

Wollte man nämlich dieselbe Multiplikation auf 4 Dezimalen ausführen, so hätte man:

$$\begin{array}{r} 3,42863 \\ a \ 10893, \end{array}$$

zur vollständigen Ausführung derselben würde man im Multiplikator an der Stelle *a* noch eine Dezimale brauchen. Um sie auf 5 Dezimalen auszuführen, müsste man schreiben:

$$\begin{array}{r} 3,42863b \\ c \ a \ 10893, \end{array}$$

es würde an der Stelle *b* im Multiplikand eine, an den Stellen *a* und *c* im Multiplikator zwei Stellen fehlen. Folgt also die Regel für die Praxis:

„Handelt es sich darum, zu bestimmen, mit wie vielen Dezimalziffern zwei Faktoren anzunehmen sind, damit das Produkt eine gegebene Anzahl zuverlässiger Dezimalstellen erhalte, so schreibt man die Faktoren, wie bei der abgekürzten Multiplikation, so unter einander, dass die Einerziffer des umgekehrt geschriebenen Multiplikators unter jene Stelle des Multiplikands zu stehen komme, die man im Produkte noch zuverlässig haben will. Dann muss man von den Faktoren so viele Dezimalstellen nehmen, dass der Multiplikand mit seinen geltenden Ziffern rechts um eine Stelle über den Multiplikator, und der Multiplikator links um eine Ziffer über die geltenden Ziffern des Multiplikands hinausreichen. Haben die Faktoren zu wenig oder zu viel Ziffern, um dieser Bedingung zu entsprechen, so muss man weitere Stellen entwickeln oder weglassen. Können keine weiteren Dezimalstellen der Faktoren entwickelt werden, so lässt sich auch das Produkt nicht so genau, wie verlangt wird, berechnen.“

Es sei z. B. das Produkt $d\pi$ zu bestimmen, wobei *d* der Halbmesser eines Kreises, π die Ludolf'sche Zahl bedeuten. Der Halbmesser sei $\frac{1}{3}$ Meter. Wie viele Dezimalstellen wird man nehmen müssen, um dieses Produkt auf Millimeter genau zu erhalten?

Ein Millimeter ist 0,001 Meter, man will also eine Genauigkeit von drei Dezimalstellen erhalten. In der Praxis aber führt man diese Multiplikationen wegen der eventuell sich ergebenden Korrektur immer mit einer Dezimalstelle mehr aus. Man wird also die Multiplikation auf vier Stellen ausführen.

Es ist $d = \frac{1}{3} \text{ m} = 0,3333 \dots$ $\pi = 3,1415926535 \dots$
Geschrieben nach der Regel hat man:

$$\begin{array}{r} 3,1415 \ 9265 \dots \\ 33 \ 330. \end{array}$$

Man wird also beide Faktoren mit vier Dezimalen annehmen. Es seien die Produkte

$$\begin{array}{r} 43,34569 \dots \times 8,26596 \dots \\ 128,569462 \dots \times 47,666 \dots \\ 9,114233 \times 0,90925 \end{array}$$

auf zwei Dezimalen auszuführen, so wird man haben

$$\begin{array}{r} 43,345 \\ 956 \ 28. \end{array}$$

Da aber nach der 5 des Multiplikands eine 6, nach der 9 des Multiplikators eine 6 kommt, wird man mit folgenden Zahlen rechnen:

$$\begin{array}{r} 43,346 \\ 066 \ 28 \\ 128,5695 \\ 7666 \ 674 \end{array}$$

und für das dritte Beispiel: $0,004 + 9.$

Die Multiplikation $24,693 \dots \times 562$ auf drei Dezimalen wäre nicht möglich, denn $24,693 \dots$

es fehlen im Multiplikand zwei Stellen, im Multiplikator vier.

Die Anwendung dieser Regeln fällt besonders bequem aus, wenn man sich der abgekürzten Multiplikation bei der Interpolation der Logarithmen bedienen will. Man habe z. B. zu suchen $\log \text{tg } 0^\circ 14' 43''.$

Das gewöhnliche Interpolationsverfahren ist folgendes:

$$\begin{array}{r} \log \text{tg } 0^\circ 14' = 7,60986 \text{ Diff. Tafeln } 2996 \\ 2996 \times 43 \\ \hline 8988 \\ 11984 \\ 128828 : 60 = \dots \quad 2147 \\ 88 \ \lg \text{tg } 0^\circ 14' 43'' \quad 7,63143. \\ 282 \\ 428 \end{array}$$

Kürzer interpolirt man mit der abgekürzten Multiplikation, wenn man $2996 \times \frac{43}{60}$ ausführt und $\frac{43}{60}$ in einen Dezimalbruch

verwandelt, was dadurch geschieht, dass man 43 einfach fortgesetzt durch 6 dividirt und den Quotient als Dezimalbruch ansieht. Dann muss man aber die nöthige Anzahl von Stellen entwickeln, um die gewünschte Genauigkeit zu erhalten. Diese Genauigkeit soll so viel Dezimalen ergeben, als die Zahlendifferenz Stellen hat, also im obigen Falle 4, aber wegen der Korrektur nimmt man 5. Die Zahlendifferenz wird dabei als vollständiger Dezimalbruch angesehen. Man hätte also folgende Rechnung:

$$\begin{array}{r} \log \text{tg } 0^\circ 14' = 7,60986 \\ 2996 \\ 766170 \\ 20972 \\ 300 \\ 180 \\ 18 \\ 2 \\ \hline 21472 \qquad \qquad \qquad 2147 \end{array}$$

$$\lg \text{tg } 0^\circ 14' = 7,63143.$$

Ein letztes Beispiel soll zeigen, wie überflüssig es ist, wenn man von einem unvollständigen Dezimalbruch recht viele Stellen entwickelt, um das Produkt ja genau zu erhalten. Es sei z. B. der Umfang eines Rades zu berechnen, dessen Halbmesser 8,84 mm beträgt und man will die Genauigkeit von zehntel Millimeter haben. Man erhält den Umfang aus dem Produkte $8,84 \times \pi$. Wir werden wegen der Korrektur zwei Dezimalstellen im Produkte entwickeln und von den vielen berechneten Stellen von π nur so viele nehmen, als gerade nothwendig ist. Wir haben dann:

$$\begin{array}{r} 3,142 \\ 488 \\ \hline 2514 \\ 251 \\ 12 \\ \hline 27,77. \end{array}$$

Umfang 27,8.

Jede weitere Entwicklung von Ziffern würde dasselbe Resultat geben und die grössere Mühe wäre verloren. Wollte man z. B. fünf Dezimalstellen entwickeln, so hätte man

$$\begin{array}{r} 3,141592 \\ \dots 488 \\ \hline 2513274 \\ 251327 \\ 12566 \\ \hline 27,77167. \end{array}$$

Auf eine Dezimale Umfang = 27,8.

Dafür kann man nicht ungestraft bei einem gewünschten Genauigkeitsgrad weniger Stellen entwickeln, als die Regel ergibt. Hätte man z. B. den Radius mit $\frac{2}{3} \text{ m}$ gegeben und wollte man den Umfang auf Millimeter genau berechnen, so führt man die Multiplikation auf vier Dezimalstellen wie folgt aus:

$$\begin{array}{r} 3,14159 \\ 766660 \\ \hline 18849 \\ 1885 \\ 188 \\ 19 \\ 2 \\ \hline 2,0943. \end{array}$$

Auf drei Dezimalen Umfang = 2,094 m.

