Aus $\frac{365}{1}$ und $\frac{731}{2}$ ergiebt sich $\frac{1096}{3}$, mit dem Fehler $44544 - 20928 = 23616$. Aus $\frac{1096}{3}$ und $\frac{365}{1}$, $\frac{1461}{4}$ mit dem Fehler $23616 - 20928 = 2688$, daher:

Rad Trieb	Fehler
365 : 1	− 20928
....	....
1461 : 4	+ 2688
1096 : 3	+ 23616
731 : 2	+ 44544
366 : 3	+ 65472

Führt man so fort, so erhält man folgende Reihe für die Auswahl:

Rad	Trieb	Fehler
365 :	1	− 20928
1826 :	5	− 18240
3287 :	9	− 15552
4748 :	13	− 12864
6209 :	17	− 10176
7670 :	21	− 7488
9131 :	25	− 4800
10592 :	29	− 2212
22645 :	62	− 1536
34698 :	95	− 960
46751 :	128	− 384
105555 :	289	− 192
164359 :	450	0
58804 :	161	+ 192
12053 :	33	+ 576
1461 :	4	+ 2688
1096 :	3	+ 23616
731 :	2	+ 41544
366 :	1	+ 65472

Der Fehler in Sekunden wird durch einen Bruch ausgedrückt, dessen Zähler gleich den Zahlen der dritten Spalte und der Nenner gleich der Anzahl der Triebzähne sein wird. Wählt man z. B. das Verhältniss

$$\frac{105555}{289} = \frac{5 \cdot 93 \cdot 227}{1 \cdot 17 \cdot 17} \text{ so wird der Fehler sein: } -\frac{192}{289} = 0{,}7 \text{ Sek.}$$

VIII.

Zur Erleichterung solcher Berechnungen hat Brocot die in V, Lehrsatz 8, erwähnten Tabellen berechnet. Dieselben enthalten die Dezimalwerthe aller gemeinen Brüche, deren Nenner 100 nicht übersteigen, und sind so geordnet, dass:

1. Jeder Bruch, oder jede Angabe der Tafel gleich jenem Bruche ist, den man durch Addition der Nenner und Zähler des vorangehenden und des nachfolgenden Bruches erhalten würde. Zur besseren Erläuterung der Eigenschaften der Tabelle lassen wir einen kleinen Auszug aus derselben folgen:

(Z bedeutet Zähler, N = Nenner).

Gemeiner Bruch: Z	N	Dezimalbruch:
15	68	0,2205882353
17	77	0,2207792208
19	86	0,2209302326
21	95	0,2210526316
2	9	0,2222222222
....	....	....

Nach dieser Tabelle ist z. B. $\frac{19}{86} = 0{,}2209302326$. Der vorangehende Bruch ist $\frac{17}{77}$, der nachfolgende $\frac{21}{95}$, daraus bildet man

$$\frac{17+21}{77+95} = \frac{38}{172} = \frac{19}{86}.$$

Ebenso ist $\frac{21}{95} = 0{,}2210526316 = \frac{19+2}{86+9} = \frac{21}{95}$.

2. Der Unterschied zweier aufeinander folgenden Brüche ist einem Bruche gleich, dessen Zähler = 1, dessen Nenner gleich dem Produkte der gegebenen Brüche ist.

$$\text{Z. B.: } \frac{21}{95} - \frac{19}{86} = \frac{21 \times 86 - 19 \times 95}{95 \times 86} = \frac{1}{95 \times 86}.$$

3. Bildet man aus zwei auf einander folgenden Brüchen $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ den neuen Bruch $\frac{a+c}{b+d}$, so ist dieser der zwischen den beiden liegende kleinste Bruch.

Anwendungen. Es handle sich darum, einen gemeinen Bruch zu finden, der dem Dezimalbruch 0,220949 am nächsten kommt.

Der gegebene Dezimalbruch ist in der Tafel nicht enthalten, er liegt aber zwischen den Werthen (siehe den obigen Auszug):

0,220930 und 0,221053

Die Differenzen (Fehler) sind:

$$\begin{array}{r} 0{,}220949 \\ 0{,}220930 \\ \hline -\,0{,}000019 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}220949 \\ 0{,}221053 \\ \hline +\,0{,}000104. \end{array}$$

Die entsprechenden gemeinen Brüche sind:

$$\frac{19}{86} \qquad \frac{21}{95}.$$

Nach Lehrsatz 9 wird nun der nächste Werth des verlangten Bruches aus den Grenzbrüchen und den Fehlern 19 und 104 gefunden. Man kann sich eines Näherungsverfahrens bedienen, indem

$$\frac{104 \times 95}{19 \times 86} = \frac{9880}{1634} = \text{ ungefähr 6 ist,}$$

daher nach 9 (Folgesatz 2) der gewünschte Bruch

$$\frac{19 \times 6 + 21}{86 \times 6 + 95} = \frac{135}{611}.$$

Beispiel 1. Man soll die Ludolf'sche Zahl 3,1415927 durch einen gemeinen Bruch ausdrücken.

Auszug der Tabelle:

Z	N	Dezimalbruch
13	92	0,1413043478
14	99	0,1414141414
1	7	0,1428571429
14	97	0,1443298969
13	90	0,1444444444

Der gegebene Dezimalbruch 0,1415927 liegt zwischen:

$$1428571 = \frac{1}{7} \text{ mit Fehler } 1428571 - 1415927 = +0{,}0012644$$

$$1414141 = \frac{14}{99} \;\;\text{„}\qquad\text{„}\;\; 1414141 - 1415927 = -0{,}0001786$$

$$\text{Bildet man } \frac{1786 \times 99}{12644 \times 7} = \frac{176814}{88508},$$

welcher Bruch ungefähr = 2 ist, daher

$$\frac{1 \times 2 + 14}{7 \times 2 + 99} = \frac{16}{113}$$

$$\text{und} \qquad 3{,}1415927 = 3 + \frac{16}{113} = \frac{355}{113}.$$

Also $\frac{355}{113}$ der gesuchte Bruch. Der Fehler, den man begeht ist:

$$\begin{array}{lr} \text{wahrer Werth von } \frac{355}{113} = & 3{,}1415929 \\ \text{gegebener Werth } \;.\;\; . = & 3{,}1415927 \\ \hline \text{Fehler} = & 0{,}0000002. \end{array}$$

(Fortsetzung folgt.)

Briefwechsel.

Aus Dessau erhielten wir durch Coll. Thormann das uns zugesagte Gruppenbild vom Anhalter Verbandstage in Zerbst, leider ohne Thormann selbst, da die Aufnahme von ihm gemacht worden, er also der Operirende war. In vorzüglicher Treue und prächtig gruppirt sind 22 Collegen auf dem Bilde vereint. Indem wir dem freundlichen Ueberbringer herzlich danken, wollen wir nur noch bemerken, dass unsre letzte Vorstandssitzung bereits unter dem Hinblick auf die Anhalter Collegen stattgehabt.

Wir können es uns nicht versagen, eine darauf bezügliche Stelle des Briefes unsers werthen Collegen wiederzugeben: