ZIRKELZEICHNEN.

LEITFADEN

FÜR DIE SCHÜLER

DER

HANDWERKER-, FORTBILDUNGS- UND BAUGEWERKSCHULEN

VON

J. WITT,

LEHRER DER HANDWERKER- UND BAUGEWERKSCHULE IN BERLIN.

MIT 5 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN.

BERLIN 1884.

WINCKELMANN & SÖHNE.

ZIRKELZEICHNEN.

LEITFADEN

FÜR DIE SCHÜLER

DER

HANDWERKER-, FORTBILDUNGS- UND BAUGEWERKSCHULEN

VON

J. WITT,

LEHRER DER HANDWERKER- UND BAUGEWERKSCHULE IN BERLIN.

MIT 5 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN.

BERLIN 1884.

WINCKELMANN & SÖHNE.

Druck von W. Pormetter in Berlin C.

Vorwort.

Das vorliegende kleine Heft ist für Schüler an Handwerker-, Fortbildungs- und Baugewerkschulen bestimmt, die bei knapp bemessener Zeit auf kurzem Wege die Vorbildung für das geometrische Darstellen von Körpern erlangen wollen. Es werden die in demselben angegebenen Übungen von den meisten Schülern bei vier wöchentlichen Unterrichtsstunden in einem Vierteljahr durchgemacht.

(aber nur in einem 1/2 Jahre)

Das Bedürfnis nach einer derartigen kurzen Anleitung für das eigentliche Zirkelzeichnen, welche von jedem Schüler leicht angeschafft werden kann, stellte sich in der hiesigen Handwerkerschule heraus.

Den hier befolgten Gang wählte der Hauptsache nach der Herr Direktor O. Jessen schon im Jahre 1856.

Der Verfasser beabsichtigt, diesem Heft ein zweites folgen zu lassen, welches mehr für den Lehrer bestimmt, das geometrische Darstellen von Körpern behandelt.

Herrn Flindt, Lehrer der Handwerkerschule, sei auch hier für die bereitwillige Unterstützung bei der Herstellung der Zeichnungen der Dank ausgesprochen.

Berlin, September 1884.

Der Verfasser.

Vorbemerkungen für den Schüler.

In der Regel wird auf Whatmann-Papier (56 u. 44 cm) gezeichnet. Jede Tafel giebt die Zeichnung für ein ganzes Blatt und mifst in Höhe und Breite genau ein Drittel des Whatmann-Bogens. Der Bogen wird so mit vier Heftstiften befestigt, dafs der Name Whatmann lesbar unten rechts zu liegen kommt.

Die Reifsschiene ist mit ihrem Kopf in der Regel nur an einer Kante des Reifsbrettes und zwar an derjenigen, welche der linken Hand des Zeichners, mit welcher die Schiene dirigiert wird, am bequemsten liegt, anzulegen. Der Kopf der Reifsschiene soll am Blatt unbeweglich sein und letzteres ersterem aufgeleimt oder aufgeschraubt statt in derselben eingelassen sein. Der Zeichner braucht zwei Winkeldreiecke, eines dessen spitze Winkel je 45° und ein zweites, bei welchem dieselben 30° und 60° messen. Die Kathetenlängen dürfen nicht unter 15 cm sein.

Das Reifszeug hat zu enthalten einen circa 12 cm langen Handzirkel mit scharfen Stahlspitzen, einen Einsatzzirkel von derselben Länge mit den Einsatzstücken: Bleirohr und Einsatzziehfeder, und eine Ziehfeder. Der Einsatzzirkel ist beim Arbeiten mit demselben mittels der an den betreffenden Einsatzstücken befindlichen Gelenke so zu stellen, dafs Bleirohr oder Ziehfeder senkrecht stehen. Die Ziehfeder soll ebenfalls möglichst senkrecht geführt werden.

Zum Vorzeichnen benutzt man Bleistift Nr. 4. Die Linien sind möglichst fein auszuführen, die Schiene und das Winkeldreieck stets so zu legen oder das Reifsbrett so zu drehen, dafs die Linien nie im Schatten von Schiene oder Dreieck gezogen werden.

Zum Nachziehen wird die Feder mittels eines Pinsels oder einer flachen Schreibfeder mit Tusche gefüllt. Tinte darf zum Ausziehen nicht verwendet werden, weil solche die Stahlspitzen angreift und verdirbt. Die Tusch- oder Farbstücke sind sofort nach dem Gebrauch mit weichem Papier oder Lederläppchen abzutrocknen.

Eingetrocknete Tusche darf keine Verwendung finden, weil dieselbe beim Aufweichen sich nie wieder ganz auflöst und dann auch nicht mehr fest haftet.

Jede fertige Zeichnung erhält in der oberen rechten Ecke die Nummer des Blattes und in der unteren rechten Ecke den Namen des Schülers.

Blatt I.

Die Zeichenfläche wird in 4 gleiche Räume geteilt. Halbiere den links liegenden senkrechten Blattrand und ziehe mit der Schiene die Linie *ab*, darauf halbiere den oberen wagerechten Blattrand und ziehe die Senkrechte *cd*, beide Linien schneiden sich in *e*; dann zeichne in einer Entfernung von 2—3 mm nach oben und unten, nach links und nach rechts von den beiden Mittellinien je 2 Wagerechte und 2 Senkrechte.

Figur 1. Trage eine Strecke *f*1 von *f* aus auf *fh* 8 mal bis *h* ab, so dafs der Endpunkt *h* etwa 3—4 cm vom Papierrande entfernt bleibt, dann teile jedes Achtel in 4 gleiche Teile, sodafs auf der Wagerechten 32 gleiche Teile entstehen; hierauf stecke $fi = \frac{1}{32}$ der Wagerechten in der Senkrechten *fg* 24 mal ab und stelle das Quadratnetz in leicht gezeichneten Linien her; darauf zeichne mit Schiene und Winkel die auf der Spitze stehenden Quadrate.

Figur 2. Da die Konstruktion auf derselben Teilung beruht wie Figur 1, so zeichne durch die oben vorhandenen 32 Teilpunkte die Senkrechten; trage auf *mp* wiederum $fi = \frac{1}{32}$ der Wagerechten *fh* 24 mal ab und stelle dann wieder das Quadratnetz her; hierauf zeichne die durchgehenden leichten Schrägen, dann die stark ausgezeichneten Quadrate und zuletzt die fein ausgezeichneten Quadrate.

Figur 3. Mache die Senkrechte *ot* genau so lang wie *fg* in Figur 1 und verlängere die in Figur 1 in feinen Linien gezeichneten Wagerechten, darauf teile jeden dieser erhaltenen

6 Teile in 5 gleiche Teile, so dafs auf der Senkrechten *to* 30 gleiche Teile entstehen; $tu = \frac{1}{30}$ der Senkrechten stecke in der Wagerechten *os* 40 mal ab und stelle in leichten Linien das Netz her. Das Übrige ist aus der Figur ersichtlich.

Figur 4. Teile die Wagerechte *nr* in 48 gleiche Teile, zuerst in 2, 4, 8, 16 gleiche Teile und darauf jeden der letzteren in 3 gleiche Teile und zeichne die 48 senkrechten Linien; hierauf beschreibe von *n* aus mit einer beliebigen Zirkelöffnung *nz* einen Bogen zz^1, dann mit demselben Radius von *z* aus einen zweiten Bogen nz^1, ziehe die Schräge nz^1, zeichne durch die Schnittpunkte der Schrägen nz^1 mit den 48 Senkrechten die Wagerechten in leichten Linien und schliefslich erst aus freier Hand in etwas stärkeren Linien das Muster.

Erst wenn der ganze Bogen in Blei gezeichnet, wird mit Ziehfeder und Tusche nachgezogen.

Blatt II.

Figur 1. Einen Winkel *abc* zu halbieren: Mache $ba = bc$ und $ad = cd$, verbinde *b* mit *d*.

Figur 2. (Dieselbe Aufgabe): Mache $cb = cd$, $ca = ce$, verbinde *e* mit *b* und *a* mit *d*, dann ist die Verbindungslinie *fc* die Halbierungslinie.

Figur 3. Einen Winkel zu halbieren, zu dessen Scheitelbestimmung die Papierfläche nicht ausreicht: Ziehe zu einem Schenkel *cd* eine Parallele *ef*, welche *ab* in *g* schneidet, mache $gh = gi$, verbinde *h* mit *i* und verlängere diese Verbindungslinie bis *k*; darauf mache $hm = km$, $hn = kn$, dann halbiert die Verbindungslinie *mn* den Winkel.

Figur 4. Durch einen gegebenen Punkt g zu einer Linie ab eine Parallele zu ziehen: Aus einem Punkte f der Linie ab beschreibe mit der Zirkelöffnung fg einen Bogen ge, und mit derselben Zirkelöffnung um g den Bogen fh, mache $fh = eg$, dann ist gh die verlangte Parallele.

Figur 5. Eine Linie ab zu halbieren: Beschreibe um a den Bogen cgd und um b den Bogen cfd; die Verbindungslinie cd halbiert in e die Linie ab.

Figur 6. Senkrechte zu bestimmen. In a eine Senkrechte zu errichten: Mache $ad = af$ und $de = fe$; ea ist die verlangte Senkrechte.

Vom Punkte b eine Senkrechte zu fällen: Beschreibe um b den Bogen ghi, nehme $gn = in$, dann ist bn die gesuchte Senkrechte.

In c als Endpunkt einer Linie eine Senkrechte zu errichten: Beschreibe aus c den Bogen kl und aus k den Bogen cl, mache in der Linie km die Strecke $lm = kl$, dann ist mc die Senkrechte.

Figur 7. Eine Linie ab in beliebig viele (z. B. 7) gleiche Teile zu teilen: Lege durch den Punkt b eine andere Gerade bc und trage auf dieser von b aus ein beliebiges Stück 7mal ab, verbinde c mit a und ziehe dann hierzu Parallele durch die Teilpunkte.

Figur 8. Maſsstab für 4 Meter: Teile ab in vier gleiche Teile und ziehe die Senkrechten af, cg etc., trage ferner ein beliebiges Stück 10mal auf af ab und ziehe die Wagerechten. Wenn dann noch ac und fg in 10 gleiche Teile geteilt und die Schrägen (Transversalen) $c\,1^1$, $1\,2^1$, $2\,3^1$ u. s. w. hergestellt werden, so ist der verlangte Maſsstab fertig.

Figur 9 und 9a.

Figur 9. Zeichne zunächst die Linie ab, trage auf ihr von a aus die in Metern ausgeschriebenen Strecken ab und errichte dann die Senkrechten von ebenfalls beigeschriebenen Längen.

Figur 9a ist von 9 abzuzeichnen. Konstruktion leicht.

Figur 10 und 10a. Figur 10 ist beliebig zu zeichnen und 10a von der ersten abzuzeichnen. Beschreibe in 10 von *a* aus mit beliebigem Halbmesser den Bogen *bc* und ziehe die eingezeichneten Strahlen, nimm dann in 10a $a^1 f^1 = af$ in Figur 10 beliebig schräg an, bestimme den Bogen $c^1 b^1$ nach 10, trage die Bogenteile 1, 2, 3 u. s. w. in derselben Ordnung wie in der Vorzeichnung ab und bestimme schliefslich die Strahlen-Länge z. B. $a^1 5^1 d^1$ nach $a 5 d$ etc.

Figur 11. Um ein Dreieck von gegebenen Seitenlängen einen Kreis zu beschreiben: Man sehe die Seiten des Dreiecks als Sehnen des Kreises an, errichte daher in den Mitten Senkrechte, die sich im Mittelpunkt *c* des gesuchten Kreises schneiden.

Figur 12. Dem Dreieck *abd* mit gegebenen Seitenlängen einen Kreis einzuschreiben: Man halbiere die Winkel des Dreiecks und errichte vom Schnittpunkt *c* der Halbierungslinien eine Senkrechte *ce* auf *ab*; *ce* ist der Radius für den gesuchten Kreis.

Figur 13. Den Schwerpunkt eines Dreiecks zu bestimmen: Halbiere eine der Dreiecksseiten, z. B. *ac* in *e*, ziehe die Mittellinie und teile diese in 3 gleiche Teile; *d* ist dann der Schwerpunkt.

Figur 14. Dieselbe Aufgabe: Halbiere die Seiten und ziehe die Mittellinien *ad*, *bf* und *ce*, Schnittpunkt *g* ist der Schwerpunkt.

Figur 15. Den Schwerpunkt eines Vierecks zu bestimmen: Ziehe die Diagonalen *ac* und *bd* und bestimme dann für die Dreiecke *abc*, *bcd*, *cda* und *dab* die Schwerpunkte *e*, *f*, *g*, *h* wie in Fig. 13 oder Fig. 14, verbinde dann *h* mit *f* und *e* mit *g*, der Schnittpunkt *i* ist der Schwerpunkt des Vierecks.

Figur 16. Den Umfang eines Kreises in einer geraden Linie abzutragen: Trage auf ab^1 den Durchmesser ab 3 mal bis g ab, nehme hierzu bis b^1 $\frac{1}{5}$ der Sehne bd, dann ist ab^1 annähernd die Länge des Umfanges.

Figur 18 und 18a. Das Viereck $abcd$ auf $\frac{4}{7}$ zu verkleinern: Verjüngungsmafsstab Figur 17. Ziehe ac senkrecht auf ab; trage von a aus auf ab ein beliebiges Stück 7 mal ab und verbinde die Teilpunkte 4 und b mit c, zeichne dann eine Anzahl Linien zwischen ac und bc parallel zu ab. Will man nun in Figur 18a $a^1 b^1$ gleich $\frac{4}{7}$ von ab in Figur 18 zeichnen, so nehme man ab in den Zirkel und suche in Fig. 17 zwischen ac und bc eine Linie auf, die ersterer gleichkommt, z. B. iq; von dieser Strecke nehme man ih und übertrage diese Länge in 18a u. s. w.

Figur 19 und 19a. 19 ist in 19a um $\frac{1}{3}$ zu vergröfsern: Teile eine Linie z. B. uv des Mafsstabes Fig. 17 in 3 gleiche Teile und ziehe die Linie IIc; nimm ab in den Zirkel, suche die Länge zwischen IIc und bc auf und erweitere den Zirkel bis an ac. In der letzteren Strecke hat man die gewünschte Länge.

Blatt III.

Figur 1. Einen Kreis in 3, 6 gleiche Teile zu teilen und das regelmäfsige Dreieck, Sechseck zu zeichnen: Zeichne den horizontalen Durchmesser und beschreibe von a und d aus den Bogen fgb und cge.

Figur 2. Einen Kreis in 4, 8 gleiche Teile zu teilen und das regelmäfsige Viereck, Achteck zu zeichnen: Ziehe den senkrechten und wagerechten Durchmesser und beschreibe aus den Punkten a, b, c, d die Bogen gef, feh, hei, ieg, ziehe die Linien geh und ief.

Figur 3. Einen Kreis in 5, 10 gleiche Teile zu teilen und das regelmäfsige Fünfeck, Zehneck zu zeichnen: Halbiere den Radius fx in g und beschreibe um g den Kreis fhx, verbinde g mit i, dann ist ih die Seite des regelmäfsigen Zehnecks, schlägt man von i aus mit ih den Bogen ekd, dann ergiebt ed die Seite des regelmäfsigen Fünfecks.

Figur 4. Einen Kreis in beliebig viele (z. B. 7) gleiche Teile zu teilen. (Annäherungs-Konstruktion.) Ziehe 2 beliebige auf einander senkrechte Durchmesser, teile einen derselben on in ebenso viele (hier 7) gleiche Teile mache $io = op$ und $hl = hi$, verbinde i mit l, verbinde stets den von i aus ersten Schnittpunkt k mit dem dritten Teilpunkt des Durchmessers, hier q, dann ist die Verbindungslinie kq die Seite des Vielecks, hier des Siebenecks.

Figur 5. Teile die Seiten des regelmäfsigen Sechsecks in 5 gleiche Teile, ziehe aus 1, 2, 3, 4 Parallele zu bc und cd und von 1^1, 2^1, 3^1, 4^1 Parallele zu ab u. s. w.

Figur 6. Teile den umschliefsenden Kreis in 8 gleiche Teile und stelle die Quadrate her; f ist Einsatzpunkt für Bogen ade; b Einsatzpunkt für Bogen ac u. s. w.

Figur 7. Teile den umschliefsenden Kreis in 5 gleiche Teile: Mache $bh = hi = \frac{1}{12}$ des Radius fb, lege durch h eine Wagerechte, verlängere den Radius df bis g und halbiere den Winkel hgf. Der Schnittpunkt k der Halbierungslinie mit dem senkrechten Durchmesser ist Einsatzpunkt für die ersten Kreise; beschreibe von f aus mit fk einen Kreis, dann erhält man die andern Einsatzpunkte l, m u. s. w.

Figur 8. Teile den Kreis, wie in Figur 4 in 14 gleiche Teile und zeichne die Radien, verbinde a mit 3 und b mit 6; beide schneiden sich in h; um s zeichne mit dem Radius sh einen Kreis; i, k, l, m, n, o, p sind Einsatzpunkte für die Rosettenblätter. Verbinde dann noch a mit 5, b mit 4, c mit 5 und 7 u. s. w., dann erhält man die Spitzen des Sternsiebenecks.

Figur 9 u. 10. Spitzbogen oder gothischer Bogen: Bestimme das gleichseitige Dreieck *abc*, zeichne von *a* aus den Bogen *bc* und von *b* aus den Bogen *ac*, verbinde die Mitten der Dreiecksseiten *d*, *m* mit *b* und *a*, stelle mit *de* den eingeschriebenen Kreis her und teile diesen wie in der Figur 1 in 6 gleiche Teile, dann sind *k, g, f, i* Einsatzpunkte für die Bogen.

Figur 10. Beschreibe um *a* und *b* die Bogen *ac* und *bc*, teile *ab* in 4 gleiche Teile, dann beschreibe um *b* die Bogen *fn*, *ei*, von *e* aus die Bogen *fm, qo, bi*, von *f* aus die Bogen *em* und *nb*, beschreibe den Kreis um *o*, von *a* aus den Bogen *fg* und den Kreis um *g*.

Figur 11. Teile den umschliefsenden Kreis in 8 gleiche Teile: Halbiere den Winkel *fmc*; die Halbierungslinie schneidet den senkrechten Durchmesser in *g*; *g* ist Einsatzpunkt für die Bogen *lhc*, *nik* und *vw*. Teilt man *cl* in 4 gleiche Teile, dann bekommt man die Einsatzpunkte *s* und *t*; trägt man $gu = gt \perp fc$, dann findet man in *u* den letzten Einsatzpunkt.

Figur 12. Teile den umschliefsenden Kreis in 14 gleiche Teile nach Figur 4 und zeichne die Radien, stelle darauf das Sternsiebeneck *aegidfh* her, teile die Strecke *ac* in drei gleiche Teile und bestimme durch *b* das innere Sternsiebeneck; beschreibe dann um *s* den Bogen *opl*, hierauf von *b* aus die Bogen *lmk* und rr^1, dann schliefslich den inneren Bogen um *s*.

Blatt IV.

Die Ellipse entsteht, wenn ein senkrechter Kreiscylinder oder Kreiskegel von einer Ebene schief zu seiner Achse geschnitten wird. Die Ellipse ist eine geschlossene Kurve und hat einen Mittelpunkt, d. h. einen Punkt von solcher Lage, dafs jede durch ihn gezogene

Sehne in ihm halbiert wird. Durchmesser heifst jede durch den Mittelpunkt c (Blatt 4 Figur 1) gehende Sehne. Es giebt einen gröfsten (ab) und einen kleinsten (cd) Durchmesser; diese beiden stehen auf einander senkrecht und heifsen Achsen der Ellipse. Die Endpunkte der Achsen heifsen Scheitel. In der grofsen Achse ab giebt es zwei Punkte g und g^1 (Fig. 3) von solcher Lage, dafs die Summe ihrer Entfernungen von einem beliebigen Punkte der Ellipse gleich der grofsen Achse ist; diese heifsen Brennpunkte der Ellipse. Leitstrahl heifst eine solche Linie, welche einen der Brennpunkte mit einem Punkte im Umfange der Ellipse verbindet.

Figur 1 obere Hälfte. Konstruktion einer Ellipse aus der Kreislinie mittelst eines Koordinatensystems, der sogenannten Vergatterung, für den Fall, dafs die grofse und kleine Achse gegeben sind: Man beschreibe auf der Verlängerung von ab mit einem Radius $c^1d^1 =$ der halben kleinen Achse aus c^1 den Viertelkreis b^1d^1, teile den horizontalen Halbmesser in beliebig viele gleiche Teile und errichte in den Teilungspunkten die Senkrechten bis an den Bogen; alsdann teile man die halbe grofse Achse cb (auch die andere Hälfte ca) in ebenso viele gleiche Teile und errichte ebenfalls Senkrechte; zieht man nun aus den Punkten f, g, h Parallele zu der grofsen Achse, so werden da, wo diese in f^1, g^1, h^1 die Senkrechte 1^1f^1, 2^1g^1 u. s. w. treffen, Punkte der Ellipse sein.

Figur 1 untere Hälfte. Trage auf einem Papierstreifen von s aus die halbe grofse sp und halbe kleine Achse so ab, und lege den Streifen so, dafs der Punkt o sich immer auf der grofsen und der Punkt p sich immer auf der kleinen Achse bewegt, dann beschreibt der 3. Punkt s die Ellipse.

Figur 2. Lege im Punkte a der grofsen Achse unter beliebigem Winkel die Linie an gleich der kleinen Achse an, beschreibe über derselben den Halbkreis ad^1n; teile an in beliebig viele gleiche Teile, errichte auf an in den Teilpunkten 1, 2, 3 u. s. w. Senkrechte $1h$, $2f$, $3g$ bis an den Bogen des Halbkreises, ziehe nb und zu dieser parallel die Linien $1h^1$, $2f^1$, $3g^1$ u. s. w.; errichte in h^1, f^1, g^1 u. s. w. Senkrechte auf ab und mache sie den entsprechenden $1h$, $2f$, $3g$ u. s. w. gleich, dann sind die Punkte h^2, f^2, g^2 u. s. w. Punkte der Ellipse.

Figur 3 linke Hälfte. Aus dem Mittelpunkte c beschreibe mit der halben grofsen und der halben kleinen Achse als Radien zwei Kreisbogen an und fd, teile den Viertelkreis fd in beliebig viele Teile und ziehe von c aus Strahlen durch die Teilpunkte f bis an den Bogen an. Wenn man nun von e aus eine Parallele zu dc und von f aus eine Parallele zu ac zieht, dann bekommt man im Schnittpunkte o einen Punkt der Ellipse.

Konstruktion der Brennpunkte. Man nehme die halbe grofse Achse ac in den Zirkel und beschreibe von e aus einen Bogen so, dafs er die grofse Achse schneidet, die Schnittpunkte g, g^1 sind dann die Brennpunkte.

Eigur 3 rechte Hälfte. Nimm eine beliebige Strecke ah in den Zirkel und beschreibe damit von dem Brennpunkt g aus einen Kreis, darauf nimm das übrig gebliebene Stück der grofsen Achse hb in den Zirkel und schlage damit von dem 2. Brennpunkt g^1 aus einen Kreis. Die Schnittpunkte der Kreisbogen k und l sind Punkte der Ellipse u. s. w.

Figur 4. Zeichne das Parallelogramm $fikl$, teile cb in beliebig viele gleiche Teile und bf in ebenso viele. Zieht man von d eine Gerade nach 2 und von e eine Gerade durch 2^1, so trifft diese, genügend verlängert, die Linie $d2$ in g und g ist dann ein Punkt der Ellipse u. s. w.

Figur 5. Konstruktion einer Ellipse, wenn der Unterschied der beiden Achsen ein sehr grofser ist: Beschreibe über der grofsen Achse ab einen Halbkreis ad^1b, teile cb in beliebig viele Teile und ziehe $1e^1$, $2f^1$ u. s. w.; verbindet man dann d^1 mit a und zieht dazu parallel e^1g, f^1h u. s. w., verbindet darauf d mit a und zieht dazu wieder parallel ge, hf u. s. w., dann bekommt man in den Schnittpunkten e, f u. s. w. Punkte der Ellipse.

Figur 6. Konstruktion der Ellipse durch Tangenten: Zeichne das Rechteck *opqr*, verbindet man *d* mit *b* und teilt *cb* in 4 Teile, zieht durch 1^1, 2^1, 3^1 Parallele zu *de* bis $g^1h^1i^1$ und dann von *r* aus Gerade durch 1, 2, 3 bis *ghi*, dann hat man in den Verbindungslinien gg^1, hh^1 und ii^1 Tangenten der Ellipse. Die Berührungspunkte der Tangenten mit der Ellipse findet man, indem man von *e* aus durch 1^1, 2^1 u. s. w. Grade bis an die Tangenten zieht; *m*, *n* u. s. w. sind dann die Berührungspunkte.

Figur 7. Eine ellipsenähnliche aus Kreisteilen zusammengesetzte Figur zu zeichnen: zeichne das Parallelogramm *abde* und das Rechteck *fghi*, halbiere den Winkel *beg* und *gbe*; die Halbierungslinien treffen sich in *o*; zieht man nun *os* senkrecht zu *be*, dann bekommt man in *r* den Mittelpunkt für den Bogen *qbo* und in *s* den Mittelpunkt für den Bogen *oep*.

Figur 8. Die Achse einer Ellipse zu finden: Ziehe die Parallelen *fg* und *hi*, halbiere sie in *l* und *k*, ziehe *nlckm*. Macht man nun $mc = nc$, dann ist *c* der Mittelpunkt der Ellipse. Von *c* aus beschreibe den Kreis *opqr* und ziehe die Sehnen *op*, *qr*, halbiere sie in *s* und *t*, ziehe durch letztere die grofse Achse und zu ihr senkrecht durch *c* die kleine Achse.

Normale und Tangenten zu bestimmen: Verbindet man die Brennpunkte *u*, *v* mit einem Punkte *w* der Ellipse, halbiert den Winkel *uwv*, dann hat man in der Halbierungslinie *wx* die Normale und in der durch *w* gehenden Senkrechten zu derselben die Tangente.

Annäherungs-Konstruktion für Normale und Tangenten: Man nehme zwei möglichst nahe Punkte 1, 2 im Umfang und zeichne die sich in *y* und *z* schneidenden Bogen; in der Verbindungslinie *yz* hat man die Normale und in einer Senkrechten zu ihr durch x^1 die Tangente.

Figur 9. Steigender Bogen: Beschreibe über *ab* einen Halbkreis, teile *ab* in beliebig viele Teile und errichte in den Teilungspunkten *f*, *g* u. s. w. Senkrechte zu *ab*, ferner lege durch f, g u. s. w. Parallele zu cd^2; verbindet man nun d^1 mit d^2 und zieht zu dieser parallel $f^1 f^2$ und $g^1 g^2$, dann bekommt man in den Punkten d^2, f^2, g^2 Ellipsenpunkte. Die grofse Achse findet man, indem man zu der Linie ah durch c eine Parallele zieht; die kleine Achse, wenn man in c eine Senkrechte zu der grofsen Achse errichtet. Brennpunkte, Tangenten und Normale dann wie früher.

Figur 10. Steigender Bogen aus Kreisteilen zusammengesetzt: Ziehe ab und fb, trage auf der Verlängerung von bf die Strecke af vom Punkte f aus nach a^1 hin ab, halbiere $a^1 b$ in d und errichte in der Mitte d die Senkrechte de, d ist Einsatzpunkt für den Bogen be und c für ae. Die Normalen sind für den Bogen ae nach c und für den Bogen be nach d gerichtet.

Blatt V.

Figur 1. Rollt ein Kreis auf einer geraden Linie, dafs sich sein Umfang auf dieser Linie abwickelt, so beschreibt ein jeder Punkt des Umfanges eine Kurve, welche gemeine Cycloide oder auch nur Cycloide genannt wird.

Konstruktion. Der Mittelpunkt c des Kreises durchläuft beim Rollen auf der Linie ab eine zu dieser parallele Linie cc^1. Teile den Kreis in ebenso viele Teile wie die Linie ab, welche gleich dem Umfange des Kreises. (Beim Zusammentreffen des Punktes 2 mit 2^1 gelangt der Mittelpunkt c nach c^2 und der Punkt a hat sich bis zur Höhe $2^1 2$ erhoben.) Errichte in den Teilpunkten $2^1, 4^1, 6^1$, u. s. w. die Senkrechten $2^1 c^2$, $4^1 c^4$, $6^1 c^6$ u. s. w., ziehe aus den Teilpunkten des Kreises 2, 4, 6 u. s. w. Parallele zu ab und beschreibe aus c^2 mit $c^2 2^1$ einen Bogen, so wird der nächste Punkt a^2 der Kurve da liegen, wo sich der um c^2 beschriebene Kreis mit der durch 2 gezogenen Parallele zu ab schneidet u. s. w.

Figur 2. Rollt ein Kreis auf der Peripherie eines andern fort, so dafs sie sich von aufsen berühren und der Umfang des rollenden Kreises sich auf der Peripherie des andern abwickelt, so beschreibt ein Punkt auf der Peripherie des ersten Kreises eine Kurve, welche Epicycloide genannt wird.

Konstruktion. Es leuchtet ein, dafs die nämliche Konstruktion wie bei der Figur 1 angewendet werden kann. Teile den rollenden Kreis in 16 gleiche Teile und übertrage diese auf dem Bogen *ab*. Was in der vorigen Figur Parallele zur Grundlinie waren, sind hier mit dem Grundkreis *ab* konzentrische Kreise, und was dort Senkrechte zu *ab* waren, sind hier Radien aus dem Mittelpunkt *c* des Grundkreises.

Figur 3. Konstruktion der Hypocycloide. Rollt ein Kreis auf der Peripherie eines andern fort, sodafs sie sich von innen berühren und der Umfang des rollenden Kreises sich auf der Peripherie des andern abwickelt, so beschreibt ein Punkt des rollenden Kreises eine Kurve, welche Hypocycloide genannt wird. Konstruktion wie bei der Epicycloide.

Figur 4. Konstruktion der Evolvente. Denkt man sich um eine krumme Linie einen biegsamen Faden gelegt und denselben dann so abgewickelt, dafs er immer straff angespannt ist, dann wird jeder Punkt des Fadens während der Abwickelung eine Kurve beschreiben, welche man die Evolvente der gegebenen Kurve nennt.

Um einzelne Punkte zu erhalten, trägt man von *a* aus auf der Peripherie der Kurve eine beliebige Anzahl gleicher Teile ab und zieht in diesen Punkten Tangenten zu derselben. Macht man nun z. B. $4b = 4$ Teilen der Kurve, $8c = 8$ Teilen, so sind *b*, *c* u. s. w. Punkte der Evolvente.

Figur 5. Konstruktion der Schneckenlinie. Ziehe durch die Mitte *e* die sich rechtwinklich schneidenden Linien *ac* und *bd*, mache *eb* etwa $\frac{7}{8}$ von *ea*, verbinde *a* mit *b* und errichte in der Mitte *f* eine Senkrechte von der halben Länge der Sehne gleich *af*, dann ist der erhaltene Punkt *g* der Einsatzpunkt für das Bogenstück *ab*; jetzt ziehe $cb \perp ab$ und

$ch \perp bg$, dann ist h der Einsatzpunkt für das Bogenstück bc, ferner $dc \perp cb$, $di \perp ch$, dann ist i Einsatzpunkt für Bogenstück cd u. s. w., schliefslich zeichne um e mit dem Radius ek das Schneckenauge.

Figur 6. Dieselbe Aufgabe. Zerlege den umschliefsenden Kreis in 12 gleiche Teile, ziehe von den Teilungspunkten Tangenten an das beliebig grofs anzunehmende Schneckenauge und bestimme die Berührpunkte. Für drei Umgänge teile eine Tangente in $3 \times 12 = 36$ gleiche Teile und trage dann von diesen auf Tangente II von 2 bis a einen Teil ab, auf Tangente III von 3 bis b zwei Teile u. s. w.

Figur 7. Konstruktion der Parabel. Eine Parabel entsteht, wenn ein senkrechter Kreiskegel von einer Ebene parallel zu einer Seitenlinie geschnitten wird. Sämtliche Punkte der Parabel sind ebenso weit vom Brennpunkte wie von der Leitlinie entfernt. Die Achse, welche durch den Brennpunkt geht und senkrecht zu der Leitlinie steht, teilt die Parabel in 2 gleiche Teile (Hälften).

Gegeben die Achse ab, die Leitlinie ll^1 und der Brennpunkt f. Ziehe gh parallel ll^1 und beschreibe mit der Länge ci um f den Bogen gkh. Schnittpunkt h und g sind Parabelpunkte u. s. w.

Figur 8. Gegeben die Breite bc und die Höhe ad. Teile ae in 8 und eb in ebenso viele gleiche Teile, ziehe von den Teilpunkten der Linie eb Linien nach a und von den Teilpunkten der Linie ae Parallele zu ad. Wo die Linien $a1$, $a2$, $a3$ die Linien $1g$, $2h$, $3i$ schneiden, sind Punkte der Parabel.

Figur 9. Gegeben die Parabel; gesucht Achse, Brennpunkt und Leitlinie: Ziehe die Parallelen ab und cd, halbiere sie in e und f und verbinde letztere beiden Punkte; dann $ghik \perp ef$ und $gh = hi$; durch h ziehe parallel zu ef die Achse lm; trage von h nach k die Strecke hm 2 mal ab und verbinde k mit m; vom Schnittpunkt n eine Parallele zu gk

2*

ergiebt in o den Brennpunkt. Strecke $mp = om$ und durch p eine Parallele zu gk ergiebt die Leitlinie pq.

Im Punkt s eine Tangente und eine Normale zu errichten: Verbinde s mit dem Brennpunkt o und ziehe durch s eine Parallele zur Achse lm, halbiere den Winkel ost; die Halbierungslinie us ist die Tangente und die in s zu derselben errichtete Senkrechte xs die Normale.

Figur 10. Konstruktion der Hyperbel. Die Hyperbel hat 2 von einander getrennte Äste und entsteht, wenn ein senkrechter Kreiskegel nebst seinem Gegenkegel von einer Ebene parallel zur Achse geschnitten wird.

Die Differenz der Entfernungen irgend eines Punktes der Hyperbel von den Brennpunkten ist gleich dem Abstande der beiden Scheitel. Asymptoten sind gerade Linien, denen sich die Hyperbeläste stets nähern, ohne sie zu treffen.

Achse xy und Brennpunkt f, f^1 gegeben: Um Punkte d, e, g, h der Hyperbel zu finden, beschreibe man vom Brennpunkte f und f^1 aus mit beliebigem Radius fd je einen Bogen, nehme zu diesem Radius die Strecke ab gleich der Entfernung der Scheitel hinzu und beschreibe um f^1 den Bogen die und um f den Bogen gkh, dann ergeben die Schnittpunkte der Bogen d und e, g und h Punkte der Hyperbel. Andere Punkte sind ebenso zu finden. Die Asymptoten werden gefunden, indem man mit der Länge fc um a aus den Bogen prq beschreibt, durch c eine Senkrechte zu ab zieht, darauf durch p und q je eine Parallele zu ab und durch a und b je eine Parallele zu pq. Die Verbindungslinien om und nl ergeben verlängert die Asymptotenlinien.

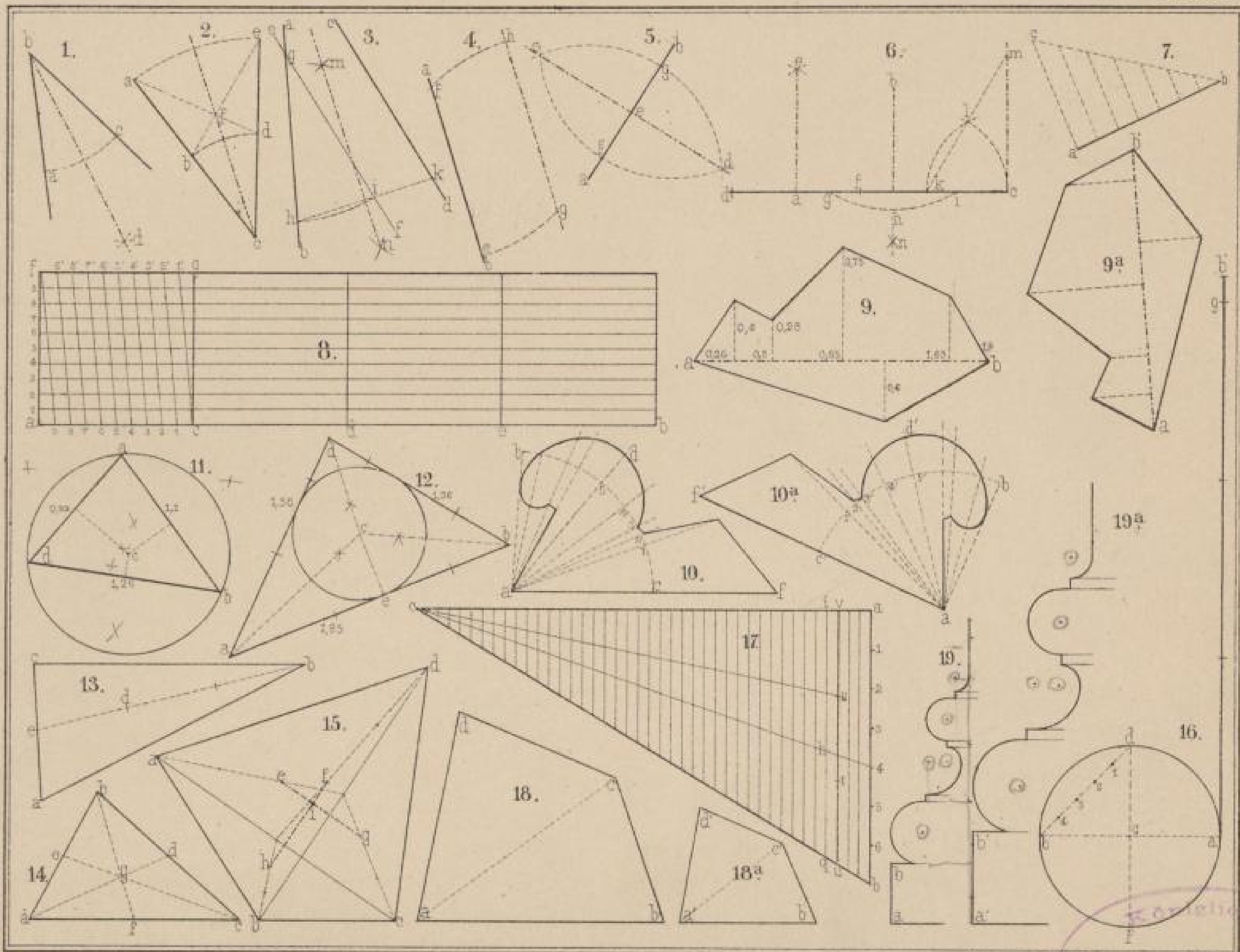
1. Eine Tangente durch x zu bestimmen: Lege xy parallel cl, mache yz gleich cy, dann ergiebt die Verbindungslinie z mit x die Tangente.

2. Durch w eine Tangente zu bestimmen: Verbinde w mit f und f^1, halbiere fwf^1; die Halbierungslinie tangiert in w die Hyperbel.

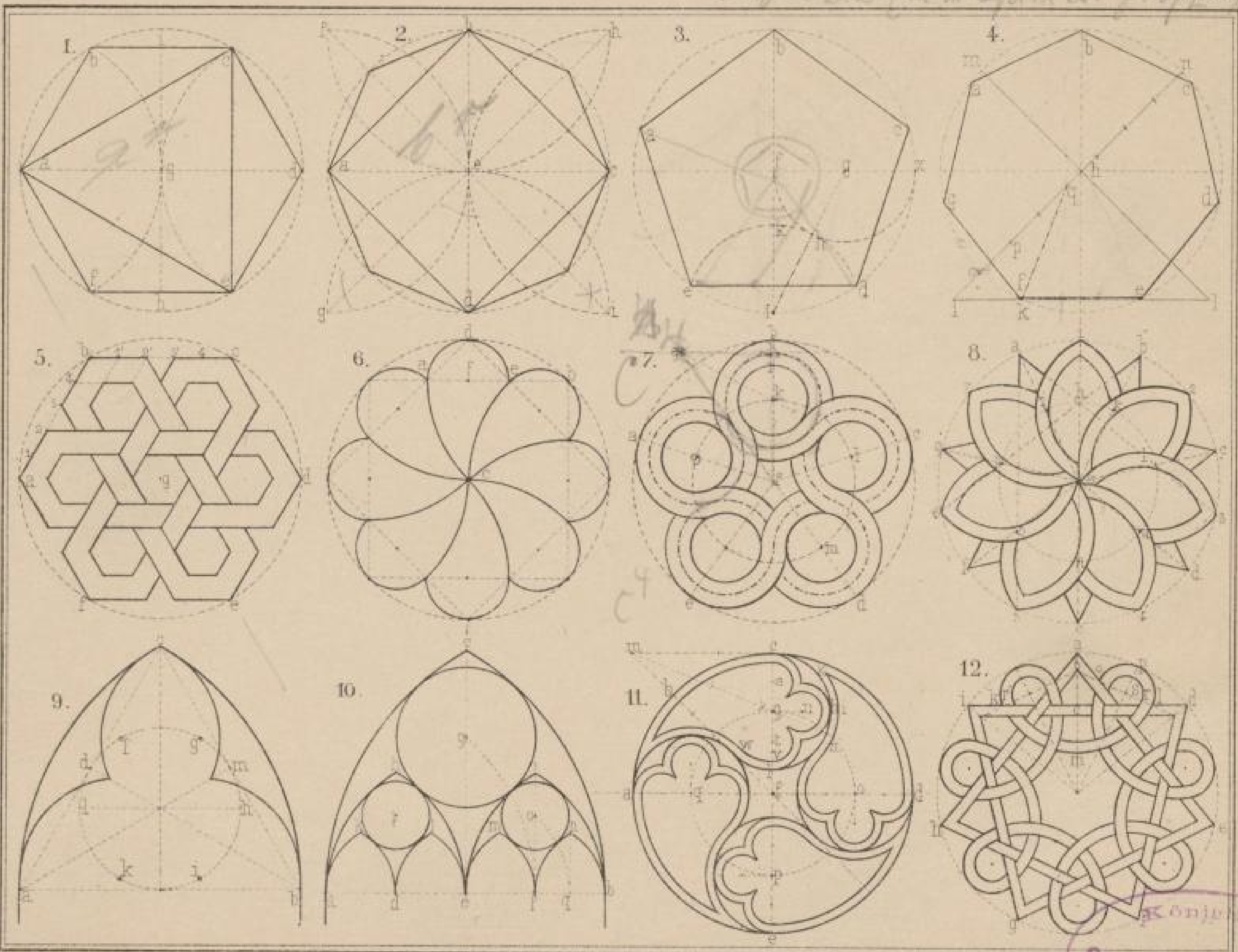
1. 3.

2. 4.

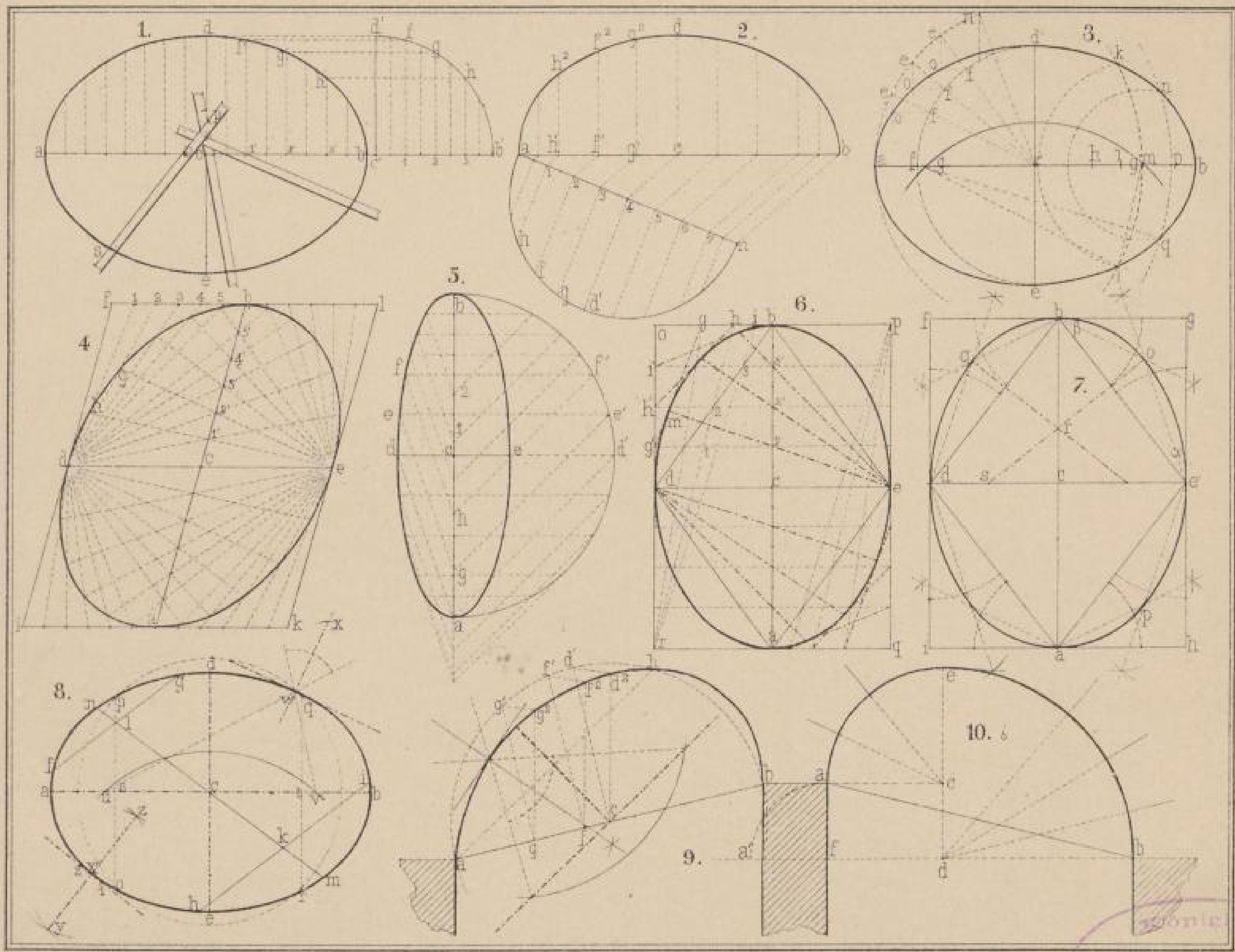
Lith. Anst. v. Winckelmann u. Söhne (H. Petsch) Berlin



Lith. Anst. v. Winckelmann u. Söhne (H. Porsch), Berlin.

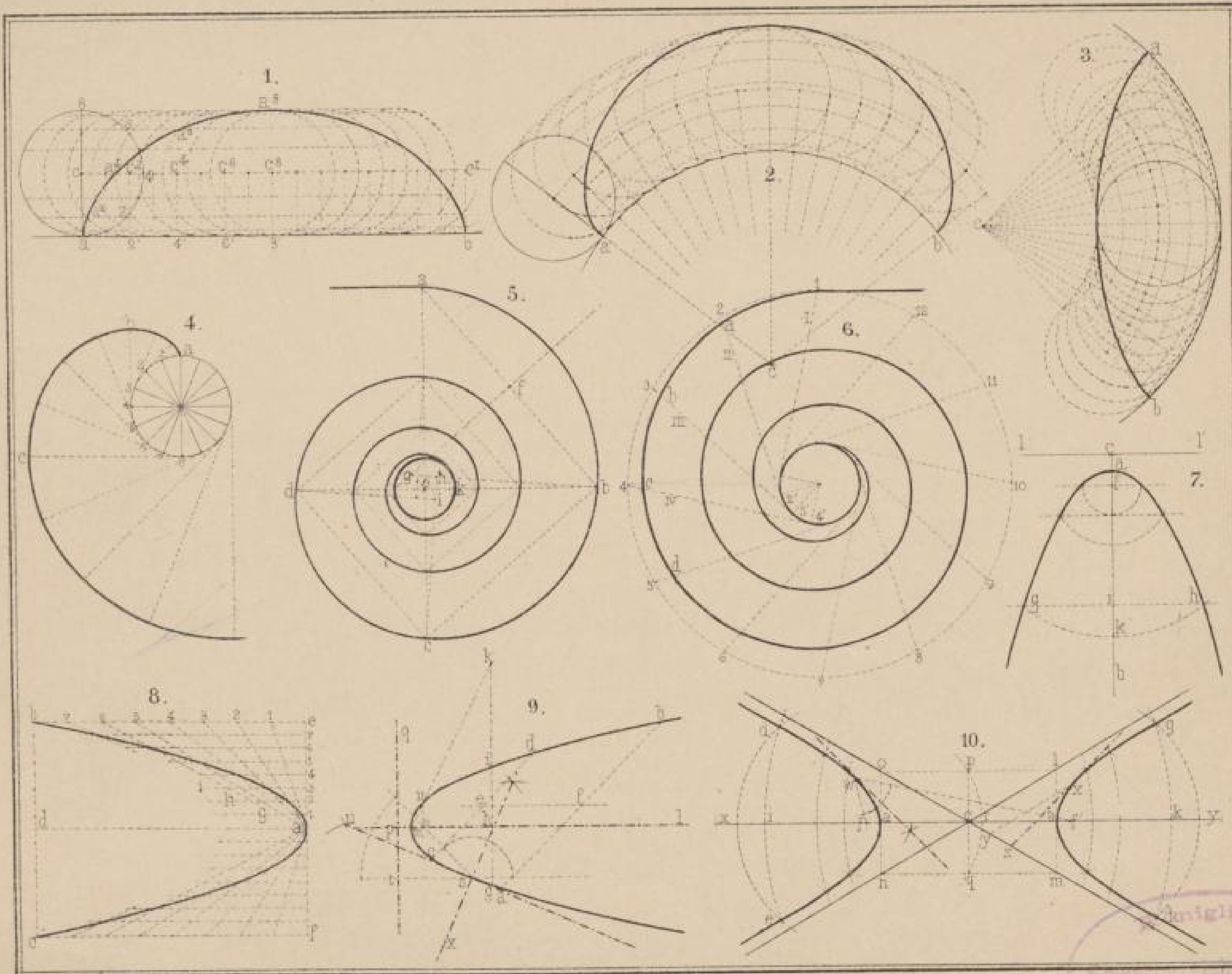


Lith. Anst. v. Winckelmann u. Söhne (H. Portius) Berlin



Lith. Anst. v. Winckelmann u. Söhne (H. Porsch) Berlin.

Blatt V.



Lith. Anst. v. Winckelmann u. Söhne (H. Porsch) Berlin

Druck von W. Pormetter in Berlin C.