

Dreieck mit  $m'$ ,  $m''$  und  $m'''$  zu zeichnen, haben, so viel mir bekannt ist, bisher allen Bemühungen der Geometer getrotzt.

Vorläufig beachte man Folgendes:

- 1) Diese Transversalen theilen die gegenüberliegende Seite in zwei Theile, die sich verhalten, wie je die angrenzenden Dreiecksseiten;
- 2) der von einer winkelhalbirenden Transversale und der zugehörigen Höhe gebildete Winkel ist allemal dem halben Unterschiede der beiden anderen Winkel gleich. —

Denn in Fig. X ist einerseits  $\sphericalangle GAB = GAF + FAB = \sphericalangle (h'm') + R - \beta$   
 und andererseits  $\sphericalangle GAC = FAC - FAG = R - \gamma - \sphericalangle (h'm')$ ,  
 und hieraus folgt, da  $\sphericalangle GAB = GAC$  ist, daß  $\sphericalangle (h'm') = \frac{1}{2}(\beta - \gamma)$  sei.

#### VII. Unter den gegebenen Elementen ist $(h' + h'')$ .

Kennt man die Summe der Höhen  $h'$  und  $h''$ , die den Seiten  $a$  und  $b$  entsprechen, so verlängere man — vergl. Fig. XI — die Seite  $CA = b$  über den Endpunkt hinaus, den sie mit  $a$  nicht gemein hat (oder, unter Umständen, die Seite  $CB = a$  über  $B$  hinaus) um eine Strecke  $AF = CB = a$  und ziehe  $FG \perp BC$ . Dadurch entsteht das rechtwinklige Dreieck, worin  $FC = a + b$  und  $FG = h' + h''$  ist. Denn zieht man  $AK \parallel BC$ , so ist zunächst das Stück  $KG = h'$ ; da aber auch  $\triangle AFK \cong BCE$  ist, so ist  $FK = BE = h''$ ; also ist  $FG = h' + h''$ . — Die Elemente  $a + b$ ,  $h' + h''$ ,  $\sphericalangle \gamma$  sind daher abhängige Stücke, von denen je das dritte durch die beiden anderen mitbestimmt ist. (Ist  $\gamma > R$ , so tritt an Stelle des Winkels  $\gamma$  sein Supplementwinkel  $2R - \gamma$ .)

#### VIII. Unter den gegebenen Elementen ist $(h' - h'')$ .

In diesem Falle schneide man auf  $AC$  von  $A$  aus die Strecke  $AF' = BC = a$  ab und ziehe wieder  $F'G' \perp BC$ , so ist  $F'G' = h' - h''$ . Denn wird  $AK' \parallel BC$  gezogen, so ist  $F'G' = K'G' - K'F'$  oder, da  $\triangle BCE \cong AF'K'$  ist,  $= AD - BE = h' - h''$ . — In diesem Falle sind daher  $h' - h''$ ,  $b - a$  und  $\sphericalangle \gamma$  Stücke eines rechtwinkligen, durch  $CF'G'$  dargestellten Dreiecks.

Zusatz. Auch bei Aufgaben, wo man  $a + b$  oder  $a - b$  und  $h'$  und  $h''$  kennt, ist von diesen sub VII und VIII angegebenen Hilfsconstructions Gebrauch zu machen.