dabei ist:

E = Elastizitätskoeffizient des Federstahls,
b = Breite der Feder,
d = Dicke „ „
l = Länge „ „
n = Windungszahl der Feder,
r = Teilkreisradius des Federhauses.

Es soll im folgenden an einem aus einer grösseren Zahl gleichartiger Messungen herausgegriffenen Beispiele gezeigt werden, inwiefern, bis zu welchem Grade und wodurch das Ergebnis der rein rechnerischen Bestimmung der wirksamen Federkraft nicht mit der Wirklichkeit übereinstimmt.

Der Untersuchung liegt ein Beckersches Federhaus zugrunde mit folgenden Abmessungen:

Federbreite b	= 8	mm
Federdicke d	= 0,25	„
Federlänge l	= 910	„
Windungszahl im freien Zustande der Feder	= 5,5	„
„ „ unaufgezogenen Federhaus	= 15,5	„
Umgangszahl des Federhauses	= 6	„
Teilkreisradius r	= 13,6	„

Wir wollen nun mit Hilfe der oben angeführten Formel (1) die wirksame Kraft K dieses Federhauses zunächst bei vollkommen aufgezogener Feder (also die maximale wirksame Kraft) berechnen.

Wie schon vorhin erwähnt wurde, ist

$$K = \frac{M}{r}.$$

Setzen wir hier für M den Wert der Formel (1) ein, so erhalten wir die im folgenden zu verwendende Formel

$$K = \frac{E\,b\,d^3\,\pi\,n}{6\,l\,r} \quad \ldots\ldots (2)$$

Um hiermit die maximale wirksame Kraft K zu berechnen, haben wir vorerst zu bestimmen, wie gross die Windungszahl n bei vollständig aufgezogener Feder ist. Es ist dies die Zahl der Windungen, um die die Feder vom freien Zustande aus angespannt ist. Da die Feder, im Federhause unaufgezogen an der Trommel liegend, 15,5 Windungen, im freien Zustande (frei auf dem Tische liegend) dagegen 5,5 Windungen hat, so ist sie, wenn sie unaufgezogen im Federhause liegt, schon um

$$15{,}5 - 5{,}5 = 10$$

Windungen angespannt. Bei vollkommen aufgezogener Feder kommen — da die Umgangszahl des Federhauses 6 beträgt — noch 6 Windungen hinzu; folglich ist hier für den Fall der vollständig aufgezogenen Feder

$$n = 15{,}5 - 5{,}5 + 6 = 16.$$

Setzen wir nun in die Formel (2) die Werte ein, wobei wir für den Elastizitätskoeffizienten die Grösse von

$$E = 23000000$$

annehmen, so erhalten wir:

$$K = \frac{23000000 \cdot 8 \cdot 0{,}25^3 \cdot 3{,}14 \cdot 16}{6 \cdot 910 \cdot 13{,}6}.$$

Die Ausrechnung[1]) ergibt:

$$K = 1946 \text{ g}.$$

Um einen weiteren Anhaltspunkt für den Vergleich mit dem später folgenden Messungsergebnis zu gewinnen, wollen wir noch die mittlere (das ist die bei halb aufgezogener Feder) wirksame Kraft K' des vorliegenden Federhauses berechnen.

In diesem Falle beträgt die Windungszahl

$$n' = 15{,}5 - 5{,}5 + 3 = 13,$$

da hier die Feder nur um die halbe Umgangszahl des Federhauses, also nur um drei Windungen aufgezogen ist.

Die Einsetzung der Werte in die Formel ergibt:

$$K' = \frac{23000000 \cdot 8 \cdot 0{,}25^3 \cdot 3{,}14 \cdot 13}{6 \cdot 910 \cdot 13{,}6}$$

und die Ausrechnung

$$K' = 1581 \text{ g}^{1)}.$$

Diesen beiden Rechnungsresultaten für K und K' gegenüber ergab die nach dem auf Seite 347 v. Jahrg. beschriebenen Verfahren (Abwiegen mit Hilfe eines Hebelarmes) vorgenommene Messung die maximale wirksame Kraft dieses Federhauses zu

$$K = 1635 \text{ g}$$

und die mittlere wirksame Kraft zu

$$K' = 1135 \text{ g}.$$

Wir sehen, beide durch die Rechnung gefundenen Werte sind zu gross. Das gleiche Ergebnis hatten auch die mit anderen Federhäusern verschiedener Grösse vorgenommenen Untersuchungen.

Es liegt am nächsten, diesen Umstand darauf zurückzuführen, dass in den obigen Rechnungen der Elastizitätskoeffizient zu gross angenommen worden sei. Wir wollen untersuchen, ob dies zutrifft.

Rechnen wir uns zu diesem Zwecke aus, welcher Wert von E bei Anwendung der Formel (2) im vorliegenden Falle die wirkliche (durch die Messung gefundene) maximale Kraft $K = 1635$ g liefern würde.

Wir leiten aus Formel (2) ab:

$$E = \frac{6\,K\,r\,l}{b\,d^3\,\pi\,n}.$$

Danach ist also im vorliegenden Falle

$$E = \frac{6 \cdot 1635 \cdot 13{,}6 \cdot 910}{8 \cdot 0{,}25^3 \cdot 3{,}14 \cdot 16},$$

das ergibt nach Ausrechnung (abgerundet)

$$E = 19300000.$$

Wenn wir nun diesen Wert in die zweite, die mittlere wirksame Kraft K' liefernde Rechnung einsetzen, so finden wir dort gleichwohl noch immer eine sehr grosse Abweichung. Die Ausrechnung liefert dann nämlich

$$K' = 1328 \text{ g}$$

anstatt der tatsächlich wirksamen Kraft

$$K' = 1135 \text{ g},$$

die beim Messen festgestellt worden ist.

Daraus folgt, dass ausser der Wahl eines möglicherweise zu grossen Elastizitätskoeffizienten noch ein anderer, sehr erheblicher Umstand Ursache der grossen Abweichung zwischen der berechneten und der tatsächlich wirksamen Federkraft sein muss. Da nun die Messung, wie oben festgestellt wurde, immer eine kleinere Kraft ergibt als die Rechnung nach der obigen Formel (2), so können es nur schädliche Widerstände sein, die diese Differenz bewirken; denn alle sonstigen Umstände, von denen die Kraftwirkung der Zugfeder abhängig ist, sind in der Formel berücksichtigt.

In der Tat setzen sich der Kraftentfaltung der Zugfeder im Federhause ausserordentlich starke Widerstände entgegen. Es besteht vor allem infolge des herrschenden grossen Druckes eine sehr beträchtliche Reibung zwischen den Windungen der Feder, die schon einen nicht geringen Teil der Spannkraft nach aussen hin unwirksam macht. Der Verlauf der kraftvermindernden Wirkung dieser Reibung im Abwickelungsbereiche der Zugfeder ist jedoch keineswegs der jeweiligen Ausdehnung der einander berührenden Flächen proportional, wie es bei oberflächlicher Betrachtung scheinen möchte. Sie kann vielmehr innerhalb gewisser Grenzen bei weiter aufgewundener Feder im Verhältnis geringer sein als bei mehr abgelaufener Feder, und dies erklärt sich dadurch, dass der Druck auf die Flächeneinheit zwischen

---

1) **Logarithmische Ausrechnung:**

log E	= 7,3617278	log 6	= 0,7781513
„ b	= 0,9030900	„ l	= 2,9590414
„ d^3	= $\bar{2}$,1938200	„ r	= 1,1335389
„ π	= 0,4971499		4,8707316
„ n	= 1,2041200		
	8,1599077		
	8,1599077		
	4,8707316		
log K	= 3,2891761	K	= 1946,15 g

1) Dies kann hier auch einfacher so berechnet werden:

$$K : K' = n : n'$$
$$1946 : K' = 16 : 13$$
$$K' = \frac{1946 \cdot 13}{16} = 1581{,}125 \text{ g}.$$

SLUB Wir führen Wissen. http://digital.slub-dresden.de/id318544717-19130100/63