

von A aus irgend eine Sehne AB und verbindet ihren Durchschnittspunct M mit dem Hilfskreise mit O, so ist $\sphericalangle OMA = R$, also $OM \perp AB$, mithin M Mitte der Seite AB.*)

5) Wenn neben r noch $p \pm q$ bekannt ist, so ist das unter VIII. 3 Gesagte zu berücksichtigen.

XIV. Unter den gegebenen Elementen ist einer oder mehrere der Halbmesser der umbeschreibbaren Kreise (ρ).

1) Die Mittelpuncte (M) dieser Kreise liegen bekanntlich in den Linien, durch welche die Winkel des Dreiecks innerlich und äußerlich halbirt werden. Aber da z. B. M von den Seiten des Dreiecks die Entfernung ρ hat, so liegt M auch in den Parallelen, die in der Distanz ρ zu den Seiten gezogen werden. — Man suche auch hier den Mittelpunct möglichst bald zu gewinnen und bedenke, daß die Seiten des Dreiecks Tangenten des um (M) mit dem Halbmesser (ρ) gezeichneten Hauptkreises sind.

2) Vergl. Fig. XVIII. — Der von MB und MC gebildete Winkel ist $= R + \frac{1}{2}\alpha$. Denn in dem Dreieck BMC ist $\sphericalangle BMC = 2R - (MBC + MCB) = R + (R - \frac{1}{2}\beta - \frac{1}{2}\gamma) = R + \frac{1}{2}\alpha$. — Die von den Linien M''B und M''C oder auch M'''B und M'''C gebildeten Winkel sind je $= \frac{1}{2}\alpha$. Denn es ist $\sphericalangle BMC = BM''C + MCM''$ oder $R + \frac{1}{2}\alpha = BM''C + R$, also $\sphericalangle BM''C = \frac{1}{2}\alpha$.

3) Der von der Linie M''M''' und der Seite BC gebildete Winkel M''TC ist $= \frac{1}{2}(\beta - \gamma)$. Da nämlich $\sphericalangle ABC = BTA + TAB$, da mit andern Worten $\sphericalangle \beta = M''TC + (R - \frac{1}{2}\alpha)$ ist, so folgt: $\sphericalangle M''TC = \beta + \frac{1}{2}\alpha - R$ oder, da $R = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta + \frac{1}{2}\gamma$ ist, $\sphericalangle M''TC = \frac{1}{2}(\beta - \gamma)$. — Daher gestatten die Elemente c, α (oder auch β) und $(\beta - \gamma)$ die Zeichnung des Hilfsdreiecks ABT und die Elemente b, α (oder auch γ) und $(\beta - \gamma)$ die des Dreiecks ACT. Das Dreieck AGT endlich ist bestimmt durch die Stücke m', α und $\beta - \gamma$.

4) Ist unter den Elementen außerdem der Umfang $a + b + c$, so ist das unter

*) Ueberhaupt ist bekanntlich der geometrische Ort für die Mitten aller Strahlen, welche von einem gegebenen oder bereits fixirten Punkte zu der Peripherie eines gezeichneten Kreises gezogen werden können, ein Kreis, dessen Halbmesser gleich ist der Hälfte des Halbmessers des gezeichneten Kreises und dessen Mittelpunct in der Mitte derjenigen Geraden liegt, die den Punct mit dem Centrum des gezeichneten Kreises verbindet.