Ein Beitrag zur Berechnung und Konstruktion der Pendel.

Von C. H. Schneider in Furtwangen.

(Fortsetzung.)

Um einen gewissen Anhaltspunkt zu geben, wie man die Wahl der Blechdicke treffen muss, um brauchbare Höhen für die Linsen zu erhalten, wollen wir für das eben berechnete Beispiel noch folgende Werthe mittheilen:

setzt man die Messingblechstärke	so wird die Linsenhöhe
0,8 mm	36 mm
0,7 mm	50 mm
0,6 mm	64 mm

welche Werthe jedoch praktisch unbrauchbar sind, da sie viel zu hohe Linsen liefern, wonach erhellt, dass man nach Ungleichung 53, die Blechstärke d_1 möglichst nahe an der obersten Grenze wählen muss, um passende Werthe für die Linsenhöhe zu erhalten.

Es ist hiernach leicht einzusehen, wie man auf Grund einer getroffenen Wahl der Verhältniszahlen x und y unter Umständen Linsengewichte erhalten kann, die unpassende Werthe von Blechstärken oder Linsenhöhen liefern; in einem solchen Falle muss man dann die Wahl von y entsprechend ändern und die Rechnung von neuem beginnen.

Diese Weitläufigkeiten kann man nun dadurch umgehen, dass man der ganzen Uhr entsprechend die Dimensionen der Linse wählt, also ausser dem Radius noch die Höhe und die Blechstärken annimmt, und auf Grund dieser Werthe nach Gl. 51 das Linsengewicht G_2 ausrechnet, woraus man dann mit Hilfe eines näherungsweise bestimmten Stabgewichtes die Verhältniszahl y feststellen kann, welche in Verbindung mit der Verhältniszahl x zur Berechnung der Centrale zu verwenden ist.

Bei diesem Gange der Rechnung kann man die Linsenhöhe H als Bruchtheil vom Linsenradius nehmen, also setzen

54. $$H = \frac{R}{p}$$

wobei für p die Werthe innerhalb der Grenzen

$$p = 2 \text{ bis } 5$$

gewählt werden können und zwar nach der unteren Grenze für kleinere und nach der oberen Grenze für grössere Linsen. Bei den gewöhnlichen handelsfähigen Uhrensorten ist $p = 3$.

Setzt man den Werth aus Gl. 54 in Gl. 51 ein, so ergibt sich das Gewicht der Linse zu

55. $$G_2 = \frac{\pi}{2} R^2 \left(\frac{4p^2 + 1}{p^2}\right) d_1 s_1$$

Für Messingblech und die verschiedenen Werthe von p kann man die Gleichung spezialisiren wie folgt:

$$\begin{aligned} &\text{für } p = 2 \text{ wird } G_2 = 56{,}08\, d_1 R^2, \\ &\quad „\ \ p = 3 \quad „\quad G_2 = 54{,}25\, d_1 R^2, \\ &\quad „\ \ p = 4 \quad „\quad G_2 = 53{,}60\, d_1 R^2, \\ &\quad „\ \ p = 5 \quad „\quad G_2 = 53{,}30\, d_1 R^2. \end{aligned}$$

Diese Formeln gelten auch noch dann, wenn die eine Hälfte der Linse aus Messing und die andere Zink ist, nur muss die Blechdicke des letzteren Materials der Gl. 50 genügen.

Beispiel. Für eine Linse vom Radius $R = 2{,}7\,cm$ sei $p = 3$ und die Blechstärke des Messings 0,08 cm, das Gewicht der Linse beträgt dann

$$G_2 = 54_{,25} \cdot 0_{,08} \cdot 2_{,7}{}^2 = \text{rund } 32\,gr.$$

Bei all' diesen Berechnungen des Gewichtes der Linse aus den für sie gewählten Dimensionen, oder umgekehrt bei Berechnung der [Dimensionen aus dem Gewichte derselben, haben wir keine Rücksicht auf die Regulirungsmutter gelegt, welche die Linse trägt; es kann dies ohne Beeinträchtigung der Brauchbarkeit der gewonnenen Resultate geschehen, denn einestheils ist bei einer hohlen Linse diese Mutter überhaupt unbedeutend an Gewicht und anderntheils gleicht sie die Ausschnitte aus, welche zum Durchschieben des Stabes in die Linsenschalen gemacht werden müssen und die bei Berechnung der Linse ebenfalls ausser Betracht gelassen wurden.

2. Volle Linse. Dieselbe setzt sich aus zwei gleichen Kugelabschnitten zusammen. Aus der Geometrie ist das Volumen derselben bekannt, wonach sich, wenn s das spezifische Gewicht des Materiales ist, das Gewicht der Linse ergibt zu

56. $$G_2 = \frac{\pi}{24} H (12 R^2 + H^2) s$$

oder indem man wie früher

$$H = \frac{R}{p} \text{ und } p = 2 \text{ bis } 5$$

setzt und dann für Blei $[s = 11{,}4]$ die spezialisirten Formeln erhält:

$$\begin{aligned} p = 2;\ G_2 &= 9{,}14\, R^3, \\ p = 3;\ G_2 &= 6{,}02\, R^3, \\ p = 4;\ G_2 &= 4{,}50\, R^3, \\ p = 5;\ G_2 &= 3{,}59\, R^3. \end{aligned}$$

Beispiel. Bei einer Linse aus Blei vom Radius 2,7 cm sei $p = 3$; ihr Gewicht beträgt dann

$$G_2 = 6{,}02 \cdot 2{,}7^3 = 118_{,5} \text{ oder rund } 119\,gr.$$

Diese Rechnung genügt in allen solchen Fällen, wo die Dimensionen der Linse bekannt sind. Bei der Pendelberechnung wie wir dieselbe in diesem Aufsatze entwickelt haben, ist aber der Radius der Linse und das Gewicht derselben als gegeben anzusehen und es kommt dann darauf an die Höhe der Linse zu berechnen. Zur Lösung dieser Aufgabe ist es nöthig Gl. 56 auf H zu reduziren; man kommt dabei auf eine Gleichung 3 ten Grades für H, welche sich nach der Cardanischen Formel auflösen lässt und gibt:

57. $$H = \sqrt[3]{\frac{12 G_2}{\pi s} + \sqrt{\left(\frac{12 G_2}{\pi s}\right)^2 + (4 R^2)^3}} + \sqrt[3]{\frac{12 G_2}{\pi s} - \sqrt{\left(\frac{12 G_2}{\pi s}\right)^2 + (4 R^2)^3}}$$

wobei G_2 in Gramm und R in Centimeter einzusetzen ist, und man H in Centimetern erhält.

Beispiel. Der Radius einer Linse sei 10,5 cm, ihr Gewichtsbetrag 9264 gr., ihre Höhe erhält man dann nach Gl. 57, wie folgt:

$$(4 R^2)^3 = (4 \cdot 10{,}5^2)^3 = 85766666$$

$$\frac{12 G_2}{\pi s} = \frac{12 \cdot 9264}{\pi \cdot 11{,}4} = 3104$$

$$\left(\frac{12 G_2}{\pi s}\right)^2 = 9635200$$

$$\sqrt{\left(\frac{12 G_2}{\pi s}\right)^2 + (4 R^2)^3} = \sqrt{95401866} = 9767 \text{ und endlich}$$

$$H = \sqrt[3]{12871} - \sqrt[3]{6663} = 23{,}44 - 18{,}81 = 4{,}6\,cm$$

Es gilt hier dieselbe Bemerkung wie oben; es kann nämlich, wie aus der vorstehenden Rechnung leicht erklärlich, vorkommen, dass man für ein gegebenes Linsengewicht G_2 und einen Linsenradius R eine Höhe erhält, die unpassend ist; dann muss man für die Verhältniszahl y einen kleineren Werth wählen als ursprünglich angenommen wurde und mit dem neuen Werth von y bez. G_2 die Rechnung wiederholen, wodurch die Dimensionsberechnungen der Linse etwas umständlich werden; man kann aber das Verfahren dadurch abkürzen, dass man sich, ähnlich wie bei der hohlen Linse, der Gl. 56 bedient, indem man die Dimensionen der Linse wählt, danach ihr Gewicht ausrechnet und dann mit Hilfe des schätzungsweise bestimmten Stabgewichtes die Verhältniszahl y ermittelt, mit der man dann die Rechnung durchführen kann, ohne damit auf unpraktische Resultate zu stossen.

Bei der Gewichts- und Höhenberechnung der vollen Linse haben wir davon abgesehen, dass eigentlich die Linse nicht ganz voll, sondern in der Mitte ausgespart ist, um den Pendelstab durchzulassen. Diese Vernachlässigung wird aber ausgeglichen durch die beiden Linsenschalen, welche die eigentliche Linsenmasse umschliessen und auch durch die Regulirungsmutter, die bei vollen Linsen nicht ganz unbedeutend ist, und die hinsichtlich ihrer Wirkung als zur Linse gehörend anzusehen ist.

(Fortsetzung folgt.)