

dessen Nenner der Summe der Nenner jener zwei Brüche gleich ist, welche den Zähler der Näherungsbrüche darstellen; der Zähler wird gleich sein der Summe oder der Differenz der Zähler der den Fehler ausdrückenden Brüche, je nachdem die Fehler gleiches oder ungleiches Vorzeichen haben.

Ergibt sich unmittelbar, wenn man die fraglichen Differenzen bildet und auf gleichen Nenner bringt.

VI.

Die praktische Verwerthungsweise der vorangegangenen Lehrsätze wird aus folgenden Beispielen hervorgehen, die wir der Druckschrift desselben Brocot entnehmen.

Man wolle das Verhältniss  $\frac{23}{17}$  durch kleinere Zahlen ausdrücken. Das Verhältniss  $\frac{23}{17}$  liegt in den Grenzen  $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}$ , d. h. es ist  $\frac{2}{1} > \frac{23}{17} > \frac{1}{1}$ .

Die Unterschiede zwischen dem gegebenen und den Näherungsbrüchen sind:

$$\frac{2}{1} - \frac{23}{17} = \frac{34 - 23}{17} = + \frac{11}{17}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{23}{17} = \frac{17 - 23}{17} = - \frac{6}{17}$$

oder übersichtlich neben einander gestellt:

Näherungsverhältniss	Fehler
$\frac{1}{1}$ . . . . .	$-\frac{6}{17}$
$\frac{2}{1}$ . . . . .	$+\frac{11}{17}$

Zwischen diese Näherungen lassen sich andere einschalten, indem man Brüche von der Form  $\frac{a+c}{b+d}$  bildet. Man bekommt aus  $\frac{1}{1}$  und  $\frac{2}{1}$  den Bruch  $\frac{3}{2}$  und dessen Fehler nach dem 10. Lehrsatz

$$\frac{11 - 6}{17 + 17} = \frac{5}{17 \cdot 2}$$

Also wieder übersichtlich geordnet:

Näherungsverhältniss	Fehler
1:1 . . . . .	$-\frac{6}{17}$
....	....
3:2 . . . . .	$+\frac{5}{17 \cdot 2}$
2:1 . . . . .	$+\frac{11}{17}$

Aus  $\frac{1}{1}$  und  $\frac{3}{2}$  ergibt sich wieder  $\frac{4}{3}$  mit dem Fehler:  $\frac{-6 + 5}{17 + 17 \cdot 2} = -\frac{1}{17 \cdot 3}$  und daher:

Näherungsverhältniss	Fehler
1:1 . . . . .	$-\frac{6}{17}$
4:3 . . . . .	$-\frac{1}{17 \cdot 3}$
....	....
3:2 . . . . .	$+\frac{5}{17 \cdot 2}$
2:1 . . . . .	$+\frac{11}{17}$

Aus  $\frac{4}{3}$  und  $\frac{3}{2}$  erhält man wieder  $\frac{7}{5}$  mit dem Zähler  $\frac{-1 + 5}{17 \cdot 3 + 17 \cdot 2} = +\frac{4}{17 \cdot 5}$  u. s. w. Bildet man wieder aus  $\frac{7}{5}$  und  $\frac{4}{3}$  einen neuen Bruch und fährt so fort, so erhält man folgende Auswahl von Näherungsverhältnissen:

Näherungsverhältniss	Fehler
1:1 . . . . .	$-\frac{6}{17}$
4:3 . . . . .	$-\frac{1}{17 \cdot 3}$
23:17 . . . . .	$+\frac{0}{17 \cdot 17}$
19:14 . . . . .	$+\frac{1}{17 \cdot 14}$
15:11 . . . . .	$+\frac{2}{17 \cdot 11}$
11:8 . . . . .	$+\frac{3}{17 \cdot 8}$
7:5 . . . . .	$+\frac{4}{17 \cdot 5}$
3:2 . . . . .	$+\frac{5}{17 \cdot 2}$
2:1 . . . . .	$+\frac{11}{17}$

Man bekommt so eine Reihe von Näherungsbrüchen, deren successive Differenz immer gleich der Einheit, geteilt durch das Produkt der Vielfachen des Nenners sind. Z. B.:

Verhältniss	15:11	Fehler	$\frac{2}{17 \cdot 11}$
"	11:8	"	$\frac{3}{17 \cdot 8}$
Differenz	$\frac{2}{17 \cdot 11} - \frac{3}{17 \cdot 8}$		$\frac{2 \cdot 17 \cdot 8 - 3 \cdot 17 \cdot 11}{17^2 \cdot 11 \cdot 8}$
	$\frac{17(16 - 33)}{17^2 \cdot 11 \cdot 8}$		$\frac{17(-17)}{17^2 \cdot 11 \cdot 8} = -\frac{1}{17^2 \cdot 11 \cdot 8} = \frac{1}{81 \cdot 1}$

Sollte diese Reihe noch immer keine brauchbaren Zahlen liefern, so kann man die Zahl der Glieder noch vermehren, indem sich z. B. aus  $\frac{1}{1}$  und  $\frac{4}{3}$  das neue Verhältniss  $\frac{5}{4}$  bilden lässt, dessen Fehler dann wäre:

$$\frac{6 + 1}{17 + 17 \cdot 3} = \frac{7}{17 \cdot 4} \quad (\text{Fortsetzung folgt.})$$

**Briefwechsel.**

Eine hochehrwürdige Kunde erhalten wir aus Bremerhaven: Coll. Ehrlich, den wir zur Zeit des Verbandstages für unsern Verband erworben, dem wir es ans Herz gelegt, von seinem Sitz eine Vereinigung der Collegen anzustreben, theilt uns mit, dass ihm solches in überraschender Weise gelungen, und werden wir von nun ab an der Wesermündung einen Verein von etwa 24 Mitgliedern uns verbunden wissen. Die von uns gewünschten Drucksachen werden wir ohne Verzug aufgeben, auch die inzwischen gelieferte Brochure über den Hausirhandel, Auktionen etc. beifügen.

Unserm werthen Coll. Kneifel-Breslau bestätigen wir den Empfang seines Briefes vom 3. d. Mts. und danken verbindlichst für die gesandten Aufnahmen. Den Lesern unseres Organs wird aus der Zeit unmittelbar nach dem Leipziger Verbandstage noch „der Freunde Gruss“ vom Prebischthor in Erinnerung sein. Coll. Kneifel hat das Bild fixirt: „eigene Dilettantenarbeit“ schreibt er auf den Briefumschlag; nun, über die ersten Stadien des Dilettantismus ist der verehrte Colloge lange hinaus, denn das Bild zeigt mit voller Treue uns jede liebe Erscheinung. Im Vordergrund Seib und Lehmann-Wiesbaden, die Flanken von den Charakterköpfen Elsass' und Baumgarten's besetzt, in der Mitte Kneifel selbst mit dem gewohnheitsgemäss etwas nach hinten gerückten Hut, im Hintergrunde der Elektrotechniker mit dem Chronometermacher — Wagner und Ehrlich — nicht zu vergessen der edlen Frauen, von denen uns freilich nur das liebe Gesicht der Gattin unsres Freundes Elsass bekannt: es ist ein Bild ohne Worte und doch so inhaltreich, dass keine schönere Gabe uns hätte Theil werden zu können.

