1. Fall. Der Dividendus hat mehrere Glieder.

Aus der Gleichung $a = \frac{b\,c}{d}$ wollen wir beispielsweise das Glied c des Dividendus herausziehen, um diesen uns unbekannten Faktor berechnen zu können. Zu dem Zwecke muss a in die Gleichung eingefügt und c dafür zum Quotienten gemacht werden.

Wir setzen den alten Quotienten a und den Divisor d als Dividendus und das verbliebene Glied b des alten Dividendus als Divisor, erhalten somit die Formel

$$c = \frac{a\,d}{b} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Soll das Glied b herausgezogen werden, so bleiben $a\,d$ als Dividendus stehen und b und c wechseln ihre Plätze, wir erhalten also

$$b = \frac{a\,d}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Wollen wir hingegen den Divisor d zum Quotienten machen, so setzen wir ihn an die Stelle des alten Quotienten und schreiben

$$d = \frac{b\,c}{a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Zum Beweis, dass die Umformungen richtig sind, setzen wir Zahlen ein und rechnen die vier Gleichungen aus. Es sei

$$b = 3$$
$$c = 4$$
$$d = 6.$$

Dann wird nach der ersten Gleichung der Quotient a einen Wert erhalten von

$$a = \frac{b\,c}{d} = \frac{3 \cdot 4}{6} = 2.$$

Nach Formel (1) ist c

$$c = \frac{a\,d}{b} = \frac{2 \cdot 6}{3} = 4.$$

Nach Formel (2) ist b

$$b = \frac{a\,d}{c} = \frac{2 \cdot 6}{4} = 3.$$

Nach Formel (3) ist d

$$d = \frac{b\,c}{a} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6.$$

Ein weiteres Beispiel soll dies noch verständlicher machen. Eine Gleichung mit vier Gliedern im Dividendus und einem Gliede im Divisor soll so oft umgeformt werden, dass alle Glieder nacheinander als Quotient erscheinen. Wir machen zuerst den Divisor und dann die Glieder des Dividendus zum Quotienten. Die Gleichung soll lauten:

$$f = \frac{a\,b\,c\,d}{e} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

e als Quotienten ergibt

$$e = \frac{a\,b\,c\,d}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Für die Glieder des Dividendus erhalten wir folgende Gleichungen:

$$a = \frac{f\,e}{b\,c\,d} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$b = \frac{f\,e}{a\,c\,d} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

$$c = \frac{f\,e}{a\,b\,d} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$$d = \frac{f\,e}{a\,b\,c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Bei einem aufmerksamen Betrachten der bis jetzt vorgenommenen Umformungen kommt man auf folgende, allgemein für das Umformen von Gleichungen gültige Regeln, soweit sie den Dividendus betreffen:

1. Hat der Dividendus nur ein Glied, so macht man ihn dadurch zum Quotienten, dass man ihn an die Stelle des alten Quotienten setzt und aus der Divisionsgleichung eine Multiplikationsgleichung bildet (Formel für das Ohmsche Gesetz).
2. Hat der Dividendus mehrere Glieder, so macht man ein beliebiges seiner Glieder zum Quotienten, indem Divisor und alter Quotient als Dividendus gesetzt werden und die übrigen Glieder des alten Dividendus als Divisor fungieren (Formeln 6 bis 9).

2. Fall. Der Divisor hat mehrere Glieder.

In der Gleichung

$$e = \frac{a\,b}{c\,d}$$

hat sowohl der Dividendus als auch der Divisor zwei Glieder. Setzen wir für

$$a = 20,$$
$$b = 6,$$
$$c = 2,$$
$$d = 5,$$

so erhalten wir für den Quotienten e den Wert

$$e = \frac{20 \cdot 6}{2 \cdot 5} = 12.$$

Nach der Formel (5) wird $c\,d$

$$c\,d = \frac{a\,b}{e} = \frac{20 \cdot 6}{12} = 10.$$

Wollen wir nun ein Glied von dem Divisor, beispielsweise c, zum Quotienten machen, so setzen wir

$$c = \frac{a\,b}{e\,d} = \frac{20 \cdot 6}{12 \cdot 5} = 2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

d als Quotient ergibt die Aufstellung:

$$d = \frac{a\,b}{e\,c} = \frac{20 \cdot 6}{12 \cdot 2} = 5 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Für die Umformung eines Gliedes eines Divisors zum Quotienten gelten mithin die Regeln:

1. Hat der Divisor nur ein Glied, so vertauscht man ihn mit dem alten Quotienten (Formel 5).
2. Hat der Divisor mehrere Glieder, so vertauscht man das umzuformende Glied mit dem alten Quotienten. Der Dividendus bleibt der alte (Formeln 10 und 11).

Das Rechnen mit Buchstaben.

Der Ausdruck

$$a \times b$$

kann, solange die zahlenmässigen Werte nicht bekannt sind, nicht ausgerechnet werden, ebensowenig ist es möglich, ihn in eine andere Form zu bringen. $a \times b$ bleibt mithin $a\,b$. Ebenso ist es mit $a + b$ und $a - b$.

Wird aber ein Buchstabe mit sich selbst multipliziert, so kann man dies durch den Potenzausdruck hervorheben:

$$a \times a = a \cdot a = a^2.$$
$$a \cdot a \cdot a = a^3.$$

Sollen Buchstaben addiert werden, so setzt man immer Gleiches untereinander und addiert sodann: $a + b = a + b$, $a + b + b = a + 2\,b$, $2\,a + b + a + c + 3\,b = 3\,a + 4\,b + c$.

Die Aufgabe

$$c + d \times c + d$$

wird uns Aufklärung über das Multiplizieren und Addieren von Buchstaben bringen. Wir setzen die Aufgabe und lösen sie wie folgt:

$$\frac{(c + d) \cdot (c + d)}{c^2 + c\,d}$$
$$\frac{\qquad c\,d + d^2}{c^2 + 2\,c\,d + d^2}$$

c mal $c = c^2$, c mal $d = c\,d$. Zwischen beide Faktoren kommt das $+$-Zeichen. Dann multiplizieren wir mit dem zweiten Buch-