

Da im Paralleltrapez *abcd* (Fig. 31) die Linien *ab* und *cd* parallel sind, so ist

$$\sphericalangle m + \sphericalangle p = 2R \text{ und} \\ \sphericalangle n + \sphericalangle o = 2R.$$

Sind daher im Paralleltrapez zwei Winkel an einer der beiden Parallelen gegeben, so sind dadurch auch die beiden übrigen Winkel bestimmt.

Im Parallelogramm (Fig. 32) hat man, weil *ad* parallel *bc*

$$\sphericalangle m + \sphericalangle n = 2R, \sphericalangle p + \sphericalangle o = 2R,$$

und da *ab* parallel *cd*, so ist auch

$$\sphericalangle m + \sphericalangle p = 2R, \sphericalangle n + \sphericalangle o = 2R, \text{ also}$$

$$\sphericalangle m + \sphericalangle n = \sphericalangle n + \sphericalangle o \text{ und } \sphericalangle m + \sphericalangle n = \sphericalangle m + \sphericalangle p,$$

daher  $\sphericalangle n = \sphericalangle o$  und  $\sphericalangle m = \sphericalangle p$  subtrahiert,  
gibt  $\sphericalangle m = \sphericalangle o$  und  $\sphericalangle n = \sphericalangle p$ ,  
das heisst:

Im Parallelogramm sind die gegenüber liegenden Winkel einander gleich.

Im Parallelogramm sind daher durch einen gegebenen Winkel auch die übrigen Winkel bestimmt.

**Rechenaufgaben über die Winkel.**

**Aufgabe 1.** Wie gross ist der Aussenwinkel eines Dreiecks, wenn die beiden inneren gegenüber liegenden Winkel 65 Grad und 43 Grad betragen? Angenommen in Fig. 20 betrage  $\sphericalangle m$  65 Grad und  $\sphericalangle o$  43 Grad; wie gross ist nun der Aussenwinkel *cbd*? **Auflösung:** Der Aussenwinkel beträgt  $65^\circ + 43^\circ = 108^\circ$ .

**Aufgabe 2.** Wie gross ist der dritte Winkel eines Dreiecks, wenn die beiden anderen 56 Grad und 26 Grad betragen? **Auflösung:**  $180^\circ - (56^\circ + 26^\circ) = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$ .

**Aufgabe 3.** Ein Winkel eines Dreiecks beträgt  $48^\circ 30'$ ; wie gross ist a) die Summe der beiden anderen Winkel und b) die Summe der beiden gegenüber liegenden Aussenwinkel? **Auflösung:** a)  $180^\circ - 48^\circ 30' = 131^\circ 30'$ ; b)  $131^\circ 30' + 2 \times 48^\circ 30' = 131^\circ 30' + 97^\circ = 228^\circ 30'$ .

**Aufgabe 4.** Die drei Winkel eines Dreiecks seien *m*, *n* und *o*; wenn nun Winkel *m* doppelt so gross als Winkel *n* und Winkel *n* gleich Winkel *o* ist, wie gross ist dann jeder Winkel? **Auflösung:**  $\sphericalangle m + \sphericalangle n + \sphericalangle o = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$ .

$$\sphericalangle m = \frac{180^\circ}{4} \times 2 = 90^\circ.$$

$$\sphericalangle n = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ \text{ und } \sphericalangle o = 45^\circ.$$

**Aufgabe 5.** Wie gross ist jeder der drei Winkel eines Dreiecks, wenn sich diese verhalten wie 2:3:5? **Auflösung:**  $2 + 3 + 5 = 10$ ;  $\frac{180^\circ}{10} = 18^\circ$ .  $\sphericalangle m = 18^\circ \times 2 = 36^\circ$ .  $\sphericalangle n = 18^\circ \times 3 = 54^\circ$ .  $\sphericalangle o = 18^\circ \times 5 = 90^\circ$ .

**Aufgabe 6.** Der Winkel am Scheitel eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt  $48^\circ$ ; wie gross sind die beiden anderen Winkel? **Auflösung:**  $180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$ ;  $\frac{132^\circ}{2} = 66^\circ$  jeder der beiden Winkel.

**Aufgabe 7.** Der Winkel an der ungleichen Seite im gleichschenkligen Dreieck misst 46 Grad; wie gross ist der Scheitelwinkel? **Auflösung:**  $180^\circ - (2 \times 46^\circ) = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$  als Grösse des Scheitelwinkels.

**Aufgabe 8.** Wie gross sind die drei Winkel *m*, *n* und *o* eines gleichschenkligen Dreiecks (Fig. 33), wenn der Aussenwinkel *v*, welcher der ungleichen Seite gegenüber liegt, 102 Grad beträgt? **Auflösung:** Der Winkel *o* an der Spitze beträgt  $180^\circ - \sphericalangle v = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$ .  $\sphericalangle m = \sphericalangle n = \sphericalangle \frac{v}{2} = \frac{102^\circ}{2} = 51^\circ$  beträgt jeder der beiden Winkel an der Grundlinie.

**Aufgabe 9.** Wie gross sind die drei Winkel *m*, *n* und *o* eines gleichschenkligen Dreiecks (Fig. 34), wenn der Aussen-



Fig. 33.

winkel *v* an der ungleichen Seite  $124^\circ$  beträgt? **Auflösung:**  $\sphericalangle m = \sphericalangle n = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$  jeder der beiden Winkel an der ungleichen Seite (Grundlinie). Der Winkel *o* an der Spitze  $= 180^\circ - (2 \times 56^\circ) = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$ .

**Aufgabe 10.** Der Winkel *o* an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks (Fig. 34) beträgt  $48^\circ$ ; wie gross sind die zwei an der ungleichen Seite liegenden Aussenwinkel *v* und *w*? **Auflösung:** Zuerst sind die Winkel *m* und *n* zu bestimmen;  $\sphericalangle m + \sphericalangle n = 180^\circ - \sphericalangle o = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$  für beide Winkel und  $66^\circ$  für jeden. Die den Aussenwinkeln gegenüber liegenden inneren Winkel betragen  $48^\circ + 66^\circ = 114^\circ$ . Also betragen beide Aussenwinkel  $114 \times 2 = 228^\circ$ .

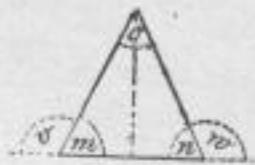


Fig. 34.

**Aufgabe 11.** Der eine spitze Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt  $48^\circ$ ; wie gross ist der andere spitze Winkel? **Auflösung:**  $180^\circ - (90^\circ + 48^\circ) = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$ .

**Aufgabe 12.** Wie gross ist jeder Winkel des gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks? **Auflösung:**  $\sphericalangle m = 90^\circ$ ;  $\sphericalangle n + \sphericalangle o = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$  jeder der beiden spitzen Winkel.

**Aufgabe 13.** Die beiden spitzen Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks zu bestimmen, wenn sie sich zueinander verhalten wie 3 zu 7? **Auflösung:** Die beiden spitzen Winkel *n* und *o* betragen  $90^\circ$ . Beim Verhältnis 3 zu 7 ist der rechte Winkel in  $3 + 7 = 10$  Teile zu teilen, 3 Teile kommen auf  $\sphericalangle n$  und 7 Teile auf  $\sphericalangle o$ . Das ergibt  $\sphericalangle n = \frac{90}{10} \times 3 = 9 \times 3 = 27^\circ$  und  $\sphericalangle o = \frac{90}{10} \times 7 = 9 \times 7 = 63^\circ$ .

(Fortsetzung folgt.)

**Das Barometer.**

[Nachdruck verboten.]

Im Jahre 1643 gelang es einem Schüler Galileis, mit Namen Torricelli, genaues über den atmosphärischen Druck festzustellen, und zwar mit Hilfe des von ihm konstruierten Barometers. Die Veranlassung dazu gab eine Saugpumpe, weil mit ihr das Wasser nicht höher als 10 m gehoben, resp. durch die Luft getrieben wird. Hierdurch aufmerksam geworden, machte er Versuche mit dem 13 mal schwereren Quecksilber, dessen Säule natürlich auch nur einen Bruchteil der Länge derjenigen des Wassers beträgt, und er fand, dass 76 cm die Höhe für das Quecksilber sei, gleichviel wie gross die Luftleere über dem Quecksilber ist. Der Druck der Luft vermag eben nicht, das Quecksilber im Rohre höher zu treiben. Auch hat der Querschnitt eines Rohres auf den Stand der Quecksilbersäule keinen Einfluss, da mit zunehmendem Durchmesser auch in gleichem Masse die Fläche sich vergrössert, auf welche die Luft den Druck ausübt.

Bringt man ein Barometer auf einen Berg, so verkürzt man die Luftsäule, die einen Teil der die Erde umgebenden Luftpölle ausmacht und welche das Quecksilber hoch drückt; dadurch ergibt sich, dass bei einer Höhe von 1500 m der Stand der Quecksilbersäule um ungefähr 8 cm niedriger ist.

Will man nun ein Barometer selbst herstellen oder handelt es sich darum, ein schon vorhandenes zu verbessern, so hat man in erster Linie darauf zu achten, dass nicht die geringste Spur Luft sich oberhalb des Quecksilberniveaus befindet, da diese durch Temperaturschwankungen in ihrem Volumen verändert wird, und infolgedessen ist das Ergebnis ein ungenauer Gang des Barometers.

Um diesem Uebelstand abzuwehren, muss man das Quecksilber aus der Röhre entfernen. Bei Röhren mit grösserem Durchmesser genügt kräftiges Schütteln in schräger Lage, nicht senkrecht, da durch die hochschnellende Quecksilbersäule das Glasrohr zersprengt würde.

Bei engeren Röhren muss man einige feine Drähte zusammendrehen und sie in das Rohr schieben. Zwischen ihnen wird dann genügend Raum bleiben, durch welchen die Luft in den luftleeren Raum eindringen kann.

Schwieriger ist schon das Füllen des Barometerrohres. Es geschieht am einfachsten, aber nicht am vollkommensten, in