Allgemeine
UHRMACHER-ZEITUNG.

Erscheint
am 13. und 28. jeden Monats.

Abonnementspreis vierteljährlich 1,25 **Mark** bei allen Post-Anstalten und Buchhandlungen.

Preis der Anzeigen:
Die viergespaltene Petit-Zeile **20** Pfg., bei Wiederholungen Rabatt.

Beilagen nach Uebereinkunft.

Organ des Deutschen Uhrmacher-Gehilfen-Verbandes.

Für die Redaction verantwortlich **F. C. Schulte, Berlin** S., Dresdenerstr. 35. — **Fernsprech-Anschluss Amt IV, No. 913**

Hauptvertretungen im Auslande, welche namentlich Abonnements auf die „Allgemeine Uhrmacher-Zeitung" annehmen: London E. C., American Waltham Watch Co., Waltham Buildings Holborn Circus. Wien, R. Lechner, Graben 31. Zürich, Orell Füssli & Co. New-York, S. Zickel, 19 Dey Street. The International News-Company, 29 und 31 Beckman Street. Kopenhagen, Hüst & Sohn, Gothersgade 49. Brüssel, C. Muquardt, rue des Paroissiens 18—22. Amsterdam, Seyffardt'sche Buchhandlung.

VIII. Jahrg. — Fürstenwalde (Spree), den 13. Juli 1895. — No. 13.

Theorie des Pendels.

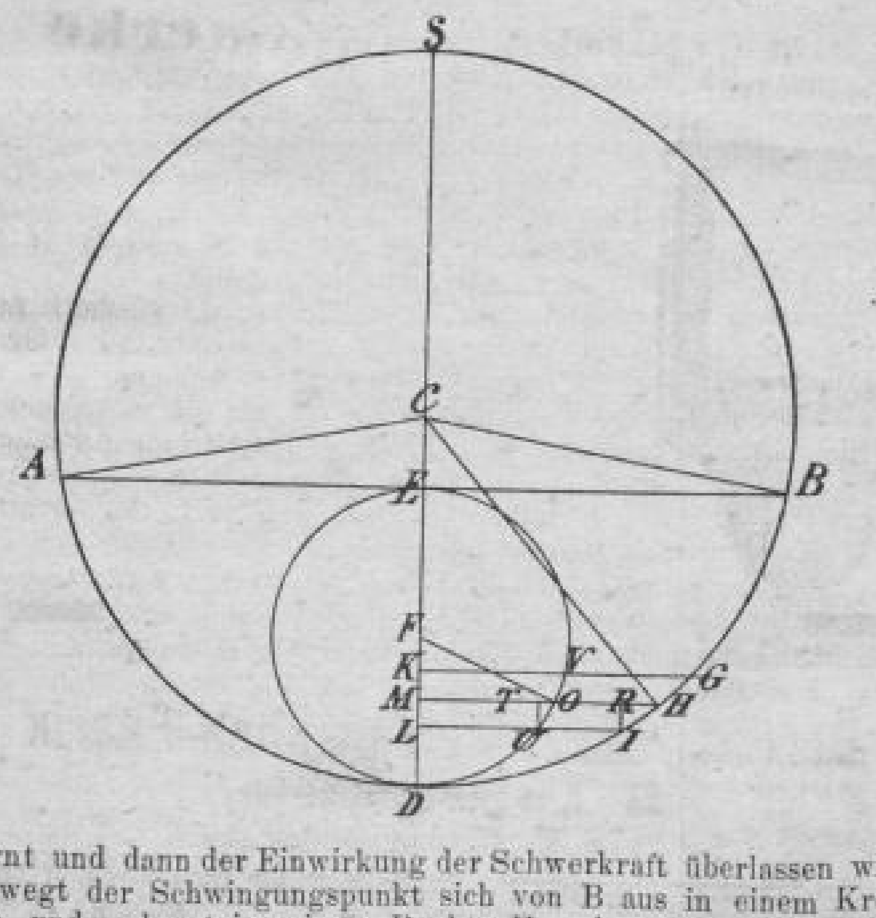
Eine mathematische Abhandlung.
(Nachdruck verboten.)
(Fortsetzung.)

Schwingungsdauer des mathematischen Pendels.

Wird die Länge des mathematischen oder einfachen Pendels $= l$, seine Schwingungsdauer $= T$, sein Elongationswinkel $= \alpha$ und $\frac{1}{2}$ sin vers $\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos\alpha) = \sin^2\frac{\alpha}{2} = \beta$ gesetzt, und haben im Uebrigen g und π die gewöhnliche Bedeutung, so ist

$$T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \left\{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \beta + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \cdot \beta^2 + \ldots + \left(\frac{1 \cdot 3 \ldots (2m-1)}{2 \cdot 4 \ldots 2m}\right)^2 \cdot \beta^m + \ldots\right\}$$

Beweis. Es sei C der Aufhängungspunkt und D der Schwingungspunkt des mathematischen Pendels, also die verticale Linie $CD = l$ die Länge desselben. Wenn das Pendel um den Elongationswinkel $\angle DCB = \alpha$ aus seiner Gleichgewichtslage



entfernt und dann der Einwirkung der Schwerkraft überlassen wird, so bewegt der Schwingungspunkt sich von B aus in einem Kreisbogen und erlangt in einem Punkte H seiner Bahn die seiner Fallhöhe $EM = h$ entsprechende Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$, wo g die Beschleunigung der Erdschwere in einer Secunde bedeutet. Hierbei sei bemerkt, dass dieses Gesetz, nach welchem ein auf einer verticalen ebenen Curve fallender Körper seine Geschwindigkeit ändert, ebenso wie das oben angegebene Gesetz von der Dauer einer Pendelschwingung auf elementar-mathematischem Wege sich erweisen lässt.

Hat der Schwingungspunkt in D das Maximum seiner Fallgeschwindigkeit erreicht, so muss er dann nach eben diesem Gesetz genau so lange steigen, als er gefallen ist, bis er in A wieder in der durch B gelegten Horizontalebene ankommt.

Man beschreibe über $DE = 2EF = 2r$ als Durchmesser einen Kreis, halbire das unendlich kleine Bogenstück GI in H und fälle von G, H, I auf CD die Perpendikel GH, HM, IL, welche die Peripherie des zweiten Kreises in V, O, U treffen; ebenso fälle man von I und U auf MH die Perpendikel IR und UT. Da die unendlich kleinen Bogenstücke als gerade Linien und als Tangenten der betreffenden Kreise zu betrachten sind, so ist $\triangle MCH \sim \triangle RHI$ und $\triangle MFO \sim \triangle TOU$, mithin
$MH : HC = RI : IH$ und
$FO : OM = OU : UT$
also, da $RI = UT$ ist

$$MH \,.\, FO : HC \,.\, OM = OU : IH.$$

Nun ist $MH^2 = MD \,.\, MS = (2r-h)(2l-2r+h)$
und $OM^2 = MD \,.\, ME = (2r-h)\,h$,
ferner OU die Hälfte des Bogens VU, den wir mit s bezeichnen wollen, und GI ist der Weg, den der Schwingungspunkt des Pendels in der unendlich kleinen Zeit t durchläuft. Da während dieser Zeit die Geschwindigkeit als constant und dem Punkte H entsprechend betrachtet werden darf, so ist $GI = t \,.\, \sqrt{2gh}$.

Die Substitution dieser Werthe in die letzte Proportion ergiebt nach einigen Umformungen

$$t = \frac{s}{2r}\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\frac{2l}{2l-2r+h}} \quad \text{oder}$$

$$t = \frac{s}{2r}\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \left(1 - \frac{2r-h}{2l}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Hieraus lässt sich leicht die Formel $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ für die Schwingungsdauer des Pendels bei hinreichend kleinen Elongationswinkel ableiten, da in diesem Falle $\frac{2r-h}{2l}$ eine verschwindend kleine Grösse ist; in der weiteren Entwickelung ist diese Annahme nicht gemacht.

Die Theile der Peripherie des kleineren Kreises, welche den unendlich kleinen Bogen der Schwingungsamplitude entsprechen, dürfen als gleich angenommen werden, da die Grösse der letzteren willkürlich gewählt werden kann. Ist nun die zu dem xten Bogen-