

Beziehung geradliniger Figuren die Rede sein. Besonders sind es die Lehrsätze über die Aehnlichkeit der Dreiecke, die für die praktische Anwendung wertvoll sind und vielfach angewendet werden.

In Fig. 81 seien ad und eh irgend zwei unbegrenzte Gerade in einer Ebene. Schneidet man auf einer derselben, z. B. auf ad gleiche Teile ab , so dass $ab = bc = cd$ und zieht durch die Teilungspunkte Parallelen ae, bf, cg und dh , die eh schneiden, so werden auch ef, fg und gh einander gleich sein, denn legt man ei parallel fk parallel $gl \dots$ parallel ad , so hat man:

$ei = ab, fk = bc, gl = cd$, und da
 $ab = bc = cd$ und $ei = fk = gl$, ferner
 $\sphericalangle m = \sphericalangle n = \sphericalangle o$ und $\sphericalangle p = \sphericalangle q = \sphericalangle r$, also
 $\triangle eif \cong \triangle fkg \cong \triangle glh$; daher
 $ef = fg = gh$; hieraus folgt:

$$\frac{ab}{bd} = \frac{ef}{fh} \text{ oder } ab:bd = ef:fh; \text{ d. h.}$$

ab verhält sich zu bd , wie ef zu fh ; ferner

$$\frac{ac}{cd} = \frac{eg}{gh} \text{ oder } ac:cd = eg:gh; \text{ d. h.}$$

ac verhält sich zu cd , wie eg zu gh ; in Worten:

Werden zwei Gerade in einer Ebene durch mehrere Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte der einen Geraden, wie die der anderen.

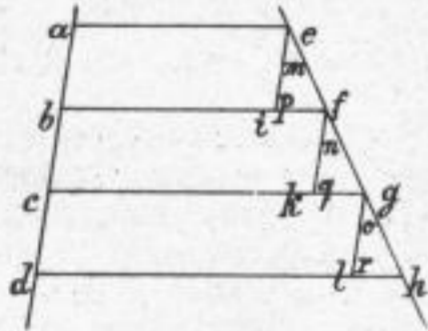


Fig. 81.

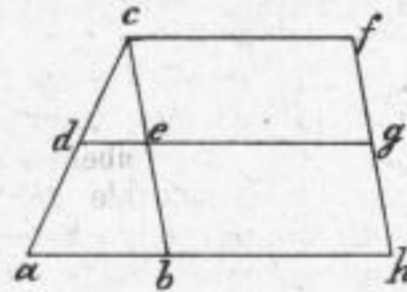


Fig. 82.

§ 23. Proportionale Linien im Dreieck.

Werden in Fig. 82 die beiden Geraden ca und fb durch die drei Parallelen cf, dg und ah geschnitten, so hat man:
 $cd:da = fg:gh$; d. h. cd verhält sich zu da , wie fh zu gh .

Zieht man nun cb parallel zu fh , so ist
 $fg = ce$ und $gh = eb$; also auch
 1. $cd:da = ce:eb$; d. h.:

Wird im Dreieck eine Gerade parallel zu einer Seite gezogen, so teilt diese die beiden anderen Seiten in proportionale Stücke.

Werden, umgekehrt, zwei Seiten eines Dreiecks durch eine Gerade de (Fig. 82) in proportionale Teile geteilt, so ist diese Gerade parallel zur dritten Seite ab .

Aus der Proportion 1. erhält man in Bezug auf Fig. 83:
 $(cd + da):cd = (ce + eb):ce$; d. i. $ca:cd = cb:ce$
 $(cd + da):da = (ce + eb):eb$; d. i. $ca:da = cb:eb$; also
 2. $\begin{cases} cd:ca = ce:cb \\ da:ca = eb:cb; \text{ d. h.:} \end{cases}$

Wird in einem Dreieck zu einer Seite eine Parallele gezogen, so sind die Abschnitte der beiden anderen Seiten den ganzen Dreiecksseiten proportional.

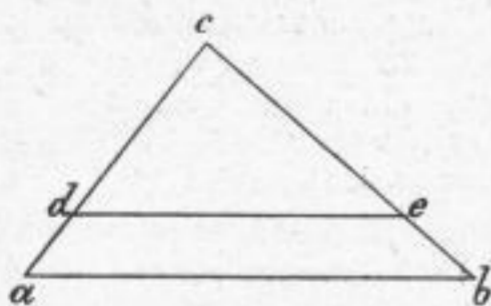


Fig. 83.

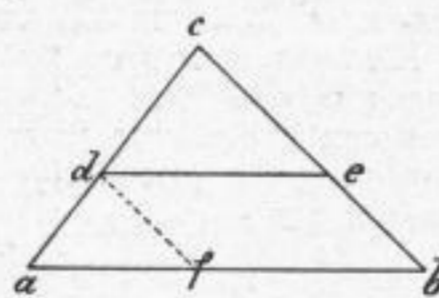


Fig. 84.

Die Proportionen 1. und 2. lassen sich unter Beziehung auf die Fig. 84 auch wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} cd:ce &= da:eb \\ cd:ce &= ca:cb \\ da:eb &= ca:cb, \text{ also auch durch} \\ cd:ce &= da:eb = ca:cb. \end{aligned}$$

Zieht man nun df parallel zu bc , so findet statt

$$ab:fb = ac:dc; \text{ nun ist}$$

$$fb = de, \text{ daher}$$

$$ab:de = ac:dc = bc:ec; \text{ d. h.:}$$

Wenn man in einem Dreieck zu einer Seite eine Parallele zieht, so verhalten sich die beiden Parallelen wie die anliegenden Dreiecksseiten.

Angenommen, es ist in Fig. 85 de parallel fg parallel ab , so hat man:

$$cd:ce = cf:eg,$$

$$df:eg = cf:eg, \text{ und}$$

$$fa:gb = cf:eg; \text{ folglich}$$

$$cd:ce = df:eg = fa:gb; \text{ oder}$$

$$cd:df:fa = ce:eg:gb; \text{ in Worten:}$$

Zieht man in einem Dreieck zu einer Seite mehrere Parallelen, so sind die Abschnitte der beiden anderen Seiten proportional.

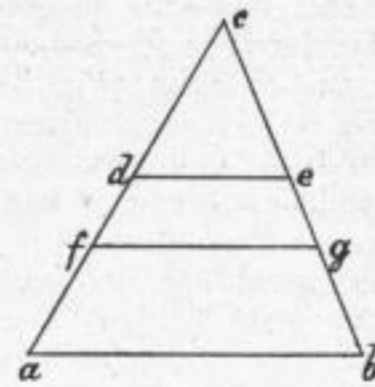


Fig. 85.

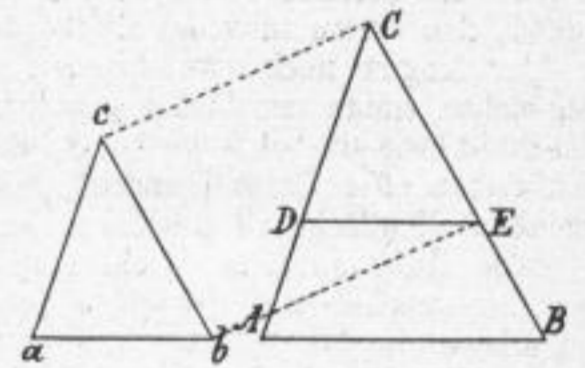


Fig. 86.

§ 24. Aehnliche Dreiecke.

Dreiecke heissen ähnlich, wenn die Winkel derselben beziehungsweise gleich sind. Die den gleichen Winkeln gegenüber liegenden Seiten heissen ähnlichliegend (oder homolog).

Es sind daher zwei Dreiecke, deren Seiten parallel liegen, einander ähnlich. Wenn man ferner in einem Dreieck zu einer Seite eine Parallele zieht, so wird ein Dreieck abgeschnitten, das dem ganzen Dreieck ähnlich ist.

Es sei nun in Fig. 86 $\triangle abc$ ähnlich (\sim) $\triangle ABC$ und es werde das Dreieck abc so auf das Dreieck ABC gelegt, dass c auf C , ca auf CA , folglich wegen der Gleichheit der Winkel c und C , cb auf CB falle, so dass das Dreieck abc die Lage DCE annehme, so ist

$$\sphericalangle CDE = \sphericalangle a; \text{ aber auch}$$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle a; \text{ also}$$

$$\sphericalangle CDE = \sphericalangle A$$

Daher ist DE parallel AB , folglich

$$1. \begin{cases} DE:AB = CD:AC \\ DE:AB = CE:BC, \end{cases}$$

oder da $DE = ab, CD = ac, CE = cb$; d. h.:

In ähnlichen Dreiecken sind die, gleichen Winkeln gegenüber liegenden Seiten proportional.

(Fortsetzung folgt.)

Plaudereien am Werkisch.

Auf Anregung der verehrlichen Redaktion beabsichtige ich, unter obigem Titel von den Erfahrungen zu erzählen, die eine lange Praxis wohl oder übel mit sich bringt. Ich denke da nacheinander zu behandeln: Die Hilfswerkzeuge, Verbesserung an Werkzeugen, rationelles Arbeiten bei der Reparatur, Herstellung genügender, sowie feiner Oberflächen an Werkteilen usw., eventuell auch Neuarbeiten.

Werkzeuge und Einrichtungen helfen arbeiten, das ist eine allseitig anerkannte Wahrheit, der nur leider die bedauerliche Tatsache gegenübersteht, dass es daran in sehr vielen Fällen und zum grossen Teil fehlt, in anderen wieder mit dem Suchen danach oder auch nur nach einem einigermaßen passenden Hilfswerkzeuge stündlich und täglich eine Unmasse Zeit vergeudet wird. Dass ich nichts Unwahres behaupte, werden wir gleich sehen, wenn ich, mit dem Kleinen beginnend, das Heer der Punzen einmal vornehme.