luftthermometers ab.

Correction der Angaben des Quecksilberthermometers.

150°	—0,8	200°	—2,8
180°	—2,0	250°	—4,7

α = cubischer Ausdehnungscoëfficient, V = Volumen des Luftthermometergefässes beim absoluten Nullpunkt; T = gesuchte, T̄ = bekannte absolute Temperatur des Luftthermometergefässes; v<sub>1</sub>, v<sub>2</sub>, v<sub>3</sub> = Volumina der einzelnen Theile des Communicationsrohres zwischen Luftthermometergefäss und Manometer; t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>, t<sub>3</sub> = absolute Temperaturen der Räume v<sub>1</sub>, v<sub>2</sub>, v<sub>3</sub> bei der Gefässstemperatur T; t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>, t<sub>3</sub> = absolute Tem-



peraturen der Räume  $v_1, v_2, v_3$  bei der Gefäßtemperatur  $\mathfrak{T}$ ;  $P$  = Druck bei der Gefäßtemperatur  $T$ ;  $\mathfrak{P}$  = Druck bei der Gefäßtemperatur  $\mathfrak{T}$ .

$$\frac{v_1}{V} = \varphi_1; \frac{v_2}{V} = \varphi_2; \frac{v_3}{V} = \varphi_3.$$

$$T = \frac{1}{\frac{\mathfrak{P}}{P} \left( \frac{1 + \alpha \mathfrak{T}}{\mathfrak{T}} + \frac{\varphi_1}{t_1} + \frac{\varphi_2}{t_2} + \frac{\varphi_3}{t_3} \right) - \frac{\varphi_1}{t_1} - \frac{\varphi_2}{t_2} - \frac{\varphi_3}{t_3} - \alpha} \quad (221)$$

§ 41. Starre Körper werden durch Erwärmen tropfbar, tropfbare gasig (dampförmig); dampförmige durch Abkühlen tropfbar, tropfbare starr.

Schmelzpunkt: Temperatur, bei der ein starrer Körper tropfbar wird.

Gefrierpunkt, Erstarrungspunkt: Temperatur, bei der ein tropfbarer Körper starr wird.

Schmelzpunkt und Erstarrungspunkt für eine und dieselbe Substanz sind gleich.

#### Schmelzpunkte:

Platin . . . . .	1775	Wismuth . . . . .	256
Schmiedeeisen . . .	1600 bis 1500	Zinn . . . . .	230
Stahl . . . . .	1400 bis 1300	Schwefel . . . . .	111
Gusseisen, grau . .	1200 bis 1100	Natrium . . . . .	90
Kupfer . . . . .	1100	Stearinsäure . . . . .	70
Gusseisen, weiss . .	1100 bis 1050	Kalium . . . . .	58
Gold . . . . .	1075	Natriumhyposulfit . . . . .	47
Silber . . . . .	954	Phosphor . . . . .	43
Bronce . . . . .	900	Quecksilber . . . . .	—39
Antimon . . . . .	432	Kohlensäure . . . . .	—58
Zink . . . . .	360	Ammoniak . . . . .	—75
Blei . . . . .	330	Schweflige Säure . . . . .	—76
Cadmium . . . . .	321		

Starre Körper lassen sich nicht über den Schmelzpunkt erwärmen, ohne zu schmelzen.

Erstarrungsverzug (Ueberschmelzung): Tropfbare Körper lassen sich unter den Erstarrungspunkt abkühlen, ohne zu erstarren, wenn man sie vor Erschütterungen bewahrt (besonders leicht im luftleeren Raum). Unter den Erstarrungspunkt abgekühlte Flüssigkeiten erstarren plötzlich (unter Erwärmung bis zum Erstarrungspunkt) beim Erschüttern oder bei Berührung mit einem Stückchen derselben Substanz im starren Zustande.

Volumenveränderung beim Erstarren: Manche Körper dehnen sich beim Erstarren aus (Wasser, Gusseisen), andere ziehen sich zusammen (Schwefel, Paraffin, Wachs, Blei).

Ausdehnung des Wassers beim Gefrieren:  $0,090822$  (nahezu  $\frac{1}{11}$ ).

Schmelzpunktänderung durch Druck. Der Schmelzpunkt des Eises wird erniedrigt um  $0,008^{\circ}\text{C}$  durch Zunahme des Drucks um 1 Atmosphäre, der des Schwefels, Paraffins, Wachses wird durch Zunahme des Drucks erhöht.

Legirungen schmelzen leicht, unter der Mitteltemperatur der Schmelzpunkte ihrer Bestandtheile: Weichloth aus Blei und Zinn unter  $200^{\circ}\text{C}$ ; Rose'sches Metall aus 4 Th. Wismuth, 1 Th. Blei, 1 Th. Zinn bei  $94^{\circ}\text{C}$ ; Wood'sches Metall aus 7 Th. Wismuth, 4 Th. Blei, 2 Th. Zinn, 1 Th. Cadmium unter  $60^{\circ}\text{C}$ .

Schmelzpunkte der Prinsep'schen Legirungen:

Gewichtstheile			Gewichtstheile			Gewichtstheile		
Silber	Gold	$^{\circ}\text{C}$	Gold	Platin	$^{\circ}\text{C}$	Gold	Platin	$^{\circ}\text{C}$
10	0	954	90	10	1130	40	60	1460
8	2	975	85	15	1160	35	65	1495
6	4	995	80	20	1190	30	70	1535
4	6	1020	75	25	1220	25	75	1570
2	8	1045	70	30	1255	20	80	1610
0	10	1075	65	35	1285	15	85	1650
			60	40	1320	10	90	1690
			55	45	1350	5	95	1730
			50	50	1385	0	100	1775
			45	55	1420			
Gold			Platin					
100	0	1075						
95	5	1100						

Wässrige Salzlösungen gefrieren bei niedrigerer Temperatur als das Wasser.

Gelöste starre oder gasige Körper scheiden sich beim Gefrieren der Lösung aus.

Die meisten Flüssigkeiten verwandeln sich bei jeder Temperatur in Dampf; der Dampf vermag nur einen gewissen Druck auszuhalten, ohne sich zu verdichten (condensiren). Die Spannkraft eines Dampfes wächst mit der Temperatur.

Siedepunkt: Temperatur, bei der der Dampf einer Flüssigkeit gleichen Druck hat mit der umgebenden Luft. Der Siedepunkt steigt mit wachsendem, fällt mit abnehmendem Luftdruck.

Siedepunkt (im engern Sinne): Temperatur, bei der der Dampf einer Flüssigkeit 760  $\text{mm}$  Spannkraft hat.

Verdampfen, Sieden: Bildung von Dampf, dessen Spannkraft gleich dem Luftdruck ist.

Verdunstung: Bildung von Dampf, dessen Spannkraft kleiner ist, als der Druck der umgebenden Luft.

## Siedepunkte:

Schwefel . . . . .	448,04 C.	Aether . . . . .	34,9
Quecksilber . . . . .	350	Schweiflige Säure . . . . .	—10,8
Schwefelsäure, engl. . . . .	325	Ammoniak . . . . .	—36,8
Weingeist . . . . .	78,4	Kohlensäure . . . . .	unter —79

Leidenfrost'sche Erscheinung: Eine Flüssigkeit verdampft langsam und ohne eigentliches Sieden auf der Oberfläche eines Körpers, dessen Temperatur viel höher ist, als ihr Siedepunkt. Sie schwebt dabei auf einer Dampfschicht, welche ihre Berührung mit dem Körper hindert (sphäroidaler Zustand).

Salzlösungen, wässrige, haben höhere Siedepunkte, als reines Wasser, die Temperatur des aus ihnen entwickelten Dampfes aber ist niedriger, als der Siedepunkt.

Gesättigt: Dampf, dessen Spannung und dessen relatives (specifisches) Gewicht so gross sind, als es bei der betreffenden Temperatur möglich ist.

Ungesättigt, überhitzt: Dampf, dessen Spannung und dessen relatives (specifisches) Gewicht kleiner sind, als sie bei der betreffenden Temperatur sein könnten.

## Spannung des gesättigten Wasserdampfes.

— 20°C.	0,09 <sup>mm</sup>	4°C.	6,1 <sup>mm</sup>	20°C.	17,4 <sup>mm</sup>
— 15	0,4	5	6,5	21	18,5
— 10	2,1	6	7,0	22	19,7
— 9	2,3	7	7,5	23	20,9
— 8	2,5	8	8,0	24	22,2
— 7	2,7	9	8,6	25	23,6
— 6	2,9	10	9,2	26	25,0
— 5	3,1	11	9,8	27	26,5
— 4	3,4	12	10,5	28	28,1
— 3	3,6	13	11,2	29	29,8
— 2	3,9	14	11,9	30	31,5
— 1	4,3	15	12,7	31	33,4
0	4,6	16	13,5	32	35,4
1	4,9	17	14,4	33	37,4
2	5,3	18	15,4	34	39,6
3	5,7	19	16,3	35	41,8



## Druck und relatives Gewicht des gesättigten Wasserdampfes.

Temperatur	Druck auf ein Quadratmeter in Kilo- grammen	Relatives Gewicht	Specificsches Volumen. Liter pro Kilogr.
100	10333,0	0,000 6075	1645,9
105	12323,6	0,000 7172	1394,2
110	14621,0	0,000 8426	1186,8
115	17259,0	0,000 9849	1015,3
120	20275,5	0,001 1486	872,0
125	23709,8	0,001 3277	753,2
130	27603,7	0,001 5316	652,9
135	32001,3	0,001 7596	568,3
140	36949,0	0,002 0137	496,6
145	42495,0	0,002 2957	435,6
150	48690,4	0,002 6082	383,4
155	55588,1	0,002 9525	338,7
160	63243,4	0,003 3311	300,2
165	71712,7	0,003 7467	266,9
170	81054,7	0,004 2000	238,1
175	91330,2	0,004 6949	213,0
180	102601,0	0,005 2328	191,1
185	114930,0	0,005 8140	172,0
190	128383,0	0,006 4740	155,1
195	143025,0	0,007 1276	140,3
200	158923,0	0,007 8616	127,2

Siedeverzug: Unter gewissen Umständen lässt sich Wasser (besonders luftfreies) über den Siedepunkt erhitzen oder es lässt sich der Druck unter die der Temperatur entsprechende Spannung erniedrigen, ohne dass dasselbe siedet. Bei stattfindender Erschütterung des Wassers, plötzlicher Druckverminderung oder Einführung eines gasigen Körpers in das Wasser tritt das Sieden mit grosser Heftigkeit ein.

Ueberhitzter Dampf folgt um so genauer dem Boyle-Gay-Lussac'schen Gesetz, je weiter er von seinem Sättigungspunkte entfernt ist.

Durch hinlängliche Abkühlung oder Zusammenpressung lässt sich überhitzter Dampf in gesättigten verwandeln.

Gesättigter Dampf geht, bei constanter Temperatur zusammengedrückt, ohne Aenderung des Drucks zum Theil in tropfbare Form über.

Luftleerer Raum sättigt sich bei Anwesenheit einer genügenden Flüssigkeitsmenge augenblicklich mit Dampf.

Lufterfüllter Raum (Raum mit überhitztem Dampf, der auf den zweiten Dampf nicht chemisch einwirkt) enthält im Sättigungszustande gerade so viel Dampf, wie ein gleich grosser, luftleerer Raum bei gleicher Temperatur enthalten könnte; die Sättigung tritt aber nur nach und nach ein.

Druck im luft- und dampferfüllten Raume: die Summe des Luftdrucks und der Dampfspannung.

Thaupunkt: Temperatur, bis zu der man eine mit Wasserdampf nicht gesättigte Luftmasse abkühlen muss, um sie in den Sättigungszustand überzuführen.

Gase sind überhitzte Dämpfe, d. h. Dämpfe von Flüssigkeiten, deren Siedepunkt unterhalb der gewöhnlichen Lufttemperatur liegt.

Kritischer Punkt: Temperatur, oberhalb welcher sich ein gasförmiger Körper durch keinen Druck in den tropfbaren Zustand überführen lässt. (Gasförmige Körper oberhalb des kritischen Punktes Gase, unterhalb desselben Dämpfe.)

Kritischer Punkt für:

Aether . . . . .	196°	Schwefelkohlenstoff . . . . .	275
Alkohol . . . . .	259°	Wasser . . . . .	362
Kohlensäure . . . . .	31,1°		

Theoretische Dampfdichte: Die chemischen Moleküle der meisten Stoffe nehmen im Gaszustande bei gleicher Temperatur und gleichem Druck gleiches Volumen ein. Um Körper, die nicht bei gewöhnlicher Temperatur gasförmig sind, dem Gaszustande zu nähern, müssen sie in stark überhitzte Dämpfe verwandelt werden.

Das relative Gewicht (Wasserstoff = 1) eines einfachen Gases ist danach gleich seinem Atomgewicht, das relative Gewicht einer gasförmigen, chemischen Verbindung gleich der Hälfte ihres Moleculargewichts.

§ 42. Gleich warm sind zwei Körper, wenn bei gegenseitiger Berührung keiner an den andern Wärme abgibt.

Wärmestrahlung: jeder Körper, der sich in Luft oder im leeren Raume befindet, strahlt fortwährend Wärme aus. Ist seine Temperatur gleich der der Umgebung, so erhält er durch die Strahlung derselben so viel Wärme, als er selbst durch Strahlung verliert. Wärmestrahlen sind ganz ähnlich den Lichtstrahlen (Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Abnahme der Intensität mit zunehmender Entfernung von der Quelle, Reflexion, Brechung, Interferenz, Polarisation). Die weniger brechbaren Theile der sichtbaren Lichtstrahlen sind zugleich merklich warm, die meisten Wärmestrahlen sind ultraroth.

Diatherman, durchwärmig: Körper, welche die Wärmestrahlen durchlassen.

A diatherman (atherman), undurchwärmig: Körper, welche die Wärmestrahlen nicht durchlassen.

Wärmefarbe (Thermochrose): Eigenschaft vieler Körper, nur gewisse Wärmestrahlen durchzulassen.

Steinsalz ist sehr vollkommen diatherman. Einfache Gase und Gemenge von solchen sind sehr vollkommen, chemisch zusammengesetzte Gase und Dämpfe unvollkommen diatherman. Glas ist für sichtbare Wärmestrahlen gut, für ultraroth wenig diatherman. Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff (undurchsichtig) ist diatherman für ultraroth Strahlen. Wasser, Eis sind nur für die sichtbaren Wärmestrahlen diatherman.

Absorptionsvermögen und Emissionsvermögen: Fähigkeit der Körper, Wärmestrahlen aufzunehmen und auszugeben.

Reflexionsvermögen: Fähigkeit der Körper, Wärmestrahlen zurückzuwerfen.

Absorptions- und Emissionsvermögen klein, Reflexionsvermögen gross bei glänzenden, hellen, dichten und bei diathermanen Körpern (polirtes Metall, Steinsalz); umgekehrt bei rauhen, dunkeln, lockeren Körpern (Russ).

Um die geringe Wärmewirkung der sichtbaren Strahlen zu erklären, nimmt man an, dass die Amplitude der Schwingungen bei den weniger brechbaren Strahlen viel grösser ist, als bei den brechbareren. (Radiometer, Radiophon.)

Wärmeleitung: Ist ein Theil eines Körpers wärmer, als das Uebrige, so pflanzt sich die Wärme langsam fort, indem sie von einem wärmeren Molekül nach dem nächsten, weniger warmen übergeht.

Gute } Wärmeleiter: Körper, in denen die Wärme { schnell }  
Schlechte } { langsam }

durch Leitung fortgepflanzt wird.

Am besten leiten die Wärme die Metalle. (Die Wärmeleitfähigkeit der Metalle scheint ihrem elektrischen Leitungswiderstande umgekehrt proportional zu sein). Am schlechtesten unter den starren Körpern leiten lockere, poröse, organische Substanzen. Nicht isotrope Substanzen leiten die Wärme nach verschiedenen Richtungen verschieden gut. Tropfbare Flüssigkeiten (mit Ausnahme des Quecksilbers) und Gase leiten sehr schlecht. Die leichteren Gase leiten etwas besser, als die schwereren.

In tropfbaren Körpern und Gasen verbreitet sich die Wärme schnell von unten nach oben, weil die erwärmten, leichten Theile aufsteigen.

§ 43. Wärmecapacität: Wärmemenge, die ein Körper bei einer bestimmten Erwärmung (meist um  $1^{\circ}$  C) aufnimmt.

Wärmeeinheit, Calorie: Wärmemenge, die  $1^{\text{kg}}$  Wasser beim Erwärmen von  $0^{\circ}$  auf  $1^{\circ}$  C aufnimmt oder beim Abkühlen von  $1^{\circ}$  C auf  $0^{\circ}$  abgibt.

Specifiche Wärme: Zahl, welche angibt, wie viel mal so gross die Wärmecapacität einer Substanz ist, als die eines gleichen Gewichtes Wasser (= Anzahl von Calorien, die man braucht, um  $1^{\text{kg}}$  von  $0^{\circ}$  auf  $1^{\circ}$  C zu erwärmen).

Relative Wärme: Zahl, welche angibt, wie viel mal so gross die Wärmecapacität einer Substanz ist, als die eines gleichen Volumens Wasser.

Specifiche Wärme einiger Substanzen:

Eis . . . . .	circa 0,5	Lithium . . . . .	0,9408
Aluminium . . . . .	0,2143	Magnesium . . . . .	0,2499
Antimon . . . . .	0,0508	Mangan . . . . .	0,1217
Arsen . . . . .	0,0814	Molybdän . . . . .	0,0722
Blei . . . . .	0,0314	Natrium . . . . .	0,2934
Brom ( $-78^{\circ}$ bis $-20^{\circ}$ )	0,0843	Nickel . . . . .	0,1075
Brom, flüssig . . . . .	0,1051	Osmium . . . . .	0,0311
Cadmium . . . . .	0,0567	Palladium . . . . .	0,0593
Calcium . . . . .	0,1722	Phosphor . . . . .	0,1740
Eisen . . . . .	0,1138	Platin . . . . .	0,0324
Gold . . . . .	0,0324	Quecksilber ( $10^{\circ}$ bis $15^{\circ}$ )	0,0333
Indium . . . . .	0,0570	Quecksilber ( $-77,8^{\circ}$ bis $-40^{\circ}$ )	0,0317
Jod . . . . .	0,0541	Rhodium . . . . .	0,0580
Iridium . . . . .	0,0326	Ruthenium . . . . .	0,0611
Kalium . . . . .	0,1655	Schwefel . . . . .	0,1775
Kobalt . . . . .	0,1062	Selen . . . . .	0,6762
Kohlenstoff	Diamant (bei $985^{\circ}$ ) . . . . .	Silber . . . . .	0,0570
	Diamant (bei $247^{\circ}$ ) . . . . .	Silicium . . . . .	0,177
	Diamant (bei $11^{\circ}$ ) . . . . .	Tellur . . . . .	0,0470
	Graphit (bei $978^{\circ}$ ) . . . . .	Wismuth . . . . .	0,0308
	Graphit (bei $249^{\circ}$ ) . . . . .	Wolfram . . . . .	0,0334
	Graphit (bei $11^{\circ}$ ) . . . . .	Zink . . . . .	0,0955
Kupfer . . . . .	0,0952	Zinn . . . . .	0,0562

Das Product aus Atomgewicht und specifischer Wärme (die Atomwärme) eines chemischen Elementes im starren Zustande ist nahezu constant (die Atome haben nahezu gleiche Wärmecapacitäten).



Die spezifische Wärme starrer und tropfbarer Körper ist in höheren Temperaturen etwas grösser, als in niedrigen; bei Wasser ist sie =  $1 + 0,0003 t$ .

$c$  = spezifische Wärme des Schmiedeeisens bei der Temperatur  $t$ ,  
 $W$  = Wärmemenge, die zur Erwärmung eines Kilogrammes Schmiedeeisens von  $0^\circ$  auf  $t^\circ$  erforderlich ist:

$$c = 0,105\,907 + 0,000\,065\,38 t + 0,000\,000\,066\,477 t^2 \quad (225)$$

$t$	$W$	$t$	$W$	$t$	$W$	$t$	$W$
5	0,53	50	5,38	300	35,31	600	80,10
10	1,06	100	10,94	350	42,02	700	97,75
15	1,60	150	16,70	400	49,01	800	116,96
20	2,13	200	22,67	450	56,30	900	137,95
25	2,67	250	28,87	500	63,90	1000	160,76

Spezifische Wärme einiger Gase  
für Erwärmung bei constantem Druck.

Kohlenoxyd . . . . .	0,245	Luft . . . . .	0,237
Kohlensäure ( $-30^\circ$ bis $10^\circ$ ) . . . . .	0,184	Sauerstoff . . . . .	0,218
Kohlensäure ( $10^\circ$ bis $100^\circ$ ) . . . . .	0,202	Stickstoff . . . . .	0,244
Kohlensäure ( $10^\circ$ bis $210^\circ$ ) . . . . .	0,217	Wasserstoff . . . . .	3,409
Wasserdampf . . . . .	0,481		

$c_1$  = spezifische Wärme eines Gases bei constantem Druck;  $c_2$  = spezifische Wärme desselben Gases bei constantem Volumen.

$$\frac{c_1}{c_2} = 1,41 \quad (226)$$

Wärmebindung: Aufnahme von Wärme durch einen Körper ohne Temperaturerhöhung desselben (Temperaturerniedrigung eines Körpers ohne Wärmeabgabe). Gebundene Wärme = latente Wärme.

Freiwerden von Wärme: Wärmeabgabe ohne Temperaturerniedrigung (Temperaturerhöhung ohne Wärmeaufnahme).

Wärme wird latent beim Schmelzen und Verdampfen, sie wird frei beim Erstarren und Condensiren.

Latente Schmelzwärme:  
(in Calorieen pro 1 Kilogramm Substanz)

Wasser . . . . .	80,025	Zinn . . . . .	14,25
Phosphor . . . . .	5,03	Blei . . . . .	5,34
Schwefel . . . . .	9,37	Zink . . . . .	28,13
Kalialpeter . . . . .	47,37	Silber . . . . .	21,07



gerechtfertigt, dass bei den Gasen die Molekularanziehung nicht merklich wirkt. Bei der Erwärmung starrer und tropfbarer Körper wird ein grosser Theil der Wärme verbraucht zur Leistung innerer Arbeit, d. i. zur Ueberwindung der Molekularanziehung.

Erhaltung der Kraft. Da sich alle Arten von Kraftäusserungen in einander überführen lassen (Bewegung in: Wärme, Elektrizität; Wärme in: Bewegung, Elektrizität, Licht; Licht in chemische Wirkung), so nimmt man an, dass alle diese Wirkungen einander in ähnlicher Weise äquivalent sind, wie Bewegung und Wärme und dass die Summe der überhaupt existirenden Kräfte ebenso unveränderlich ist, wie die Summe des existirenden Stoffes.

§ 55. Wärme wird erzeugt durch viele chemische Prozesse.

1 Kilogramm verbrennende Substanz erzeugt  
Wärmeeinheiten:

Wasserstoff . . . . .	34462	Kohle (zu Kohlenoxyd) . . .	2480
Oelbildendes Gas . . . . .	11858	Kohlenoxyd . . . . .	2403
Kohle (zu Kohlensäure) . . .	8080		

$\mathfrak{B}$  = Wärmemenge, die bei der vollkommenen Verbrennung von  $1^{\text{kg}}$  Brennmaterial erzeugt werden würde;  $o$  = Sauerstoffgehalt,  $c$  = Kohlenstoffgehalt,  $h$  = Wasserstoffgehalt,  $w$  = Wassergehalt,  $a$  = Aschengehalt von  $1^{\text{kg}}$  Brennmaterial;  $c_1$  = Kohlenstoffmenge, die zu Kohlensäure,  $c_2$  = Kohlenstoffmenge, die zu Kohlenoxyd verbrennt;  $n$  = Zahl, welche angiebt, wie viel mal so gross die der Feuerung zugeführte Luftmenge ist, als die, deren Sauerstoff wirklich zur Verbrennung verbraucht wird;  $W$  = bei der Verbrennung wirklich erzeugte Wärmemenge;  $T$  = Verbrennungstemperatur;  $\Omega$  = nutzbare Wärmemenge, wenn die Verbrennungsgase mit der Temperatur  $t$  entweichen.

Für Holz und Braunkohlen:

$$\mathfrak{B} = 8080 c + 34460 \left( h - \frac{o}{8} \right) \dots \dots \dots (229)$$

$$W = 8080 c_1 + 2480 c_2 + 34460 \left( h - \frac{o}{8} \right) \dots \dots (230)$$

Für Steinkohlen:

$$\mathfrak{B} = 8080 c + 34460 h \dots \dots \dots (231)$$

$$W = 8080 c_1 + 2480 c_2 + 34460 h \dots \dots \dots (232)$$



Wenn die dem Feuer zugeführte Luft die Temperatur  $0^{\circ}$  hat:

$$T = \frac{W - 5300 h - 588 w}{0,25 a + 0,48 w + 0,22 c_1 + 0,28 c_2 + 2,59 h + 0,22 o + n(8,28 h + 2,76 c_1 + 1,38 c_2 - 1,03 o)} \quad (233)$$

Wenn die dem Feuer zugeführte Luft die Temperatur  $\tau$  hat:

$$T = \frac{W + \tau n(8,28 h + 2,76 c_1 + 1,38 c_2 - 1,03 o) - 5300 h - 588 w}{0,25 a + 0,48 w + 0,22 c_1 + 0,28 c_2 + 2,59 h + 0,22 o + n(8,28 h + 2,76 c_1 + 1,38 c_2 - 1,03 o)} \quad (234)$$

$$\Omega = (T - t) [0,48 w + 0,22 c_1 + 0,28 c_2 + 2,59 h + 0,22 o + n(8,28 h + 2,76 c_1 + 1,38 c_2 - 1,03 o)] \quad (235)$$

Temperaturerniedrigung wird erzeugt durch Wärmebindung ohne Zufuhr von Wärme, so durch Schmelzung (Regelation) und Lösung starrer Körper (Kältemischungen), durch Verdunstung und Verdampfung (Kryophor, Eismaschinen) und durch Ausdehnung gasiger Körper (Verflüssigung von gasigen Stoffen mit niedrigem kritischen Punkte).

## V. Elektrizität und Magnetismus.

### A. Reibungselektrizität.

§ 46. Elektrizität: ihrem Wesen nach unbekannte Ursache gewisser Eigenschaften, welche Körper beim Reiben annehmen.

Zwischen elektrischen und unelektrischen Körpern findet Anziehung statt. Alle elektrischen Körper lassen sich in zwei Klassen ordnen, so dass jeder Körper einer Klasse alle andern Körper derselben Klasse abstösst und alle Körper der andern Klasse anzieht. Zur Erklärung dieses Verhaltens nimmt man zwei Arten von Elektrizität an, positive (+E) und negative (—E).

Gleiche Elektrizitäten stossen sich ab, entgegengesetzte Elektrizitäten ziehen sich an.

+E geben meistens beim Reiben: Glas, Wolle, Pelzwerk, Pyroxilin.

—E geben meistens beim Reiben: Bernstein, Harze, Gutta-Percha, Horngummi, Schwefel, Metalle, Seide.

Beim Reiben werden immer beide Elektrizitäten in gleicher Menge entwickelt; der eine Körper wird positiv, der andere negativ.

Elektrische Spannungsreihe: Pelzwerk, glattes Glas, Wolle, Papier, Seide, mattes Glas, Kautschuk, Harze, Bernstein, Schwefel, Metalle, Pyroxilin. Werden zwei Körper dieser Reihe an einander gerieben, so wird der in der Reihe zuerst stehende +, der andere — elektrisch.

Nichtleiter (Isolatoren): Körper, in denen die Elektrizität nur sehr langsam die Stelle verlassen kann, an der sie sich befindet: Luft, Harze, Schwefel, Glas, Horngummi, fette Oele, thierische Faserstoffe.

Leiter (Conductoren): Körper, in denen sich die Elektrizität augenblicklich verbreitet: Metalle, Kohle, Wasser, der menschliche Körper.

Halbleiter: pflanzliche Faserstoffe.

Isoliren: ausser Verbindung mit leitenden Körpern bringen.

Um Leiter durch Reiben oder auf andere Weise elektrisch machen (elektrisiren) zu können, muss man sie isoliren.

Einen unelektrischen Körper kann man elektrisiren durch Berührung mit einem elektrischen.

Die Anziehung oder Abstossung zwischen zwei elektrischen Körpern ist proportional dem Producte aus den Elektrizitätsmengen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung. (Coulomb's Drehwaage.)

Gleiche Mengen entgegengesetzter Elektricitäten heben sich auf.

Einheit der Elektricitätsmenge (elektrostatische oder mechanische): Elektricitätsmenge, welche auf eine andere gleich grosse (gleichartige oder entgegengesetzte) Elektricitätsmenge in  $1^{\text{mm}}$  Entfernung eine (abstossende oder anziehende) Kraft ausübt, welche einer Masse von  $1^{\text{mg}}$  eine Beschleunigung von  $1^{\text{mm}}$  ertheilen würde.\*

§ 47. Vertheilung (Influenz): bei Annäherung eines elektrischen Körpers an einen isolirten, unelektrischen Körper treten auf diesem beide Elektricitäten auf, an der dem genäherten Körper zugewendeten Seite die entgegengesetzte (Influenzelektricität der ersten Art), an der abgewendeten Seite die gleichnamige (Influenzelektricität der zweiten Art).

Zur Erklärung dieser Erscheinung muss man annehmen, dass ein unelektrischer Körper in gleicher Menge beide Arten Elektricität ( $\pm E$ ) enthält, welche durch die Anziehung und Abstossung der influenzirenden Elektricität getrennt werden.

Die Influenzelektricität der ersten Art lässt sich nicht ableiten, sie wird durch die Anziehung der influenzirenden Elektricität festgehalten (ist gebunden).

Die Influenzelektricität der zweiten Art lässt sich ableiten (sie ist frei).

Goldblattelektroskop, Elektrophor.

Spannung: Bestreben der Elektricität, sich auszubreiten, hervor gebracht durch die Abstossung der einzelnen Theilchen gleicher Elektricität.

Die Spannung ist um so grösser, je grösser die Menge der Elektricität und je kleiner der Körper ist, auf welchem sie sich befindet. (Verlust der Elektricität durch unvollkommene Isolation und die Luft). Infolge der Spannung befindet sich die freie Elektricität nur auf der Oberfläche leitender Körper. Bei länglichen Körpern nimmt die Spannung von der Mitte nach den Enden zu, an der Spitze eines mathematischen Kegels müsste sie unendlich gross sein.

Ausstrahlung durch Spitzen infolge der grossen Spannung. Zwischen der Spitze und der von ihr elektrisirten Luft findet Abstossung statt. (Flugrad, elektrischer Wind).

\* Die Masse von  $1^{\text{mg}}$  ist  $\frac{1}{9\,809\,000}$  der Masseneinheit (vgl. § 8), die (anziehende oder abstossende) Kraft  $\frac{1}{9\,809\,000\,000}$  Kilogramm.

Ein mit einer Spitze versehener Körper verliert in der Nähe eines elektrischen Körpers die Influenzelektricität erster Art, wenn die Spitze dem elektrischen Körper zugewendet, die Influenzelektricität zweiter Art, wenn sie von ihm abgewendet ist. (Aufsaugung.)

Reibungselektrisirmaschine, Influenzmaschine.

Ansammlungsapparate (Condensatoren): Vorrichtungen, um grössere Elektricitätsmengen auf einem verhältnissmässig kleinen Raume ansammeln zu können, indem man die Spannung vermindert. Eine leitende Schicht (Belegung) ist durch eine gut isolirende Schicht von einer zweiten, leitenden Schicht getrennt. Man leitet entweder beiden Belegungen entgegengesetzte Elektricitäten zu oder elektrisirt nur die eine und entfernt von der andern die Influenzelektricität zweiter Art durch Ableitung nach der Erde. Die Anziehung der entgegengesetzten Elektricitäten vermindert ihre Spannung (die Elektricitäten binden sich).

Franklin'sche Tafel, Leydner Flasche, elektrische Batterie, Lane'sche Maassflasche.

§ 48. Elektrische Entladung, Entladungsstrom: Vereinigung der entgegengesetzten Elektricitäten.

Bei Annäherung entgegengesetzt elektrischer Körper vereinigen sich die Elektricitäten in Form eines Funkens (Entladungsschlag).

Schlagweite: Abstand der Körper, bei welchem der Entladungsschlag eintritt.

Die Schlagweite ist proportional der elektrischen Dichtigkeit, d. h. der Elektricitätsmenge, welche sich auf der Flächeneinheit befindet.

Dauer des Entladungsfunkens: 0,00002 bis 0,00014 Sekunden. (Partialentladungen, oscillirende Entladungen.)

Erwärmung durch den Entladungsstrom findet bei allen Körpern statt, durch welche derselbe hindurchgeht.

Mechanische Wirkungen des Entladungsschlages sind besonders an schlechtleitenden Körpern zu beobachten, diese werden durchbohrt, auseinandergetrieben, zertrümmert.

Farbe des Funkens ist die, welche das Gas, in dem er überspringt, und die Dämpfe der Metalle, zwischen denen er überspringt, im glühenden Zustande zeigen. (Physiologische, chemische, magnetische Wirkungen.)

## B. Contactelektricität oder Galvanismus.

§ 49. Bei Berührung zweier Körper, welche chemisch auf einander einwirken, werden im Allgemeinen beide entgegengesetzt elektrisch.

**Elektromotorische Kraft:** an der Berührungsschicht der verschiedenartigen Körper wirkende Ursache der Trennung der Elektricitäten; ist bedingt durch die Stärke der chemischen Verwandtschaft. Sie vermag nur eine sehr geringe Spannung hervorzubringen, ersetzt aber die durch Ableitung entfernte Elektricität augenblicklich, so dass immer derselbe Spannungsunterschied der beiden Körper vorhanden bleibt.

**Leiter erster Ordnung:** leitende Körper, welche bei unmittelbarer Berührung untereinander keine Elektricität entwickeln: Metalle, Kohle, einige Metalloxyde und Schwefelmetalle.

**Leiter zweiter Ordnung:** die chemisch zusammengesetzten, leitenden Flüssigkeiten; sie entwickeln Elektricität bei der Berührung mit Leitern erster Ordnung und auch bei der Berührung untereinander.

Die elektromotorischen Kräfte bei der Berührung von Leitern zweiter Ordnung unter einander sind meist schwach.

**Galvanisches Element (einfache galvanische Kette):** Zusammenstellung zweier Leiter erster Ordnung mit einem Leiter zweiter Ordnung oder mit zwei Leitern zweiter Ordnung (in letzterem Falle derart, dass sich die beiden Leiter zweiter Ordnung berühren und jeder derselben einen der beiden Leiter erster Ordnung berührt).

**Pole:** die beiden Leiter erster Ordnung in einem Elemente. Der stärker positiv oder schwächer negativ werdende Leiter e. O. heisst der positive, der andere der negative Pol eines Elementes.

Verbindet man die Pole eines Elementes durch einen Leiter, so geht in diesem eine continuirliche Vereinigung der beiden Elektricitäten vor sich, es fließt  $+E$  vom positiven Pole zum negativen,  $-E$  vom negativen zum positiven: elektrischer (galvanischer) Strom. Von den Richtungen der beiden Ströme giebt man nur die des positiven an und setzt das Vorhandensein des entgegengesetzt gerichteten, negativen stillschweigend voraus.

**Geschlossen:** eine Kette, deren Pole leitend verbunden sind, andernfalls offen.

**Galvanische Batterie (zusammengesetzte galvanische Kette):** Zusammenstellung mehrerer Elemente, bei der immer ein Pol eines Elementes mit dem andern Pole des nächsten Elementes durch einen Leiter erster Ordnung (oder durch unmittelbare Berührung verbunden ist).

Die elektromotorische Kraft einer galvanischen Kette ist die Summe der elektromotorischen Kräfte ihrer Glieder.

**Volta'sche Säule, trockne Säulen, Fechner'sches Elektroskop.**



§ 50. **Stromstärke:** Elektrizitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt des die Pole verbindenden Leiters geht.

Messung des Stromes durch seine Wirkungen:

1. der Strom zerlegt Wasser, durch das er geleitet wird, in seine Bestandtheile; die Menge des in einer gewissen Zeit zersetzten Wassers ist der Stromstärke proportional.

Einheit (chemische) der Stromstärke: ein Strom, welcher in 1 Minute  $1^{\text{ccm}}$  trocknes Knallgas von  $0^{\circ}$  und  $760^{\text{mm}}$  Druck entwickelt.\*

2. Der Strom lenkt eine freischwebende Magnetnadel aus ihrer Richtung ab; wenn er durch eine kreisförmige Leitung fliesst, deren Durchmesser gegen die Länge der Nadel sehr gross ist und die so in der Verticalebene der freischwebenden Nadel angebracht ist, dass sich die Nadel im Centrum befindet, so ist die Tangente des Ablenkungswinkels der Stromstärke proportional. Tangentenboussole. (Reductionsfactor.) Das südliche Ende der Nadel tritt nach der Seite aus dem Kreise heraus, von der aus gesehen der Strom in der Richtung eines Uhrzeigers läuft.

**Leitungswiderstand:** Ursache der Schwächung des Stromes beim Durchgang durch eine Leitung. Der Leitungswiderstand ist direct proportional der Länge und umgekehrt proportional dem Querschnitt der Leitung.

Einheit (Siemens'sche) des Leitungswiderstandes: Widerstand einer Quecksilberleitung von  $1^{\text{m}}$  Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt.

**Specifischer Leitungswiderstand einer Substanz:** Zahl, welche angiebt, wie viel mal so gross der Widerstand einer Leitung aus dieser Substanz ist, als der einer Quecksilberleitung von gleichen Dimensionen.

Specifischer Leitungswiderstand einiger Metalle:

Silber . . . . .	0,016	Messing . . . . .	0,072
Kupfer, chemisch reines . .	0,018	Stahl . . . . .	0,115
Kupfer, ordinäres . . . . ca.	0,022	Zinn . . . . .	0,121
Gold . . . . .	0,023	Aluminiumbronze. . . . .	0,125
Aluminium . . . . .	0,032	Eisen . . . . .	0,128
Magnesium . . . . .	0,044	Platin . . . . .	0,164
Zink . . . . .	0,060	Blei . . . . .	0,207
Cadmium . . . . .	0,071	Neusilber . . . . .	0,277

\* Die Elektrizitätsmenge, welche in einem Strome von der chemischen Einheit der Stromstärke in der Secunde durch einen Querschnitt des Leiters fliesst, ist  $140 \cdot 10^9$  mal so gross, als die mechanische Einheit (vergl. § 46) der Elektrizitätsmenge.

$w$  = Widerstand,  $l$  = Länge in Metern,  $q$  = Querschnitt in Quadratmillimetern,  $s$  = spezifischer Leitungswiderstand einer Leitung;  $d$  = Durchmesser in Millimetern bei einer cylindrischen Drahtleitung.

$$w = \frac{ls}{q} \dots \dots \dots (236)$$

$$w = \frac{4ls}{d^2\pi} = \frac{1,273ls}{d^2} \dots \dots \dots (237)$$

Der Leitungswiderstand der Metalle ist bei höherer Temperatur grösser, als bei niedriger Temperatur. (Siemens'sches Pyrometer.)

Der Widerstand des krystallinischen Selens ist im Lichte kleiner als im Dunkeln.

Uebergangswiderstand: Widerstand beim Uebergang eines Stromes aus Metall in Flüssigkeit oder umgekehrt (?).

Der spezifische Leitungswiderstand der verdünnten Schwefelsäure beträgt circa 15000, der der Salpetersäure circa 25000, der anderer Flüssigkeiten ist noch viel grösser.

Der Leitungswiderstand der Flüssigkeiten ist bei höherer Temperatur kleiner, als bei niedriger Temperatur.

Ohm'sches Gesetz: die Stärke des Stromes ist gleich der Summe der elektromotorischen Kräfte dividirt durch die Summe der Leitungswiderstände.

$J$  = Stärke (Intensität) des Stromes;  $e$  = elektromotorische Kraft;  $w$  = Leitungswiderstand.

$$J = \frac{e_1 + e_2 + e_3 + \dots}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots} = \frac{\Sigma e}{\Sigma w} \dots \dots \dots (238)$$

Einheit der elektromotorischen Kraft: elektromotorische Kraft, welche in einer Leitung von dem Widerstande 1 die Stromstärke 1 erzeugt.\*

Innerer (wesentlicher) Widerstand: Widerstand in den Elementen einer Kette.

Aeusserer Widerstand: Widerstand im Schliessungsbogen, der die Pole der Kette verbindet.  $e$  = elektromotorische Kraft,  $w_1$  = innerer Widerstand eines Elementes;  $J_1$  = Stromstärke, wenn das Element mit der Tangentenboussole durch kurze, dicke Drähte verbunden

\* Die elektromotorische Kraft des Bunsen'schen Elements auf chemische Stromeinheit und Siemens'sche Widerstandseinheit bezogen, ist ohngefähr 20,9, die des Daniell'schen ohngefähr 12,2.

ist, so dass der äussere Widerstand verschwindend klein ist;  $J_2 =$  Stromstärke bei Einschaltung eines bekannten Widerstandes  $w_2$ .

$$w_1 = \frac{J_2 w_2}{J_1 - J_2} \quad \dots \quad (239) \quad e = J_1 w_1 \quad \dots \quad (240)$$

Die elektromotorische Kraft eines Elementes ist nur abhängig von der Natur der Substanzen, aus denen es besteht, der innere Widerstand aber ist auch abhängig von den Dimensionen des Elementes.

Verbindet man von  $n$  gleichen Elementen, deren jedes den inneren Widerstand  $w$  hat, die gleichen Pole mit einander, so erhält man ein einziges Element, dessen innerer Widerstand  $= \frac{w}{n}$  ist. (Verbindung der Elemente nebeneinander, im Gegensatz zu der kettenweisen Verbindung hintereinander.)

$N =$  Anzahl gleichartiger Elemente;  $e =$  elektromotorische Kraft,  $w =$  innerer Widerstand eines Elementes;  $W =$  äusserer Widerstand der Kette;  $n =$  Anzahl nebeneinander verbundener Elemente;  $J =$  Stromstärke.

$$J = \frac{N e}{W n + \frac{N w}{n}} \quad \dots \quad (241)$$

$$N = \frac{J W n^2}{e n - J w} \quad \dots \quad (242)$$

$$n > \frac{J w}{e} \quad \dots \quad (243)$$

Um mit einer bestimmten Anzahl gegebener Elemente in einer gegebenen Leitung einen möglichst starken Strom zu bekommen, muss man dieselben so anordnen, dass der innere Widerstand gleich dem äusseren ist. (Pachytrop.)

$N =$  Anzahl der Elemente,  $w =$  innerer Widerstand des einzelnen Elementes,  $W =$  äusserer Widerstand der Kette,  $n =$  Anzahl der Elemente, die nebeneinander zu verbinden sind, um den stärksten Strom zu erhalten.

$$n = \sqrt{\frac{N w}{W}} \quad \dots \quad (244)$$

Kirchhoff'sche Sätze über Stromverzweigungen:

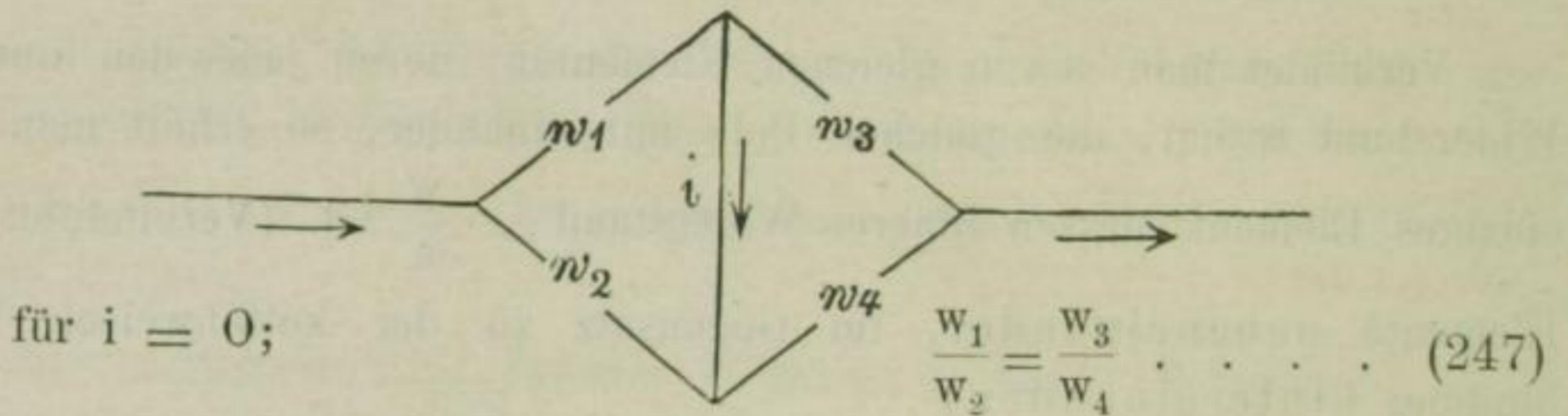
1) Die Summe der Intensitäten aller in einem Punkte zusammenlaufenden Ströme (die nach dem Punkte hin und die von ihm weglaufenden Ströme mit entgegengesetztem Vorzeichen genommen) ist gleich Null.

$$\sum J = 0 \quad \dots \quad (245)$$

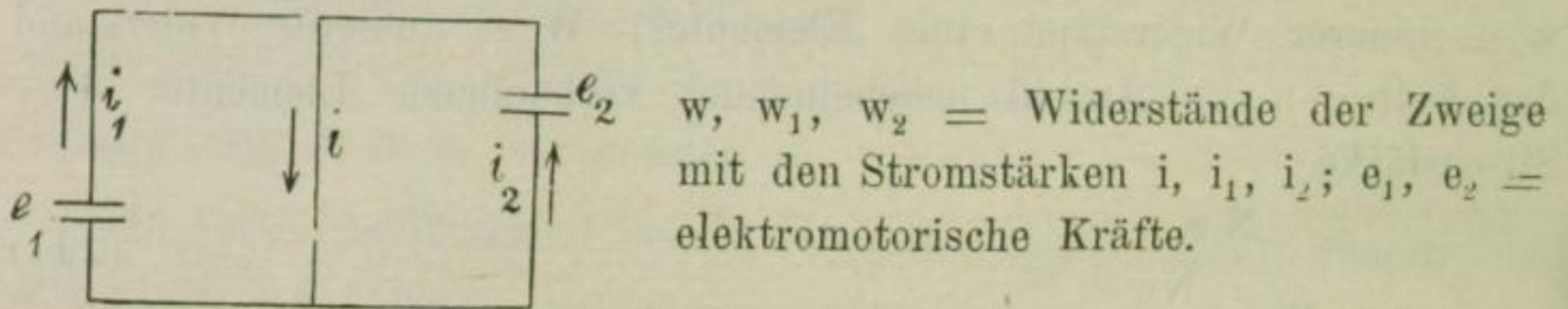
2) Die Summe der Producte aus Stromstärke und Widerstand in den einzelnen Theilen einer kreisförmig geschlossenen Leitung ist gleich der Summe der in ihr wirkenden elektromotorischen Kräfte (die Intensitäten entgegengesetzt gerichteter Ströme und entgegengesetzte elektromotorische Kräfte mit entgegengesetztem Vorzeichen genommen).

$$\sum Jw = \sum e \dots \dots \dots (246)$$

Wheatstone'sche Brücke:



Poggendorff'sche Compensationsmethode:



für  $i_2 = 0$ ;  $e_2 = \frac{e_1 w}{w + w_1} \dots \dots \dots (248)$

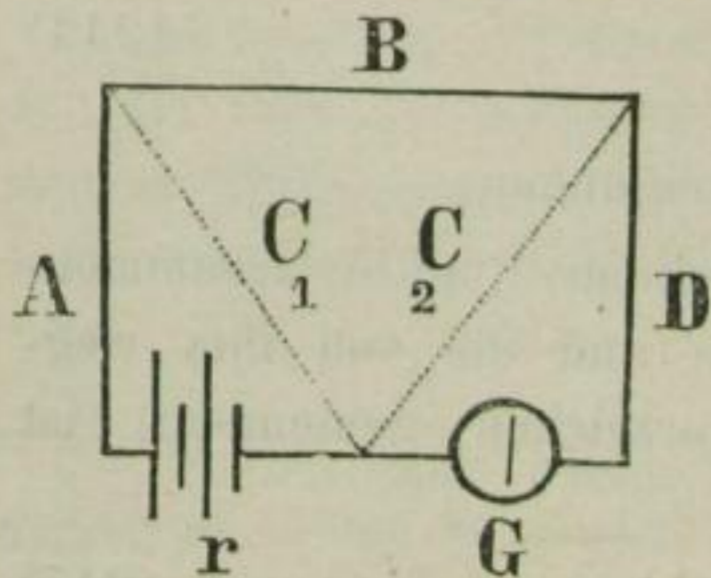
für  $i_1 = 0$ ;  $e_2 = e_1 \frac{w + w_2}{w} \dots \dots \dots (249)$

Schaltet man, nachdem  $i_2$  oder  $i_1$  zu Null gemacht worden, in den Zweig mit dem Strome  $i$  noch den Widerstand  $a$  und entweder in dem Zweig mit dem Strom  $i_1$  noch den Widerstand  $b$  ein und macht wieder  $i_2 = 0$  oder in den Zweig mit dem Strome  $i_2$  noch den Widerstand  $c$  und macht  $i_1 = 0$ , so ist

für  $i_2 = 0$ ;  $e_2 = \frac{e_1 a}{a + b} \dots (250)$   $w_1 = \frac{bw}{a} \dots (251)$

für  $i_1 = 0$ ;  $e_2 = e_1 \frac{a + c}{a} \dots (252)$   $w_2 = \frac{cw}{a} \dots (253)$

Siemens'sche Batteriewiderstandsmessung:



$r =$  Widerstand der Batterie,  $G =$  Widerstand des Galvanometers,  $A$  und  $D =$  Leitungswiderstände; für gleiche Stromstärke in dem Zweige  $D + G$  bei jeder der Nebenschliessungen  $C_1$  oder  $C_2$  von untereinander gleichem Widerstande:

$$r = D + G - A \dots \dots \dots (254)$$

§ 51. Elektrolyse: chemische Zersetzung durch den galvanischen Strom. Alle zusammengesetzten Flüssigkeiten, welche den galvanischen Strom leiten, werden durch denselben zersetzt.

Elek- troden	{	Anode, Einleiter: Leiter, durch den der Strom in die Flüssigkeit eintritt.
		Kathode, Ausleiter: Leiter, durch den der Strom aus der Flüssigkeit austritt.

Bei Metallverbindungen, welche reducirt werden, scheidet sich das Metall an der Kathode aus, bei Salzen, welche in Säure und Basis zerlegt werden, die Basis an der Kathode, die Säure an der Anode (Galvanoplastik).

Faraday's elektrolytisches Gesetz: die Menge der in einer gewissen Zeit zersetzten Substanz ist der Stromstärke proportional. Geht ein Strom gleichzeitig durch mehrere, hintereinander eingeschaltete Flüssigkeiten, so sind die zersetzten Mengen derselben einander aequivalent.

Elektrische Endosmose: Fortführung einer leitenden Flüssigkeit durch eine poröse Wand; findet in der Richtung des Stromes statt.

Galvanische Polarisation: die Substanzen, welche sich bei der Elektrolyse an den Elektroden abscheiden, rufen eine elektromotorische Kraft hervor, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom zu erzeugen sucht und somit die Stromstärke schwächt (Gasbatterie, Polarisationswippe, Capillargalvanoskop).

Constante Elemente: Elemente, in denen keine Polarisation eintritt. (Elemente von Daniell, Meidinger, Grove, Bunsen).

§ 52. Erwärmung durch den galvanischen Strom:

1) Die in einem Leitungsdraht entwickelte Wärmemenge ist proportional dem Leitungswiderstande und dem Quadrate der Stromstärke.

2) Drähte aus gleichem Metall und von gleichem Durchmesser, aber verschiedener Länge, glühen gleich stark bei gleicher Stromstärke.

Elektrisches Kohlenlicht.

§ 53. Ampère'sche Gesetze:

1) Parallele, gleichgerichtete Ströme ziehen einander an.

2) Parallele, entgegengesetzt gerichtete Ströme stoßen einander ab.

3) Bei nicht parallelen Strömen findet Anziehung statt zwischen zwei Theilen, in denen der Strom beiderseits zum Kreuzungspunkt hin oder beiderseits von ihm wegläuft, Abstossung zwischen zwei Theilen,

in deren einem er zum Kreuzungspunkt hin, in deren anderem er von ihm wegläuft.\*

### C. Elektromagnetismus und Magnetismus.

§ 54. Gewisse (magnetische) Erscheinungen der Anziehung und Abstossung, welche sich unter Umständen am Eisen und einigen verwandten Körpern zeigen, lassen sich in ihrem Zusammenhange mit elektrischen Erscheinungen am besten erklären durch folgende Hypothese:

1) Im Eisen, Stahl etc. ist jedes Molekül umflossen von einem dauernden, kreisförmig geschlossenen elektrischen Ströme (Ampère'sche Ströme).

2) Im weichen Eisen ist die Lage und Richtung dieser Ströme leicht zu verändern, im gehärteten Stahl nur schwierig. (Coërcitivkraft.)

Solenoid: System von nahezu kreisförmigen Strömen (Drahtspirale).

Magnet: Eisen oder Stahl, in dem die Ampère'schen Ströme parallele Lage und Richtung haben. (Im gewöhnlichen Eisen und Stahl liegen dieselben nach allen möglichen Richtungen untereinander.)

Herumleiten eines Stromes in spiraligen Windungen verwandelt weiches Eisen auf die Dauer der Stromeinwirkung in einen Elektromagneten, harten Stahl in einen permanenten Magneten.

Südpol: das Ende eines Magneten, von dem aus gesehen die Ströme in der Richtung eines Uhrzeigers laufen, Nordpol: das entgegengesetzte Ende.

Aus den Ampère'schen Gesetzen ergibt sich:

1) ein an einer freischwebenden Magnetnadel vorbeigeführter Strom lenkt dieselbe aus ihrer Lage ab. (Denkt man sich in den Strom eine menschliche Figur so eingeschlossen, dass der Strom vom Kopf nach den Füßen geht und das Gesicht dem Nordpol der Nadel zugewendet ist, so wird dieser nach rechts abgelenkt. Multiplicatoren.)

2) gleiche Magnetpole stossen einander ab, ungleiche ziehen einander an. (Nähert man einander zwei Pole von zwei sehr langen Magneten, so dass die Wirkung der entfernteren Pole verschwindend ist, so zeigt sich die Stärke der Anziehung oder Abstossung proportional dem Produkte aus den Stärken des Magnetismus in beiden Stäben und umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung.)\*\*

\* Eine aus der Wirkung zweier Ströme aufeinander abgeleitete Einheit der Stromstärke, die elektrodynamische Stromeinheit ist ohngefähr gleich 0,74 chemischen Stromeinheiten (vergl. § 50).

\*\* Eine aus der Wirkung zwischen Strömen und Magneten abgeleitete Einheit der Stromstärke (elektromagnetische Stromeinheit) ist  $\sqrt{2}$  mal so

Magnetische Vertheilung: Gleichrichtung der Ampère'schen Ströme in einem Eisen- oder Stahlstück durch Annäherung eines Magneten. Das einem Magnetpole zugewendete Ende erlangt die ihm entgegengesetzte, das von ihm abgewendete die gleiche Polarität. Bei hartem Stahle tritt die Vertheilung nur allmählich ein und ist bleibend (Magnetisiren durch Streichen), beim weichen Eisen tritt sie augenblicklich ein, verschwindet aber beim Entfernen des vertheilenden Magneten.

§ 55. Erdmagnetismus: die Erde selbst ist ein Magnet, dessen magnetischer Südpol in der Nähe des geographischen Nordpols liegt und umgekehrt. Die Ampère'schen Ströme der Erde kreisen in der Richtung des scheinbaren Sonnenlaufs.

Lage der magnetischen Pole (im Jahre 1840)

70° 5' n. Br., 110° 10' w. L. Berlin.

60° s. Br., 133° ö. L. Berlin.

Declination: Abweichung der Magnetenadel von der Richtung des astronomischen Meridians.

Magnetische Meridiane: Linien, die für jeden Ort die Richtung der Magnetenadel angeben.

Isogonische Linien: Linien, welche Orte von gleicher Declination verbinden.

Inclination: Neigung einer Magnetenadel gegen den Horizont, wenn dieselbe um eine horizontale, auf dem magnetischen Meridiane rechtwinklige Achse durch ihren Schwerpunkt drehbar ist.

gross als die elektrodynamische Stromeinheit oder ohngefähr 1,049 mal so gross, als die chemische Stromeinheit.

Eine aus der elektromagnetischen Stromeinheit abgeleitete elektromagnetische Widerstandseinheit ist ohngefähr gleich  $\frac{1}{9705} \cdot 10^{-6}$  Siemenseinheiten; ein Widerstand von  $10^{10}$  elektromagnetischen Widerstandseinheiten oder 1,03 Siemenseinheiten heisst 1 Ohm (B. A. U.).

Eine aus der elektromagnetischen Stromeinheit abgeleitete elektromagnetische Einheit der elektromotorischen Kraft ist etwa gleich  $12 \cdot 10^{-11}$  Einheiten der elektromotorischen Kraft auf chemische Stromstärke und Siemens'schen Widerstand bezogen; eine elektromotorische Kraft von  $10^{11}$  elektromagnetischen Einheiten heisst 1 Volt (B. A. U.); die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes ist ohngefähr 1,12 Volt.

Die Capacität eines Condensators, welcher, durch eine elektromotorische Kraft von 1 Volt geladen, eine Elektrizitätsmenge aufnimmt, welche in der Secunde durch einen Querschnitt eines Leiters gehend, eine Stromstärke von  $10^{-5}$  elektromagnetischen Stromeinheiten geben würde, heisst ein Mikrofarad (B. A. U.)

(Die elektrodynamischen und elektromagnetischen Einheiten sind auf das Millimeter und die Masse eines Milligramms bezogen.)

Magnetischer Aequator: Linie ohne Inclination; magnetische Pole: Punkte mit  $90^\circ$  Inclination.

Isoklinische Linien: Linien, welche Orte mit gleicher Inclination verbinden.

(Variationen und Perturbationen des Erdmagnetismus.)

§ 56. Diamagnetismus: bei Anwendung sehr kräftiger Elektromagnete zeigt sich, dass alle Körper, welche vom Magnet nicht angezogen werden (diamagnetische Körper), von demselben abgestossen werden.

Magnetisch: Eisen, Kobalt, Nickel; sehr schwach: Platin, Mangan, Chrom, die meisten Verbindungen der fünf ersten Metalle, Chromoxyd, Sauerstoff.

Diamagnetisch: Wismuth, Antimon, Zink, Zinn, Cadmium, Quecksilber, Blei, Silber, Kupfer, Gold, Arsen, Ferrocyankalium, Chromsäure, Eis, eisenfreies Glas, Wasser, Alkohol, Aether, alle Gase mit Ausnahme des Sauerstoffs.

In durchsichtigen Substanzen, die an und für sich nicht circular polarisiren, tritt eine Drehung der Polarisationssebene ein durch Herumleiten eines galvanischen Stromes (in der Stromrichtung) oder durch Einwirkung eines Elektromagneten (in der Richtung der Ampère'schen Ströme).

#### D. Induction.

§ 57. Induction: Hervorrufung eines Stromes (inducirter oder Inductionsstrom) in einem geschlossenen Leiter durch Aenderung der Intensität oder der Lage eines in der Nähe befindlichen (inducirenden) Stromes.

1. Wird in einem Leiter ein Strom geschlossen oder verstärkt, so entsteht in einem benachbarten, parallelen Leiter ein entgegengesetzt gerichteter Strom (Schliessungsstrom); wird in dem ersten Leiter der Strom unterbrochen oder geschwächt, so entsteht in dem zweiten Leiter ein gleichgerichteter Strom (Oeffnungsstrom).

2. Werden ein von einem Strome durchflossener Leiter und ein zweiter, paralleler Leiter einander genähert, so entsteht ein dem inducirenden entgegengesetzt gerichteter, werden sie von einander entfernt, ein gleichgerichteter Inductionsstrom.

3. Werden ein von einem Strome durchflossener und ein zweiter Leiter in parallele Lage gebracht, so entsteht ein dem inducirenden entgegengesetzt gerichteter, werden sie aus der parallelen Lage herausgebracht, ein gleichgerichteter Inductionsstrom.

Die Sätze (2 und 3) sind enthalten in dem allgemeinen Lenz'schen Satze: Wenn sich ein metallischer Leiter in der Nähe eines galvanischen



Stromes bewegt, so wird in ihm ein elektrischer Strom von solcher Richtung erregt, dass die durch die Wirkung des erregenden Stromes auf den erregten dem Leiter desselben ertheilte Bewegung gerade entgegengesetzt wäre der Bewegung, welche die Induction veranlasst hat; vorausgesetzt, dass der inducirte Leiter nur in der Richtung der ertheilten Bewegung und in der entgegengesetzten beweglich wäre.

Der inducirte Strom dauert nur so lange, als die Aenderung der Stärke der inducirenden Stromes oder die Aenderung der gegenseitigen Lage der beiden Leiter dauert.

Um die Induction zu verstärken, wendet man beide Leiter in vielen, einander parallelen Windungen an; meist als zwei übereinander zu schiebende Spiralen (die für den inducirenden Strom Hauptspirale, die für den inducirten Strom Inductions- oder Nebenspirale).

Extrastrom: von jeder Windung der Hauptspirale in den benachbarten Windungen derselben Spirale inducirter Strom. Der Schliessungsextrastrom ist dem inducirenden Strom entgegengesetzt und verzögert dessen Anwachsen zur vollen Stärke; der Oeffnungsextrastrom ist dem inducirenden Strom gleichgerichtet und verstärkt denselben im Momente der Unterbrechung (Oeffnungsfunke).

Die Elektrizitätsmenge, welche durch den Draht der Nebenspirale fließt, ist beim Schliessungs- und Oeffnungsstrom gleich, die Dauer des Oeffnungsstromes ist aber viel kürzer und deshalb seine Intensität viel grösser, als die des Schliessungsstromes.

§ 58. Magnetinduction: Induction in einem (kreisförmigen oder spiralförmigen) Leiter durch die Ampère'schen Ströme eines Magneten oder Elektromagneten.

1. In einer Drahtspirale wird bei Annäherung eines Magneten ein den Ampère'schen Strömen entgegengesetzt gerichteter, bei Entfernung des Magneten ein denselben gleichgerichteter Strom inducirt.

2. In einer Drahtspirale, welche ein weiches Eisenstück umgiebt, wird beim Magnetisiren dieses Eisenstücks ein den Ampère'schen Strömen entgegengesetzt gerichteter, beim Verschwinden des Magnetismus ein denselben gleichgerichteter Strom inducirt.

#### Dämpfung, Magnetinductionsapparate.

Die Induction durch einen galvanischen Strom und die Magnetinduction lassen sich vereinigen, wenn man die Höhlung der Hauptspirale mit weichem Eisen ausfüllt. Um in der Nebenspirale möglichst kräftige Ströme zu erhalten, darf nur in ihr eine Induction möglich sein, deshalb verwendet man isolirende Spulen für die Spiralen und Bündel paralleler, von einander isolirter Eisendrähte anstatt massiver Eisenkerne.

Dynamoelektrische Inductoren: Inductionsapparate mit Magneten aus weichem Eisen, welche in kräftige Elektromagnete verwandelt werden durch das Herumleiten des von ihnen selbst inducirten Stromes.

Funkeninductor, Wagner'scher Hammer, Quecksilberunterbrecher, Condensator, Chronograph, Inductionsfunken in verdünnten Gasen, Geissler'sche Röhren, De la Rive's rotirendes Funkenband.

Durch einen möglichst vollkommen luftleer gemachten Raum geht kein elektrischer Strom hindurch.

Elektromagnetische Telegraphie, Telephon, Mikrophon, Inductionswaage (Photophon).

Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität: (mittels des galvanischen Stromes in amerikanischen Telegraphenleitungen zu 3700 geogr. Meilen in der Secunde) mittelst des Entladungsstromes der Leydner Flasche von Wheatstone in kurzer Leitung zu 62500 geogr. Meilen, von W. Siemens in Telegraphenleitungen zu 27300 bis 34580 geogr. Meilen bestimmt.

### **E. Elektricität durch Druck, Licht und Wärme.**

§ 59. Manche Körper werden durch Druck elektrisch, besonders manche krystallisirte Mineralien: Bergkrystall, Flussspath, Arragonit, am stärksten isländischer Kalkspath, der durch schwachen Druck positiv elektrisch wird.

Pyroelektricität: Elektricität durch Temperaturänderung mancher (vorzugsweise hemiëdrischer oder hemimorpher) Krystalle: Turmalin, Boracit, Zucker. Gewisse Stellen eines Krystalls (analoge Pole) werden beim Erwärmen positiv, beim Abkühlen negativ, andere (antilogie Pole) beim Erwärmen negativ, beim Abkühlen positiv. Die Elektricität ist nur so lange vorhanden, als der Krystall seine Temperatur ändert; sie verschwindet, wenn die Temperatur stationär wird.

Photoelektricität: Elektricität durch Belichtung mancher Krystalle (blauer Flussspath).

§ 60. Thermoelektricität: ist in einer aus verschiedenen Leitern erster Ordnung bestehenden Leitung eine Berührungsstelle zwischen zwei Metallen der folgenden Reihe wärmer, als die anderen, gleich warmen Berührungsstellen, so geht ein Strom von dem in der Reihe früher stehenden zu dem später stehenden Metalle:

Wismuth, Neusilber, Platin, Kupfer, Silber, Eisen, Antimon.

Thermosäulen.

## A n h a n g.

§ 61. Meteorologie: Lehre von den in der Atmosphäre eintretenden Naturerscheinungen.

Lichtwirkungen in der Atmosphäre: Tageshelle, Dämmerung, Farbe des Himmels, Morgen- und Abendröthe, Fata Morgana, Regenbogen, Höfe und Nebensonnen.

$n$  = Brechungsindex des Wassers für eine Farbe des Regenbogens;  
 $D$  = halbe Winkelöffnung des Regenbogens für diese Farbe.

$$D = 4 \operatorname{arc} \sin \sqrt{\frac{4}{3n^2} - \frac{1}{3}} - 2 \operatorname{arc} \cos \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}. \quad (255)$$

Die Sonnenstrahlen durchsetzen die diathermane Luft und erwärmen hauptsächlich die Erdoberfläche. Wegen des Einflusses des Einfallswinkels (vgl. Formel 161 und § 42) hängt die Erwärmung ab von der geographischen Breite (Zonen) und dem Stande der Sonne (Tageszeiten, Jahreszeiten).

Die mittlere Tagestemperatur der Luft ist nahezu gleich dem Mittel aus den Temperaturen von 6 Uhr Morgens, 2 Uhr Mittags und 10 Uhr Abends.

Jahresisothermen, Monatsisothermen: Linien, welche Punkte der Erdoberfläche von gleicher mittlerer Jahrestemperatur, Monatstemperatur verbinden.

Isotheren: Isothermen des wärmsten Monates (Juli).

Isochimenen: Isothermen des kältesten Monates (Januar).

Mitteltemperatur eines Parallelkreises: Mittel aus den Temperaturen möglichst vieler, gleich weit von einander abstehender Punkte desselben.

**Thermische Normalen:** Linien, welche Orte verbinden, deren Temperatur mit der ihres Parallelkreises übereinstimmt.

**Thermische Isanomalien:** Linien, welche Orte verbinden, deren Temperatur gleich viel von der ihrer Parallelkreise abweicht.

**Land- und Seeklima:** Wegen der grösseren specifischen Wärme und des kleineren Absorptions- und Emissionsvermögens des Wassers ändert dieses seine Temperatur langsamer, als das feste Land.

Da die Luft hauptsächlich von der Erdoberfläche aus erwärmt wird, sind die oberen Schichten derselben kälter, als die unteren. Ewiger Schnee, Gletscher.

Von der Erdoberfläche nach dem Inneren zu nehmen die Schwankungen der Temperatur ab und verschwinden in einiger Tiefe ganz, an dieser Stelle ist die Temperatur gleich der mittleren Jahrestemperatur der Luft. Weiter nach innen nimmt die Temperatur der Erde zu.

**Geothermische Stufentiefe (Tiefenstufe):** Tiefe, um die man hinabsteigen muss, um eine Zunahme der Erdwärme von  $1^{\circ}$  zu finden (ohngefähr 30 bis 33<sup>m</sup>). Heisse Quellen, Geisir.

Winde entstehen hauptsächlich infolge der Temperaturverschiedenheiten nebeneinander liegender Lufträume: Polar- und Aequatorialstrom, Passate, Moussons, Land- und Seewinde. (Meeresströmungen.)

Die Luft enthält stets gewisse Mengen von Wasserdampf. Zur Ermittlung des Wassergehaltes dient die Bestimmung des Thaupunktes.

**Hygrometer:** Ein Gefäss wird durch innen stattfindende Verdampfung (Daniell) oder Verdunstung (Regnault) so weit abgekühlt, bis es anfängt, mit Wasser zu beschlagen und die betreffende Temperatur beobachtet.

**Psychrometer:** Die Kugel des einen von zwei Thermometern wird mit Wasser befeuchtet und einem schwachen Luftzug ausgesetzt. Die feuchte Kugel wird durch Verdunstung um so mehr abgekühlt, je weniger die Luft mit Wasserdampf gesättigt ist.

$t_1$  = Temperatur des trocknen,  $t_2$  = Temperatur des feuchten Thermometers;  $B$  = Barometerstand,  $S$  = Spannung des bei der Temperatur  $t_2$  gesättigten Wasserdampfes,  $s$  = Spannung des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes.

$$s = S - 0,000952 (t_1 - t_2) B \dots \dots \dots (256)$$



### Annäherungsformeln.

Für kleine Brüche  $a, b, \dots \alpha, \beta \dots$

$$\frac{1 \pm a \pm b \pm \dots}{1 \pm \alpha \pm \beta \pm \dots} = 1 \pm a \pm b \pm \dots \mp \alpha \mp \beta \mp \dots$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a$$

$$(1 \pm a)^3 = 1 \pm 3a$$

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{a}{2}$$

### Summationsformeln.

$$\Sigma n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n$$

$$\Sigma n^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{3} n^3 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{6} n$$

$$\Sigma n^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4} n^4 + \frac{1}{2} n^3 + \frac{1}{4} n^2$$

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

A, $\alpha$ (alpha).	N, $\nu$ (ny).
B, $\beta$ (beta).	$\Xi$ , $\xi$ (xy).
$\Gamma$ , $\gamma$ (gamma).	O, o (o mikron).
$\Delta$ , $\delta$ (delta).	$\Pi$ , $\pi$ (pi).
E, $\epsilon$ (e psilon).	P, $\rho$ (rho).
Z, $\zeta$ (zeta).	$\Sigma$ , $\sigma$ (sigma).
H, $\eta$ (eta).	T, $\tau$ (tau).
$\Theta$ , $\vartheta$ (theta).	Y, $\upsilon$ (y psilon).
I, $\iota$ (iota).	$\Phi$ , $\varphi$ (phi).
K, $\kappa$ (kappa).	X, $\chi$ (chi).
$\Lambda$ , $\lambda$ (lambda).	$\Psi$ , $\psi$ (psi).
M, $\mu$ (my).	$\Omega$ , $\omega$ (o mega).

Trigonometrische Funktionen

Gr.	Min.	sin.	tang.	cot.	cos.		
0	0	0,0000	0,0000	$\infty$	1,0000	90	0
	10	0,0029	0,0029	343,77	1,0000		50
	20	0,0058	0,0058	171,89	1,0000		40
	30	0,0087	0,0087	114,59	1,0000		30
	40	0,0116	0,0116	85,940	0,9999		20
	50	0,0145	0,0145	68,750	0,9999		10
1	0	0,0175	0,0175	57,290	0,9998	89	0
	10	0,0204	0,0204	49,104	0,9998		50
	20	0,0233	0,0233	42,964	0,9997		40
	30	0,0262	0,0262	38,188	0,9997		30
	40	0,0291	0,0291	34,368	0,9996		20
	50	0,0320	0,0320	31,242	0,9995		10
2	0	0,0349	0,0349	28,636	0,9994	88	0
	10	0,0378	0,0378	26,432	0,9993		50
	20	0,0407	0,0407	24,542	0,9992		40
	30	0,0436	0,0437	22,904	0,9990		30
	40	0,0465	0,0466	21,470	0,9989		20
	50	0,0494	0,0495	20,206	0,9988		10
3	0	0,0523	0,0524	19,081	0,9986	87	0
	10	0,0552	0,0553	18,075	0,9985		50
	20	0,0581	0,0582	17,169	0,9983		40
	30	0,0610	0,0612	16,350	0,9981		30
	40	0,0640	0,0641	15,605	0,9980		20
	50	0,0669	0,0670	14,924	0,9978		10
4	0	0,0698	0,0699	14,301	0,9976	86	0
	10	0,0727	0,0729	13,727	0,9974		50
	20	0,0756	0,0758	13,197	0,9971		40
	30	0,0785	0,0787	12,706	0,9969		30
	40	0,0814	0,0816	12,251	0,9967		20
	50	0,0843	0,0846	11,826	0,9964		10
5	0	0,0872	0,0875	11,430	0,9962	85	0
	10	0,0901	0,0904	11,059	0,9959		50
	20	0,0929	0,0934	10,712	0,9957		40
	30	0,0958	0,0963	10,385	0,9954		30
	40	0,0987	0,0992	10,078	0,9951		20
	50	0,1016	0,1022	9,7882	0,9948		10
6	0	0,1045	0,1051	9,5144	0,9945	84	0
		cos.	cot.	tang.	sin.	Gr.	Min.

Gr.	Min.	sin.	tang.	cot.	cos.		
6	0	0,1045	0,1051	9,5144	0,9945	84	0
	10	0,1074	0,1080	9,2553	0,9942		50
	20	0,1103	0,1110	9,0098	0,9939		40
	30	0,1132	0,1139	8,7769	0,9936		30
	40	0,1161	0,1169	8,5555	0,9932		20
	50	0,1190	0,1198	8,3450	0,9929		10
7	0	0,1219	0,1228	8,1443	0,9925	83	0
	10	0,1248	0,1257	7,9530	0,9922		50
	20	0,1276	0,1287	7,7704	0,9918		40
	30	0,1305	0,1317	7,5958	0,9914		30
	40	0,1334	0,1346	7,4287	0,9911		20
	50	0,1363	0,1376	7,2687	0,9907		10
8	0	0,1392	0,1405	7,1154	0,9903	82	0
	10	0,1421	0,1435	6,9682	0,9899		50
	20	0,1449	0,1465	6,8269	0,9894		40
	30	0,1478	0,1495	6,6912	0,9890		30
	40	0,1507	0,1524	6,5606	0,9886		20
	50	0,1536	0,1554	6,4348	0,9881		10
9	0	0,1564	0,1584	6,3138	0,9877	81	0
	10	0,1593	0,1614	6,1970	0,9872		50
	20	0,1622	0,1644	6,0844	0,9868		40
	30	0,1650	0,1673	5,9758	0,9863		30
	40	0,1679	0,1703	5,8708	0,9858		20
	50	0,1708	0,1733	5,7694	0,9853		10
10	0	0,1736	0,1763	5,6713	0,9848	80	0
	10	0,1765	0,1793	5,5764	0,9843		50
	20	0,1794	0,1823	5,4845	0,9838		40
	30	0,1822	0,1853	5,3955	0,9833		30
	40	0,1851	0,1883	5,3093	0,9827		20
	50	0,1880	0,1914	5,2257	0,9822		10
11	0	0,1908	0,1944	5,1446	0,9816	79	0
	10	0,1937	0,1974	5,0658	0,9811		50
	20	0,1965	0,2004	4,9894	0,9805		40
	30	0,1994	0,2035	4,9152	0,9799		30
	40	0,2022	0,2065	4,8430	0,9793		20
	50	0,2051	0,2095	4,7729	0,9787		10
12	0	0,2079	0,2126	4,7046	0,9781	78	0

cos.

cot.

tang.

sin.

Gr.

Min.



Gr.	Min.	sin.	tang.	cot.	cos.		
12	0	0,2079	0,2126	4,7046	0,9781	78	0
	10	0,2108	0,2156	4,6382	0,9775		50
	20	0,2136	0,2186	4,5736	0,9769		40
	30	0,2164	0,2217	4,5107	0,9763		30
	40	0,2193	0,2247	4,4494	0,9757		20
	50	0,2221	0,2278	4,3897	0,9750		10
13	0	0,2250	0,2309	4,3315	0,9744	77	0
	10	0,2278	0,2339	4,2747	0,9737		50
	20	0,2306	0,2370	4,2193	0,9730		40
	30	0,2334	0,2401	4,1653	0,9724		30
	40	0,2363	0,2432	4,1126	0,9717		20
	50	0,2391	0,2462	4,0611	0,9710		10
14	0	0,2419	0,2493	4,0108	0,9703	76	0
	10	0,2447	0,2524	3,9617	0,9696		50
	20	0,2476	0,2555	3,9136	0,9689		40
	30	0,2504	0,2586	3,8667	0,9681		30
	40	0,2532	0,2617	3,8208	0,9674		20
	50	0,2560	0,2648	3,7760	0,9667		10
15	0	0,2588	0,2679	3,7321	0,9659	75	0
	10	0,2616	0,2711	3,6891	0,9652		50
	20	0,2644	0,2742	3,6470	0,9644		40
	30	0,2672	0,2773	3,6059	0,9636		30
	40	0,2700	0,2805	3,5656	0,9628		20
	50	0,2728	0,2836	3,5261	0,9621		10
16	0	0,2756	0,2867	3,4874	0,9613	74	0
	10	0,2784	0,2899	3,4495	0,9605		50
	20	0,2812	0,2931	3,4124	0,9596		40
	30	0,2840	0,2962	3,3759	0,9588		30
	40	0,2868	0,2994	3,3402	0,9580		20
	50	0,2896	0,3026	3,3052	0,9572		10
17	0	0,2924	0,3057	3,2709	0,9563	73	0
	10	0,2952	0,3089	3,2371	0,9555		50
	20	0,2979	0,3121	3,2041	0,9546		40
	30	0,3007	0,3153	3,1716	0,9537		30
	40	0,3035	0,3185	3,1397	0,9528		20
	50	0,3062	0,3217	3,1084	0,9520		10
18	0	0,3090	0,3249	3,0777	0,9511	72	0
		cos.	cot.	tang.	sin.	Gr.	Min.

Gr.	Min.	sin.	tang.	cot.	cos.		
18	0	0,3090	0,3249	3,0777	0,9511	72	0
	10	0,3118	0,3281	3,0475	0,9502		50
	20	0,3145	0,3314	3,0178	0,9492		40
	30	0,3173	0,3346	2,9887	0,9483		30
	40	0,3201	0,3378	2,9600	0,9474		20
	50	0,3228	0,3411	2,9319	0,9465		10
19	0	0,3256	0,3443	2,9042	0,9455	71	0
	10	0,3283	0,3476	2,8770	0,9446		50
	20	0,3311	0,3508	2,8502	0,9436		40
	30	0,3338	0,3541	2,8239	0,9426		30
	40	0,3365	0,3574	2,7980	0,9417		20
	50	0,3393	0,3607	2,7725	0,9407		10
20	0	0,3420	0,3640	2,7475	0,9397	70	0
	10	0,3448	0,3673	2,7228	0,9387		50
	20	0,3475	0,3706	2,6985	0,9377		40
	30	0,3502	0,3739	2,6746	0,9367		30
	40	0,3529	0,3772	2,6511	0,9356		20
	50	0,3557	0,3805	2,6279	0,9346		10
21	0	0,3584	0,3839	2,6051	0,9336	69	0
	10	0,3611	0,3872	2,5826	0,9325		50
	20	0,3638	0,3906	2,5605	0,9315		40
	30	0,3665	0,3939	2,5386	0,9304		30
	40	0,3692	0,3973	2,5172	0,9293		20
	50	0,3719	0,4006	2,4960	0,9283		10
22	0	0,3746	0,4040	2,4751	0,9272	68	0
	10	0,3773	0,4074	2,4545	0,9261		50
	20	0,3800	0,4108	2,4342	0,9250		40
	30	0,3827	0,4142	2,4142	0,9239		30
	40	0,3854	0,4176	2,3945	0,9228		20
	50	0,3881	0,4210	2,3750	0,9216		10
23	0	0,3907	0,4245	2,3559	0,9205	67	0
	10	0,3934	0,4279	2,3369	0,9194		50
	20	0,3961	0,4314	2,3183	0,9182		40
	30	0,3987	0,4348	2,2998	0,9171		30
	40	0,4014	0,4383	2,2817	0,9159		20
	50	0,4041	0,4417	2,2637	0,9147		10
24	0	0,4067	0,4452	2,2460	0,9135	66	0
		cos.	cot.	tang.	sin.	Gr.	Min.

Trigonometrische Funktionen

Gr.	Min.	sin.	tang.	cot.	cos.		
24	0	0,4067	0,4452	2,2460	0,9135	66	0
	10	0,4094	0,4487	2,2286	0,9124		50
	20	0,4120	0,4522	2,2113	0,9112		40
	30	0,4147	0,4557	2,1943	0,9100		30
	40	0,4173	0,4592	2,1775	0,9088		20
	50	0,4200	0,4628	2,1609	0,9075		10
25	0	0,4226	0,4663	2,1445	0,9063	65	0
	10	0,4253	0,4699	2,1283	0,9051		50
	20	0,4279	0,4734	2,1123	0,9038		40
	30	0,4305	0,4770	2,0965	0,9026		30
	40	0,4331	0,4806	2,0809	0,9013		20
	50	0,4358	0,4841	2,0655	0,9001		10
26	0	0,4384	0,4877	2,0503	0,8988	64	0
	10	0,4410	0,4913	2,0353	0,8975		50
	20	0,4436	0,4950	2,0204	0,8962		40
	30	0,4462	0,4986	2,0057	0,8949		30
	40	0,4488	0,5022	1,9912	0,8936		20
	50	0,4514	0,5059	1,9768	0,8923		10
27	0	0,4540	0,5095	1,9626	0,8910	63	0
	10	0,4566	0,5132	1,9486	0,8897		50
	20	0,4592	0,5169	1,9347	0,8884		40
	30	0,4617	0,5206	1,9210	0,8870		30
	40	0,4643	0,5243	1,9074	0,8857		20
	50	0,4669	0,5280	1,8940	0,8843		10
28	0	0,4695	0,5317	1,8807	0,8829	62	0
	10	0,4720	0,5354	1,8676	0,8816		50
	20	0,4746	0,5392	1,8546	0,8802		40
	30	0,4772	0,5430	1,8418	0,8788		30
	40	0,4797	0,5467	1,8291	0,8774		20
	50	0,4823	0,5505	1,8165	0,8760		10
29	0	0,4848	0,5543	1,8040	0,8746	61	0
	10	0,4874	0,5581	1,7917	0,8732		50
	20	0,4899	0,5619	1,7796	0,8718		40
	30	0,4924	0,5658	1,7675	0,8704		30
	40	0,4950	0,5696	1,7556	0,8689		20
	50	0,4975	0,5735	1,7437	0,8675		10
30	0	0,5000	0,5774	1,7321	0,8660	60	0
		cos.	cot.	tang.	sin.	Gr.	Min.

Gr.	Min.	sin.	tang.	cot.	cos.		
30	0	0,5000	0,5774	1,7321	0,8660	60	0
	10	0,5025	0,5812	1,7205	0,8646		50
	20	0,5050	0,5851	1,7090	0,8631		40
	30	0,5075	0,5890	1,6977	0,8616		30
	40	0,5100	0,5930	1,6864	0,8601		20
	50	0,5125	0,5969	1,6753	0,8587		10
31	0	0,5150	0,6009	1,6643	0,8572	59	0
	10	0,5175	0,6048	1,6534	0,8557		50
	20	0,5200	0,6088	1,6426	0,8542		40
	30	0,5225	0,6128	1,6319	0,8526		30
	40	0,5250	0,6168	1,6212	0,8511		20
	50	0,5275	0,6208	1,6107	0,8496		10
32	0	0,5299	0,6249	1,6003	0,8480	58	0
	10	0,5324	0,6289	1,5900	0,8465		50
	20	0,5348	0,6330	1,5798	0,8450		40
	30	0,5373	0,6371	1,5697	0,8434		30
	40	0,5398	0,6412	1,5597	0,8418		20
	50	0,5422	0,6453	1,5497	0,8403		10
33	0	0,5446	0,6494	1,5399	0,8387	57	0
	10	0,5471	0,6536	1,5301	0,8371		50
	20	0,5495	0,6577	1,5204	0,8355		40
	30	0,5519	0,6619	1,5108	0,8339		30
	40	0,5544	0,6661	1,5013	0,8323		20
	50	0,5568	0,6703	1,4919	0,8307		10
34	0	0,5592	0,6745	1,4826	0,8290	56	0
	10	0,5616	0,6787	1,4733	0,8274		50
	20	0,5640	0,6830	1,4641	0,8258		40
	30	0,5664	0,6873	1,4550	0,8241		30
	40	0,5688	0,6916	1,4460	0,8225		20
	50	0,5712	0,6959	1,4370	0,8208		10
35	0	0,5736	0,7002	1,4281	0,8192	55	0
	10	0,5760	0,7046	1,4193	0,8175		50
	20	0,5783	0,7089	1,4106	0,8158		40
	30	0,5807	0,7133	1,4019	0,8141		30
	40	0,5831	0,7177	1,3934	0,8124		20
	50	0,5854	0,7221	1,3848	0,8107		10
36	0	0,5878	0,7265	1,3764	0,8090	54	0

cos.

cot.

tang.

sin.

Gr.

Min.

Trigonometrische Funktionen

VII

Gr.	Min.	sin.	tang.	cot.	cos.		
36	0	0,5878	0,7265	1,3764	0,8090	54	0
	10	0,5901	0,7310	1,3680	0,8073		50
	20	0,5925	0,7355	1,3597	0,8056		40
	30	0,5948	0,7400	1,3514	0,8039		30
	40	0,5972	0,7445	1,3432	0,8021		20
	50	0,5995	0,7490	1,3351	0,8004		10
37	0	0,6018	0,7536	1,3270	0,7986	53	0
	10	0,6041	0,7581	1,3190	0,7969		50
	20	0,6065	0,7627	1,3111	0,7951		40
	30	0,6088	0,7673	1,3032	0,7934		30
	40	0,6111	0,7720	1,2954	0,7916		20
	50	0,6134	0,7766	1,2876	0,7898		10
38	0	0,6157	0,7813	1,2799	0,7880	52	0
	10	0,6180	0,7860	1,2723	0,7862		50
	20	0,6202	0,7907	1,2647	0,7844		40
	30	0,6225	0,7954	1,2572	0,7826		30
	40	0,6248	0,8002	1,2497	0,7808		20
	50	0,6271	0,8050	1,2423	0,7790		10
39	0	0,6293	0,8098	1,2349	0,7771	51	0
	10	0,6316	0,8146	1,2276	0,7753		50
	20	0,6338	0,8195	1,2203	0,7735		40
	30	0,6361	0,8243	1,2131	0,7716		30
	40	0,6383	0,8292	1,2059	0,7698		20
	50	0,6406	0,8342	1,1988	0,7679		10
40	0	0,6428	0,8391	1,1918	0,7660	50	0
	10	0,6450	0,8441	1,1847	0,7642		50
	20	0,6472	0,8491	1,1778	0,7623		40
	30	0,6494	0,8541	1,1708	0,7604		30
	40	0,6517	0,8591	1,1640	0,7585		20
	50	0,6539	0,8642	1,1571	0,7566		10
41	0	0,6561	0,8693	1,1504	0,7547	49	0
	10	0,6583	0,8744	1,1436	0,7528		50
	20	0,6604	0,8796	1,1369	0,7509		40
	30	0,6626	0,8847	1,1303	0,7490		30
	40	0,6648	0,8899	1,1237	0,7470		20
	50	0,6670	0,8952	1,1171	0,7451		10
42	0	0,6691	0,9004	1,1106	0,7431	48	0
		cos.	cot.	tang.	sin.	Gr.	Min.

Gr.	Min.	sin.	tang.	cot.	cos.		
42	0	0,6691	0,9004	1,1106	0,7431	48	0
	10	0,6713	0,9057	1,1041	0,7412		50
	20	0,6734	0,9110	1,0977	0,7392		40
	30	0,6756	0,9163	1,0913	0,7373		30
	40	0,6777	0,9217	1,0850	0,7353		20
	50	0,6799	0,9271	1,0786	0,7333		10
43	0	0,6820	0,9325	1,0724	0,7314	47	0
	10	0,6841	0,9380	1,0661	0,7294		50
	20	0,6862	0,9435	1,0599	0,7274		40
	30	0,6884	0,9490	1,0538	0,7254		30
	40	0,6905	0,9545	1,0477	0,7234		20
	50	0,6926	0,9601	1,0416	0,7214		10
44	0	0,6947	0,9657	1,0355	0,7193	46	0
	10	0,6967	0,9713	1,0295	0,7173		50
	20	0,6988	0,9770	1,0235	0,7153		40
	30	0,7009	0,9827	1,0176	0,7133		30
	40	0,7030	0,9884	1,0117	0,7112		20
	50	0,7050	0,9942	1,0058	0,7092		10
45	0	0,7071	1,0000	1,0000	0,7071	45	0
		cos.	cot.	tang.	sin.	Gr.	Min.

63

