Aufg. 4. Fig 4. Die Linie a b soll in 2 gleiche Theile getheilt werden.

Aufl.: Man nehme ein beliebiges Stück, jedoch größer als $\frac{a\,b}{2}$ in den Zirkel, schlage mit diesem aus a und b Kreise; dieselben schneiden sich in c und d; man ziehe c d, dann ist der Schnittpunkt e die Mitte von a b.

Aufg. 5. Fig. 5. Es soll im Punkte c der Linie a b ein Loth oder eine Normale zu a b gezogen werden.

Aufl.: Man schlage mit einer beliebigen, möglichst großen Zirkelöffnung aus c gleiche Stücke ca und cb ab, schlage um a und b gleiche Kreise, der Schnittpunkt sei d, ziehe cd, so ist diese eine Normale zu ab.

Aufg. 6. Fig. 6. Es soll im Punkte c eine Normale auf ab gezogen werden.

Aufl.: Man schlage mit einer beliebigen, möglichst großen Zirkelöffnung aus c einen Kreis; derselbe schneide a b in d und e; man beschreibe aus d und e gleiche Kreise, diese schneiden sich in f, ziehe c f, so ist c g die gesuchte Normale.

Aufg. 7. Fig. 7. Den Mittelpunkt eines Kreises K zu finden.

Aufl.: Man ziehe an K 2 beliebige Sehnen a b und c d, errichte auf den Mitten derselben die Normalen e f und g h, so schneiden sich diese in dem gesuchten Mittelpunkte i.

Aufg. 8. Fig 8 und Fig. 8a. Auf einer geraden Linie a b den Umfang des Kreises K aufzutragen.

Aufl.: Man trage zunächst den Durchmesser c d dreimal auf a b ab und füge hinzu $^1/_5$ der Sehne e f des Viertelkreises, so ist 1 2 die Länge des Kreisumfanges.

Aufg. 9. Fig. 9. An einem Punkt c des Kreises K eine Tangente zu ziehen.

Aufl.: Man verbinde den Punkt c mit dem Mittelpunkte d, ziehe dann durch c die Normale a b zu c d, so ist a b die gewünschte Tangente.

Aufg. 10. Fig. 10. Durch einen außerhalb des Kreises K gelegenen Punkt c eine Tangente an K zu ziehen.

Aufl.: Man verbinde c mit der Mitte d, beschreibe über c d einen Halbkreis, so schneidet dieser den Kreis K in a, ziehe nun a c, so ist diese die gesuchte Tangente.

Aufg. 11. Fig. 11. In einem Punkte a einer Curve D eine Normale zu ziehen.

Aufl.: Man schneide mit einer möglichst kleinen Zirkelöffnung von a aus gleiche Stücke a b und a c ab, schlage aus b und c gleiche Kreise, verbinde den Schnittpunkt d mit a, so ist a d die gesuchte Normale.

Anmerk. Die Normale zu einem Curvenstück geht durch den Krümmungsmittelpunkt desselben. Kennt man nun diesen im Voraus, so verfahre man nicht wie vorhin, sondern ziehe sofort durch den Krümmungsmittelpunkt und den Punkt a eine gerade Linie resp. Normale.

Aufg. 12. Fig. 12 und Fig. 12a. Es soll von dem Punkte 1 des Bogens a aus, das Bogenstück 3 4 des Bogens b abgetragen werden.

Aufl.: Man theile das gegebene Bogenstück 3 4 in kleine Theile, trage diese Theile von 1 aus auf a ab, so ist Bogen 1 2 gleich Bogen 3 4.

Die cyclischen Curven.

Wenn ein Kreis auf einer Linie ohne zu gleiten rollt, so beschreibt ein Punkt am Umfange des Kreises eine Curve, und zwar:
eine Radlinie oder Cycloide, wenn der Kreis auf einer geraden Linie rollt.
eine Aufradlinie od. Epicycloide, wenn der Kreis auf einem Kreise rollt,
eine Inradlin. od. Hypocycloide, wenn der Kreis in einem Kreise rollt.

Der rollende Kreis heißt Wälzungskreis oder Erzeugungskreis, der ruhende Kreis heißt Grundkreis.

Bei der Cycloide ist der Grundkreis eine gerade Linie; in eine solche geht ein Kreis dann über, wenn man den Radius desselben unendlich groß annimmt.

Für die Zahnconstruction sind obige Curven von goßer Wichtigkeit. Ehe wir jedoch Anwendung davon machen können, müssen wir dieselben erst zeichnen lernen.

Verzeichnung der Cycloide Fig. 13.

Der die Curve beschreibende Punkt befinde sich in A; die Rollung des Erzeugungskreises E geschehe nach rechts; man ziehe zum Grundkreise G die Parallele m n durch die Mitte von E, trage nun von a und m aus gleiche, möglichst kleine Theile A 1—12—23 u. s. w. und m 1—12—23 u. s. w. ab, schlage dann mit dem Radius r aus den Punkten 1 2 3.... der Linie m n die Kreisbögen 1a—2b—3c u. s. w. und mache nun 1a = 1A, 2b = 2A u. s. w.; dann sind die so erhaltenen Punkte a b c d.... Punkte der gesuchten Cycloide.

Verzeichnung der Epicycloide. Fig. 14.

Man trage von A aus auf dem Kreise G wieder kleine gleiche Theile ab, schlage nun aus der Mitte O des Kreises G den Kreis m n, ziehe von O aus durch A 1 2 3... Strahlen bis zur Durchschneidung des Kreises m n, so geben uns die Durchschnittspunkte die jeweiligen Mitten des rollenden Kreises E. Man verfahre nun gerade so, wie vorhin bei der Cycloide und schlage die Kreise 1a 2b 3c u. s. w. mache 1a = 1A 2b = 2A u. s. w., dann sind die so erhaltenen Punkte a b c d.... Punkte der gesuchten Epicycloide.

Verzeichnung der Hypocycloide. Fig. 15.

Nachdem man wieder von dem Anfangspunkte A der Curve die Theile A 1—12—23.... aufgetragen, und aus O den Kreis m n durch die Mitte von E beschrieben, ziehe man durch die Theilpunkte A 1 2 3.... Strahlen, so schneiden diese den Kreis m n in den Punkten m 1 2 3 u. s. w., welche Punkte dann wieder die Mitte des rollenden Kreises E angeben, man verfahre dann wieder genau wie vorhin, und man erhält Punkte der gesuchten Hypocycloide.

Würde man den Erzeugungskeis noch weiter rollen, so würde der Punkt A zuletzt den Grundkreis wieder berühren, jedoch brauchen wir bei der Zahnconstruction meistens nur ein sehr kurzes Stück der Curve, wie wir später sehen werden.

Abgekürztes Verfahren. Fig. 16, 17, 18.

Man trage von A aus auf G und E gleiche Theile ab, und ziehe die Sehnen Ab, Ac, Ad u. s. w. und schlage aus den Theilpunkten 1 2 3.... des Grundkreises G mit den zugehörigen Sehnen, also aus 1 mit Sehne Ab, aus 2 mit Sehne Ac, u. s. w., Kreisbögen, so berühren diese sämmtlich die gesuchte Curve und können bei einer nicht zu großen Theilung gut zur Verzeichnung derselben dienen. Beistehende Figuren werden zur guten Verständigung genügend beitragen.

Die Fadenlinie oder Kreisevolvente. Fig. 19.

Denkt man sich an einem Kreise G einen Faden Ai befestigt und letzteren unter steter Anspannung um den Kreis gedreht, so beschreibt der Punkt i des Fadens eine Evolvente.

Verzeichnung der Evolvente.

Man mache Ai gleich Bogen A8 und theile beide in gleiche Theile. Ziehe nun in den Punkten 1 2 3 4.... die Tangenten 1 k, 2 l, 3 m u. s. w., beschreibe aus A mit Ai den Bogen ik, mit Ah aus 1 den Bogen kl und zuletzt mit Ab aus 7 den Bogen q8, so ist die Curve i8 die gesuchte Evolvente.

Man kann selbstverständlich die Evolvente auch umgekehrt construiren, d. h. vom Punkte 8 anfangend. Man braucht dann nur auf der punktirten Linie EF von 8 aus gleiche Theile abzutragen und ebenso auf dem Kreise, dann an dessen Theilpunkten Tangenten zu ziehen, und statt mit abnehmender mit zunehmender Länge die betreffenden Curvenstücke zu beschreiben.

Die Theilkreise der Zahnräder. Fig. 20.

Man denke sich 2 runde Scheiben A und B so gegeneinander gepreßt, daß, wenn eine derselben gedreht wird, sich auch die andere vermöge der Friktion drehen muß. Wenn nun die Drehung ohne Gleiten stattfindet, muß die Umfangsgeschwindigkeit beider Scheiben genau dieselbe sein, so daß, wenn D1—12— u. s. w. und Da—ab u. s. w. gleiche Bögen sind, 1 mit a, 2 mit b. 3 mit c, u. s. w. zusammenfallen muß. Denken wir uns nun die beiden Scheiben mit Vertiefungen und Erhöhungen (Zähnen) versehen, so daß letztere in erstere eingreifen, so müssen diese so beschaffen sein, daß, wenn sie sich bei Drehung gegenseitig mitnehmen, dies genau unter derselben