

IX. Unter den gegebenen Elementen sind eine oder mehrere Höhen (h).

Die meisten der Aufgaben, bei denen eine oder auch zwei Höhen zu den gegebenen Stücken gehören, gestatten eine einfache Lösung. Man beachte indessen außer dem unter VI, 2 Gesagten noch Folgendes:

1) — Vergl. Fig. XII. — Beschreibt man um A mit AB einen Kreis und errichtet auf BC in B eine Senkrechte, die den Kreis zum zweiten Male in F trifft, so ist $BF = 2h'$. Denn zieht man $AN \parallel BC$, so ist $AN \perp BF$, also $BF = 2NB = 2h'$ — Die beiden Kreise mit dem gemeinsamen Mittelpunkt C , von denen der eine den Kreis A äußerlich in D' , der andere innerlich in D berührt, haben CD' resp. CD d. i. $b - c$ resp. $b + c$ zu Halbmessern.

2) Kommen zwei Höhen in Betracht, so habe man vor Augen, 1) daß deren obere Abschnitte doppelt so lang sind, als die vom Mittelpunkt des umschreibbaren Kreises auf die respectiven Seiten herabgelassenen Lothe, 2) daß die Höhen sich umgekehrt verhalten, wie die entsprechenden Seiten.

X. Unter den gegebenen Elementen ist $p \pm q$.

Vergl. Fig. XIII a und b. — Bekanntlich sind CF und BF die Projectionen p und q der Seiten b und c auf die Seite a . Ist nun $\sphericalangle \beta < R$, so wird die Seite a die Summe der Projectionen, und $CE = CF - FE = CF - BF$ die Differenz derselben darstellen, während für $\beta > R$ die Linie $CE = CF + FE = CF + FB$ die Summe der Projectionen und die Seite $BC = a$ die Differenz der Projectionen ist. In jenem Falle wird man daher nie von der Summe, in diesem nie von der Differenz der Projectionen reden, vielmehr allemal dann, wenn von $p - q$ die Rede ist, zugleich voraussetzen, daß $\sphericalangle \beta < R$ sei, und wenn das Element $p + q$ genannt wird, supponiren, daß $\beta > R$ sei. Um Weitläufigkeiten zu vermeiden und da unter der Annahme eines stumpfen Winkels β die Strecke q eine Lage erhält, die der Lage für einen spitzen Winkel gerade entgegengesetzt ist (einmal rechts vom Höhenhauptpunkt F , das andere mal links davon); so redet man gewöhnlich bloß von der Differenz der Projectionen und setzt als bekannt voraus, daß für $\beta > R$ das Element $p - q$ in $p + q$ übergeht.

An sich spielen die Projectionen p und q eine ganz ähnliche Rolle, wie die Höhen: