Theoretische und praktische Studien über die Eingriffe in der Uhrmacherei.

Von Claudius Saunier; Revue chronométrique.

(Fortsetzung.)

Die geometrische Analyse zeigt uns die Gleichung der Epicykloide in rechtwinkligen Coordinaten:

Es sei gegeben $\sphericalangle a o m_1 = w$, $\sphericalangle a_1 i_1 m_1 = n \cdot w$, $a_1 p = y$, $o p = x$, $o a_1 = r$ und $i a = 1$. (Figur siehe in vor. No.)

Man hat nun $x = (n+1) \cos w - \cos (n+1) w$;

$$y = (n+1) \sin w - \sin (n+1) w$$

und $r^2 = (n+1)^2 + 1 - 2 (n+1) \cos n \cdot w$.

Der Winkel w, um welchen der Kreis i auf dem wirksamen Umfange des Rades rollen muss, damit der Punkt a den Halbmesser $o b a_1$ erreicht, ist unbekannt; aber man kennt den Winkel $a o b = v$, welches der vierte Theil der Theilung ist. Man muss also w aus diesen Gleichungen entfernen, um eine Gleichung zwischen r und v zu finden, d. h. die Polargleichung der Kurve. Diese Elimination führt zu einer so komplizirten Gleichung, dass ich darauf verzichtet habe, die fehlende Berechnungsweise näher auszuführen.

Der Winkel $p o a_1$ giebt: $y = r \sin v$, $\frac{y}{r} = \sin \alpha$, und

$$\frac{(n+1) \sin w - \sin (n+1) w}{\sqrt{(n+1)^2 + 1 - 2 (n+1) \cos n \cdot w}} = \sin v.$$

Es ist gegeben $\sin v$, ebenso n, so dass man nur w durch die Annäherungsmethode zu suchen braucht. Gleichzeitig liefert der Werth von w, welcher der Gleichung entspricht, denjenigen des Nenners oder den von $r = o a_1$, welcher demselben entspricht.

Um die Erklärung deutlicher zu machen, werde ich sie auf ein Beispiel anwenden.

Nehmen wir ein Trieb von 6 und ein Rad von 48 Zähnen an. Der wirksame Durchmesser des Rades ist also 8 mal der des Triebes, oder 16 mal der des Erzeugungskreises, folglich ist $n = 16$.

Da das Rad 48 Zähne hat, so nimmt jede Theilung auf seinem Umfange einen Winkel von $\frac{360^0}{48} = 7^0 30'$ und die halbe Stärke des Zahnes einen Winkel $a o b = \frac{7^0 30'}{4} = 1^0 52' 30''$.

$$\frac{17 \sin w \quad \sin 17 w}{\sqrt{290 - 34 \cos 16 w}} = \sin 1^0 52' 30'' = 0{,}03272.$$

Die Berechnungen ergeben $w = 5^0 14' 36''$. Es muss also der Erzeugungskreis um den $\sphericalangle a o m_1 = 5^0 14' 36''$ auf dem wirksamen Kreise des Rades rollen, damit der Punkt a_1 der Epicykloide den Halbmesser $o b a_1$ erreicht, auf welchem die Spitze des Zahnes liegen muss.

Gleichzeitig giebt die Berechnung:

$$r = o a_1 = \sqrt{290 - 34 \cos 16 w} = 16{,}922;$$

d. h., dass der volle Halbmesser des Rades bis zur Spitze der Wälzung, verglichen mit dem Halbmesser des Erzeugungskreises als Einheit angenommen, gleich 16,922 ist, oder mit dem Halbmesser des Triebes verglichen, gleich 8,461.

Man erhält also: den wirksamen Halbmesser des Triebes = 1, den vollen Halbmesser des Rades = 8,461, den wirksamen Halbmesser des Rades = 8, die Höhe der Wälzung = 0,461.

Wenn man den vollen Durchmesser des Rades mit seinem wirksamen Durchmesser, als Einheit angenommen, vergleicht, so erhält man $\frac{8{,}461}{8} = 1{,}058$.

Indem man die Figur und das Spiel des Eingriffes untersucht, so sieht man weiter, dass der Zahn des Rades wirklich den Triebstab führen kann, bis dass die Spitze des Zahnes auf dem Erzeugungskreise in a_2 angekommen ist. Es geht daraus hervor, dass der $\sphericalangle a c a_2$ der Führungswinkel des Rades von der Mittelpunktslinie abwärts ist, oder dass $a c a_2 = \frac{1}{2} a i a_2 = \frac{n \cdot w}{2}$.

In unserm Beispiele ist $w = 5^0 14' 36''$; $n = 16$, folglich $a c a_2 = 8 \times 5^0 14' 36'' = 41^0 56' 48''$.

Man sieht also, dass das Trieb von 6 Zähnen von einem Rade von 48 Zähnen ungefähr um 42^0 nach der Mittelpunktslinie geführt werden kann; nun aber ist die Theilung des Triebes = 60 Grad; d. h. die Führung des Rades müsste, damit keine eingehende Reibung entstehe, 60 Grad betragen. Da sie aber nur 42 Grad beträgt, so fehlen 18 Grad, welche also vor der Mittelpunktslinie genommen werden müssen. Da der Triebzahn $^1/_3$ der Theilung, gleich 20 Grad ist, so wird daraus hervorgehen, dass der Zahn, welcher 18 Grad vor der Mittelpunktslinie eingreift, die Führung bei $^{18}/_{20}$ oder 0,9 des Triebstabes beginnen würde.

Berechnung der Abrundungen des Triebes. Da das Trieb 6 Zähne hat, so ist seine Theilung gleich $^1/_6$ des Umfanges und da es ferner $^1/_3$ Zahnstärke und $^2/_3$ Lücke hat, so nimmt der Triebzahn den 18. Theil des Umfanges ein.

Die Abrundung des Triebes ist ein Halbkreis, welcher von der Mitte des vom Triebzahn umspannten Bogens mit einem Halbmesser gleich der Sehne des halben Triebzahnes oder der Sehne von $^1/_{36}$ beschrieben wird. Sie ist sehr wenig verschieden von dem Bogen, welchen man also dafür einsetzen könnte.

Da der Halbmesser des Triebes = 1 ist, so ist die Höhe der Abrundung $\frac{2\pi}{36} = 0{,}174$ und der volle Halbmesser des Triebes = 1,174. Das Verhältniss zwischen dem vollen Halbmesser des Rades und dem des Triebes ist $= \frac{8{,}461}{1{,}174} = 7{,}20$.

Nach dieser Methode habe ich dieselben Berechnungen für jede Art von Trieben, welche mit einem Rade eingreifen, nach den hauptsächlichen in der Uhrmacherei angewendeten Verhältnissen wiederholt, nämlich wie $1:7^1/_2$, 1:8, 1:10; z. B. das Trieb 10, das Rad 75 Zähne; das Trieb 10, das Rad 80 Zähne; das Trieb 10, das Rad 100 Zähne.

Die Ergebnisse sind in der Tabelle I enthalten, zu welcher wir noch einige Erklärungen geben müssen. — Für Räder ist die Zahnstärke der Breite der Lücke gleich vorausgesetzt. Bei den Trieben von 6, 7, 8 und 10 Zähnen habe ich $^1/_3$ Zahn und $^2/_3$ Lücke angenommen; d. h., dass die Stärke des Zahnes $^1/_3$ der Theilung oder des Zwischenraumes zweier Zähne einnimmt. Beim Zwölfertrieb giebt es $^2/_5$ Zahnstärke und $^3/_5$ Lücke. — Der wirksame Durchmesser des Triebes ist als Einheit angenommen.

Die beiden ersten Spalten geben die Anzahl der Zähne von Rad und Trieb. Die dritte Spalte giebt den vollen Halbmesser des Rades bis zur Spitze des Zahnes an. Die vierte Spalte enthält die Höhe der Wälzung. Die fünfte Spalte giebt den vollen Durchmesser des Rades, verglichen mit dem seines wirksamen Kreises, als Einheit angenommen, an. Die sechste Spalte enthält den vollen Durchmesser des Triebes im Verhältniss zu dem seines wirksamen Kreises. Die siebente Spalte drückt die Beziehung zwischen den vollen Durchmessern von Rad und Trieb aus. Die achte Spalte deutet den Führungsbogen des Rades an, von der Mittelpunktslinie an gerechnet und die neunte die nöthige und hinreichende Führung, welche das Rad haben müsste, damit der Eingriff nur mit ausgehender Reibung stattfindet.

Die Untersuchung dieser beiden letzteren Spalten zeigt uns, dass das Zwölfertrieb das einzige ist, welches hinreichend weit geführt werden kann. Seine Führung beträgt ungefähr $32^1/_2$ Grad und da sie nur 30 Grad erfordert, so ist $2^1/_2$ Grad Ueberschuss. Beim Zehnertrieb fehlt ungefähr 1 Grad, um die Führung nach der Mittelpunktslinie vollständig zu machen. Für die anderen Triebe betragen die Differenzen, welche in der zehnten Spalte angegeben sind, 7 Grad, 12 Grad und 18 Grad. Diese Differenzen zeigen gleichzeitig, wieviel die Führung bei Sechser-, Siebener-, Achter- und Zehnertrieben vor der Mittelpunktslinie beginnen muss. Was das Zwölfertrieb anlangt, bei welchem die Führung nach der Mittelpunktslinie mehr als hinreichend ist, haben wir die Spalte leer gelassen.

Die Spalte 7 giebt die Verhältnisse zwischen den vollen Durchmessern der mit ihren Wälzungen versehenen Räder und Triebe. Wenn man diese Ergebnisse mit jenen vergleicht, welche man mittels des Triebmaasses erhält, so findet man, dass dieses zu etwas schwachen Verhältnissen führt; d. h., dass man damit zu kleine Räder oder zu grosse Triebe erhalten wird, so dass

SLUB Wir führen Wissen. http://digital.slub-dresden.de/id318544717-18920100/421