es ist offenbar arc. $BA = $ arc. CL, also $\sphericalangle LBC = ACB = \gamma$, mithin $\sphericalangle ABL = \beta - \gamma$.

Zieht man noch die Höhe $AF = h'$ und $LK \parallel AF$ und verbindet L mit C, so ist in Fig. XV^a, wo $\beta < R$ ist, $AL = FK = FC - KC = FC - FB$ (denn $\triangle LCK \cong ABF$) $= p - q$, und in Fig. XV^b, wo $\beta > R$ ist, ist $AL = FK = FC + KC = FC + FB = p + q$. Da nun aber in dem Dreieck ALB die Elemente AL, $\sphericalangle ABL$ und der Radius des umbeschriebenen Kreises abhängige Elemente sind, so kann man sagen: Bei einem jeden Dreieck sind r, $p \pm q$, $\beta - \gamma$ abhängige Elemente und die Zeichnung des Hülfsdreiecks ALB erfordert noch ein ferneres Element, wie $AB = c$ oder $\sphericalangle ALB = ACB = \gamma$ oder h' u. s. w.

4) Zieht man die Mittenlinie $AN = t'$, so ist $NF = NK = \frac{1}{2} FK = \frac{p \pm q}{2}$. In dem rechtwinkligen Dreieck AFN sind demgemäß die Hypotenuse t' und die Katheten h' und $\frac{p \pm q}{2}$ abhängige Elemente, deren zwei allemal das dritte mit bestimmen.

XI. Unter den gegebenen Elementen sind die Winkel α, β, γ.

In allen Fällen, wo sich nicht zum Mindesten einer der Winkel unmittelbar an eine bereits fixirte Linie anlegen läßt, wird man ein beliebiges Dreieck zeichnen, das die gegebenen Winkel enthält und beachten, daß das gesuchte Dreieck dem gezeichneten ähnlich sein muß.

XII. Unter den gegebenen Elementen ist das Verhältniß zweier oder aller Seiten.

1) Ist gegeben $b : c = d : e$ und außerdem entweder der eingeschlossene Winkel α oder der der größeren dieser Seiten gegenüberliegende Winkel β; so läßt sich ein dem gesuchten Dreieck ähnliches zeichnen, worin die Scheitelseiten das verlangte Verhältniß $d : e$ haben und der Winkel β resp. γ ist. Dasselbe gilt, wenn das Verhältniß aller drei Seiten bekannt ist. — Ist aber gegeben $b : c = d : e$ und außerdem $\sphericalangle \gamma$, so sind dadurch gewöhnlich zwei verschiedene Dreiecksformen bestimmt, die consequent die Anzahl der möglichen Auflösungen verdoppeln. — Wenn die Seite a mit zu den gegebenen Elementen gehört, so ist aus dem apollonischen Lehrsatz bekannt, daß der geometrische Ort für die Spitzen (A) der über a construirbaren Dreiecke, deren Seiten b und c sich wie $d : e$ verhalten, ein