zu vervollkommnen suchten, befaßten wir uns zugleich eingehend mit dem Studium aller vorkommenden Kalenderuhren. Endlich machten wir uns an die Aufgabe, eine Kalenderuhr herzustellen, an welcher Alles das vermieden werden sollte, was uns als mangelhaft an andern Systemen erschien.

Nach jahrelangen Bemühungen und Versuchen ist es uns endlich gelungen eine Kalenderuhr herzustellen, welche den Anforderungen der Jetztzeit wohl vollkommen entspricht. Diese zeigt den Tag, Datum und Monat mit schönen großen Zahlen und Buchstaben, so daß dieselben von jeder Entfernung in einem gewöhnlichen Zimmer auf einen kurzen Blick leicht und bequem abgelesen werden können. Diese Tag-, Datum- und Monatsangaben sind symetrisch zusammengestellt und mit vergoldetem Messingrahmchen, oder aber solchen vongeschn itztem Holze umrahmt und verziert. Das Ganze macht daher für das Auge einen sehr angenehmen Eindruck. Die Uhr gewinnt an ihrer äußeren Ausstattung sehr viel, namentlich nehmen sich solche in Regulator- und Tableauxform sehr vortheilhaft aus. Die Beschreibung des Kalendermechanismus, welcher vom Uhrwerk ganz unabhängig ist und auf das Dauerhafteste und leicht Verständlichste berechnet, werden wir in unserem Journale durch Zeichnungen erläutert, folgen lassen.

Ueber den Isochronismus
des
Pendels und der Unruhe,

von **F. Brönnimann**, Director der Uhrmacherschule Biel.

(Fortsetzung.)

Diese Gleichung gilt für jeden Punkt der Curve; wir können daher mit dem Curvenelement ds multipliziren und integriren, somit:

$$JE\int\frac{ds}{r} - JE\int\frac{ds}{r_0} = \int K\,ds + \int Y\,x\,ds - \int X\,y\,ds \qquad (2).$$

$\frac{ds}{r}$ ist der Winkel zweier benachbarten Normalen vor, $\frac{ds}{r_0}$ derselbe Winkel nach der Drehung. Da die Normalen im festen Endpunkte A unverändert bleibt, so hat

$$\int\frac{ds}{r} - \int\frac{ds}{r_0}$$

den Werth des Drehwinkels α.

Das Integral der Gleichung (1) ergiebt:

$$JE\alpha = KL + YLx, - XLy,,$$

wenn L die Länge der Curve, x, und y, die Coordinaten des Schwerpunktes bezeichnen. Ist die Differenz $YLx, - XLy,$ null, so hat man

$$K = \frac{JE\alpha}{L},$$

d. h.: Das Kräftepaar der Federreaction wächst proportional mit dem Ablenkungswinkel.

Dieses Gesetz kann durch Versuche annähernd bewiesen werden; in der gewöhnlichen Ableitung der Schwingungsformel einer Spirale nimmt man dessen Gültigkeit ohne Weiteres an. Aus der jetzigen Betrachtung sehen wir, daß es nur dann richtig ist, wenn die Differenz $YLx, - XLy,$ verschwindet.

Bezeichnet man mit A das Trägheitsmoment des Schwungrades, so findet die Differentialgleichung statt:

$$A\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -K = -\frac{JE\alpha}{L} \qquad (2).$$

Multiplizirt man mit $2\frac{d\alpha}{dt}$ und integrirt, so wird

$$A\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = \frac{JE}{L}\,(\alpha_0{}^2 - {}^2),$$

α_0 ist die halbe Amplitude.

$$dt = \sqrt{\frac{AL}{JE}}\,\frac{d\alpha}{\sqrt{\alpha_0{}^2 - \alpha^2}},$$

folglich

$$T = \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}\sqrt{\frac{AL}{JE}}\,\frac{d\frac{\alpha}{\alpha_0}}{\sqrt{1-\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^2}} = \pi\sqrt{\frac{AL}{JE}} \qquad (3).$$

Die Oscillationen der Unruhe sind isochron, wie die Schwingungen des Pendels, und zwar unabhängig von der Größe der Amplitude.

Aus der Formel (3) ersieht man, daß die Schwingungsdauer einer Spirale proportional mit der Quadratwurzel aus der Länge zunimmt. Diese Eigenschaft wird bei der Regulirung des Ganges einer Uhr benutzt; eine drehbare Zange hemmt mehr oder weniger die Schwingungen des letzten Laufes, d. h. verlängert oder verkürzt die Spirale.

Die vernachlässigten Glieder $L(Yx, - Xy,)$ verschwinden, wenn die Coordinaten des Schwerpunktes der Feder in allen Lagen null sind, d. h. wenn der Schwerpunkt der Spirale immer in die Axe des Schwungrades fällt. Sie verschwinden aber auch, wenn die Werthe Y und X beide vernachlässigt werden können. In der Praxis sind diese Kräfte immer sehr klein; man beobachtet an Taschenuhren — sogar nach langer Zeit — keine Aushöhlung der Zapfenlager; deshalb hat man in den gewöhnlichen Anker- oder Cylinderuhren einen angenäherten Isochronismus.

Die Zapfenpressungen können aber durch eine passende Wahl der Endkurven beseitigt werden.

Angenommen, die Axendrücke X und Y seien beide null, so folgt aus (1):

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = \frac{K}{JE} = \frac{\alpha}{L} \qquad (4).$$

die Aenderung der Krümmung ist dann überall eine gleichförmige. Sind umgekehrt (1) und (4) richtig, so fallen die Axenpressungen weg und man kann die Schwingungsdauer nach der Formel (3) berechnen.

Wir bestimmen nun eine Curve, welche der Gleichung

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = \frac{\alpha}{L}$$

genügt; dabei müssen die Bedingungen an den Endpunkten der Curve auch erfüllt sein. Der äußere Anfangspunkt A ist fest, seine Tangente bleibt unverändert; der innere Endpunkt liegt in dem Mantel eines Ringes, der auf der Axe des Schwungrades befestigt ist. Seine Tangente ändert zwar ihre Lage, muß aber stets normal stehen auf der Verbindung des Mittelpunktes mit dem veränderten Endpunkte. Mißt man auf der erwähnten Normale den constanten Halbmesser des Ringes ab, so muß man für alle Werthe des Drehwinkels α den unveränderten Mittelpunkt des Ringes erhalten.

Seien BS und CL (Fig. 2) zwei benachbarte Krümmungsradien und Θ der Winkel des ersten Krümmungshalbmessers mit der positiven Y-Axe — umgekehrt wie die Drehung des Uhrzeigers gemessen.

Die Seiten des rechtwinkligen Dreieckes LSN sind die Differentiale der Coordinaten, also

$$SN = -dy = -dr\cos.\Theta,$$
$$NL = -dx = -dr\sin.\Theta,$$

Nach der Multiplication von (4) mit ds ist das Integral:

$$\int\frac{ds}{r} - \int\frac{ds}{r_0} = \int\frac{\alpha\,ds}{L},$$

oder

$$\Theta - \Theta_0 = \frac{\alpha s}{L},$$

daraus

$$\Theta = \Theta_0 + \frac{\alpha s}{L},$$

und aus (4) folgt:

$$r = \frac{r_0}{1 + \frac{\alpha r_0}{L}};$$

Θ_0 und r_0 bezeichnen die Werthe der Winkel und Radien vor der Drehung.

Die Differentiale der Coordinaten sind nun:

$$dy = -\cos.\left(\Theta_0 + \frac{\alpha s}{L}\right) d\,\frac{r_0}{1 + \frac{a r_0}{L}},$$

$$dx = -\sin.\left(\Theta_0 + \frac{\alpha s}{L}\right) d\,\frac{r_0}{1 + \frac{a r_0}{L}}.$$