Die wirksame Pendellänge eines zusammengetzten Pendels.

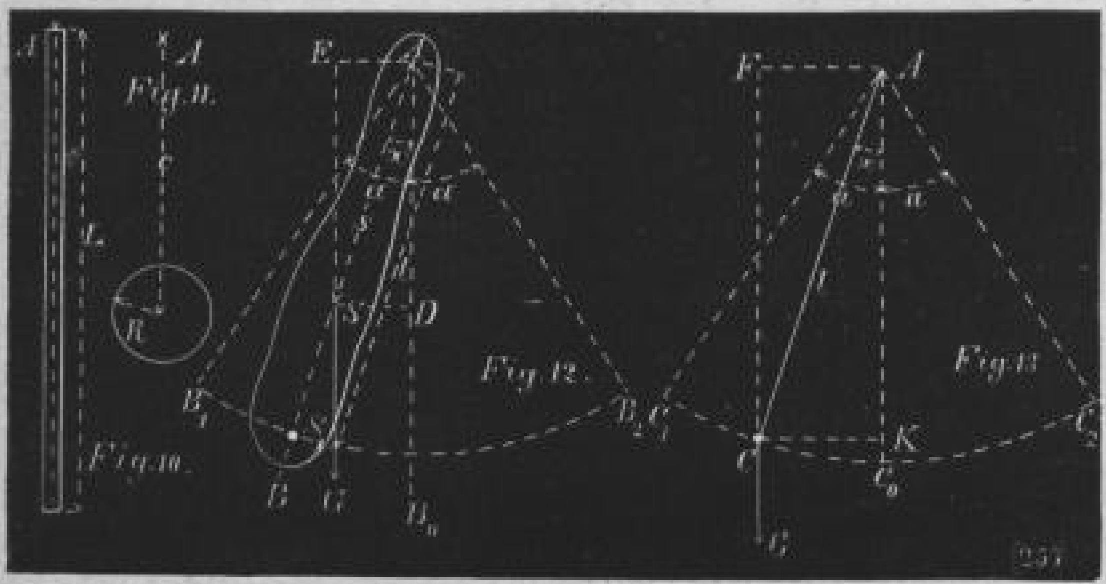
Betrachten wir jetzt einen beliebig gestalteten Körper AB, Figur 12, der um eine horizontale Achse A schwingt und dessen Ruhelagen AB_1 u. AB_2 mit der Mittellage AB_0 den Ausschlagswinkel $\measuredangle B_1 AB_0 = \measuredangle B_2 AB_0 = \measuredangle a$ einschliessen, wenn er auf seinem Wege nach der Mittellage von derselben um den beliebigen Winkel x entfernt ist, so ist das Moment der treibenden Kraft, welche wir uns als sein im Schwerpunkte S angreifendes Gewicht G denken müssen,

$$G.EA = G\,s\,\sin x$$

sofern s die Entfernung des Schwerpunktes S des Körpers von der Drehachse A ist. Ist nun W das Trägheitsmoment des Körpers bezogen, auf die Drehachse A, so ertheilt nach Gl. 17 das Gewicht G dem Körper bei dem Neigungswinkel x gegen die Ruhelage eine Winkelbeschleunigung

22. $$q = \frac{G\,s\,\sin x}{W}$$

Denken wir uns nun das ganze Gewicht G des zusammengesetzten Pendels AB in Fig. 12 in einen Punkt C vereinigt



und an einen gewichtslosen Faden von der Länge l an der Drehachse aufgehangen, so haben wir ein einfaches Pendel von demselben Gewichte und derselben Masse wie das zusammengesetzte. Bei einem Neigungswinkel x des Pendels gegen seine Mittellage, ist das Moment der treibenden Kraft, des Gewichtes G

$$G.FA = G\,l\,\sin x$$

und die Winkelbeschleunigung, welche die Kraft an dieser Stelle dem Pendel ertheilt, beträgt dann nach Gl. 17,

23. $$q_1 = \frac{G\,l\,\sin x}{M l^2}$$

wobei Ml^2 das Trägheitsmoment der im Punkte C vereinigten Masse des zusammengesetzten Pendels ist.

Soll nun das zusammengesetzte Pendel, Fig. 12, mit dem einfachen Pendel, Fig. 13, gleiche Ausschlagszeit haben, so müssen beide in gleichen Lagen gegen die Mittellage, gleiche Winkelbeschleunigung besitzen; es muss also sein

$$q = q_1$$

woraus nach Gl. 22 und 23, folgt

24. $$l = \frac{W}{Ms}$$

d. i. die Länge des einfachen Pendels l, welches mit dem zusammengesetzten Pendel gleiche Ausschlagszeit hat, ist gleich dem auf die Drehachse bezogenen Trägheitsmomente W des zusammengesetzten Pendels dividirt durch das Produkt aus seiner Masse M und dem Abstande s seines Schwerpunktes von der Drehachse.

Die Ausschlagszeit des zusammengesetzten Pendels beträgt hiernach

$$T = \pi\sqrt{\frac{W}{Mgs}} = \pi\sqrt{\frac{W}{Gs}}$$

Man nennt nun die Länge l des einfachen Pendels, welches mit dem zusammengesetzten gleiche Ausschlagszeit hat, die wirksame Pendellänge des zusammengesetzten Pendels; wie auch dasselbe gestaltet sein mag, es kommt hinsichtlich der Ausschlagszeit nur auf die wirksame Pendellänge an.

Einen um die wirksame Pendellänge l von der Drehachse A entfernten Punkt S_1, nennt man den Schwingungsmittelpunkt des zusammengesetzten Pendels, Fig. 12, in demselben kann man sich also die ganze Masse des Pendels vereinigt denken, ohne dass dadurch an der Ausschlagszeit etwas geändert würde.

Die Lage des Schwingungsmittelpunktes ist durch vorstehende Erklärung nicht genau bestimmt, er liegt nach derselben auf einer Cylinderfläche deren Achse die Drehachse und deren Radius die wirksame Pendellänge ist. Zur Vermeidung der hierin liegenden Unbestimmtheit, wollen wir für's folgende von allen Punkten dieser Cylinderfläche denjenigen Punkt als Schwingungsmittelpunkt auffassen, dessen Radius durch den Schwerpunkt des Pendels geht.

Es muss gleich hier bemerkt werden, und kommen wir später ausführlicher darauf zurück, dass je nach der Gestalt des zusammengesetzten Pendels, der Schwingungsmittelpunkt auch ausserhalb des schwingenden Körpers liegen kann; denn wie an Gl. 24 ersichtlich, wächst die wirksame Pendellänge mit dem Trägheitsmoment, d. i. mit der Entfernung der Massen von der Drehachse, wobei es aber gleichgültig ist, nach welcher Richtung hin die Massen vertheilt sind; ferner wächst die wirksame Pendellänge mit abnehmender Entfernung des Schwerpunktes von der Drehachse. Dieser Umstand ist bisher bei der Konstruktion der Pendel zu Uhren nicht beachtet worden, verdient es aber zu werden, da man davon, wie später gezeigt werden soll, eine praktische nützliche Anwendung machen kann.

Lage des Schwingungsmittelpunktes zu dem Schwerpunkte. Nehmen wir an, das Trägheitsmoment des zusammengesetzten Pendels in Fig. 12 inbezug auf eine Achse durch den Schwerpunkt sei W_0, so ist nach einer weiter oben aufgestellten Gleichung das Trägheitsmoment W inbezug auf die Drehachse gleich dem Trägheitsmoment W_0 inbezug auf die Schwerpunktsachse vermehrt um das Produkt aus der Masse M des Pendels und dem Quadrate des Abstandes beider parallelen Achsen; also:

$$W = W_0 + Ms^2$$

Setzen wir diesen Werth in Gl. 24 ein, so folgt die wirksame Pendellänge zu:

$$l = \frac{Ms^2 + W_0}{Ms} = s + \frac{W_0}{Ms}$$

Da s der Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse ist, so ergibt sich aus vorstehender Gleichung, dass

$$l > s$$

die wirksame Pendellänge demnach immer grösser ist als die Entfernung des Schwerpunktes von der Drehachse; oder kürzer der Schwingungsmittelpunkt liegt stets unter dem Schwerpunkte des Pendels. (Fortsetzung folgt.)

Weitere Bemerkungen über die Anwendung des Diamantins.*)

Ueber die Nützlichkeit und Schädlichkeit des Diamantins, des feinen weissen Pulvers zum Poliren des gehärteten Stahles ist schon viel gestritten worden und es ist nicht uninteressant, die Angaben Saunier's in einem früheren Bande der Revue chronométrique zu lesen.

Ein Abonnent der Revue chronométrique machte an Saunier folgende Mittheilung: „Gestatten Sie mir, Sie von einer Beobachtung, die ich gemacht habe, in Kenntnis zu setzen. Andere hätten sie ebenso gut als ich machen können; aber da ich dieselbe nirgends erwähnt finde, so unterbreite ich sie Ihnen hiermit.

Eine Zeit lang bediente ich mich einzig und allein des Diamantins, um die von mir gefertigten Stahlsachen zu poliren. Ich habe aber bemerkt, dass, wenn ich die geneigten Hebeflächen eines Cylinderrades mit Diamantin polirt hatte, sich

*) Siehe in Nr. 10 (S. 75); Nr. 13 (S. 99); Nr. 15 (S. 115); Nr. 26 (S. 206).