Anleitung zur Decimalbruchrechnung

angewandt auf
zehntheilige Maaße und Gewichte
überhaupt
und besonders auf die neuen
des Großherzogthums Baden.

Zum Gebrauche
beym öffentlichen und Privatunterrichte
entworfen
und denen besonders nützlich,
welche
Buch und Rechnung, Register ꝛc. zu führen
und Einzüge zu besorgen haben.

von
M. F. Wild.
Großherzoglich Badischem Hofrath.

Carlsruhe,
im Verlag von Chr. Friedr. Müller.
1812.

Vorrede.

Die Decimalbruchrechnung ist an sich selbst schon nützlich. Durch die neue Landesherrliche Verordnung aber, daß die darin aufgestellten Maase und Gewichte im ganzen Großherzogthum eingeführt werden sollen, wird sie jezt auch nothwendig, weil eben diese Maase und Gewichte zehntheilig geordnet sind.

Hier ist daher eine Anleitung dazu mit beständiger Rücksicht und Anwendung auf das künftige allgemeine Maaswesen. Daß ihr Gegenstand leicht sey, davon hoffe ich hinlängliche Ueberzeugung zu geben. Die Decimalbruchrechnung ist so unvergleichbar leichter als die gemeine Bruchrechnung, daß, um sie zu fassen, nur eine geringe Aufmerksamkeit auf die Grundsätze, worauf sie beruht, und auf ihre Bezeichnungsart erforderlich ist. Man braucht dazu nur die allerersten Kenntnisse von den Brüchen überhaupt, und weicht durch Hülfe derselben den Schwierigkeiten aus, die die Anfänger so oft in den Rechnungen mit gemeinen Brüchen finden.

Hier möchte man vielleicht einwenden, daß ich mir durch die That selbst widerspreche: in Malers Unterricht zum Rechnen nehme die Lehre von den gemeinen Brüchen nicht einmal einen ganzen Bogen ein, gegen=

wärtige von den Decimalbrüchen hingegen mache ein ganzes Büchlein aus; daraus ergebe sich wenigstens kein auffallender Beweis von der angerühmten Leichtigkeit dieser Lehre. Man wird aber anders urtheilen, wenn man findet, daß ich, um die Vorzüge der Decimalbrüche zu zeigen, Vergleichungen mit den gemeinen anstellen mußte; daß sie mich oft auf unser gewöhnliches Zahlensystem zurückführten; hauptsächlich aber, daß ich mir zum Geschäft machte, unsre neuen allgemeinen Maase und Gewichte aufzustellen, überall ihre Harmonie mit dem gewöhnlichen Rechnungssystem und wie die Decimalbruchrechnung dabey vorzüglich ihre Anwendung finde, zu zeigen, und abermals Vergleichungen mit Rechnungen mit alten Maasen und Gewichten zu machen, um dadurch die Vortheile der neuen überzeugender darzustellen. Also neues und altes Maas und Gewicht; die Vortheile und Einfachheit des einen, die Nachtheile und Verwirrung des andern, ihre Harmonie und Disharmonie mit unserm Rechnungssystem, der Gebrauch der Decimalbrüche, leicht bey dem einen, wenig Vortheil bringend bey dem andern — das alles konnte und mußte einen beträchtlichen Raum einnehmen. Das alles wird aber auch wie ich hoffe, die Herausgabe dieses Büchleins entschuldigen, ungeachtet es uns an Büchern, worin die Decimalbruchrechnung vorgetragen ist, eben nicht fehlt.

Sollte man es daher glauben, daß gleichwohl selbst die Neuheit der Sache einige Umständlichkeit erforderte; daß die Decimalbruchrechnung bisher fast allein ein Erbtheil der schriftstellerischen Klasse der Gelehrten geblieben; daß man sie in den Schulen wenig geachtet; daß sie auf die Maase, Gewichte und Münzen selten angewendet worden? Das Letztere kommt sogar nur zum Theil und nicht, wie doch einige meynen, ganz von dem höchst unordentlichen und verwirrten Zustand des Maaswesens her. Wenn die Anwendung auf unerträgliche Decimalausdrücke, oder, wenn man sie abbrechen wollte, auf keine völlig genaue Resultate führte, so war man dann gleich mit dem Einwurf da, die Decimalbrüche leisten, entweder gar keinen, oder wenig Vortheil, und nicht einmal etwas Genaues. Man wußte sich nicht recht zu helfen, die Bruchtheile nicht recht zu beurtheilen; hielt mehr auf die absurdesten Kleinigkeiten, wenn sie nur genau aufgestellt waren, ob sie gleich in den Maasen selbst eben so wenig zu realisiren gewesen wären, als die Decimalbruchtheile. Man sah das Unvollkommene, das die Verwandlungen in Decimalbrüche gegeben, als den letztern wesentlich an, da es doch von der Verwandlung ungleichartiger Maastheile herrührte, und durch ein nur wenig wissenschaftlicheres, den Verhältnissen angemesseneres Benehmen hätte vermieden werden können. Denn wie die Decimalbruchrechnung auch auf die noch jetzigen, so verschiedenartig eingetheilten Maase, Gewichte und Münzen, mithin auf gemeine Bruchtheile derselben mit Vortheil anwendbar sey, das hat in neuern Zeiten unter andern Hr. Eyth, wenn schon vielleicht anscheinend mit zu großer Umständlichkeit, deutlich gezeigt. In den kleinen und großen Kapiteln der Lehrbücher, in welchen bisher die Decimalbruchrechnung vorgetragen worden, fehlte es aber an der gehörigen Anwendung auf wirkliche Dinge, zumal auf Gegenstände verrechnender Dienststellen, und so achtete man sie gar nicht, gieng im Schulunterrichte darüber weg; der weit größere Theil der Jugend blieb daher in dieser so einfachen, so leichten, mit unsrer dekadischen Rechnungsart doch so nahe verwandten Rechnung fast so weit zurück, als man es zur Zeit ihrer Erfindung, d. h. nun schon vor 200 Jahren war.

Dieser Vorwurf trifft hauptsächlich unsre Mittelschulen, ja ich könnte sagen, auch die untern. Denn auf Universitäten lernt man nicht erst lesen und schreiben. Das Lesen und Schreiben eines Decimalbruchs aber und die ganz gemeinen 4 Species damit, gehören zu den ersten Elementen des Rechnens, und würden nicht so ganz verkannt seyn, wenn sich der Unterricht dahin erstreckt hätte, oder wenn derselbe nur einigermasen durch Nutzanwendungen belebt worden wäre. Wenige vergessen doch das Lesen und Schreiben der Zahlen und die 4 Species: sie würden also auch das von den Decimalbrüchen nicht vergessen, wenn es ihnen beygebracht und nach Verdienst und Nützlichkeit empfohlen wäre.

Jezt, wo man die Eintheilung der Maase und Gewichte unsrer dekadischen Rechnungsart anzupassen sucht, leistet vielleicht, wie in so vielen Dingen, das Bedürfniß das, was ein für zu gering gehaltener Nutzen, den man doch heut zu Tage sonst fast überall, sey er auch klein, ins Auge faßt, nicht bewirken konnte. Hoffentlich wird die Decimalbruchrechnung nunmehr ein Lehrgegenstand in allen niedern Schulen werden, und es wird sehr gut seyn, wenn mit dem Unterricht in den Decimalbrüchen auch zugleich die Kenntniß der neuen Maase und der diesfallsigen Anstalten, die durch die bald erscheinende neue Maasordnung werden bekannt werden, fortschreitet. Ich wünschte, daß die Ortsvorstände ihre Schullehrer in den Stand setzen könnten, den Schülern die neuen Maase und Gewichte wirklich vorzuweisen, denn dadurch würden die im Unterricht erwekten Vorstellungen erst lebendig; auch wäre dies für Lehrende sowohl, als für Lernende angenehmer. Der Unterricht wird dadurch erleichtert; denn was der Schüler sehen und befühlen kann, macht einen weit geschwindern und bleibendern Eindruck, als das viele Reden davon. Das Maaswesen hat eine Wichtigkeit, die man bisher nicht genug erkannt hat. Vom richtigen Eichen hängt viel ab: es verdient daher in den ersten Unterricht gezogen zu werden. Man darf die Jugend nur aufmerksam auf dieses nützliche Geschäft machen, das doch so oft unter ihren Augen vorgenommen wird.

Noch etwas möchte ich den Lehrern angelegentlich empfehlen. Es ist, daß sie mit dem Vortrag der Decimalbruchrechnung auch den Gebrauch der erschienenen Reductionstabellen, über das alte Maas in neues verwandelt, zeigen möchten. Diese Tabellen sind in kleinen Theilen zu haben. Jeder findet darin, was ihn immer interessiren muß, nämlich die Verwandlung seiner bisherigen Maase in die neuen allgemeinen, ja selbst eine Anleitung zur umgekehrten Verwandlung. Auch hier findet er in unzähligen Wiederholungen die wichtige zehntheilige Eintheilung der neuen Maase und Gewichte; die eben so bemerkenswerthe Gleichheit der Maase für sackfähige wie für flüssige Dinge; für alljene nur Einen Sester, nur Ein Malter für alldiese nur Eine Maas, nur Eine Ohm; für alles was gewogen wird, bis auf wenige einstweilige Ausnahmen, nur Ein Pfund, nur Einen Centner von 100 und und nicht mehr Pfunden; für alle Längen nur Einen Fuß, Eine Elle, Ein Klafter, Eine Ruthe; für alle Felder nur Ein Viertel, nur Einen Morgen; und das gesteckte Ziel zu einem allgemeinen Brennholz Klafter. Er findet ferner darin Näherungszahlen, die ihm für den Verkehr seiner Gegend wohl zu Statten kommen werden, und Preißverhältnisse, die ihn theils vor Betrug, theils vor manchem Irthum, z. B. vor dem so sehr gewöhnlichen schützen, daß man blos dem wohlfeilern Preise nachgeht, ohne zu bedenken, daß man auch kleineres Maas, leichteres Gewicht, dafür bekomme.

In dieser, zum öffentlichen und zum Privatunterrichte bestimmten Anleitung ist das Schwerere, das Umständlichere, durch reinern Druck von demjenigen unterschieden, worauf man sich beym ersten Unterricht in den niedern Schulen einschränken kann. Und selbst für diesen habe ich noch mit * dasjenige bemerkt, was man, um der Jugend oder Schwäche der Anfänger willen, überschlagen, und erst bey einem 2ten Vortrage mitnehmen kann: Je nach Alter und Fähigkeit übergeht man also alles Besternte und Kleingedruckte, oder nur letzteres, oder trägt den Stärkern alles ohne Ausnahme vor.

Inhalt.

Von den Decimalbrüchen.

§. 1.

Voraussetzungen. Der Erfinder.

Die Decimalbrüche machen den leichtern Theil der Lehre von den Brüchen überhaupt aus. Es wird beym Vortrage derselben vorausgesetzt, daß man mit genannten und ungenannten ganzen Zahlen zu rechnen wisse, und das Nothwendigste und Leichteste von der gemeinen Bruchrechnung einigermasen verstehe. Der Nutzen der Decimalbrüche wird sich im Folgenden genug erweisen.

Der Erfinder der Decimalbruchrechnung ist, wie der verdienstvolle Hr. Chelius gezeigt hat, Dr. M. Joh. Hartm. Beyer von Frankfurt a. M. der sie 1599 erfand und 1603 bekannt machte.

§. 2.

Erinnerung an das was überhaupt ein Ziffernbruch ist.

a. Jeder durch Ziffern ausgedrückte Bruch stellt einen Theil, oder eine Anzahl gleicher Theile von Einem oder von mehreren Ganzen dar. Der Nenner des Bruchs sagt, was für Theile es sind; der Zähler sagt, wieviel es solcher Theile sind. In den Brüchen

$\frac{3}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{25}{8}$

hat man, erstlich, lauter Achtel, deren das Ganze nur 8 haben kann. Von Einem Ganzen kann man wohl 3, auch 8, d. h. alle Theile des Ganzen zusammen haben; aber zu 25 Achtel werden 3 Ganze und noch 1 Achtel vom 4ten Ganzen erfordert; das Nämliche läßt sich sagen von

$\frac{5}{6}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{61}{6}$

oder $\frac{7}{10}$ $\frac{10}{10}$ $\frac{17}{10}$ ꝛc.

b. Man kann und muß sich jedoch zuweilen die Sache auch anders vorstellen. Man kann annehmen, der Bruch stelle den Theil von jeder Einheit des Zählers vor, den der Nenner angibt; bey den ersten obigen Brüchen z. B. allemal einen 8ten Theil von jeder der 3, der 8, der 25 Einheiten des Zählers, welches ebenfalls $\frac{3}{8}$, $\frac{8}{8}$ oder 1, und $\frac{25}{8}$ oder $3\frac{1}{8}$ gibt und zeigt, daß ein Bruch nichts anders ist, als ein Quotient einer Division. 3 mit 8 dividirt gibt den Quotient $\frac{3}{8}$, dessen Zähler als ein Dividendus, und dessen Nenner als ein Divisor anzusehen ist.

$\frac{3}{8}$ kann zwar genommen werden für 3 Achtel aus Einem Ganzen, das 8 derselben hat; oder als habe man den achten Theil von 3 Ganzen, von jedem 1 Achtel, welches auch 3 Achtel gibt. Aber beyde Vorstellungen geben immer den Quotienten einer Division.

§. 3.

Was insbesondere ein Decimalbruch sey.

Decimalbrüche, zehntheilige Brüche, sind, von den Brüchen überhaupt herausgedacht, solche, die zum Nenner 10 oder 100 oder 1000 u. s. w. folglich immer nur 1 mit einer oder mehreren Nullen haben, z. E.

$\frac{3}{10}$ $\frac{100}{100}$ $\frac{63}{1000}$ $\frac{1213}{100}$ u. d.

Schreibt man die Decimalbrüche auf diese Art und rechnet man damit wie gewöhnlich, so haben sie vor andern gemeinen Brüchen nichts weiter voraus, als daß mit ihren Nennern leichter, als mit andern zu rechnen ist. Aber man kann sie, wie wir bald sehen werden, ohne Nenner schreiben und denselben dennoch erkennen, woraus große Vortheile erwachsen. Alsdann unterscheiden sie sich sehr von andern Brüchen, denen man nothwendig den Nenner untersetzen muß, und die man daher alle unter die Benennung gemeine Brüche faßt, während unter Decimalbruch heut zu Tage immer ein Bruch verstanden wird, der zwar 1 mit einer oder mehrern Nullen zum Nenner hat, der aber ohne Nenner geschrieben oder gedruckt ist.

§. 4.

Entstehung eines Decimalbruchs und dessen Verbindung mit dem gewöhnlichen Zahlensystem.

Jeden Decimalbruch, wie $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$ ꝛc. kann man nach §. 2, wie jeden gemeinen Bruch, als den Quotient einer Division ansehen; z B. $\frac{3}{10}$ so nehmen, als habe man 3 Zehntel von den 10 Zehnteln, worein 1 Ganzes getheilt worden; oder als habe man den 10ten Theil von 3 Ganzen, den 10ten Theil von jedem der 3 Ganzen, welches auch $\frac{3}{10}$ gibt.

Aber der Name **Decimalbruch** deutet schon auf die nahe Verwandtschaft der Decimalbrüche mit unserm dekadischen Zähl- und Rechensystem; und wirklich können sie als eine blose Fortsetzung der nämlichen Ordnung angesehen werden, nach welcher die Ziffern einer ganzen Zahl, von der Linken zur Rechten hin, nach einander in ihrem Werthe **abnehmen**. Wir wissen, daß jede Einheit einer Ziffer allemal 10mal weniger werth ist, als wenn sie in der nächsten Stelle zur Linken stünde: und in der Zahl

4529

ist eine 1 von 5 nur der 10te Theil einer 1 von 4; eine 1 von 2 ist nur der 10te Theil einer 1 von 5; und eine 1 von 9 ist nur der 10te Theil einer 1 von 2.

Nun steht hier 9 in der ersten **Stelle** der ganzen Zahl: es ist der sogenannte **Einer**, der 9 einfache Ganze darstellt. Was wird nun, wenn wir in der Ordnung der **Abnahme** so fortgehen, der 10te Theil einer 1 von 9 d. h. eines einfachen Ganzen seyn? 1 Zehntel. Und was weiter der 10te Theil von 1 Zehntel? 1 Hundertstel. Und weiter von 1 Hundertstel? 1 Tausendstel rc.

Also werden nach den einfachen Ganzen von der Linken zur Rechten hin, dem nämlichen Gesetz folgend, vorerst die Anzahl Zehntel, dann die Anzahl der Hundertstel, der Tausendstel, der Zehntausendstel rc. eben so ohne den Nenner stehen können, wie in ganzen Zahlen auf die Anzahl der Tausender die der Hunderter, weiter der Zehner und endlich der einfachen Ganzen ohne weitere Namen folgt, weil man dieser ihre Namen und jener ihre Nenner an der Stelle kennt, die die Ziffern (bei den Bruchtheilen sinds die Zähler) einnehmen. Nur müßen wir ein Kennzeichen haben, damit man sehe, wo denn die Ganzen aufhören und die Bruchtheile anfangen.

Dieses Kennzeichen ist ein Komma zur Rechten der einfachen Ganzen.

Jetzt können wir obige Decimalbrüche $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$, gar wohl ohne ihre Nenner, folglich nur ihre Zähler mit der Zahl 4529 verbinden, und sie werden dadurch nichts von ihrem Werth verlieren, sondern nur anders, kürzer und viel vortheilhafter ausgedrückt seyn. Der Ausdruck wird so aussehen: 4529,378

Also links des Komma's stehen die Ganzen hier 4529. Rechts hingegen folgen vorerst die Zehntel, hier 3; die Hundertstel, hier 7; die Tausendstel hier 8.

Alle Ziffern insgesamt stehen unter dem gewöhnlichen Abnahmsgesez unsers dekadischen Zahlensystems von der Linken zur Rechten hin. Umgekehrt ists immer eine zehnfache Vergrößerung der Einheiten, sie seyen ganze oder gebrochene.

* §. 5.

Ueber das scheidende Komma.

Zur Bezeichnung, wo die Ganzen aufhören und die damit verbundenen Decimalbruchtheile anfangen, brauchen einige den Punct. Er ist aber meines Bedünkens nicht vorsichtig dazu gewählt. Der Punct schließt in den schriftlichen Mittheilungen den Sinn; er zeigt das Ende eines Satzes mit seinen verschiedenen Abtheilungen. Dies ist nicht anwendbar auf den Uebergang von den Ganzen zu den dazu gehörigen Decimalbruchtheilen. Das Komma theilt einen vorgetragenen Satz in seine Theile ab, und das thut es auch bey einer Decimalzahl, deren zehntheilige Brüche mit den Ganzen und mit Beziehung auf sie erst den ganzen oder wahren Werth der Zahl darstellen. Daß übrigens das Komma, der Strich, auch zur Abtheilung einer großen ganzen Zahl in der nämlichen Stellung gebraucht wird, ist wegen der Verwechselung mit dem Komma, wovon hier die Rede ist, auch nicht gut, obgleich die Natur der Sache meistens den Mißverstand verhütet. 27900 Mann sieht man oft geschrieben und gedruckt 27,900 Mann. Hier wird man freylich keine Decimalbruchtheile vermuthen. Aber in Maas, Gewicht, Geld rc. rc., kann die so sehr zu wünschende Verbreitung der Decimalbruchrechnung, mit ihrer Bezeichnungsart, und ein unvorsichtiger Gebrauch des Komma's zu Irrungen Anlaß geben.

* §. 6.

Stelle, Reihe.

Jede Ziffer, jede Nulle, einer Zahl, sey es in den Ganzen oder in den Decimalbruchtheilen, nimmt ihre Stelle ein. Mit einander bilden sie eine Reihe, wachsend von der Rechten zur Linken, abnehmend von der Linken zur Rechten, wenn schon durch ungleiche Stuffen, da bald eine Ziffer von mehr, bald eine von weniger Einheiten, bald eine Nulle folgt. Aber eine Ziffer oder Nulle, die doch nur Eine Stelle einnimmt, eine Reihe zu nennen, wie schon geschehen ist, z. B. zu sagen, obige

Decimalbruchzahl in §. 4. bestehe aus 3 Reihen, das macht irre. Es ist eine Reihe von 3 Bruchstellen, denn wollte man auch die Einheiten, die eine Ziffer für sich enthält, eine Reihe nennen, so könnte man dieses doch nicht von der Nulle sagen, die so oft Stellen ausfüllen muß.

§. 7.
Dienstleistungen der Nulle.

a. Wie in einer ganzen Zahl die Nulle zuweilen Stellen ausfüllt, damit die Ziffern ihren rechten Werth erhalten, so thut sie es auch da, wo gewisse Decimalbruchtheile fehlen, damit die andern vorhandenen Bruchtheile ihren gehörigen Werth bekommen. In 5070,0814 fehlen, bey den Ganzen, die Hunderter und die einfachen Ganzen oder vielmehr die Ziffer, die nur einfache Ganze angiebt. Bey den Decimalbruchtheilen fehlen hier die Zehntel. Ohne die Nulle hätten die Ziffern ganz andere Werthe als sie jezt haben, wenn anders das Komma seinen Platz behalten soll.

b. Man braucht bey den Decimalbrüchen die Nulle auch, um die Stelle der Ganzen einzunehmen, wenn zu den Decimalbruchtheilen keine Ganze vorhanden sind. Z. B. 0,0078 hat keine Ganze, keine Zehntel, keine Hundertstel, nur 7 Tausendstel und 8 Zehntausendstel. Man könnte es auch nur so schreiben: ,0078 findet aber in jener Art mehr Deutlichkeit.

c. Rechts an die Theile eines Decimalbruchs, wie z. B. an 0,0078, noch Nullen anhängen, und etwa 0,007800 daraus machen, heißt, nach dem Bisherigen, so viel als sagen, es seyen weiter keine kleinere Bruchtheile, hier keine Hnnderttausendstel, keine Millionstel rc., vorhanden. Daß es aber doch noch etwas anders bewirke, zwar keine Veränderung im Werth der Bruchtheile, sondern nur im Ausdruck, das werden wir gleich näher einsehen.

§. 8.

Mehrere, auf das Komma folgende Decimalbruchtheile lassen sich unter einen einzigen Nenner zusammen nehmen.

Nichts ist leichter, als die verschiedenen Decimalbruchtheile, welche einer ganzen Zahl oder auch ihrer mit einer Nulle bemerkten Stelle nach dem daran befindlichen Komma folgen, unter einen einzigen Namen oder Nenner zu bringen. Man hat nur alles was rechts am Komma steht, wie wenn es eine ganze, für sich allein bestehende Zahl wäre, zu lesen, so ist dies der Zähler des Decimalbruchs, und sein Nenner ist der, welcher den kleinsten darin vorkommenden Bruchtheilen zugehört. Wir haben oben

1.) 4529,378

2.) 5070,0814

3.) 0,0078

denken wir uns die Ganzen und das Komma weg, so bleibt 378 und 814 und 78. Die kleinsten Bruchtheile in 1.) sind Tausendstel, in 2.) und in 3.) sind es Zehntausendstel. Demnach sind

1.) die 3 Zehntel 7 Hundertstel und 8 Tausendstel so viel als 378 Tausendstel oder $\frac{378}{1000}$.

2.) Die 8 Hundertstel 1 Tausendstel und 4 Zehntausendstel sind so viel als 814 Zehntausendstel oder $\frac{814}{10000}$.

3.) Die 7 Tausendstel und 8 Zehentausendstel sind so viel als 78 Zehentausendstel oder $\frac{78}{10000}$.

Der Grund hievon ist bald eingesehen. Nach den bekanntesten Sätzen der gemeinen Bruchrechnung sind

$$\frac{3}{10} = \frac{300}{1000}$$

$$\frac{7}{100} = \frac{70}{1000}$$

und ohnehin ist $\frac{8}{1000} = \frac{8}{1000}$

da haben wir also zusammen obige . . . $\frac{378}{1000}$

So ists auch mit den übrigen Brüchen.

§. 9.

Allgemeine Regel zur Angabe des Nenners der kleinsten Bruchtheile eines Decimalbruchs mithin auch des gemeinschaftlichen für alle; ferner, was der gemeinschaftliche Nenner aller nachfolgenden Bruchstellen im Verhältniß der nächstvorhergehenden Bruchstelle sey.

a. Man wird aus dem nächstvorhergehenden §. ohne Mühe finden, daß der Nenner der kleinsten Bruchtheile, die in einem Decimalbruche vorkommen, mithin auch der gemeinschaftliche Nenner für alle Bruchtheile, die auf das Komma folgen, allemal 1 ist, mit so viel Nullen als Bruchstellen vorhanden sind, die ebenfalls gezählt, welche mit der Nulle ausgefüllt sind. Denn der Divisor oder Nenner für die erste Bruchstelle, die Zehntel, ist 10 oder 1 mit 1 Nulle; für die 2te, die Hundertstel, ist er 100 oder 1 mit 2 Nullen,

aber auch eben dieses für die 1ste und 2te Stelle zusammen;

für die 3te Bruchstelle, die Tausendstel, ist er 1000 oder 1 mit 3 Nullen,

aber auch eben dieses für die 1te, 2te, und 3te Stelle zusammen. u. s. f.

Also zu	1,073	gehört der Nenner		1000
"	23,40013	"	" "	100000
"	31,4	"	" "	10
"	0,0016	"	" "	10000

Will man nun lieber die Nenner wirklich untersetzen, so fällt natürlich das Komma weg, und es ist

$$1{,}073 = 1\tfrac{73}{1000}$$
$$23{,}40013 = 23\tfrac{40013}{100000}$$
$$31{,}4 = 31\tfrac{4}{10}$$
$$0{,}0016 = \tfrac{0016}{10000} \text{ oder } \tfrac{16}{10000}$$

* b. Weil jede Einheit einer Ziffer nur $\frac{1}{10}$ ist von der Einheit der nächstvorhergehenden Ziffer, so kann man z. B. von

0,6398

sagen, 3 stelle $\frac{3}{10}$ von einer Einheit von 6; 9 stelle $\frac{9}{10}$ einer Einheit von 3; 8 stelle $\frac{8}{10}$ einer Einheit von 9 vor. Nimmt man aber alles Nachfolgende allemal unter Einen gemeinschaftlichen Nenner zusammen, so kann man sagen, 398 sey $\frac{398}{1000}$ einer Einheit von 6; 98 sey $\frac{98}{100}$ einer Einheit von 3; 8 sey $\frac{8}{10}$ einer Einheit von 9. Daher ist auch nacheinander

$$0{,}6398 = 0{,}6\tfrac{398}{1000} \qquad \text{Ferner } 0{,}50073 = 0{,}5\tfrac{73}{10000}$$
$$= 0{,}63\tfrac{98}{100} \qquad = 0{,}50\tfrac{73}{1000}$$
$$= 0{,}639\tfrac{8}{10} \qquad = 0{,}500\tfrac{73}{100}$$
$$= 0{,}5007\tfrac{3}{10}$$

Es ist nämlich hier allemal der angehängte Bruch als Bruchtheil der Einheit der nächst daran stehenden Bruchziffer eben so anzusehen, wie in einer sogenannten gemeinen vermischten Zahl $7\frac{5}{6}$ der angehängte Bruch $\frac{5}{6}$ einen Theil der Einheit von 7 darstellt. Es ist nicht, daß $0,6\frac{398}{1000}$ so viel als 0,6 und $\frac{398}{1000}$ wäre, welches $\frac{6398}{1000}$ ausmachen würde, sondern $\frac{398}{1000}$ sind als Theile einer Einheit von 6 anzusehen, welches keine ganze Zahl, sondern selbst ein Bruch, nämlich $\frac{6}{10}$ ist.

§. 10.

Zweierley Lesearten solcher Decimalbrüche, welche mehrere Bruchziffern, also auch verschiedene einzelne Bruchtheile haben.

Wir nehmen als Beispiel die obige Zahl in §. 4.

4529,378

Die hier vorkommenden Decimalbruchtheile kann man auf zweierley Art lesen.

1.) Nach §. 4. hat man hier in einzelnen Bruchtheilen: 3 Zehntel, 7 Hundertstel, und 8 Tausendstel. So spricht man sogleich den einer jeden Ziffer besonders zugehörigen Nenner aus: man benennt die vorkommenden verschiedenen Bruchtheile mit ihren Namen, je nach der Stelle, die sie nach dem Komma einnehmen, und nach dem dekadischen Gesetz, nach welchem ihre Werthe von der Linken gegen die Rechte hin abnehmen.

Diese Leseart ist die weitläufige, und kann verglichen werden, mit der Leseart einer ganzen Zahl, wenn man sie durch die Namen ihrer verschiedenen Einheiten ausdrücken, z. B. obige Zahl 4529 lesen wollte: 4 Tausender 5 Hunderter 2 Zehner und 9 einfache Einheiten.

2.) Die andere Leseart ist die kürzere, sie nimmt nach

§. 8. und 9. alle Bruchtheile zusammen und gibt denselben den Nenner der kleinsten Bruchtheile, d. h. den für alle gemeinschaftlichen Nenner nach der Regel in §. 9. Man hat hier 378 Tausendstel.

Diese Leseart kann verglichen werden, mit der gewöhnlichen Leseart einer ganzen Zahl, wenn man z. B. die obige wie gewöhnlich 4592 Ganze ausspricht.

§. 11.

Decimalbruch und seine verschiedene Bruchtheile.

Dem §. 3. gemäs, und meist im Sinne der 2ten Leseart des §. 10., begreift man gewöhnlich unter dem Namen Decimalbruch alles, was rechts nach dem Komma folgt, zusammengenommen und mit dem gemeinschaftlichen Nenner ausgedrückt. Ein Decimalbruch, er sey mit Einer oder mit mehreren Ziffern ausgedrückt, begreift eben so alle dekadischen Bruchtheile zusammen, wie das Wort Zahl einer einzigen Ziffern oder mehreren miteinander verbundenen Ziffern zukommt.

§. 12.

Eigentliche, uneigentliche, vermischte Decimalbrüche.

Kaum brauchen wir zu bemerken, daß bey Decimalbrüchen, wie bey gemeinen, die so eben genannten Arten Statt finden, da man ohnehin jedem Decimalbruche sogleich die Gestalt eines gemeinen geben kann, wenn man ihm seinen Nenner untersezt, und so das Komma überflüßig macht. Auch haben wir bereits im Vorhergehenden alle diese Bruchgattungen schon aufgeführt.

Eigentliche Decimalbrüche, wo der Werth weniger als

1 Ganzes beträgt, und uneigentliche, deren Werth 1 Ganzes oder mehr beträgt, sind schon in §. 2. vorgekommen; vermischte aus Ganzen und einem Decimalbruch bestehend, die das Komma von einander trennt, in §. 4, 8, 9, obgleich wir eben darin nichts Vermischtes, vielmehr alle Theile wohl gesondert sehen. Eher könnte man z. B. die zu den uneigentlichen gerechneten $\frac{17}{10}$ des §. 2. und $\frac{1213}{100}$ des §. 3. zu den gemischten zählen, da unter diesen Bruchtheilen die Ganzen mehr verborgen sind.

§. 13.

Einen vorgesprochenen, oder auch einen mit seinem Nenner geschriebenen Decimalbruch, ohne Nenner niederzuschreiben.

Wenn man eine vorgesprochene ganze Zahl, die über die einfachen Ganzen hinausreicht, in Ziffern richtig niederschreiben will, so muß man dafür besorgt seyn, daß jede Ziffer in ihre gehörige Stelle komme. Damit die Zahl dreitausend vier und fünfzig in Ziffern recht stehe, müssen die 3 Tausender die 4te, eine Nulle die 3te, weil keine Hunderter angegeben sind, die 5 Zehner oder fünfzig die 2te, und endlich die 4 einfachen Ganzen die 1ste Stelle einnehmen. So wird 3054 die verlangte Zifferzahl seyn.

Eben diese Vorsicht braucht es bey den Decimalbrüchen, nur mit dem kleinen Unterschiede, daß wir hier Bruchstellen zählen, und daß daher die Zehntel in der ersten Stelle rechts nach den Ganzen, die Hundertstel in der zweyten, die Tausendstel in der dritten rc. stehen, wohingegen bey ganzen Zahlen die

Zehner in der zweyten, die Hunderter in der dritten ꝛc. stehen, weil man den einfachen Ganzen, bey den Decimalbrüchen aber den Zehnteln die erste Stelle einräumt.

Vorgesprochen kann aber ein Decimalbruch nach den in §. 10. vorgekommenen zweierley Lesearten seyn:

a. Nach der ersten und weitläufigen werden nach einander seine einzelne Theile gegeben, die man nach dem so eben gesagten in ihre gehörige Stelle setzen muß. Zwischenstellen, für die nichts gegeben ist, füllt man wie bey ganzen Zahlen mit Nullen aus.

Man soll 3 Ganze 4 Hundertstel und 6 Zehntausendstel niederschreiben. An die Ganzen gehört ein Komma, die Hundertstel gehören in die 2te, die Zehntausendstel in die 4te Stelle. Da für die darzwischen befindlichen Stellen der Zehntel und Tausendstel nichts gegeben ist, so füllt die Nulle diese Stellen aus, und der verlangte Zifferbruch wird seyn: 3,0406.

Ferner 0 Ganze 2 Zehntel und 7 Millionstel wird geben: 0,200007.

b. Nach der zweyten und kürzern Leseart eines Decimalbruchs, wo alle verschiedene Bruchtheile oder ihre einzelne Zähler zusammen wie eine einzige ganze Zahl ausgesprochen werden, wo nur Ein gemeinschaftlicher Nenner vorgesagt wird, da muß jener Totalzähler nach dem Komma so viel Stellen einnehmen, als der gemeinschaftliche oder einzige Nenner Nullen hat. Thut er dieses nicht, so füllt man die fehlenden so mit Nullen aus, daß der Zähler in seinem Werth keine Veränderung erleide, also zur linken Seite desselben. Mit andern Worten

Sinnet vorerst auf den ausgesprochenen Nenner, wieviel Nullen sein 1r an sich habe: so viel Stellen muß der ausgesprochene Zähler ausfüllen, und wenn er dieses nicht thut, so hilft man mit Nullen aus, aber voran, d. i. gegen die Linke oder das Komma hin.

Es seyen $\frac{17}{10000}$ und $15\frac{59}{100}$

ohne Nenner zu schreiben. Setzet vorerst die Ganzen, oder wo keine sind, eine Nulle dafür, und dann ein Komma:

0, 15,

Merket nunmehr, daß der Nenner der ersten Zahl 4 Nullen hat, daß also der niederzuschreibende Bruch 4 Bruchstellen ausfüllen muß. Aber 17 füllt nur 2 aus, die zwey andern müssen also mit Nullen ersetzt werden, und zwar voran, folglich so: 0017. Der andre Nenner hat 2 Nullen: also muß der Zähler 2 Stellen ausfüllen, diese werden aber die 59 schon einnehmen, mithin hat die Nulle hier nichts zu thun. Die verlangte Ziffergestalt beyder Decimalbrüche wird also seyn:

0,0017 15,59

So werden

51307 Ganze und 4 Zehntel	dargestellt mit	51307,4
24 G. u. 22 Tausendstel	⸗ ⸗ ⸗	24,022
0 G. u. 12 Millionstel	⸗ ⸗ ⸗	0,000012
13 G. u. 75 Zehntausendstel	⸗ ⸗ ⸗	13,0075
2 G. u. 7 Zehntausendstel	⸗ ⸗ ⸗	2,0007
201 G. u. 314 Tausendstel	⸗ ⸗ ⸗	201,314

c. Dictirte Decimalbrüche ohne Nenner niederzuschreiben, d. h. dem Zähler des Decimalbruchs die gehörige Stelle zu geben, erfordert etwas mehr Besinnung, als die Ziffern einer dictirten ganzen Zahl richtig zu setzen. Ich fand dieses beym Lehren: darum habe ich mich etwas länger dabey aufgehalten. Die Ursache mag freylich noch im Fremden der Sache liegen, aber doch auch darin, daß einer ausgesprochenen ganzen Zahl keine weitere Zahlbenennung, dem ebenfalls wie eine ganze Zahl ausgesprochenen Zähler des Decimalbruchs aber noch sein Nenner folgt, auf den man eben so, wie auf jenen, und noch zuerst seine Aufmerksamkeit heften muß, denn man kann vom vorgesprochenen Zähler doch nichts niederschreiben, bis der Nenner angesagt und die Anzahl seiner Nullen in Ueberlegung gezogen ist.

d. Das erste von obigem Halbdutzend Beyspiele gibt die 51307,4 Toisen oder französische Klafter von 6 pariser Fußen an, die der 400ste Theil des ganzen Umfangs der Erde, in einer durch Frankreich und Spanien gehenden Richtung, nach den neuesten Messungen und Ausrechnungen hat. Des dabey befindlichen Decimalbruchs ungeachtet, den man auch, wenn man sich daran noch irrt, weglassen oder durch $\frac{4}{10}$ ausdrücken kann, wird es nicht schwer seyn, die pariser Fußzahl zu finden, die der ganze Umfang der Erde hat. Und wie viel neue badische Fuß, womit wir bald näher werden bekannt werden, es betrage, kann man ebenfalls leicht berechnen, wenn man weiß, daß 10000 pariser Fuß sehr nahe 10828 neue badische Fuß ausmachen.

§. 14.

Uneigentliche Decimalbrüche, wie die in §. 12., ohne Nenner zu schreiben.

Einen uneigentlichen, mit seinem Nenner versehenen, mehr als 1 Ganzes betragenden Decimalbruch, z. E. $\frac{1213}{100}$, ohne Nenner zu schreiben, lauft darauf hinaus, die darin steckenden Ganzen herauszuziehen und besonders darzustellen. Man schneide nur vom Zähler, mittelst des Komma's,

soviel

soviel Stellen von der Rechten zur Linken ab, als der Nenner Nullen hat: was übrig bleibt sind Ganze; das Abgeschnittene aber behält schon bloß durch das Komma denselben Nenner. Obiges gibt daher 12,13.

In der That heißt ja $\frac{1213}{100}$ nichts anders, als 1213 dividirt mit 100, und dies geschieht bekanntlich dadurch, daß man 2 Stellen abschneidet. Stellen zum Abschneiden sind bei dieser Art Brüche allemal genug vorhanden, denn es müssen ja Ganze herauskommen.

§. 15.

Ganze mit einem Decimalbruche in einen uneigentlichen Decimalbruch zu verwandeln.

a. Ist der Decimalbruch ohne Nenner mit den Ganzen verbunden, also die Forderung gerade das Umgekehrte des vorigen §., so läßt man bloß das Komma weg, nimmt alles für den Zähler an, und schreibt unter den Bruchstrich den Nenner des Decimalbruchs. So wird aus 12,13 wieder $\frac{1213}{100}$. Im Grunde hat man hier aus 12 Ganzen $\frac{1200}{100}$ gemacht, was derselbe Werth, nur ein andrer Ausdruck ist.

b. Ist aber der Decimalbruch mit seinem Nenner mit den Ganzen verbunden, wie in $16\frac{13}{10000}$, so schreibe man vorerst den Decimalbruch ohne Nenner nach §. 13., und dann befolge man weiter den ersten Theil des gegenwärtigen §. So wird alsdann $16\frac{13}{10000} = 16{,}0013 = \frac{160013}{10000}$.

§. 16.

Nullen rechts an einen ohne Nenner geschriebenen Decimalbruch gehängt.

a. Sie machen den vor Augen stehenden Zähler des Decimalbruchs 10, 100, 1000mal größer, aber auch eben so vielmal den nicht vor Augen stehenden, durch die Zahl der Bruchstellen am Komma zu erkennenden Nenner (nach §. 9.), weil dergleichen Nullen die Zahl der Bruchstellen vergrößern. Der Zähler hat dadurch mehr Bruchtheile, aber auch eben so vielmal kleinere. Daher bleibt derselbe Werth wie zuvor. Hängt man z. B. an 39,732 zwei Nullen, so hat man 39,73200, also statt $39\frac{732}{1000}$ nunmehr $39\frac{73200}{100000}$, was auf eines herauskommt.

b. Man kann also einem solchen Decimalbruche sogleich einen andern Decimalnenner geben, ohne daß dadurch sein Werth verändert würde: man darf nur rechter Hand die nöthigen Nullen anhängen. Das kann man brauchen, wenn Decimalbrüche von ungleicher Anzahl Bruchstellen, also auch von ungleichen Nennern, zu einerley Benennung gebracht werden müßten.

c. Auch ist es zuweilen dienlich, die Bruchstellen paarweise zu haben, oder daß es ihrer 3, 6, 9 u. s. f. seyen, wie im Folgenden sich weiter zeigen wird, und da helfen allemal die Nullen aus.

§. 17.

Versetzungen des Komma's.

Bis jetzt ist von keiner Veränderung des Werths eines Decimalbruchs die Rede gewesen. Auch wollen wir jetzt noch nichts weiter davon in Betrachtung ziehen, als was denn erfolge, wenn man das Komma versetzt.

a. Um eine Stelle weiter gegen die Rechte wird offenbar alles 10mal; um 2 Stellen, alles 100mal so groß ꝛc. Um eine Stelle weiter gegen die Linke wird alles 10mal; um 2 Stellen alles 100mal kleiner als zuvor.

Setzt man in 31,581

das Komma um eine Stelle weiter gegen die Rechte,

so hat man 315,81

und jede Ziffer ist dadurch in einen 10mal höhern Werth gekommen. Setzt man es aber so:

3,1581

so ist alles in einem 10mal geringern Werthe, als anfänglich.

Es geht also hier wirklich eine Multiplication oder eine Division mit 10, 100, 1000 ꝛc. vor, je nachdem das Komma um eine, oder 2 oder 3 Stellen weiter zur Rechten oder zur Linken gerückt wird.

b. Sollte man das Komma weiter rücken müssen, als Ziffern oder Stellen vorhanden sind, so kann auch da die Nulle wieder aushelfen. Gesetzt man hätte das Komma in der Zahl 0,0517 um 3 Stellen weiter gegen die Linke zu versetzen, d. h. den Decimalbruch 1000mal kleiner zu machen; so wird, indem man noch 3 Nullen zu Hülfe nimmt, aus

0,0517

dieses: 0,0000517

Das nämliche kann man aber auch blos durch die Betrachtung erhalten, daß 517 um 3 Stellen weiter vom

Komma wegkommen muß, wenn diese Zahl einen 1000mal geringern Werth erhalten soll. Daher bekommt man dann wie zuletzt 0 0000517.

Umgekehrt, das Komma dieses Beyspiels um 3 Stellen weiter gegen die Rechte gerückt, d. h. mit 1000 multiplicirt wird offenbar aus

0,0517

dieses: 0051,7

also ohne die überflüssigen Nullen: 51,7.

Versetzt man, statt des Komma's, eben so die Ziffern, so erfolgt dasselbe.

§. 18.

Vorläufig etwas von den Vorzügen der Decimalbrüche ohne geschriebenen Nenner.

Es muß doch jetzt schon genug in die Augen fallen, daß es viel leichter, kürzer und deutlicher sey:

statt $\frac{2}{10}$ $7\frac{65}{100}$ $\frac{93}{1000}$ $1\frac{36}{10000}$

zu schreiben und

zu drucken: 0,2 7,65 0,093 1,0036

Man kann auch wohl schon voraussehen, daß es viel leichter seyn werde, mit solchen Ausdrücken zu rechnen. Die Folge wird zeigen, daß das Rechnen damit nicht viel mehr Umstände macht, als das mit ganzen Zahlen. Daher ist es oft nicht einmal vortheilhaft, Decimalbrüche, die sich aufheben ließen, wirklich aufzuheben, oder wenn man statt 0,5 setzen wollte $\frac{1}{2}$

" 0,25 " " $\frac{1}{4}$

" 0,125 " " $\frac{1}{8}$

Gleichwohl mußten sich bis jetzt noch die Schriftsteller hüten, Decimalbrüche, für den gemeinen Gebrauch, mit dem Komma aufzustellen. Sie brachten sie bey tabellarischen Formen unter eigene Rubriken, z. B.

	fl.	kr.	10tels kr.
	2	54	9
	3	8	4
	27	15	8
zusammen	33	19	1

Andre hatten eine so große Kommascheu, daß sie lieber, um doch den Nenner nicht immer zu wiederholen, es so setzten:

2	$54\frac{9}{10}$
3	$8\frac{4}{\cdot}$
27	$15\frac{8}{\cdot}$
33	$19\frac{1}{\cdot}$

Welche ungeheure Dicke und Unbequemlichkeit hätten nicht Bücher, die beynahe nichts als Decimalbrüche haben, wenn man die Nenner hätte beyfügen wollen! — Diese Bücher sind aber auch nicht für den gemeinen Mann, wird man sagen — Wohl. Wüßte er aber nur Weniges von den Decimalbrüchen, so würde er diese Bücher mit weniger Unwissenheit anstaunen und doch hin und wieder etwas Verständliches für ihn darin finden.

Zehntheilig eingetheilte Maaße und Gewichte gewähren ein leichteres Rechnen und den vortheilhaften Gebrauch der Decimalbrüche: wir gehen zur Beschreibung der für Baden neu angeordneten über.

§. 19.

Neue Maase und Gewichte.

a. Da die neuen, für das ganze Großherzogthum Baden angeordneten Maase und Gewichte die hauptsächlichste Veranlassung zu dieser Anleitung waren, und wir von nun an Anwendungen darauf machen sollten: so wollen wir jetzt unsere Leser in eine nähere Kenntniß davon setzen. Man wird sogleich wahrnehmen, daß von diesen Maasen alles, was vorzüglich der Rechnung unterworfen zu werden pflegt, nach Verzehnfachungen und Verzehntelungen, wie in unserm Zahlensystem, geordnet ist, daher sich dann auch eben so leicht damit wird rechnen lassen.

Längenmaase:

1 Ruthe	=	10 Fuß,
1 Fuß	=	10 Zoll,
1 Zoll	=	10 Linien,
1 Linie	=	10 Puncte.

Flächenmaase:

1 Feldviertel	=	100 Quadratruthen,
1 QRuthe	=	100 QFuß,
1 QFuß	=	100 QZoll,
1 QZoll	=	100 QLinien,
1 QLinie	=	100 QPuncte.

Kubische Maase:

1 Kubikruthe	=	1000 KubikFuß,
1 KFuß	=	1000 KZoll,
1 KZoll	=	1000 KLinien,
1 KLinie	=	1000 KPuncte.

Hohlmaase:

Für Sackfähiges		Für Flüssiges	
1 Zuber	= 10 Malter	= 1 Fuder	= 10 Ohm
1 Malter	= 10 Sester	= 1 Ohm	= 10 Stützen
1 Sester	= 10 Meßlein	= 1 Stütze	= 10 Maas
1 Meßlein	= 10 Becher	= 1 Maas	= 10 Glas.

Beyderley Hohlmaase sind also der Ordnung nach einander gleich. Der Sester, also auch die Stütze, beträgt im Inhalt $\frac{1}{9}$ des obigen Kubikfußes.

Gewichte:

1 Centner	= 10 Stein	= 100 Pfund,
1 Stein	= 10 Pfund,	
1 Pfund	= 10 Zehnling	= 100 Centaß,
1 Zehnling	= 10 Centaß,	
1 Centaß	= 10 Pfenning	= 100 Aß,
1 Pfenning	= 10 Aß.	

Das Gewicht des Pfundes ist das, was ganz reines und fast eiskaltes Wasser im 54sten Theil des obigen Kubikfußes wiegt; oder, der 54ste Theil des Gewichts solchen Wassers, wenn der Kubikfuß damit angefüllt ist: jedoch darauf reducirt, als ob es im luftleeren Raum gewogen wäre, wo das Wasser schwerer ist, weil, in der Luft, ein Theil davon von der Luft eben so getragen wird, wie z. B. beim Menschen, wenn er sich ins Wasser einsenkt, dieses einen Theil seines Gewichts trägt.

Hierzu gehören nun noch:

Die Elle von 2 Fuß. Sie wird zehntheilig getheilt.

Also beträgt ihr zehnter Theil 2 Zoll, ihr zwanzigster 1 Zoll, ihr hundertster Theil 2 Linien. Man wird sie aber auch eingetheilt, wie es bisher gewöhnlich war, haben können.

Das Klafter von 6 Fuß.

Die Wegstunde von 14814,8 Fuß.

Die Meile, das Doppelte der Wegstunde.

Der Morgen von 4 Viertel.

Das Brennholzklafter von 6 Fuß hoch und breit und 4 Fuß Scheitlänge.

Das Apothekergewicht soll bis auf Weiteres noch unverändert bleiben.

Die Hohlmaaße werden zwar cylindrisch seyn; aber über das Verhältniß ihrer Breite zur Tiefe wird besondere Vorschrift gegeben.

* b. Eine leichte Vergleichung zeigt, daß alle neue Maaße und Gewichte mit einander in einem bald zu erkennenden Zusammenhang stehen, daß ein Theil aus dem andern durch ein leicht auszudrückendes Verhältniß hervorgehe, besonders aber, daß alle Theile dieses Maaßsystems eine deutliche Beziehung auf die Fußlänge haben, so, daß wenn man von dieser eine Vorstellung hat, man sich auch von der wirklichen Größe aller zu diesem System gehörigen Maaße und Gewichte eine Vorstellung machen kann. Es kommt also nun darauf an, das Fußmaaß selbst in seiner wirklichen Länge zu kennen.

* c. Die als Grundmaaß anzusehende Fußlänge ist $\frac{3}{10}$ des Meters; oder 10 Fuß (d. i. die Ruthe) betragen

3 Meter. Was ist aber der Meter? Er ist eine solche Länge, daß, wenn man sich einen Faden denkt, der 40 Millionen Meter lang wäre, man damit die ganze Erdkugel umspannen könnte. Das ist aber wieder sehr schwer, sich vorzustellen. Wir kommen daher lieber auf den einzelnen Meter zurück. Er beträgt in seiner ganzen Länge beynahe 3 Fuß und 1 Zoll altes pariser Maas, oder 3 Fuß $3\frac{1}{2}$ Zoll nürnberger Maas. Nun hat man für das Badische $\frac{3}{10}$ des Meters zum allgemeinen Fußmaas angenommen, welches keine zwey Linien weniger als der nürnberger Fuß beträgt.

Zum Fußmaas hat, wie der Name schon anzeigt, die Natur selbst Gelegenheit gegeben. Man findet noch Fußmaase, die der Länge der Fußsohlen des Mannes, die Zehen mitgerechnet, entsprechen. Aber viele sind auch größer, und überhaupt gibt es eine große Menge verschiedener Fußmaase, so, daß man wohl sieht, daß um ein genau bestimmtes Längenmaas zu haben, man andre Mittel einschlagen müsse. Darum hat man lieber den Umfang der Erde, der unveränderlich ist, gemessen, und für uns obigen Theil zum Fußmaas angenommen, weil es sich auf den Meter, und dieser auf Messungen gründet, die in neuern Zeiten von den Franzosen mit eben so großer Genauigkeit als ausserordentlichen Kosten angestellt worden.

* d. Hat man jezt eine Vorstellung von der Länge des neuen Fußes; denkt man sich ein Quadrat, das einen solchen Fuß breit und lang ist; ferner einen Kubus oder Würfel, 1 Fuß lang, breit und tief; denkt man sich eben

so die 10 Fuß oder 3 Meter lange Ruthe, die Quadrat- und dann die Kubikruthe; nimmt man Rücksicht auf die oben angegebenen Stufen oder Vielfachen der Maase und Gewichte und auf die gegebenen Grundlagen, daß $\frac{5}{9}$ KFuß den Sester oder die Stütze, und daß das Wassergewicht in $\frac{1}{54}$ KSchuh das Pfundgewicht ausmache: so kann man sich eine Vorstellung von allen Maasen und Gewichten machen, und wird insbesondre sogleich finden, daß 9 Sester oder Stützen den Inhalt von 5 KubikFuß haben, und daß das Wasser im KubikFuß 54 Pf. wiege. *)

* e. Bequeme Größe der Maase, schickliche Schwere der Gewichte, verständliche Benennungen derselben, und zehntheilige Stufen in den Vielfachen und Unterabtheilungen, sind wohl die Haupterfordernisse einer guten Maaseinrichtung. Aber es gehört doch sonst noch viel dazu. Die Form der Hohlmaase und Gewichte ist gar nicht gleichgültig. Zuweilen müssen Dinge eher gewogen als gemessen, eher gemessen als gewogen werden. Einige Dinge lassen sich nicht abstreichen, und werden daher aufgehäuft. Es ist wichtig, die sicherste Art zu eichen, zu sinnen, zu fechten, zu befolgen; es ist höchstwichtig, zu verhüten,

*) In der gedruckten Anleitung zum richtigen Gebrauch der Reduktionstabellen 1ten Bandes findet man §. 10. noch eine andre Anzeige von der wirklichen Größe der neuen Maase und Gewichte. Und im 2ten Bande der Tabellen findet man eine nähere Bestimmung des Wassergewichts in den Hohlmaasen. Es ist aber das Vorzeigen der wirklichen Gefäße und Gewichte beym Lehren vorzüglich zu empfehlen.

daß nicht für besondre Dinge besondre Maase sich einschleichen. Vor allem aber ist für die Erhaltung der Maase zu sorgen, damit wir nicht wieder in die schreckliche Verwirrung gerathen, aus welcher wir uns jetzt herausreissen sollen. Es werden daher Urmaase für die Residenz, Lagermaase für die Kreis- oder Provinzstädte, Eichmaase für jedes Amtsort erfordert, mit welch letztern erst die Privatmaase zu justiren sind.

§. 20.

Zur Wiederholung dienende Anwendung des Bisherigen auf die neuen Maase und Gewichte.

a Lesen und Schreiben genannter Decimalbrüche, und Gebrauch der Nullen bey letzterem.

So kurz und leicht die in §. 10. gezeigte zweyte Leseart der Decimalbrüche ist, so wird doch in genannten Zahlen, deren Eintheilung zehntheilig fortschreitet, oft die erste vorgezogen. Hat man z. B. in Längenmaas:

n. Ruth.
341,624

oder so geschrieben: 341,624 neue Ruthen,

so besteht zwar diese Zahl aus 341 ganzen Ruthen und 624 Tausendstel einer Ruthe, nach der 2ten Leseart. Aber man wird die Decimalbruch theile einer Ruthe, gar oft lieber einzeln nach Zehnteln, Hundertsteln, Tausendsteln ausdrücken, weil diese Theile, wie aus §. 19. a. zu sehen, eigene Namen haben: man spricht daher: 341 Ruthen 6 Fuß 2 Zoll 4 Linien, ja man schreibt es gar oft auf diese auseinandergezogene Art. Denn wenn Ruthen die Ganzen sind, also die Ziffer der ersten Stelle das Komma an sich hat, so enthält die demselben rechts folgende erste Bruchstelle der Zehntel die Füße, die 2te Bruchstelle die Zolle, die 3te die Linien.

Und wenn die einfachen Ganzen neue Malter sind, so enthält ihre erste Bruchstelle die Sester, die 2te die Meßlein, die 3te die Becher. Auf eine ähnliche Art ists auch so bey den Flüssigkeitsmaasen. Hat man also 26,309 Malter, so drückt man sich dann, statt 26 Ganzen und 309 TausendstelsMalter, im Lesen und gar oft auch im Schreiben so aus: 26 Malter 3 Sester und 9 Becher, denn die Stelle der Meßlein ist mit 0 ausgefüllt.

Im neuen Flächenmaas, wie im Gewichte, gehen die Rechnungsrubriken von 100 zu 100. Nur die Morgen machen eine Ausnahme, weil 4 Viertel auf 1 Morgen gehen. Sind also die einfachen Ganzen jenes Maases neue Viertel, so geben die zwey nächstfolgenden Bruchstellen die Quadratruthen, und die zwey weitern die Quadratfuße an; und statt 38,3945 Viertel, d. i. statt 38 Viertel und 3945 ZehntausendstelsViertel, sagt und schreibt man oft lieber: 38 Viertel 39 Quadratruthen und 45 Quadratfuß; oder kurz 38 V. 39 QR. 45 QF. Kommen Morgen vor, so verwandelt man sie zum bequemern Rechnen, mit 4 in Viertel.

Statt 115,260004 neue Centner durch 115 Centner und 260004 MillionstelsCentner zu geben, sagt und schreibt man eher 115 Centner 26 Pfund und 4 Aß, denn es fehlt hier eine ganze zweystellige Abtheilung, nämlich die der

Centasse, die also im blosen Einnamigten Centnerausdruck mit 2 Nullen ausgefüllt seyn mußten; und es nimmt auch die Zahl 4 Aß nur Eine Stelle ein, daher die andre, weil ebenfalls 100 Aß auf 1 Centaß gehen, mit einer Nulle voran ersetzt werden mußte, wenn alles nur Einen Namen, Centner, tragen sollte.

Endlich wenn die einfachen Ganzen neue Kubikfuße sind, in welchem Maas alles von 1000 zu 1000 geht, so enthalten die 3 ersten Bruchstellen die Kubikzolle, die 3 weitern die Kubiklinien. Also anstatt 379,312075 Kubikfuß durch 379 KFuß und 312075 MillionstelsKFuß zu geben, sagt und schreibt man eher 379 KFuß 312 KZoll 75 KLinien, wo in den KLinien abermals eine Nulle wegfällt, die aber im ersten Einnamigen Decimalausdruck schlechterdings nothwendig ist.

Also umgekehrt, diese auseinander-gezogen dargestellten Zahlen wieder in Eine zusammen zu ziehen, muß man ja nicht vergessen, die fehlenden Stellen mit Nullen auszufüllen, sonst bekommen die Bruchtheile falsche Werthe; und dabey muß noch Rücksicht genommen werden, wie viel Stellen einem und demselben Namen zugehören. Den Längen- und Hohlmaasnamen gehört allemal Eine Stelle zu, weil sie von 10 zu 10; den Flächenmaas- und Gewichtnamen gehören zwey Stellen, weil sie von 100 zu 100; den Kubischen Maasnamen gehören drey Stellen zu, weil sie von 1000 zu 1000 schreiten. Daher wird, wenn man wieder in Eines zusammenziehen will,

aus 26 Mltr. 3 Sest. 9 Becher,
vorerst: 26 Mltr. 3 Sest. 0 Meßl. 9 Becher,
und endlich dieses: 26,309 Malter;

---

aus 115 Ctr. 26 Pf. 4 Aß,
wird vorerst: 115 Ctr. 26 Pf. 00 Centaß 04 Aß,
folglich: 115,260004 Centner;

---

und aus 379 KFuß 312 KZoll 75 KLinien,
wird vorerst: 379 KFuß 312 KZoll 075 KLinien,
und nun kürzer: 379,312075 KFuß.

Im Nächstfolgenden wird dieses noch weiter erwogen.

* In allen diesen Beyspielen hatte man bey dem Auseinanderziehen für alle Bruchstellen eigene Unterabtheilungsnamen. Es ist aber häufig, daß die Bruchstellen auf noch kleinere Theile auslaufen, die keine eigene Namen mehr haben, und alsdann dem kleinsten Namen, wie andre Decimalbrüche anhängen, entweder in Gestalt eines gemeinen Bruchs, oder mit dem Komma geschrieben. Wenn man statt obiger

26, 309 Malter
hätte: 26,30975 Malter

so wäre dieses beym Auseinanderziehen so viel als 26 Mltr. 3 Sester 0 Meßlein $9\frac{75}{100}$ oder 9,75 Becher, nach §. 9 b.

Und wenn man statt 115,260004
hätte: 115,2600047

so wäre dieses 115 Ctr. 26 Pf. 0 Centaß $4\frac{7}{10}$ oder 4,7 Aß.

b. Weiterer Gebrauch der Nulle bey genannten Decimalbruchzahlen.

In den ersten gegebenen Beyspielen, in denen nämlich, wo in den Decimalbruchstellen jedem Namen 2 oder 3 Stellen zugehören, wenn man den Decimalbruch auseinander gezogen unter seinen kleinern Namen aufstellen will, da waren im Einnamigen Ausdruck just soviel Stellen, daß sie, getrennt, Paare gegeben, oder zu 3 und 3 sich vertheilen ließen. Das ist aber nicht immer der Fall: die Anzahl der Bruchstellen kann auch ungerade seyn, und dann bleibt beym paarweise Vertheilen Eine übrig; sie kann auch so seyn, daß sie sich nicht gerade auf zu 3 und 3 vertheilen läßt. Da kann nun wieder die Nulle aushelfen und noch dazu vor einem sonst leicht zu begehenden Irthum hüten.

Hat man z. B. 15,314 Feldviertel und will den Decimalbruch, in Quadratruthen und Quadratfußen vertheilt, aufstellen, wozu allemal zwey Stellen gehören, weil es hier nach §. 19. von 100 zu 100 geht, so würde man fehlen, wenn man es durch 15 Vrtl. 31 □Ruthen und 4 □Fuß ausdrücken wollte; es sind 40 □Fuß, oder 31,4 □Ruthen. Man thut daher besser, vorher eine Nulle an 15,314 folglich 15,3140 zu setzen, wornach sich diese Zahl leicht in 15 Vrtl. 31 □Ruthen 40 □Fuß zertheilt. Diese Nulle verändert nach §. 16. nichts im Werth, sie drückt nur obige $\frac{4}{10}$ □Ruthen durch $\frac{40}{100}$ □Ruthen, d. h. durch 40 □Fuß aus.

Hiernach wird man sich noch folgende Beyspiele leicht erklären können:

Ctr.

Für 112,31354

setzt man lieber: 112,313540

und hat so: 112 Ctr. 31 Pf. 35 Centaß 40 Aß.

KRuth.

Für 12,3718

setzt man: 12,371800

und hat alsdann: 12 KRuthen 371 KFuß 800 KZoll.

c. Versetzung des Komma's bey zehntheiligen Maasen und Gewichten.

Es ist bekannt, daß man eine genannte Zahl durch Multiplication auf einen kleinern, durch Division auf einen größern, mehr geltenden Namen bringt. So werden Pfunde durch die Multiplication mit 32 auf Lothe, durch die Division mit 100 oder 104 oder 110 ꝛc. auf Centner gebracht. Ist der Multiplicator 10 oder 100 oder 1000 ꝛc., so weiß man, daß die Multiplication schon dadurch blos geschieht, daß man der zu multiplicirenden, oder, hier, der gegebenen genannten Zahl eine oder zwey oder drey Nullen ꝛc. anhängt. Ist der Divisor ebenfalls 10 oder 100 oder 1000, so schneidet man von der gegebenen Zahl von der Rechten zur Linken hin, eine oder zwey oder drey Stellen ab, welches mittelst eines Komma's geschehen kann. Sind die abgeschnittenen Stellen mit Ziffern besetzt, so werden daraus Decimalbrüche.

Sind nun die Maase, das Gewicht, die Münzen, zehntheilig eingetheilt, so bewirkt die Versetzung des Komma's

in

in einem dahin gehörigen genannten Decimalbruche ebenfalls eine Multiplication oder Division mit 10, 100, 1000 2c. d. h es wird ebenfalls dadurch der Name einer solchen Zahl auf einen kleinern oder größern gebracht.

So werden die oben in a. vorkommenden
341,624 Ruthen
augenblicklich in Fuße verwandelt, wenn man nur das Komma um Eine Stelle weiter gegen die Rechte setzt, d. h. mit 10 multiplicirt, weil 10 Fuß auf 1 Ruthe gehen.

Dies gibt also 3416,24 Fuß.
Eben so werden daraus 34162,4 Zoll,
und endlich 341624 Linien.

Im Getreide und Flüssigkeitsmaas ists eben so.
Hat man da 26,309 Malter,
so werden sogleich daraus 263,09 Sester,
und 2630,9 Meßlein,
endlich 26309 Becher.

Im Flächenmaas werden Quadratruthen aus Vierteln, dann aus jenen Quadratfuße, Quadratzolle 2c. wenn man das Komma um 2 Stellen gegen die Rechte rückt, weil allemal eine Einheit des größeren Namens 100 des kleinern ausmacht. Gehen Morgen voran, so drückt man diese vorerst in Vierteln aus. 9 Morgen 2,3945 Vrtl. machen 38,3945 Viertel.

Daher verwandeln sich 38,3945 Viertel
in 3839,45 □Ruthen
in 383945 □Fuße
also auch in 38394500 □Zolle.
Und das Nämliche findet beim Gewichte statt.

Aus 115,267354 Centner
werden 11526,7354 Pfunde
und 1152673,54 Centasse
und 115267354 Asse.

Beym zehntheiligen kubischen Maase rückt man das Komma 3 Stellen weiter, und hat es dann auf den nächstkleinern Namen gebracht.

Daher verwandeln sich 379,312975 KubikFuß
in 379312,975 KZoll
und in 379312975 KLinien.

Durch eine solche Versetzung des Komma's hat man zwar mehr Ganze vor dem Komma, als vorher, aber sie tragen dann auch einen sovielmal weniger bedeutenden Namen.

Das Umgekehrte von all diesem, nämlich die Folgen der Versetzung des Komma's gegen die linke Hand, und den Gebrauch, den man davon bey dergleichen genannten zehntheiligen Zahlen machen kann, werde ich hoffentlich nicht zu erklären haben.

Wie leicht ist also bey solchen Maasen und Gewichten größeres auf einen kleineren, kleineres auf einen größern Namen, verschiedene Namen eines und desselben Maases auf Einen Namen allein gebracht! Wie sehr werden dadurch alle Rechnungen abgekürzt, oder vielmehr umgangen; wie alle Uebersichten erleichtert und deutlicher gemacht! Und wie langweilig und beschwerlich war dieses nicht bey den bisherigen nicht-zehntheiligen Maasen!

So mußte man beym 12theiligen Flächenmaas immer mit 144 multipliciren oder dividiren. Daher haben sich auch schon längst die Geometer und Feldmesser ihre Ruthen, sie mochten nun 12 oder 15 oder 16 Fuß in Länge haben, dennoch in 10 gleiche Theile, einen solchen Theil wieder in 10 u. s. f. getheilt, und hießen diese Zehntel Decimalfuß, Decimalzoll ꝛc. Aber die endlichen Resultate mußten sie doch wieder in gewöhnliches Maas übersetzen. Beym 12theiligen Kubikmaas war es noch beschwerlicher; da mußte man Multiplication und Division mit 1728 verrichten. Beym Gewicht hatte man die Centner mit 104 oder 105, 106, 107 ꝛc. zu Pfunden, das Pfund mit 32 oder 34 oder 36 ꝛc. zu Lothen zu machen, und um die Anzahl Grane im Pfund zu haben, mußte man immer die bekannten ungleichen Stufen, zu den Lothen, Quentchen, Pfenningen, Granen herabsteigen.

Wäre es also nicht sehr zu wünschen, daß wir auch zehntheilig eingetheilte Münzen hätten? Vorschläge sind dazu gemacht; aber die Ausführung hat ihre eigene Schwierigkeiten.

§. 21.

Gemeine Brüche in Decimalbrüche zu verwandeln.

a. In Maas und Gewicht ꝛc. wird es immer gemeine Brüche geben, obgleich weniger als bisher, wenn einmal die zehntheiligen Maaſe und Gewichte eingeführt sind. Es kann daher oft nützlich seyn, die gemeinen Brüche in Decimalbrüche zu verwandeln, um die RechnungsVortheile mit den letztern zu benutzen. Deswegen wird in jeder Lehre von den Decimalbrüchen diese Verwandlung gezeigt; und das soll jetzt hier auch geschehen.

Wir erinnern an das, was §. 2. von jedem Bruch überhaupt gesagt ist. $\frac{3}{8}$ z. B. stellt den 8ten Theil von 3 vor, welcher kein Ganzes, aber vielleicht einige Zehntel und, wie man finden wird, wenn man 3 in lauter Zehntel, d. h. in 30 Zehntel verwandelt, wirklich 3 davon enthält. Aber der 8te Theil von 30 Zehntel ist etwas mehr als 3 Zehntel, und doch nicht 4. Wir wollen es daher lieber in Hundertstel suchen, und zu dem Ende die Zahl 3 in lauter Hundertsteln aufstellen: es sind 300, und davon ist der 8te Theil 37 Hundertstel. Aber auch hier bleibt noch etwas übrig, das zu theilen ist, denn der 8te Theil von 300 Hundertstel ist mehr als 37 Hundertstel und doch nicht 38. Lasset uns daher die Tausendstel suchen. Die Zahl 3 gibt 3000 Tausendstel. Davon ist der 8te Theil gerade 375 Tausendstel ohne weitern Rest.

Ihr werdet bald finden, daß das alles auf folgendes hinauslauft:

1. Man setze, wie beim gewöhnlichen Dividiren, neben den Nenner des zu verwandelnden gemeinen Bruchs seinen Zähler, da ohnehin jener Nenner ein Divisor, und der Zähler ein Dividendus ist, und ziehe auf diese Art die Ganzen heraus, wenn allenfalls der Bruch ein uneigentlicher wäre. Gibt es keine Ganze, so sage man dieses wenigstens im Quotienten durch eine Nulle und zeichne daran ein Komma, wie wenn man auch Ganze erhalten hätte.

2. Man betrachte nun die Zahl des Dividendus als einen Rest — einen Rest hätte man ohnehin schon, wenn Ganze ausgezogen worden und die Division nicht aufgegangen wäre — hänge eine 0 an und dividire, so bekommt man für den Quotienten die Zehntel, wo nicht, so setzet doch in denselben eine 0 für sie; hänget an den

Ueberrest wieder eine 0, so bekommt ihr die Hundertstel, oder eine 0 für sie. Fahret so fort, bis die Division aufgeht, oder bis ihr im Quotienten, d. i. im Decimalbruch so kleine Theile habt, als der Zweck erfordert.

3. Den letzten Rest, wenn einer übrig bleibt, mit dem Divisor blos bruchsweise dividirt, könnte man der letzten im Quotient erhaltenen Stelle in Gestalt eines gemeinen Bruchs beyfügen; aber gewöhnlich achtet man diesen Bruch nicht, und läßt ihn daher weg.

So ist denn wirklich diese Operation fast wie eine gemeine Division anzusehen, wie denn dieses wirklich der Natur der Sache nach nicht anders seyn kann, und es ist daher unnöthig, sie vorerst, wie einige lehren, in einen förmlichem Regeldetrisatz zu bringen.

b. Das obige Beyspiel, dem wir dann noch mehrere folgen lassen, wird demnach in der Behandlung so aussehen:

*)
8 | 3 | 0,375 Also $\frac{3}{8}$ = 0,375
30
60
40
00

*) Ich mache hier ein für allemal aufmerksam auf die Stellung der Zahlen einer Division, welcher man Undeutlichkeit nicht vorwerfen wird; und auf das Verfahren. Ich schreibe nämlich die Produkte, aus einer Quotientziffer mit dem Divisor multiplicirt, nicht hin, sondern nur den jedesmaligen Rest. Es ist das in Malers Rechenbuch §. 91. angezeigte Verfahren. Uebrigens mache das Jeder nach Gefallen und wie er es gewohnt ist.

$\frac{5}{16}$ wird folgendes geben:

16 | 5 | 0,3125 Also $\frac{5}{16} = 0,3125$.
50
20
40
80
00

$\frac{3}{40}$ wird geben:

40 | 3 | 0,075 Also $\frac{3}{40} = 0,075$.
300
200
000

Aus $\frac{381}{25}$ wird folgendes:

25 | 381 | 15,24 Daher $\frac{381}{25} = 15,24$
131
60
100
000

Aus $\frac{3}{256}$ wird:

256 | 3 | 0,01171875 Also $\frac{3}{256} = 0,01171875$
300
440
1840
480
2240
1920
1280
000

c. Allein nicht selten wird die Division nicht aufgehen, wenn man sie auch noch so weit fortsetzt. Da bricht man nun mit Ueberlegung irgendwo ab, und treibt die Sache nicht bis zu einer nutzlosen Genauigkeit. In den obigen Beyspielen geht die Division auf: sie sind absichtlich so genommen worden. Wir gehen jetzt erst zu solchen Brüchen über, bey deren Verwandlung die Division nicht aufgehen wird.

Ist man zufrieden, wenn $\frac{5}{7}$ bis auf 10000stel angegeben werden, so steht die Verwandlungsrechnung so:

7 | 5 | 0,7142
50
10
30
20
6

Also $\frac{5}{7} = 0,7142$. Setzt man aber den Ueberrest als einen gemeinen Bruch hinzu, so ist $\frac{5}{7}$ genau $= 0,7142\frac{6}{7}$.

Dieser angehängte gemeine Bruch ist aber nur $\frac{6}{7}$ eines der Theile, an die er unmittelbar angehängt worden, also nur $\frac{6}{7}$ eines 10000stels, folglich eigentlich nur $\frac{\frac{6}{7}}{10000}$. Wieviel mehr hätte man also denselben weglassen können! Und eine solche Verbindung eines gemeinen Bruchs mit einem zehntheiligen würde das Rechnen mit diesem meist ohne Nutzen erschweren.

Aus $\frac{5}{9}$ wird folgendes:

9 | 5 | 0,5555 . . . .
50
50
50
50
5

Es kommt, wie man sieht, immer 5, und der Rest beträgt auch immer 5. Genau wäre daher $\frac{5}{9} = 0,5\frac{5}{9} = 0,55\frac{5}{9} = 0,555\frac{5}{9}$ rc.

$\frac{20}{27}$ gibt folgende Rechnung:

27 | 20 | 0,740740. . .
 200
  110
   200
    110
     20

Da kommt immer 740. Ganz genau aber wäre $\frac{20}{27} = 0{,}740\frac{20}{27} = 0{,}740740\frac{20}{27}$ ꝛc.

$\frac{5}{6}$ gibt

6 | 5 | 0,8333. . .
 50
  20
   20
    20
     2

Hier kommt nach dem 8r immer ein 3r. Ganz genau wäre aber $\frac{5}{6} = 0{,}83\,\frac{2}{6} = 0{,}83\,\frac{1}{3} = 0{,}833\,\frac{1}{3} = 0{,}8333\,\frac{1}{3}$ ꝛc.

d. Hat man den Decimalwerth irgend eines gemeinen Bruchs, dessen Zähler 1 ist, so finden sich durch bloses Addiren die Decimalwerthe für den Zähler 2, 3 ꝛc. desselben Nenners sehr leicht; was wir freylich, der Ordnung nach, erst bey der Addition in wirklichen Beyspielen zeigen könnten. Wollte man eine Tafel über alle Decimalausdrücke der Brüche, z. B. von $\frac{1}{353}$ an bis auf $\frac{352}{353}$ aufstellen, so hätte man im Grunde nur von $\frac{1}{353}$ den Decimalwerth durch Division zu bestimmen. Dieser Decimalwerth zu sich selbst addirt gibt den für $\frac{2}{353}$; zu diesem den ersten wieder addirt gibt den für $\frac{3}{353}$ u. s. f. bis zu $\frac{9}{353}$. Und jezt kann man durch blose Versetzung des Komma's nach §. 17. auch für die Zehner, Hunderter der Einfachen die Decimalausdrücke finden, und dann abermals durch die Addition die für jeden, aus Einer, Zehner, Hunderter ꝛc. bestehenden Zähler herleiten; wobey jedoch zu beobachten ist, daß der ursprüngliche Decimalwerth des Bruchs, dessen Zähler 1 ist, wenn er wie die Brüche in c unvollständig wäre, hinreichend genau ausgedrückt sey. Dieses findet man näher erläutert und ausgeführt in der letzten diesem Buche angefügten Tabelle; und um es zu verstehen, braucht es nur noch sehr weniger Sätze.

e. Um der Mühe der Verwandlung überhoben zu seyn, die doch schon an sich selbst nicht groß ist, sind Tafeln im Druck erschienen, worin man gemeine Brüche schon in Decimalbrüche verwandelt findet. Davon sind Hrn. Hofrath Wucherers „Beyträge zum allgemeinen Gebrauch der Decimalbrüche, Carlsruhe 1795. in 8." zu empfehlen, worin der so eben erwähnte abkürzende Weg der Berechnung und Darstellung vorgezeichnet ist. Eine sehr geschmeidige Tafel für solche Brüche, deren Nenner 50 nicht übersteigt, finde ich in Hrn. Ramels „Système métrique etc. Lausanne 1808. 8." und lasse sie mit einer vorangehenden Erläuterung am Ende dieser Anleitung, nur wenig verändert, und mit einigen Halbirungsbrüchen vermehrt, abdrucken.

* §. 22.

Decimalbrüche sind schon längst bei den Wurzelausziehungen üblich.

So ganz fremd kann doch das Verfahren in § 21. denen nicht seyn, die schon Quadrat- und Kubikwurzeln aus ganzen Zahlen gezogen haben, die bey der Ausziehung etwas übrig lassen. Man hängt Nullen an, setzt die Ausziehung fort, und bekommt Zehntel, Hundertstel rc. zu den Ganzen der Wurzel. Freylich ist dieses keine Verwandlung eines gemeinen Bruchs in einen Decimalbruch. Aber das Verfahren hat doch Aehnlichkeit und das Resultat besteht in Decimalbruchtheilen. Wollte man es, statt dieser, sogleich in Halben, Vierteln, Achteln; oder in Duodecimaltheilen, in Zwölfteln, 144steln haben, um allenfalls zu den Fußen die Zolle, Linien zu bekommen:

so wäre die Arbeit dadurch gar sehr erschwert, und ohne Nutzen, da man, wie wir bald (§. 31. und 32.) sehen werden, die Decimalbruchtheile gar leicht in andre verwandeln kann.

* §. 23.

Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche durch Kopfrechnung.

Manche gemeine Brüche lassen sich geschwind und leicht durch Kopfrechnung in Decimalbrüche verwandeln, selbst dann, wenn die Division nicht aufgeht. Im letzten Fall geht man nur so weit, als es der Gebrauch erfordert. Es geschieht dadurch, daß man, ohne die Division ordentlich hinzuschreiben, nur in Gedanken dividirt, nachdem man in Gedanken immer Nullen angehängt, aber den jedesmaligen Quotienten wirklich notirt hat. So wird man leicht finden, daß

$\frac{1}{4} = 0{,}25$	bis auf 10000stel
$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{1}{3} = 0{,}3333$
$\frac{3}{8} = 0{,}375$	$\frac{2}{3} = 0{,}6666$
$\frac{1}{8} = 0{,}125$	$\frac{1}{6} = 0{,}1666$
$\frac{13}{20} = 0{,}65$	$\frac{5}{6} = 0{,}8333$
$\frac{5}{8} = 0{,}625$	$\frac{5}{9} = 0{,}5555$
$\frac{3}{4} = 0{,}75$	$\frac{5}{7} = 0{,}7142$
$\frac{7}{40} = 0{,}175$	$\frac{3}{7} = 0{,}4285$
$\frac{3}{5} = 0{,}6$	$\frac{1}{12} = 0{,}0833$

§. 24.

Bezeichnungsart der wiederholenden Bruchstellen oder Reihen.

a. Wenn, wie in den lezten Beyspielen §. 21. c. und in §. 23. zu sehen, eine Bruchstelle oder eine Reihe von Bruchstellen bey fortgesezter Verwandlungsdivision immer wieder erscheint, welches man einen Wiederholer, eine fortlaufende Ziffer, eine wiederholende, fortlaufende Reihe, heißen kann, so wollen wir dieses gleich bey der ersten Entstehung solcher Stellen mit einem Strich darüber andeuten, und also dadurch zu erkennen geben, die wiederholende Ziffer, die Reihe, könne so oft, als man will, hingeschrieben und so der Bruch immer genauer, und so genau als man es nur immer braucht, angegeben werden, obgleich auf diese Art noch immer etwas daran fehlen wird. Also wären in §. 21. c.

$$\tfrac{5}{9} = 0,\overline{5}$$
$$\tfrac{20}{27} = 0,\overline{740}$$
$$\tfrac{5}{6} = 0,8\overline{3}$$

und in §. 23. $\tfrac{1}{3} = 0,\overline{3}$

$$\tfrac{2}{3} = 0,\overline{6}$$
$$\tfrac{1}{6} = 0,1\overline{6}$$

2c. 2c.

b. Es ist klar, daß für den Gebrauch des Strichs, die wiederholende Reihe vollständig seyn müsse. Für die $\tfrac{5}{7}$ in §. 21. c. gehören noch mehr, als die dortigen vier Bruchstellen, zur Reihe, denn eigentlich ist, wenn die Division weit genug fortgesetzt wird, $\tfrac{5}{7} = 0,\overline{714285}$.

c. Die Reihen sind bey gewissen Brüchen sehr groß: in der am Ende dieses Buchs stehenden Tafel IV. wird man von 46 Stellen finden.

* §. 25.

Welche Brüche sich ganz genau in Decimalbrüche verwandeln lassen, und welche nicht.

Nur diejenigen gemeinen Brüche lassen sich ganz in genauen und vollständigen Decimalbrüchen darstellen, d. h. die in §. 21. gezeigte Division wird nur bey solchen gemeinen Brüchen aufgehen, deren Nenner 2 oder 5 oder diese beyde zu einfachen Factoren haben, vorausgesetzt, daß der gemeine Bruch vor der Verwandlungsoperation auf den kleinsten Ausdruck gebracht, folglich möglichst aufgehoben worden. Bestehen die einfachen Factoren des Nenners aus andern Zahlen, oder kommen unter den Factoren 2 und 5 noch andre vor, so geht die Division nicht auf, und es gibt wiederholende Stellen oder Reihen, wie wir im lezten §. gesehen haben.

Die Nenner in §. 21. b. lösen sich alle in Factoren von 2 und 5 auf, darum blieb auch bey der Verwandlungsdivision nichts übrig. Denn es ist

1) $8 = 2 \times 2 \times 2$

2) $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

3) $40 = 8 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

4) $25 = 5 \times 5$

5) $256 = 16 \times 16$ (S. Nr. 2.)

Die Nenner der Reste gebenden Brüche in §. 21. c. sind hingegen, in ihre Factoren zerfällt, folgende:

1) $7 = 7$
2) $9 = 3 \times 3$
3) $27 = 3 \times 3 \times 3$
4) $6 = 2 \times 3$

Der Grund liegt darin, daß nur 2 und 5 in 10, nur 2r und 5r in 10mal 10, in 10mal 100 ꝛc. ꝛc. und in deren Vielfachen, wenn sie keine andre einfache Factoren als 2 und 5 haben, aufgehen; immer vorausgesezt, daß der gemeine Bruch zum gegenwärtigen Zweck gehörig aufgehoben worden. Denn $\frac{27}{60}$ geht bei der Verwandlungsdivision auch auf, ungeachtet der Nenner $60 = 5 \times 2 \times 2 \times 3$, folglich einen fremden Factor 3 hat. Allein wird $\frac{27}{60}$ aufgehoben, so ists $\frac{9}{20}$, wo $20 = 5 \times 2 \times 2$, und der Factor 3 wegfällt.

§. 26.

Vorsichtige Abkürzung der Decimalbrüche.

a. Es ist oben §. 21. c. gesagt, daß man bey der Verwandlung eines gemeinen Bruchs in einen Decimalbruch, wenn die Division nicht aufgehe, oder auch, wenn sie zwar aufgienge, aber auf gar zu kleine Theile führte, wie im lezten Beyspiel des §. 21. b. schicklichen Orts stehen bleiben, und das Übrige vernachläßigen könne. Man bricht also irgendwo ab; und dieses geschieht nicht selten, selbst bei schon gegebenen Decimalbrüchen, denn es ist nicht immer nöthig alles so haarklein nachzuführen, oder beschwerliche Rechnungen damit zu machen.

b. In solchen Fällen pflegt man aber doch da, wo man abzubrechen fürgut gefunden hat, noch etwas zu beobachten, das den Fehler wegen des Vernachläßigten oft noch verringert, welches man sich wegen des häufig davon gemachten Gebrauchs wohl merken muß. Wenn nämlich das Weggelassene mehr als die Hälfte der Einheit der lezten Bruchziffer beträgt, so erhebt man diese lieber noch um eine Einheit und fehlt so weniger, als wenn man dieses nicht gethan hätte. Die Hälfte der Einheit einer Bruchziffer ist aber allemal 5 Einheiten der nächst niedern Stelle. So ist

$\frac{1}{2}$ Zehntel = 5 Hundertstel,

$\frac{1}{2}$ Hundertstel = 5 Tausendstel,

$\frac{1}{2}$ Tausendstel = 5 Zehntausendstel ꝛc.

Beträgt also das Weggelassene mehr als 5 Hundertstel, so erhebt man die Zehntelziffer um 1; beträgt es mehr als 5 Tausendstel, so erhebt man die Hundertstelziffer auch um 1 u. s. f. Ich sage nur, daß man bey der Beobachtung dieser Regel *weniger* fehle. Man könnte deswegen doch noch grob fehlen, wenn man besonders bey genannten Zahlen nicht noch auf andre Umstände sehen wollte.

c. Erläuterung durch Beyspiele.

Eine im französisch-metrischen Maaswesen jezt noch oft vorkommende Zahl kann beydes gut erläutern. Die Länge des Meters, der Grundlage aller neuen französischen und jezt auch der neuen badischen Maase und Gewichte, beträgt 3 Fuß 11,295936 Linen altes pariser Maas, oder 443,295936 Linien: (oben §. 9. c. ist die Meterlänge nur beynahe gegeben). Kommt es nun beim Gebrauche derselben nur auf 10tels Linien an, so sezt man lieber 443,3 als 443,2, denn jenes ist bey weitem nicht so viel zu viel, als das andre zu wenig wär: mit letzterm würde man über 9 Hundertstel weglassen, mit jenem setzt man nicht einmal 1 Hundertstel zu viel. Kommts auf Hundertstelslinien an, so sieht man bald, daß man besser fährt mit 443,3 als mit 443,29. Kommts auf Tausendstel an, so setzt man wieder lieber 443,296 als 443,295.

Die neue Wegstunde wird künftig $14814,8\overline{148}$ neue badische Fuß, also eine leicht zu behaltende Zahl seyn, weil die Ziffern 1, 4, 8, eine wiederholende Reihe, selbst in den Ganzen der Zahl, machen. Wollet ihr aber darauf und auf Zehntelsfuße, d. h. auf Zolle, nicht achten, nun so wäre weniger mit 14815 als mit 14814 gefehlt. Und dennoch bleibt man hier lieber bey der leztern Zahl, die die Reihe nicht ändert, weil es hier, in der Ausübung, auch auf eine Fußlänge nicht ankommt.

Nach oben §. 21. c. ist $\frac{5}{7} = 0,7142\frac{6}{7}$. Läßt man, wie immer gewöhnlich, den anhängenden gemeinen Bruch weg, so nimmt man eher 0,7143 und fehlt weniger, vorausgesetzt, daß man bey der 4ten Decimalstelle stehen bleiben wolle.

Die §. 21. c. folgenden $\frac{5}{9}$ sind $= 0,\overline{5}$ nach §. 24. Fortgesetzt folgt also noch mehr als $\frac{1}{2}$ Zehntel, also noch mehr als 5 Hundertstel. Sind es nun $\frac{5}{9}$ neue Kubikfuß oder der Inhalt des neuen Fruchtsesters, der neuen Weinstütze (§. 19. a.), so würde man im Decimalausdruck dafür mit 0,6 freilich weniger fehlen, als mit 0,5 Kubikfuß. Aber der Fehler wäre doch noch groß. Denn 5 Hundertstel Kubikfuß betragen doch schon 50 Kubikzoll. Lieber nimmt man mehr Stellen, und setzt also $\frac{5}{9}$ K.Fuß $= 0,555$, und da kann man mit 0,556 weniger fehlen, weniger als um $\frac{1}{2}$ K.Zoll. alles mit Ueberlegung.

Bleibt man bey den in §. 21. c. weiter vorkommenden Brüchen für $\frac{20}{27}$ und $\frac{5}{6}$ bey der dritten Bruchstelle stehen, so setzt man für jenen lieber 0,741 statt 0,740. Hingegen bleibt es für den andern bey 0,833, weil hier das Weggelassene weniger als $\frac{1}{2}$ Tausendstel beträgt. Ingleichem setzt man §. 23. in der Reihe der unvollständigen Decimalbrüche, um weniger zu fehlen, lieber

$$\frac{2}{3} = 0,6667$$
$$\frac{1}{6} = 0,1667 \text{ rc. rc.}$$

d. Doch muß ich hier bemerken, daß wenn sich, wie in den vorliegenden Beyspielen, die Kennzeichen eines Wiederholers oder einer wiederholenden Reihe durch eine solche Erhebung einer Bruchziffer verliert, man oft besser thue, statt eine Bruchziffer zu verändern, eine Bruchstelle weiter anzunehmen, z. B. $\frac{5}{9} = 0,5555$, statt $= 0,556$, zu setzen, weil jene Kenntniß immer von Werth ist.

* §. 27.

Verwandlung genannter ganzer oder gemeiner gebrochener Zahlen in Decimalbrüche eines mehr geltenden Nenners.

a. Genannte gemeine Brüche in Decimalbrüche desselben Namens zu verwandeln, geschieht auf die nämliche Art, wie bei den ungenannten.

Man kann aber nach einem Decimalbruche fragen, der einen höhern Namen führt, und auf diesen wird der gegebene genannte Bruch, und zuweilen auch eine gegebene genannte

genannte ganze Zahl vorerst gebracht, ehe man die Verwandlung in einen Decimalbruch vornimmt.

Man soll 12 Kreuzer in Decimaltheilen eines Guldens angeben. Nun sind 12 Kreuzer soviel als $\frac{12}{60}$ eines Guldens, oder wenn man vorher aufhebt, $\frac{1}{5}$ G. und dieser gemeine Bruch ist dem Decimalbruch 0,2 G. gleich.

Hingegen sind 50 Kr. $= \frac{50}{60}$ G. $= \frac{5}{6}$ G., folglich

6 | 5 | 0,8$\bar{3}$ Also 50 Kr. = 0,8$\bar{3}$ G.
50
20
2

$\frac{9}{16}$ alte Meßlein verlangt man in Decimaltheilen eines alten Sesters. Nun sind $\frac{9}{16}$ alte Meßlein $= \frac{9}{16 \times 16} = \frac{9}{256}$ Sester, weil 16 Meßlein auf einen Sester giengen. Man hat also $\frac{9}{256}$ zu verwandeln, welches nach §. 25. vollkommen geschehen kann, weil die Division aufgehen wird, wie folgt:

256 | 9 | 0,03515625.
900
1320
400
1440
1600
640
1280
000

Also $\frac{9}{16}$ M. = 0,03515625 Sester, wofür man aber in den meisten Fällen gar wohl 0,035 setzen könnte.

---

37 Pfund 9 Loth 3 Quentchen alten Gewichts sollen zur Bequemlichkeit im weitern Rechnen in Pfunden

und Decimaltheilen des Pfundes aufgestellt, folglich die Loth und Quentchen auch in Pfunde verwandelt werden. Nun sind 9 Loth und 3 Quentchen = 39 Quentchen, und 1 Quentchen ist = $\frac{1}{128}$ Pfund. Demnach sind $\frac{39}{128}$ Pfund zu verwandeln, wie folgt:

128 | 39 | 0,3046875.
390
600
880
1120
960
640
000

Daher beträgt alles zusammen: 37,3046875 Pf. Die Division mußte aufgehen nach §. 25.

b. Diese Aufgabe läßt sich auf eine andre Art nach Regeln auflösen, die man leicht selber auffinden kann. Wir wollen sie zu diesem Zweck vortragen.

Der 60ste Theil eines Guldens ist 1 Kreuzer. Will man nun die Kreuzer in einem Decimalbruche des Guldens haben, fragt man z. B. wieviel hundertstels Gulden die Kreuzer ausmachen, so wird es derselben desto mehr geben, je größer die Zahl 100 gegen die Zahl 60 ist, aber auch desto kleinere. Es kommt also auf das Verhältniß dieser beyden Zahlen an. 60 steckt in 100 $1\frac{2}{3}$mal. Also die Kreuzer $1\frac{2}{3}$ mal genommen, verwandelt sie aus 60stels in 100stels Gulden.

Obige 12 Kreuzer sind 12 Sechzigstel vom Gulden
noch $\frac{1}{3}$ hinzu = 4
und weiter $\frac{1}{3}$ = 4

gibt 20 Hundertstel vom Gulden = 0,2 Gulden.

50 Kr. einmal genommen
sodann $\frac{1}{3}$ mal 16,66 . . .
noch einmal 16,66

gibt 83,33 Hundertstel vom Gulden = 0,8333 Gulden.

1 Meßlein ist der 16te Theil vom alten Sester: es wird also durch $\frac{100}{16} = 6\frac{1}{4}$ in Hundertstel des Sesters verwandelt.

Es ist aber $\frac{6}{100}$ so viel als 0,06, und $\frac{6\frac{1}{4}}{100}$ macht so viel als 0,0625 $= \frac{1}{16}$ Sester = 1 Meßlein. Daraus findet man leicht, was $\frac{9}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$ ausmachen. Denn wie zuvor ist

1 Meßlein = 0,0625 Sester

also $\frac{1}{2}$ Meßlein = 0,03125

und $\frac{1}{16}$ Meßlein oder der 8te Theil

von $\frac{1}{2}$ Meßlein = 0,00390625

also $\frac{9}{16}$ Meßlein = 0,03515625 Sester.

Die Lothe werden mit $\frac{100}{32} = 3\frac{1}{8}$ multiplicirt zu Hundertstels Pfunden gemacht; also ist für 9 Loth die Rechnung:

0,09

0,09

0,09

und noch $\frac{1}{8}$ davon 0,01125

9 Loth = 0,28125 Pfund

davon ist der 9te Theil

für 1 Loth = 0,03125

für $\frac{1}{2}$ Loth also 0,015625

$\frac{1}{4}$ Loth 0,0078125

zusammen also 9 Loth

3 Quentchen = 0,3046875 Pfund.

Dergleichen Regeln kann man hoffentlich selbst sich machen; aber sich ganz daran gewöhnen, könnte wohl am Ende dem gründlichern Wissen nachtheilig seyn.

* §. 28.

Fortsetzung des Vorigen, auf die Halbirungen in Maas und Gewicht angewandt.

a. Wir sagten schon im vorigen §., daß genannte gemeine Brüche in Decimalbrüche desselben Namens wie ungenannte verwandelt werden. Die hieher gehörigen Halbirungsbrüche in Maas und Gewicht erfordern gleichwohl eine besondere Erwägung.

Die oben §. 19. erklärten neuen Maase und Gewichte werden nicht nur zum wirklichen Messen und Wägen vorhanden, sondern zugleich auch Rechnungsmaase seyn. Man wird aber wegen der Gewohnheit und Bequemlichkeit, auch Maase und Gewichte verstatten, die nicht in Rechnungsrubriken erscheinen sollen, und, unverändert, unverwandelt, nicht darin erscheinen können, wenn die Rechnung den Vorzug, durch Decimaleintheilung erleichtert zu seyn, behalten soll. Man wird lange fortfahren, von Viertels- vielleicht gar von Achtelszollen, von Vierteln, Achteln, Sechzehnteln der Elle zu reden. Man wird in den Wirthshäusern Schoppen, d. i. Viertelsmaase, vielleicht auch halbe Schoppen oder Achtelsmaase; für die Frucht, besonders für Pferdportionen, einen Viertelssester oder Vierling, vielleicht auch den halben Vierling; im Gewichte das, bis auf das halbe Quentchen, halbirte Pfund haben. Mag es auch selten seyn, daß solche Bruchtheile für zehntheilige Rubriken geändert werden müssen, so muß man doch wissen, wie es nöthigenfalls geschehen kann. Man wird hoffentlich bald finden, daß das leicht sey.

b. Denken wir uns irgend ein Maas, ein Gewicht, als eine Einheit, als 1, sey's nun 1 Zoll, 1 Maas, 1 Sester, 1 Zehnling, 1 Centner, 1 Centaß 2c., so wissen wir, daß, wenn alle diese Maase zehntheilig sind, die Hälfte davon allemal 5 Einheiten des nächst niedern Namens ausmache (§. 26. b), und es ergeben sich hiernach leicht bloß durch Halbirungen folgende Reihen:

Gemeine Brüche		Decimalbrüche vollkommen gleichen Werths
1	=	1
$\frac{1}{2}$	=	0,5
$\frac{1}{4}$	=	0,25
$\frac{1}{8}$	=	0,125
$\frac{1}{16}$	=	0,0625
$\frac{1}{32}$	=	0,03125
$\frac{1}{64}$	=	0,015625
$\frac{1}{128}$	=	0,0078125
$\frac{1}{256}$	=	0,00390625

c.) Die Einheit bedeute nun 1 Sester, so ist 0,5 oder 5 Zehntel der halbe Sester, und 0,25 drückt den Vierling, endlich 0,125 den halben Vierling aus. Wir sehen aber im neuen zehntheiligen Maas in den Zehnteln des neuen Sesters die neuen Meßlein, und in den Hundertsteln die neuen Becher. Demnach ist 0,5 Sester soviel als 5 Meßlein; 0,25 ist soviel als $2\frac{1}{2}$ Meßlein oder auch 2 Meßlein und 5 Becher; und 0,125 Sester ist 1 Meßlein $2\frac{1}{2}$ Becher, oder zusammen $12\frac{1}{2}$ Becher. Kann es also schwer fallen, wenn denn so etwas in Rechnung unter die einzige Rubrik Sester getragen werden sollte, zu den als Ganzen angesehenen und mit dem Komma bemerkten Einheiten zu setzen,

für das halbe: ,5
für den 4ten Theil: ,25
" " 8ten " : ,125?

Lezterer wird bey Frucht und Wein ohnehin selten in Rechnung zu tragen seyn.

d. Ist die Einheit 1 Pfund und brauchen wir dazu die weitern Glieder der in b. gegebenen Reihen, so finden wir darin

für $\frac{1}{32}$ Pfund oder 1 Loth — 0,03125 = $0,0312\frac{1}{2}$ Pfund
" $\frac{1}{64}$ Pf. oder $\frac{1}{2}$ Loth — 0,015625 = $0,0156\frac{1}{4}$ Pfund
" $\frac{1}{128}$ Pf. oder 1 Quentchen — 0,0078125 = $0,0078\frac{1}{8}$ Pfund
" $\frac{1}{256}$ Pf. oder $\frac{1}{2}$ Quentch. — 0,00390625 = $0,0039\frac{1}{16}$ Pfund

Daß die angehängten gemeinen Brüche das vorstellen, was man an den Decimalbruchstellen des vorhergehenden Ausdrucks weggelassen hat, erkennt man deutlich aus den ersten Gliedern der Reihen in b. Hier sind diese gemeine Brüche Theile eines Zehntausendstels, weil sie der vierten Bruchstelle folgen.

Wir sehen aber in den zwey ersten Bruchstellen obiger neuen Gewichtausdrücke die Centasse, in der 3ten und 4ten Bruchstelle aber die Asse, so daß wir haben

für 1 Loth 3 Centaß und $12\frac{1}{2}$ Aß
" $\frac{1}{2}$ Loth 1 Centaß und $56\frac{1}{4}$ Aß
" 1 Quentchen — Centaß $78\frac{1}{8}$ Aß
" $\frac{1}{2}$ Quentchen — Centaß $39\frac{1}{16}$ Aß

Dies wäre schon schwer zu behalten und aus dem Gedächtniße aufs Papier zu tragen. Und die Vielfachen der Quentchen und Lothe geben bis zu 1 ganzem Pfund gar viel dergleichen Decimalwerthe: wer wollte das alles auswendig behalten? Ist auch gar nicht nöthig, daß man es auswendig wisse. Man macht sich darüber eine Reductions-tafel, und zwar so, daß man jede Loth- und Quentchenzahl sogleich darin finde. Die Mühe, die der Gebrauch einer solchen Tafel macht, wird durch den Vortheil mehr als bloß aufgewogen, den man dann in der Rechnung mit zehntheiligen Gewichten findet: diese Tafel ist unten §. 66. gegeben.

e. Das kann man aber doch wohl verlangen, daß man auswendig wisse, daß $\frac{1}{2}$ mit 0,5, daß $\frac{1}{4}$ mit 0,25, allenfalls auch daß $\frac{1}{8}$ mit 0,125 eingetragen werde; ferner daß $\frac{1}{2}$ Pfund nicht bloß 0,5 Pfund oder 5 Zehnling sondern auch so viel sey als 0,50 Pfund oder 50 Centaß; und daß $\frac{1}{2}$ Centaß nicht bloß 0,5 Centaß oder 5 Pfenning, sondern auch zugleich 0,50 Centaß oder 50 Aß sey.

Indessen ist es auch hier sehr leicht, sich eine Tafel wenigstens für die Viertel und Halbviertel wie folgt zu machen:

$\frac{1}{2}$	Vierling	$= \frac{1}{8}$	Sester	$=$ 0,125	Sester	$=$ 1,25	Meßlein
1	„	$= \frac{1}{4}$	„	$=$ 0,25	„	$=$ 2,5	„
$1\frac{1}{2}$	„	$= \frac{3}{8}$	„	$=$ 0,375	„	$=$ 3,75	„
2	„	$= \frac{1}{2}$	„	$=$ 0,5	„	$=$ 5	„
$2\frac{1}{2}$	„	$= \frac{5}{8}$	„	$=$ 0,625	„	$=$ 6,25	„
3	„	$= \frac{3}{4}$	„	$=$ 0,75	„	$=$ 7,5	„
$3\frac{1}{2}$	„	$= \frac{7}{8}$	„	$=$ 0,875	„	$=$ 8,75	„
4	„	$=$ 1	„	$=$ 1	„	$=$ 10	„

Statt der Namen: Vierling, Sester, Meßlein,
darf man hier für Flüssiges nur die
Namen: Schoppen, Maas, Glas,
für Gewicht die Namen: Vierling, Pfund, Zehnling
setzen, die Zahlen bleiben für alle drey Gattungen dieselben.

Eine solche Tafel prägt sich noch bald ins Gedächtniß; und dann braucht man sie nicht mehr vor Augen zu haben. Man kann sich aber gar wohl mit Zusammensetzungen in Gedanken helfen, wenn man nur die Decimalausdrücke für $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ inne hat. Denn

$1\frac{1}{2}$ Vierling besteht aus $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$, also aus 0,25 u. 0,125 $=$ 0,375
$2\frac{1}{2}$ „ „ „ $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{8}$ „ „ 0,5 u. 0,125 $=$ 0,625
$3\frac{1}{2}$ „ „ „ $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{8}$ „ „ 0,75 u. 0,125 $=$ 0,875

Oder man verwandelt mit Hülfe des §. 23. gerade zu so, daß man 1,5; 2,5; 3,5; was den Ausdrücken $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ an Werth gleich ist, mit 4 dividirt, wie wir unten bei der Division (§. 47.) sehen werden.

f. Um aber allen diesen Bruchtheilen auszuweichen, wäre es gut, wenn man, wenigstens auf großen Kornböden, auf herrschaftlichen Speichern, in Kellereyen nicht mit Vierteln und halben Vierteln, sondern mit Doppelten und Halben der Maas, des Glases, des Sesters, Meßleins und Bechers messen wollte, welche sich gar leicht in die Decimalausdrücke schicken. Eben so hilft zehntheiliges Gewicht allen Unbequemlichkeiten im Rechnen ab, aber damit wirds noch lange schwer halten.

§. 29.

Reducirung gemeiner Brüche in Brüche eines gemeinschaftlichen kleinen und nicht zehntheiligen Nenners.

Es gibt zuweilen in Verrechnungen ziemlich viel gemeine Brüche von verschiedenen Nennern, die sich vollkommen wieder in gemeine Brüche eines gemeinschaftlichen und doch nicht großen Nenners verwandeln lassen. So bringt man auf 48stel alle Brüche die 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24; und auf 96stel die, welche diese alle und noch 32, 48, zu Nennern haben. Bey unsern alten Schatzungsumlagen war dies der Fall. Man findet daher dort viel 48stel (S. über allgem. Maas und Gewicht II. S. 96). In 90 gehen die Zahlen 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 auf: also lassen sich Brüche, die diese

Nenner haben, auf lauter 90stel bringen. In 96 gehen eben soviel Zahlen auf, wie wir erst gesehen haben. Aber 96 führt durch Halbirungen bis auf 3 ohne Bruch, 90 hingegen, nur bis auf 45. Daher theilten die Künstler den Viertelskreis lieber in 96 als in 90 Theile.

Von obigen 10, zu 96steln passenden Nennern würde nur die Hälfte der Brüche, wozu sie gehören, von den 10, zu 90steln sich schickenden nur 3 vollkommene Decimalbrüche, die andern hingegen unvollständige, die man also irgendwo abbrechen müßte, geben: es scheint also vortheilhafter zu seyn, dergleichen Brüche unter einen gemeinen, eher als unter einen Decimalnenner zu bringen. Diesem kann man nun entgegnen, daß Decimalbrüche, schicklich und mit der in §. 26. gezeigten Vorsicht abgebrochen, zu gleich = genauen Resultaten, und in den allermeisten Fällen mit weit weniger Mühe, führen. Auch werden in Zukunft mit zehntheiligen Maasen und Gewichten dergleichen gemeine Brüche viel seltener vorkommen, mithin wird auch die Nothwendigkeit ihrer Verwandlung seltner werden, also dem Uebel bey der Wurzel abgeholfen seyn.

§. 30.

Der Fehler an den unvollständigen Decimalbrüchen schadet nichts.

Stosset euch nicht daran, daß viel Decimalbrüche, aus gemeinen Brüchen gezogen, diese nicht ganz genau, oder oft nur mit viel Bruchstellen genau darstellen. Es hat nichts zu bedeuten, wenn man in den Decimalstellen so weit geht als nöthig ist. Wie oft kommt es denn zum Verrechnen vor, daß man auf weniger als einen Zehntelsbecher, ein Zehntelsglas, d. h. auf weniger als den tausendsten Theil eines Sesters, einer Stütze, zu sehen hätte? Wie oft im gemeinen Wägen, wo es auf 1 Aß ankommt, das in die 10000stel des Pfundes fällt? Und wenn es denn darauf ankommt, so nehmet noch eine oder zwey Bruchstellen weiter, und der Fehler wird unmerklich. Es ist lächerlich, deswegen die Decimalbruchrechnung herabzusetzen. Die Verwandlungen der Brüche bringen das unvermeidlich mit sich. Hätten wir Decimalbrüche in gemeine Brüche von vorgeschriebenen Nennern zu verwandeln, so würde das noch viel weniger genau geschehen können, wie wir unten noch sehen werden. Wer indessen sich mit den gemeinen Brüchen plagen möchte, dem könnte es immerhin ganz frey stehen. Aber die zehntheilig aufgestellten Maase und Gewichte machen jetzt die Erlernung der Decimalbruchrechnung nothwendig, und durch sie wird vielen gemeinen Brüchen in Zukunft vorgebogen.

* §. 31.

Decimalbrüche in gemeine zu verwandeln.

a. Umgekehrt, einen Decimalbruch in einen gemeinen Bruch zu verwandeln — wird dieses wohl auch oft vorkommen? Man ist froh, wenn man, statt der gemeinen Brüche, mit den Decimalbrüchen rechnen kann, weil sie, wie wir bald sehen werden, nicht viel mehr Umstände machen, als die ganzen Zahlen. Um aber doch hierüber das Nöthige zu sagen, vielleicht auch hie und da eine an sich lobenswürdige Wißbegierde zu befriedigen, wollen wir in Kürze Folgendes beybringen.

Wenn gemeine Brüche in Decimalbrüche verwandelt werden sollen, so ist durch eine solche Forderung die Beschaffenheit des Nenners vorgeschrieben: er soll ja nur 10 oder 100 oder 1000 ꝛc. seyn.

Nun kann man im umgekehrten Fall, nämlich bey der Verwandlung der Decimalbrüche in gemeine, den Nenner ebenfalls vorschreiben oder nicht. Jenes geschieht oft, aber nicht willkührlich und nur auf eine versteckte Art. Im nächsten §. beschäftigen wir uns damit.

b. Ist der Nenner nicht ausdrücklich vorgeschrieben, so erlangt der Bruch die Gestalt eines gemeinen, wenn man ihm seinen Nenner unterschreibt, z. B. wenn man

statt 0,048 setzt: $\frac{48}{1000}$.

So ist aber der Bruch noch immer ein Decimalbruch, denn er stellt, wie zuvor, Decimaltheile des Ganzen vor. Läßt er sich aber aufheben, und hebt man ihn wirklich auf, so gehört er schon zu den gemeinen Brüchen. Aus obigen $\frac{48}{1000}$ wird, wenn man Zähler und Nenner mit 8 dividirt, $\frac{6}{125}$, womit schon nicht so leicht zu rechnen wäre.

c. Zwar ebenfalls weder willkührlich noch ausdrücklich vorgeschrieben, aber doch an sich bestimmt, ist der gemeine Bruch, wenn man nach demjenigen fragt, woraus ein Decimalbruch entstanden ist. Dergleichen Decimalbrüche sind allemal solche, die entweder 1) vollkommen genau sind, oder sie haben 2) einen Wiederholer oder eine Reihe von Wiederholern. Von jenen sind die ursprünglichen gemeinen Brüche leicht wieder zu finden: man darf nur den Decimalbruch bis auf den kleinsten Ausdruck aufheben.

Wir wollen die in §. 21. b. verwandelten Brüche dieser Art wieder aufsuchen. Dort erhielten wir die folgenden ganz genauen Decimalbrüche, welche mit ihren Nennern geschrieben, dann möglichst aufgehoben, ihre ursprüngliche gemeine wieder geben.

$$0{,}375 = \frac{375}{1000} = \frac{375}{1000} \colon \frac{125}{125} = \frac{3}{8}$$
$$0{,}3125 = \frac{3125}{10000} = \frac{3125}{10000} \colon \frac{625}{625} = \frac{5}{16}$$
$$0{,}075 = \frac{75}{1000} = \frac{75}{1000} \colon \frac{25}{25} = \frac{3}{40}$$
$$15{,}24 = \frac{1524}{100} = \frac{1524}{100} \colon \frac{4}{4} = \frac{381}{25}$$
$$0{,}01171875 = \frac{1171875}{100000000} = \frac{1171875}{100000000} \colon \frac{390625}{390625} = \frac{3}{256}$$

Die aufhebenden Divisoren findet man sogleich durch die bekannte Stegdivision bei Aufsuchung des größten gemeinschaftlichen Maases zweyer Zahlen, hier des Zählers und Nenners des Bruchs. Ohne diesen Weg, welcher unten §. 57 b. deutlicher gezeigt wird, kann man aber auch nach und nach mit kleinern Zahlen aufheben und gelangt doch zum verlangten gemeinen Bruch.

d. Für Decimalbrüche, die, aus gemeinen entstanden, etwas Wiederholendes haben, welch lezteres zum gegenwärtigen Zweck vollständig gegeben seyn muß, ist zur Wiederherstellung des ursprünglichen gemeinen Bruchs ein künstlicheres Verfahren zu befolgen, wovon wir hier nur die Vorschrift ohne Beweis geben können. Dabey kommt es darauf an, ob der Decimalbruch rein oder einfach, d. h. weiter keine Ziffern als wiederkehrende habe, oder ob damit vornen eine nicht zu wiederholende Bruchziffer verbunden, folglich der Decimalbruch vermischt sey.

In jenem Falle setzt man den Zähler des Decimalbruchs als einen Zähler über einen Bruchstrich, und unter diesen soviel Neuner, als der Zähler Stellen hat, so hat man den ursprünglichen gemeinen Bruch wieder, oder erhält ihn wenigstens durch das Aufheben. So ist im §. 21. c.

$$0{,}\overline{5} = \frac{5}{9}$$
$$0{,}\overline{740} = \frac{740}{999} = \frac{740}{999} \colon \frac{37}{37} = \frac{20}{27}$$

Und aus §. 24. b. ist

$$0,\overline{714285} = \frac{714285}{999999} = \frac{714285 : 142857}{999999 : 142857} = \frac{5}{7}$$

e. Für die andre hier zu betrachtende Gattung Decimalbrüche, die vermischten, gilt die nächstvorhergehende Regel, nämlich so viel Neuner unterzusetzen, als wiederkehrende Stellen sind, nur muß man, vor der Anwendung dieser Regel, die voranstehende nicht zu wiederholende Zahl vom hingeschriebenen vermischten Zähler des Decimalbruchs abziehen; der Rest ist erst der Zähler des neuen Bruchs, dem man zum Nenner die Neuner giebt, an die aber noch soviel Nullen, als voranstehende nicht wiederholende Stellen sind, angehängt werden müssen.

Aus §. 21. c. ist von $0,8\overline{3}$ der Zähler: 83
davon abgezogen die nicht zu wiederholende voranstehende Zahl : : : 8

$$\frac{\text{Neuer Zähler: } 75}{\text{1 Neuner und 1 Nulle für den Nenner: } 90} = \frac{75 : 15}{90 : 15} = \frac{5}{6}$$

Ferner ist von $0,1\overline{6}$ der Zähler: 16
davon ab die nicht zu wiederholende 1

$$\frac{\text{Neuer Zähler: } 15}{\text{1 Neuner und 1 Nulle für den Nenner: } 90} = \frac{15 : 15}{90 : 15} = \frac{1}{6}$$

Und aus §. 26. c. ist von $0,8\overline{148}$ der Zähler : : : : : : 8148
die nicht zu wiederholende Zahl ab 8

$$\frac{\text{Neuer Zähler: } 8140}{\text{3 Neuner und 1 Nulle für d. Nenner: } 9990} = \frac{8140 : 370}{9990 : 370} = \frac{22}{27}$$

Aus $0,\overline{148}$ allein hätte man $\frac{4}{27}$ gefunden. Daher kann man die Wegstunde, (in §. 26. c ganz genau, in §. 19. a nur beiläufig gegeben,) vollständig entweder durch $14814\frac{22}{27}$ oder durch $14814,8\frac{4}{27}$ angeben.

f. Dies sey genug. Wer Lust und Lieb hat, kann z. B. aus der dieser Anleitung angehängten Tafel den gemeinen Bruch $\frac{14}{17}$ aus seinem dabey stehenden Decimalbruch, der eine wiederkehrende Reihe von 16 Stellen hat, wieder hervorsuchen. Vielleicht scheint aber Manchem das Angeführte schon zu viel. Daß wir uns gleichwohl sehr einschränken, beweiset die Weitläufigkeit, womit die Lehre von den Decimalbrüchen überhaupt, und besonders das Wiederfinden der gemeinen Brüche zu den daraus entstandenen Decimalbrüchen, von den englischen Schriftstellern vorgetragen wird. In Mair's Arithmetic nimmt sie 132 enggedruckte gr. 8. Seiten, fast den 4ten Theil des ganzen Buchs, und die Lehre von den gemeinen Brüchen nur 31 Seiten ein. Das ist nicht einladend, und gibt zum Voraus wenig Glauben an die Leichtigkeit der Decimalbruchrechnung. Und wenn man dann die Rechnungsexempel so überhäuft, daß dicke Bände daraus werden, so könnte man eher vor dieser Lehre zurückschrecken, als sie anziehend finden. Aber zum Glück ist diese Weitläufigkeit dem allergrößten Theil des Publikums ganz überflüßig. Das weit Nützlichere von den Verwandlungen der Decimalbrüche in gemeine, kommt im nächsten §. vor.

* §. 32.

Genannte Decimalbrüche in andre Theile desselben Hauptnamens, die aber eigene Unterabtheilungsnamen haben, zu verwandeln.

a. Eine solche Verwandlung eines genannten Decimalbruchs in andre, der alten ungleichen Eintheilung der Maase, Gewichte ꝛc. entsprechende Theile, kann noch oft und wird, wenigstens bey der Zeiteintheilung, bey den Münzen, wohl immer vorkommen, sobald man hier den Werth der Decimalbruchtheile in Theilen nach der gewöhnlichen alten Eintheilung wissen will. Hat man z. B. einen Ausdruck wie 0,6418 Fuß, und man will wissen, wie viel bisherige zwölftheilige Zolle, Linien, Puncte dieses betrage, so ist das im Grunde nichts anders, als nach den 12teln, 144steln, 1728steln, d. i. nach gemeinen Bruchtheilen des Fußes fragen, die aber eigene Namen haben, und im Decimalbruch enthalten sind.

b. Genannte Decimalbrüche dieser Art kommen heut zu Tage schon ziemlich oft in Büchern vor, wenn schon im Grunde etwas zu früh, weil sie dem Unterricht in den Schulen, der bisher hierin noch sehr mangelhaft war, gleichsam zuvorkommen. Es geschieht aber wegen der Kürze und Bestimmtheit, die dergleichen Decimalausdrücke haben, da die alte Art, wie man sich in den genannten Zahlen gewöhnlich auszudrücken pflegt, nicht nur viel mehr Raum wegnimmt, sondern auch viel weniger deutlich ist. Eine Länge von

25 Fuß 7 Zoll 8 Linien 5 Puncte

altes rein-zwölftheiliges Maas läßt sich in den kurzen Decimalausdruck

25,6418 Fuß

zusammenfassen, dem man das Zehntheilige sogleich ansieht, wo hingegen das Reinzwölftheilige jenes Ausdrucks noch angegeben werden muß. Ein Gewicht von

76 Pfund 21 Loth 3 Quentchen

wird durch den einzigen Decimalausdruck:

76,6797 Pfund

kürzer und deutlicher dargestellt, denn man darf nicht erst fragen, wieviel seiner Bruchtheile auf ein Ganzes gehen; wohingegen man im ersten Ausdruck die Zahl der Lothe im Pfund, der Quentchen im Loth, der Grane im Quentchen nicht erkennt, also angeben muß, wenn man sie nicht schon weiß.

Decimalbrüche dieser Art nun in bisher gewöhnliche Theile zu verwandeln, dazu muß, wie sich von selbst versteht, die bisherige gemeine Eintheilungsweise bekannt seyn.

c. Wir erläutern alles dieses mit folgenden Beyspielen.

Man wolle von obiger Zahl 25,6418 Fuß wissen, wie viel zwölftheilige Zolle, Linien, Puncte in den, den Ganzen anhängenden Decimaltheilen enthalten sind, so frage ich, was man wohl thun würde, wenn man $\frac{6418}{10000}$ Fuß in solche Zolle verwandeln müßte? Man würde die (mit 10000 dividirten) 6418 Fuß vorerst mit 12 multipliciren, und so in Zolle verwandeln, und dann erst mit 10000 dividiren. Den allenfallsigen Rest, nunmehr Zolle, würde man, abermals mit 12 multiplicirt, in Linien verwandeln, und diese wieder mit 10000 dividiren. Mit dem sich etwa ergebenden Reste verführe man eben so. Mit 10000 kann man aber dividiren, wenn man mittelst des Komma's vier Stellen abschneidet. Die leichte Rechnung wird so aussehen:

25,6418 Fuß	
12	
7,7016 Zoll	
12	
8,4192 Linien	
12	
5,0304 Puncte	

Gibt also 25 Fuß 7 Zoll 8 Linien 5 Pcte. Denn die Decimaltheile des Puncts kann man als sehr geringfügig weglassen. Sie kommen daher, daß 25,6418 um sehr wenig zu groß ist. Es versteht sich doch, daß man nichts mit den 25 Fuß zu thun, daß man bey jedem Product nur immer so viel Stellen abzuschneiden habe, als im gegebenen Decimalbruche Stellen sind, hier 4. Bleibt bey dem Abschneiden nichts übrig, so gibts keine Ganze von den besondern Theilen, die man suchte. Sind nicht so viel Stellen da, als man abschneiden sollte, so ersetzt man die fehlenden vornen mit Nullen, und setzt dann noch eine Nulle vor das abschneidende Komma für die Stelle der Ganzen.

Das andre der obigen Beyspiele wird so berechnet:

76,6797 Pfund
32
13594
20391
21,7504 Loth
4
3,0016 Quentchen.

Gibt also 76 Pfund 21 Loth 3 Quentchen. Das übrige bleibt hier, aus der vorhin erwähnten Ursache, weg.

Man hat 112,83 Ellen: wie viel enthält der Decimalbruch Viertel, Achtel, Sechzehntel?

112,83
4
3,32 Viertel
2
0,64 Achtel
2
1,28 16tel

Also gibts 112 Ellen 3 Viertel kein Achtel und nahe $1\frac{1}{4}$ Sechzehntel.

Wenn in einem Buche steht, die Zwischenzeit von einem Vollmond zum andern betrage 29,530588 Tage: wieviel gemeine Stunden, Minuten und Secunden machen diese, an den Ganzen hängenden Decimaltheile des 30ten Tages?

29,530588

29,530588 Tage 24 2122352 1061176 12,734112 Stunden 60 44,046720 Min. 60 2,803200 Sec.	In allem also 29 Tage 12 Stunden 44 Min. 2,8 Sec.

Man findet in einer Rechnung 2,7 und dann auch 2,75 Gulden: wie viel Kreuzer machen die Bruchtheile?

2,7 Gulden	2,75 Gulden
60	60
42,0 Kr	45,00 Kr.

Das eine ist 2 fl. 42 kr. das andre 2 fl. 45 kr., jenes also der jetzige Werth eines brabanter sowohl, als, seit kurzem, auch eines alten franz. großen Thalers.

Man merke sich diese Ausdrücke 2,7 und 2,75: sie können in Rechnungen oft viel abkürzen.

Auch merke man sich einstweilen, bis wir zehntheilige Münzen bekommen, welches noch eine Zeitlang anstehen könnte, daß jeder Zehntelsgulden 6 kr., jeder halbe Zehntelsgulden oder 5 Hundertstel davon, 3 kr.; jeder Sechstelsgulden 10 kr. ausmacht, daher vom leztern die Kreuzer Decimaltheile sind. Und umgekehrt ist jeder Sechser 1 Zehntelsgulden ꝛc. Hiervon mehr in der folgenden Aufgabe.

Wenn es heiset, das durlacher alte Simri habe 808,615 par. Kubikzolle enthalten, und wenn man weiß, daß, nach zwölftheiligem Maas, 1728 Kubiklinien auf 1 Kubikzoll gehen: so muß man, um jene Decimalbruchtheile eines Kubikzolls in Kubiklinien zu verwandeln, die Multiplication mit 1728 vornehmen.

```
 808,615
    1728
 -------
    4920
   1230
  4305
  615
--------
1062,720
```

Also gibt es 808 K.Zoll 1062,72 d. h. nahe $1062\frac{3}{4}$ K.Linien.

Wenn das durlacher alte Pfund nur 0,9546 des pariser Markpfundes ist, wieviel macht dieses in den kleinern gewöhnlichen Theilen dieses Pfundes, das 16 Unzen, die Unze 8 Quentchen, das Quentchen 72 Grane hat?

```
 0,9546
     16
 ------
  57276
  9546
 ------
15,2736 Unzen
      8
 ------
 2,1888 Quentchen
     72
 ------
   3776
  13216
 -------
13,5936 Gran
```

Also hält das durlacher alte Pfund 15 Unzen 2 Quentchen 13,6 Gran des pariser Markpfundes.

Man kann hierher rechnen, die genannten Decimalbrüche, welche bey der Division des Geldes mit 10 oder 100 ꝛc. in Gemäßheit der zehntheiligen Unterabtheilungen der neuen Maaſe und Gewichte entſtehen. Den Lehrern ſteht jetzt da eine große Menge leichter Exempel zu Gebote. Das Fuder koſte 238 Gulden, wie viel triffts auf die Ohm? Weil 10 Ohm auf ein Fuder gehen, ſo dividirt man (nach §. 14. durch Abſchneiden) mit 10 und bekommt für die Ohm 23,8 Gulden. Und weil $\frac{1}{10}$ Gulden 6 Kreuzer iſt, ſo macht dieſes 23 fl. 48 kr. Die Stütze hingegen kommt auf 2,38 G. und um dieſen Decimalbruch in Kreuzern zu finden, gibts folgende Rechnung:

$$\begin{array}{l} 2{,}38 \text{ G.} \\ \underline{\quad 60 \quad} \\ 22{,}80 \text{ kr.} \end{array}$$

Alſo 2 fl. $22\frac{8}{10}$, oder 2 fl. $22\frac{4}{5}$ kr.

Die Ohm koſte 57 Gulden, was triffts auf die Maas? Mit 100 durch Abſchneiden dividirt, kommt die Maas auf 0,57 Gulden, und dieſe zu Kreuzern gemacht:

$$\begin{array}{l} 0{,}57 \text{ G.} \\ \underline{\quad 60 \quad} \\ 34{,}20 \text{ kr.} = 34\frac{1}{5} \text{ kr.} \end{array}$$

Umgekehrt, wenn man ſagt, die Maas koſte 24 kr. was macht dieſes aufs Fuder? Weil 1000 Maas im Fuder ſind, ſo hat man für dieſes 24000 kr. Und wie dieſe in Gulden zu verwandeln, und wie überhaupt dergleichen Beyſpiele auf noch mancherley Art berechnet werden können, das gehört eigentlich nicht mehr hieher.

d. Ueberhaupt brauche ich jetzt noch kaum zu bemerken, daß wenn die Ganzen ſelbſt, wie die Decimalbruchtheile, in kleinere gemeine Theile zu verwandeln wären, jede Multiplication mit der verwandelnden Zahl sich über das Komma hinaus auf alle weitere Ziffern erstrecken müßte.

e. Ohne die kurzen Decimalausdrücke wäre mein Buch über allgemeines Maas und Gewicht unerträglich weitläufig geworden.

§. 33.

Decimalbrüche von verschiedenen Nennern zu einerley Benennung, auch bloße Ganze zur nämlichen Benennung zu bringen.

a. Durch Anhängen von Nullen rechts an die Bruchstellen, welches ihren Werth nicht ändert (§. 7. u. 8.), kann man allen die gleiche Anzahl Bruchstellen, mithin auch einerley Nenner geben (§. 9). Einer bloß ganzen Zahl gibt man das Komma, und setzt an dasselbe ebenfalls die nöthige Anzahl Nullen. So wird

$$0{,}53 = 0{,}53000$$
$$17{,}672 = 17{,}67200$$
$$13{,}00012 = 13{,}00012$$
$$210 = 210{,}00000$$

b. Daß hier so leicht ist, was mit gemeinen Brüchen oft so weitläufig, darüber darf man sich eben nicht wundern. Die Nenner der Decimalbrüche sind sehr einfach, nur 10 oder 10fache von 10, von 100 ꝛc. Es ist fast, wie wenn man nur Halbe und Viertel vor sich hätte. Ein Bruch bekommt, wenn sein Werth unverändert bleiben soll, einen andern Nenner, wenn man den Zähler und Nenner mit der nämlichen Verwandlungszahl multiplicirt oder dividirt: hier sind aber die Verwandlungszahlen nur immer 10 oder 100 ꝛc. und man weiß, wie leicht damit zu multipliciren ist. Alles, was hier geschieht, ist, daß man alle Brüche auf die unter denselben vorkommenden kleinsten Theile bringt, oben also auf Hunderttausendstel. Es müßen daher alle, der Forderung nach, 5 Bruchstellen haben, die sie bekommen, wenn die fehlenden rechts mit Nullen ersetzt werden.

c. Es ist selten, daß man dieses Ausfüllen mit Nullen vornimmt; und wir hätten vielleicht diese ganze Aufgabe wegen ihrer Unerheblichkeit weglassen können, wenn wir uns nicht bey der Division der Kürze wegen darauf beziehen wollten. Davon werden wir uns gleich bey der nächstfolgenden Aufgabe überzeugen, mit welcher wir eigentlich die vier Rechnungsarten anfangen, die aber nach den nun gemachten Vorbereitungen sehr leicht seyn und uns nicht lange aufhalten werden.

§. 34.

Decimalbrüche zu addiren, sie mögen gleiche oder ungleiche gemeinschaftliche Nenner haben; mit Ganzen verbunden seyn oder nicht.

1. Setzet sie nur so untereinander, daß, wie Zehner unter Zehner, Hunderter unter Hunderter in den ganzen Zahlen, so auch bey den Decimalbruchtheilen Zehntel unter Zehntel, Hundertstel unter Hundertstel ꝛc. zu stehen kommen. Auf diese Art kommen also auch alle Kommata gerade untereinander.

2. Wie nun bey den Ganzen zur Linken der ersten Stelle vor dem Komma die Ziffern oft mehr oder weniger weit hinausreichen, je nachdem die eine Zahl nur etwa

aus einer Stelle, die andre aus zwey, drey ꝛc. besteht, so werden auch bey den Decimalbruchtheilen die Stellen mehr oder weniger gegen die Rechte hinausgehen, je nachdem die eine Zahl nur bis in die Zehntel, die andre in die Hundertstel ꝛc. auslauft. Wegen dieses ungleichen Hinausreichens braucht man aber zur Rechten eben so wenig als zur Linken mit Nullen auszufüllen. Man merke sich dieses wohl, denn manche stoßen sich an dem ungleichen Auslaufen der Bruchstellen.

3. Man addirt jetzt was übereinander steht, gerade wie bey ganzen Zahlen, weil, wie bey diesen, allemal 10 der einen Verticalreihe auch 1 für die nächst zur Linken folgende Reihe ausmachen. Bey der lezten Bruchreihe, nämlich im Addiren bey den Zehnteln, machen daher auch 10 Zehntel 1 Ganzes aus, das zu diesen gerechnet wird.

4. So wird im Grunde alles eher nach der ersten Leseart in §. 10. als nach der zweyten, auch nicht einmal nach der Vorstellung in §. 33. addirt.

5. Man beobachtet übrigens auch noch, das Komma in der Summe recht zu setzen.

Das folgende Beyspiel wird keiner weitern Erläuterung bedürfen:

$$
\begin{array}{r@{,}l}
0 & 576 \\
0 & 981067 \\
12 & 53 \\
2450 & 6 \\
708 & 3941 \\
0 & 00794 \\
\hline
3173 & 089107
\end{array}
$$

Wie so leicht wäre doch jetzt die Addition der Decimalbrüche in §. 23., und wie so beschwerlich die der dortigen gemeinen! Und welchen Gewinn hätte man denn mit einem in der Summe herauskommenden ganz genauen aber gemeinen Bruch, wenn sein Nenner unbehülflich groß ist, und eben so wenig als der Decimalbruch realisirt werden könnte?

§. 35.

Genannte Decimalzahlen, unter Einem Namen oder in mehrere vereinzelt aufgestellt, zu addiren.

a. Bey genannten Einheiten, deren Theile zehntheilig sind, kann man auf zweyerley Art verfahren. Man kann nämlich, wie schon in §. 20. a. erklärt ist, alles unter einem einzigen Hauptnamen aufstellen, folglich die kleinern Theile als bloße Decimalbrüche beyschreiben. Oder man kann diese leztern etwas von einander getrennt unter ihren eigenen kleinern Namen aufstellen. So werden 15,3785 neue Malter, auseinander-gezogen, auch durch 15 Malter 3 Sester 7 Meßlein 8,5 Becher vorgestellt. Beyderley Darstellungen erfordern ganz einerley Rechnung. Man sieht dieses in folgendem Beyspiele:

Vereinigt.		Auseinander gezogen.			
Malter.		Mltr.	Sester	Meßl.	Becher.
15,3785	=	15	3	7	8,5
14,7	=	14	7	0	0
38,50125	=	38	5	0	1,25
136,235	=	136	2	3	5
204,81475		204	8	1	4,75

Im neuen Feldmaaſe, da es quadratiſch und auf den zehntheiligen Fuß gegründet iſt, geht vom Viertel abwärts alles von 100 zu 100; im Gewichte aber überall, wenn man den Stein zu 10 Pfunden, den Zehnling zu 10 Centaſſen, und den Pfenning zu 10 Aſſen ausläßt, um nicht mit ſo gar vielen Stufen zu thun zu haben, wenn man alſo die Stufen vom Centner zum Pfunde, von dieſem zum Centaß, von dieſem zum Aß, mithin alle von 100 zu 100 annimmt. Es wird genug ſeyn, ein Beyſpiel von Gewichten zu geben:

Centner.		Ctnr.	Pf.	Ctnß.	Aß.
23.5414395	=	23	54	14	39,5
0,370408	=	—	37	4	8
12,0008765	=	12	0	8	76,5
43,090008	=	43	9	0	8
17,907209	=	17	90	72	9
96,909941		96	90	99	41

Wir haben ſchon §. 20. a. bemerkt, daß wenn im Feldmaas Morgen vorkommen, ſie zur bequemern Darſtellung oder zum Rechnen in Viertel verwandelt werden können.

b. Beym Wiederzuſammenziehen einer ſolchen vereinzelten Zahl muß man, wie ſchon in §. 20. a. gewarnt worden, in Acht nehmen, daß man da, wo es nöthig iſt, die ausfüllenden Nullen anbringe, denn wollte man die mittlere der obigen Zahlen in 12,8765 zuſammenziehen, ſo wäre, wie man nebenher ſieht, weit gefehlt: es wären 12 Centner 87 Pf. 65 Centaß.

c. Man vergleiche nunmehr die beyderley Darſtellungsarten in a. Braucht die auseinander-gezogene nicht mehr Raum? Zeigt nicht die andre, wo alles näher beysammen steht, das Nämliche mit mehr Bestimmtheit, weil beym Gebrauche des Komma's gar kein Zweifel Statt findet, daß man **Zehntheile** vor sich habe? Wir geben zu, daß in den Feld- und kubischen Maasen und im Gewichte das Auseinandergezogene weniger verwirrend vorkommen mag, weil da gar viel Ziffern zusammen kommen können. Aber alles immer nur auseinander-gezogen aufzustellen, das kommt fast vor, als wenn man immer

	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
statt 4309 setzen wollte:	4	3	—	9
statt 6078 " "	6	—	7	8
statt 23156 " "	23	1	5	6
statt 340 " "	—	3	4	—
statt 33883	33	8	8	3

Bey den alten Maasen und Gewichten konnte aber in keinem Fall das Zusammenziehen Statt finden, weil sie nicht zehntheilig waren. Die neuen sind es: warum sollte man sich also nicht überall, wo es angeht, der kürzesten Darstellung befleißigen? Dies ist gar nicht gleichgültig. Es hat großen Einfluß in die Rechnungsstellungen, ja ins Rechnen selbst, für welches, wenigstens bey der Multiplication und Division, die auseinander gezogenen Zahlen wieder zusammen gerückt werden müssen, wenn man nicht alles zu weit vom Auge haben soll. Und die erst erwähnte Bestimmtheit im kürzern Ausdruck, wird zu den jetzigen Zeiten, wo die alten Maase entweder noch wirklich oder noch in frischem Andenken existiren, vorzüglich schäzbar, weil man den vereinzelten Gliedern einer

Zahl das Zehntheilige nicht gerade ansieht, folglich immer noch zuweilen eine andre Eintheilung darunter verstehen könnte.

Das Zusammenziehen auf einen Namen kann geschehen auf den kleinsten Namen, oder auf einen der größern. In jenem Falle erhält man zwar meist eine ganze Zahl, oder doch eine solche, die nur etwa einen kleinen leichtfaßlichen Bruch an sich hat; wie z. B. oben aus 15 Mltr. 3 Sest 7 Meßl. 8,5 Becher, beym Zusammenziehen auf Becher, 15378½ Becher werden. Aber es ist doch unangenehm, alles in so kleinen Theilen ausgedrückt zu sehen und zu lesen, und fast wie wenn man nichts in Gulden, sondern alles in Kreuzern aufstellen und lesen wollte. Im andern Fall hingegen gibts 15,3785 Malter, oder 153,785 Sester rc., d. h. Decimalbrüche, woran man noch so wenig gewohnt ist, daß man es in den neuen, unten erklärten Reductionstabellen nicht wagen durfte, die neuen Maase anders, als auseinander-gezogen aufzustellen. Hoffentlich werden aber Decimalbruchausdrücke nicht mehr lange so fremd seyn, und durch Unterricht und den Gebrauch der neuen Maase bald geläufig werden.

Endlich, wo viel Decimalbrüche von viel Bruchstellen, wie z. B. in Tabellen, vorkommen, da kann man, um Verirrung zu vermeiden, einige Stellen zusammen, nur etwas weiter als gewöhnlich von einander rücken, ohne irgend ein Abtheilungszeichen darzwischen zu setzen, welches, wie schon in §. 5. gezeigt worden, ein Mißbrauch der gewöhnlichen Zeichen wäre. Dies kann auch bey großen ganzen Zahlen, beydes aber im Gedruckten deutlicher als im Geschriebenen geschehen. In den ganzen Zahlen müßte man die schon zur Gewohnheit gewordene Abtheilung in Klassen, also von 3 zu 3 Stellen, aber wie gesagt nur durch weiteres Auseinandersetzen beybehalten. Bey Decimalbrüchen hingegen, könnte man die Abtheilungen auch anders, zu 3 und 4, zu 4 und 4 ꝛc. wie es sich am besten schickt, machen. Z. B. die Zahl

6730215,7001593

könnte man so setzen: 6 730 215,700 1593

§. 36.

Vergleichung mit der Addition gemeiner Brüche.

Zur Vergleichung mit dem was Decimalbrüche leisten, addire man folgende Posten gemeiner Brüche, die nebenher in Decimalbrüche übersetzt sind:

	120			
$150\frac{3}{4}$	30	90		150,75
$7\frac{2}{3}$	40	80		7,666
$19\frac{17}{20}$	6	102		19,85
$5040\frac{3}{5}$	24	72		5040,6
$\frac{19}{40}$	3	57		0,475
$8\frac{4}{5}$	24	96		8,8
$5228\frac{17}{120}$	120	497	4	5228,141
		17		

Beyspiele von alten, unordentlich eingetheilten Maassen und Gewichten kann man sich selbst machen. Sie werden die Vorzüge der zehntheiligen schon in der Addition zeigen.

§. 37.

Decimalbrüche von gleichen oder ungleichen gemeinschaftlichen Nennern, sie mögen mit Ganzen verbunden seyn oder nicht, zu subtrahiren.

Man setzt sie wie zum Addiren untereinander, und zieht auch ab, als ob es ganze Zahlen wären, mit gehöriger Setzung des Komma's im Rest. Sind oben weniger Bruchstellen als unten, so kann man sich dort Nullen denken, oder zur Erleichterung wirklich hinschreiben. Das Uebrige erklärt das bey der Addition Gesagte wohl hinreichend.

von	0,8605	von	17,09
abgezogen	0,7358	abgezogen	16,269348
bleibt	0,1247	bleibt	0,820652

§. 38.

Genannte Decimalbruchzahlen zu subtrahiren.

a. Bey genannten zehntheiligen Einheiten kann man wieder auf beyde, bey der Addition gezeigte Arten, gedrängt auf einen Namen, oder in verschiedene zusammen gehörige Namen auseinander gezogen, die Subtraction behandeln. Was von der leztern Art zu halten, wollen wir hier nicht wiederholen, und nur die zwey folgenden Exempel geben:

Einnamig.		Mehrnamig.				
Fuder.		Fuder	Ohm	Stütz	Maas	Glas
von 13,7295	=	13	7	2	9	5
ab 9,871	=	9	8	7	1	—
bleibt 3,8585	=	3	8	5	8	5

Pfund		Pfund	Centaß	Aß
von 32,6704	=	32	67	4
ab 19,3009	=	19	30	9
bleibt 13,3695	=	13	36	95

b. Bey der auseinander gezogenen Art ist sich hier, wie in allen ähnlichen Fällen, vor dem Irrthum zu hüten, daß wenn 1 von den Centassen gelehnt *) wird, solches nicht 10 sondern 100 sey. 9 Centaß von 4 kann man nicht abziehen, man lehnt 1 Centaß; dieses ist 100 Aß oder, unter diesen, 10 Zehner, daher bleiben nicht 5 sondern 95. Man beobachtete ja bisher das Aehnliche, wenn 1 Centner zu den Pfunden, 1 Pfund zu den Lothen, 1 Gulden zu den Kreuzern gezogen werden mußte. Was beym zehntheiligen Gewichte, das kann auch bey den neuen Feldmaasen, die auch von 100 zu 100 fortlaufen, vorfallen; und lehnt man 1 bey den zehntheiligen Kubikmaasen, so machts unter dem nächstkleinern Namen 1000 aus.

§. 39.

Vergleichung mit der Subtraction gemeiner Brüche und gemeiner Eintheilungen.

Das Lehnen bey gemeinen Brüchen, wie bey den nicht

*) Wir behalten diesen an sich nicht ganz richtigen Ausdruck wegen der Gewohnheit bey. Was man nur lehnt oder borgt, soll wieder zurückgegeben werden, was aber hier nicht geschieht.

zehntheilig eingetheilten Maasen und Gewichten, fällt ungleich schwerer als bey zehntheiligen Brüchen, wie man gleich sehen wird.

	60	60	
von $213\frac{11}{20}$	3	$\frac{33}{93}$	213,55
ab $117\frac{5}{6}$	10	50	117,833 . . .
$95\frac{43}{60}$		43	95,717

Wir wollen hier ein Exempel zur Vergleichung aufstellen von den zweyerley Eintheilungen des neuen Pfundes, nach Decimaltheilen, und nach gewöhnlichen Halbirungstheilen, nämlich Lothen und Quentchen.

in Decimaltheilen		in bisher gewöhnlichen Theilen		
Pfund		Pfund	Loth	Quentchen
von 37,3984	=	37	12	3
abgezogen 21,8515	=	21	27	1
bleibt 15,5469	=	15	17	2

Auf kleinere Theile als Zehntausendstel des neuen Pfundes, d. h. als auf Asse, ist hier nicht gesehn. Im Decimalausdruck zieht man, unbekümmert um die Eintheilungsweise, ab, weil diese wie bey ganzen Zahlen ist. Bey Loth und Quentchen hingegen muß man darauf den Bedacht nehmen, daß 1 Pfund unter den Lothen 32, 1 Loth unter den Quentchen 4 beträgt.

Gelegenheitlich bemerken wir hier, daß die, welche noch viel mit alten Maasen und Gewichten zu rechnen haben, sich zuweilen die Sache durch eingeschaltete Namen, oder mit Zusamenziehung zweyer, leichter machen könnten. Bisher rechnete man gewöhnlich nach

Pfund Loth Quentchen Pfenning Gran

und nahm das Pfund zu 32 Loth, das Loth zu 4 Quentchen, das Quentchen zu 4 Pfenning, den Pfenning zu 15 Gran an. Es wäre leichter nach

Pfund Vierling Loth Quentchen Gran

zu rechnen, also das Pfund zu 4 Vierling, den Vierling zu 8 Loth, das Loth zu 4 Quentchen und das Quentchen zu 60 Gran anzunehmen.

§. 40.

Decimalbrüche, mit oder ohne Ganze, zu multipliciren.

1. Betrachtet die zu multiplicirenden Zahlen als hätten sie kein Komma, also als wären es bloß ganze Zahlen. Setzet sie, wie gewöhnlich bey der Multiplication ganzer Zahlen, folglich nicht wie zum Addiren oder Subtrahiren der Decimalbrüche, untereinander, und multiplicirt wie gewöhnlich. Das Product wird zu groß seyn, weil man beyde Zahlen als ganze Zahlen behandelt und angesehen hat: wie vielmal, das wird eine kleine Ueberlegung, die wir nachher machen wollen, alsbald zeigen. Es sey 2113,56 mit 0,905 zu multipliciren, so wird es nach dieser Anleitung wie folgt stehen und Folgendes geben:

$$
\begin{array}{r}
2113{,}56 \\
0{,}905 \\
\hline
1056780 \\
1902204 \\
\hline
191277180
\end{array}
$$

2. Da nun die eine der zu multiplicirenden Zahlen den Nenner oder Divisor 100, die andere den Nenner oder Divisor 1000 hat, so ist das Produkt erstlich 100

mal, dann noch 1000mal zu groß, und es wird so vielmal kleiner werden, wenn man 2 und dann 3, in allem 5, d. h. für alle Fälle, wenn man so viel Stellen vom Producte von der Rechten zur Linken abschneidet, als in beyden Factoren Bruchstellen sind. Daher ist denn das eigentliche Product dieses:

1912,77180

3. Sind nicht soviel Bruchstellen im Producte vorhanden, als nach der Beschaffenheit der beyden Factoren abgeschnitten werden sollten, so ersetzt man die fehlenden, gegen die linke Hand hin, mit Nullen, macht davor ein Komma, und schreibt auch vor dieses eine Nulle, um anzuzeigen, daß keine Ganze da sind. (§. 17 b.)

$$\begin{array}{r} 0,009367 \\ 0,68 \\ \hline 74936 \\ 56202 \\ \hline 0,00636956 \end{array}$$

4. Hat ein Factor nur Ganze und keine Bruchstellen — nun so schneidet man auch im Product nur so viel Stellen ab, als der andre Factor Bruchstellen hat.

$$\begin{array}{r} 1,634 \\ 8 \\ \hline 13,072 \end{array}$$

5. Die bloße Versetzung des Komma's von der Linken gegen die Rechte hin, bewirkt schon eine Multiplication mit 10, mit 100 2c. nach §. 17 a.

6. Man hat also hier nichts mit Einrichten zu thun, das bey der Multiplication gemeiner vermischter

Zahlen

Zahlen diese Aufgabe erschwert; nichts mit Aufheben oder Verkleinern, um das kleinste Bruchproduct zu erhalten; nichts mit Dividiren, um die allenfallsigen Ganzen herauszuziehen. Gerechnet wird nicht mehr, als bei der Multiplication ganzer Zahlen, und das einzige Weitere ist das Zusammenzählen der Bruchstellen und das Abschneiden mittelst des Komma's.

* §. 41.

Abkürzungen der Multiplication mit großen Decimalbrüchen.

Decimalbrüche von viel Stellen sind zuweilen beschwerlich zu multipliciren, wie große ganze Zahlen auch. Man hat daher für solche Fälle Abkürzungsmittel, wovon Folgendes.

a. Man kann bei der Multiplication nur von soviel Bruchstellen Gebrauch machen, als die Umstände erfordern, wobey man, was der eine Factor durch das Weglassen verliert, allenfalls dem andern zusetzen, übrigens aber auch den §. 26. anwenden kann. Hätte man z. B. 3,4795 mit 0,71312 zu multipliciren, so kann man, wenn es nicht auf große Genauigkeit ankommt, dadurch abkürzen, daß man 3,48 mit 0,713 multiplicirt. Auch vom Product ist es nicht immer nöthig, die kleinsten Stellen in weitere Rechnungen nachzuführen.

b. Andre Vorschriften, daß man die kleinste Bruchziffer des Multiplicandus mit der höchsten Ziffer des Multiplicators, dann die nächstgrößere Bruchziffer des erstern, mit der nächstniedern Ziffer des letztern u. s. f.; oder, daß man, umgekehrt, die Ganzen nebst der ersten Bruchziffer des Multiplicandus mit einer gewissen niedern Bruchziffer des Multiplicators u. s. w. multiplicire — alle diese Vorschriften leiten so leicht irre, geben am Ende doch kein ganz genaues Resultat, daß ich nicht viel darauf halten kann, und lieber zu dem bereits angezeigten Mittel verweise. Ist es um Genauigkeit zu thun, so lasse man sich das Multipliciren, das dieser Genauigkeit entspricht, nicht verdrießen, zumal wenn es nicht oft kommt. Und wer viel zu rechnen hat, der weiß sichs auf andre Art, durch Logarithmen, abzukürzen, oder sollte es wenigstens wissen.

§. 42.

Genannte Decimalbrüche zu multipliciren.

Daß man besser thue, genannte Zahlen von zehntheiligen Maasen, Gewichten, Münzen ꝛc. nicht vereinzelt oder auseinander gezogen, sondern in einen einzigen Namen gedrängt, dem daher alsdann Bruchtheile anhängen können, zu multipliciren, das werden wir nach dem, was schon §. 35. und 38. davon vorgekommen, nicht erst beweisen müssen.

Wie genannte Decimalbrüche aus alten nicht zehntheilig laufenden Maaszahlen ꝛc. entstehen können, haben wir in §. 27. gesehen.

Hat man nun dergleichen einfache genannte Decimalausdrücke, so ist auch hier die Multiplication mit 10, mit 100 ꝛc. durch die blose Versetzung des Komma's eine sehr leichte Sache nach §. 17.

Die Multiplication mit andern Zahlen, als 10 oder 100 ꝛc. sie seyen blos ungenannte oder genannte Ganze, oder auch Decimalbrüche, verrichtet sich alsdann wie in §. 40. und erfordert keine besondre Regeln.

Hieher kann auch das gezogen werden, was bereits in §. 32. vorgekommen ist, denn dort hat man genannte Decimalbrüche mit ganzen Zahlen multiplicirt.

Noch einige besondre Beispiele werden noch besondre Mittel an die Hand geben.

Die Elle Tuch soll mit 4 fl. 42 kr. d. i. mit 4,7 fl. (§. 32. c.) bezahlt werden. Das ganze Stück beträgt noch 36,45 Ellen: wieviel wird es kosten?

```
     4,7 Gulden.        Kürzer so:  36,45 Ellen
    36,45 Ellen                       4,7 fl.
 ──────────────                 ───────────────
       235                          25515
      188                          14580
     282                         ──────────
    141                           171,315 fl.
 ──────────────
   171,315 Gulden
        60
      ─────
    18,900 also 171 fl. 18,9 kr.
```

Wären es z. B. 4 fl. 50 kr. so lassen sich 50 kr. nicht genau durch einen Decimalguldenbruch geben. Denn 50 kr. ist $= \frac{50}{60}$ fl. $= 0,8\overline{3}$ fl. (§. 27. a.) Hier kann man nun soviel 3r nehmen, als man gut findet. Es wird wohl mit dreyen, d. h. hier mit 10000stels Gulden genau genug seyn. Alsdann hat man

```
             4,8333        Gibt also beynahe 176 fl. 10½ kr.
zu mult. mit 36,45
           --------
             241665
            193332
           289998
          144999
----------------
          176,173785 Gulden
                  60
             --------
          10,427100 Kreuz.
```

Verlangt man die gegebenen Kreuzer nicht in einem annähernden, sondern in einem genauen Decimalbruch, so kann man folgendes Mittel anwenden. Man verwandle die Gulden in Sechstelsgulden. Alsdann sind die Kreuzer Zehntel, folglich genaue Decimalbrüche davon. Es versteht sich, daß man vorher die in den Kreutzern selbst schon steckenden Sechstelsgulden herausziehen und zu den aus den Gulden erhaltenen rechnen müsse. Nun sind 4 fl. = 24 Sechstelsgulden; 50 kr. enthalten gerade 5 derselben: man hat also in allem 29 Sechstelsgulden. Wären noch einige Kreutzer vorhanden, so würden sie Zehntheile zu diesen Sechstelsgulden ausmachen. Jetzt steht die Rechnung so:

36,45 Ellen — Dies gibt also genau
29 Sechstelsg. — 176 fl. $10\frac{1}{2}$ kr.

32805
7290

1057,05 Sechstelsg.

6 | 1057,05 | 176,175 Gulden
431430 — 60

10,500 kr.

Wie gewöhnlich $36\frac{45}{100}$ Ellen mit 4 fl. 50 kr. multiplicirt, gibt dasselbe, weil sich alles auf die eine, wie auf die andre Art genau ausdrücken läßt. Aber im Resultat können doch auch unvollständige Decimalbrüche sich ergeben.

Ein Stück Feld sey 72,65 Ruthen lang und 9,7 Ruthen breit: wie groß ist sein Flächeninhalt?

Man kann auf verschiedene Art verfahren: einmal, indem man beyde Zahlen, wie sie hier stehen, nach den bisherigen Regeln für die Multiplication der Decimalbrüche, multiplicirt; und dann auch, indem man beyde Zahlen ganz zu einerley Benennung bringt, in welchem Fall, hier, das Komma auch weggelassen werden könnte, denn 72,65 Ruthen zehntheiliges Maas, was hier verstanden wird, sind = 72 Ruthen 6 Fuß 5 Zoll = 7265 Zoll, und 9,7 R. sind = 9 Ruthen 7 Fuß 0 Zoll = 970 Zoll. Daher folgende Rechnungen:

72,65	7265 Zoll
9,7	970 Zoll
50855	508550
65385	65385
704,705 □Ruthen	7047050 □Zoll.

Im Quadratmaas gehen aber die Stufen von 100 zu 100. Nach dem Komma des erstern Products muß man daher suchen, Paare von Bruchstellen mit Hülfe der Nulle nach dem, was bereits §. 20. b. bemerkt worden, zu bekommen. Demnach ist der Inhalt 704 □Ruthen, 70 □Fuß, 50 □Zoll. Da aber 100 □Ruthen 1 Viertel, und 4 Viertel einen Morgen ausmachen, so hat man 1 Morgen 3 Viertel 4 □R. 70 □F. 50 □Z. = 1 Morgen 3,047050 Viertel.

Beym andern Product bekommt man das nämliche, wenn man auch immer bis zu den Vierteln 2 Stellen abgeschnitten denkt, weil 100 □Zoll 1 □Fuß, 100 □Fuß 1 □Ruthe, 100 □Ruthen 1 Viertel ausmachen.

Eine Mauer ist 279,5 Fuß lang, 7,8 Fuß hoch und 2 Fuß dick: man verlangt den kubischen Inhalt in Kubikklaftern. Im kubischen Maas geht es von 1000 zu 1000, nur daß hier das Besondre eintritt, daß nach §. 19. nicht 1000 sondern $6 \times 6 \times 6 = 216$ KFuß 1 KKlafter ausmachen. Man dividire also die herauskommenden KFuß mit 216, so findet man die darin enthaltenen KKlafter.

279,5
7,8

22360
19565

2180,10
2

4360,20

Man hat also hier, auf ähnliche Art, wie im vorigen Beyspiel, 4360 KFuß und nicht 20, sondern 200 KZoll. Jene mit 216 dividirt, bekommt man als endliches Resultat 20 KKlafter 40 KFuß 200 KZoll; oder auch 20 KKlafter 40,2 KFuß.

Noch ein anderes Verfahren, das man sich wegen des häufigen Gebrauchs, den man davon machen kann, wohl merken sollte, ist, wenn man theilweise, durch aliquote Theile, das thut, was sonst auf einmal und gleichwohl oft auf eine weitläufigere Art. Man vertheilt nämlich, um uns wieder des obigen Beyspiels zu bedienen, die 50 kr. in aliquote Theile eines Guldens: sie machen $\frac{1}{2}$ G. ferner die Hälfte eines halben, d. i. $\frac{1}{4}$ G. und endlich noch den 3ten Theil vom Viertelsgulden aus, denn das sind 30 und 15 und 5 zusammen also 50 kr. Daher wird die Rechnung jetzt diese:

36,45 Ellen zu multipliciren mit 4 fl. 50 kr.
4 Gulden

145,80
18,225 = der Hälfte von 36,45 für $\frac{1}{2}$ fl. oder 30 kr.
9,1125 = der Hälfte von 18,225 für $\frac{1}{4}$ fl. oder 15 kr.
3,0375 = dem Drittel von 9,1125 für $\frac{1}{12}$ fl. oder 5 kr.

176,1750 Gulden
60

10,5000 kr.

Es ist klar, daß die Rechnung sehr einfach ist, wenn alles weggelassen wird, was hier blos zur Erklärung beygesetzt werden mußte. Was hier als ordnungswidrig zu früh vorkommend scheinen möchte, nämlich daß hier schon Decimalbrüche dividirt werden, das wird die Leichtigkeit der Sache entschuldigen. Allenfalls kann man es bis zum zweyten Curs versparen, da wir ohnehin voraussetzen, daß nicht alles, was diese Anleitung enthält, gleich nacheinander mitgenommen wird.

* §. 43.

Vergleichung des Verfahrens bey der Multiplication mit alten Maaszahlen und der mit zehntheiligen Maasen.

a. Will man sehen, wie ganz ausnehmend die Rechnungen durch die Decimaleintheilungen abgekürzt werden, und wie das sogar schon geschieht, wenn man die kleinern Theile der so unordentlich getheilten alten Maase und Gewichte und des Geldes durch Decimalbrüche auszudrücken und die Rechnung damit zu verrichten sucht, so wollen wir hier vorerst nach altem Gewicht und Gelde 18 Pf. 13 Loth 3 Qu. zu 2 fl. 54 kr. das Pfund, auf die gewöhnliche Art multipliciren, und zum Voraus bemerken, was man immer wissen oder angeben muß, daß 4 Quentchen 1 Loth, 32 Loth 1 Pfund, und 60 kr. 1 Gulden ausmachen.

fl.	kr.	Pf.	Loth.	Qu.
2	54	18	13	3
60		32		
*) 174		49		
		54		
		589 Loth		
		4		
		2359 Qu.		
		174		
		9436		
		16513		
		2359		

128 | 410466 kr. | 3206 $\frac{49}{64}$ kr.
264
866
$\frac{98}{128} = \frac{49}{64}$

60 | 3206 $\frac{49}{64}$ kr. | 53 fl.
206
26$\frac{49}{64}$

Also 53 fl. 26$\frac{49}{64}$ kr. Mit 128, als der Anzahl Quentchen im Pfunde, mußte dividirt werden, weil man alles zu Quentchen gemacht hatte, und es sonst gewesen wäre, als ob 1 Quentchen schon 2 fl. 54 kr. koste. Mit 60 mußte dividirt werden, um die in den Kreutzern enthaltenen Gulden zu finden.

*) Ich rechne beym Multipliciren sogleich zum erhaltenen Partialproduct, hier die 54 kr. sogleich zu 2 mal 60 mit ein. So auch bei den Pfunden ꝛc. wie weiter unten auch noch zu sehen.

Dem Anschein nach kürzer ist die Rechnung, wenn sie nach dem am Ende des §. 42. bemerkten Verfahren vollzogen wird. Ob sie aber leichter sey, darüber wollen wir die Leser selbst urtheilen lassen. Man multiplicirt anfänglich die 2 fl. 54 kr. mit 18, als ob keine Loth und Quentchen dazu gehörten. Nachher nimmt man auch für diese den ganzen Multiplicandus so oft als es ihre Anzahl erfordert.

		2 fl. 54 kr.		
		18 Pf. 13 Loth 3 Quentch.		
		36 G.		
für 30 kr.	$\frac{1}{2}$	— 9		
" 20 kr.	$\frac{1}{3}$	— 6		
" 4 kr.	$\frac{1}{5}$	— 1	12 kr.	
für 8 Loth	$\frac{1}{4}$	— —	$43\frac{1}{2}$	
" 4 Loth	$\frac{1}{2}$	— —	$21\frac{3}{4}$	
" 1 Loth	$\frac{1}{4}$	— —	$5\frac{7}{16}$	
" 2 Qu.	$\frac{1}{2}$	— —	$2\frac{23}{32}$	
" 1 Qu.	$\frac{1}{2}$	— —	$1\frac{23}{64}$	
		53 fl.	$26\frac{49}{64}$ kr.	

b. Wendet man nun die Decimalbruchrechnung auf noch jetziges Maas, Gewicht und Geld an, so wird zuweilen die Rechnung schon dadurch abgekürzt, zumal, wenn man Tafeln hat, wo die gemeinen Brüche schon in Decimalbrüche verwandelt zu finden sind. In der dieser Anleitung beygefügten findet man für 13 Loth und 3 Qu. $= \frac{55}{128}$ Pf.

Den Decimalausdruck	— —	0,4296875 Pf.
	18 Pf. ist —	18
Also 18 Pf. 13 Loth 3 Quentchen	=	18,4296875
2 fl. 54 kr. sind	— — —	2,9 G.
		1658671875
		368593750
		53,44609375 G.
		60
		26,76562500 kr.

Dieser Decimalbruch ist sehr nahe $\frac{3}{4}$ kr. Er muß ganz genau = $\frac{49}{64}$ seyn, welches man auch durch das Aufheben mit 15625, und kürzer noch in der ersterwähnten unten beigefügten Tafel IV. finden wird.

Dadurch, wird man aber sagen, sey wenig gewonnen, und hat hier ziemlich Recht. Nicht immer ist dieses Verfahren vortheilhaft, wenn man alles so genau nehmen will, daß gerade das Nämliche, was auf die erste Art, oder etwas herauskomme, das nur um eine höchst unbedeutende Kleinigkeit davon abweiche. Wir hätten, wenn man es nicht so haarscharf nimmt, gar wohl, auch ohne Bruchreductionstafeln, so verfahren können, daß wir im Gewichte nicht weiter als bis auf 10000stel, d. i. auf nicht weniger als 1 Aß gegangen wären. Es besteht nämlich in

		Pf.	
18 Pfund	=	18	
8 Loth oder $\frac{1}{4}$ Pf.	=	0,25	
4 Loth	=	0,125	
1 Loth	=	$0,0312\frac{1}{2}$	(§. 28.)
2 Quentchen	=	$0,0156\frac{1}{4}$	(§. 28.)
1 Quentchen	=	$0,0078\frac{1}{8}$	(§. 28.)
		$18,4296\frac{7}{8}$	

Dafür dürfte man doch wohl in den meisten Fällen setzen

$$\begin{array}{r} 18,43 \\ 2,9 \\ \hline 16587 \\ 3686 \\ \hline 53,447 \text{ G.} \\ 60 \\ \hline 26,820 \text{ kr.} \end{array}$$

Da haben wir auch sehr nahe 53 fl. $26\frac{3}{4}$ kr. Der Fehler gegen das Resultat in a beträgt so wenig, daß man im Praktischen nicht darauf achtet. Oder glaubt man da, die $\frac{42}{64}$ kr. auch genau verwirklichen zu können?

c. Aber wie kurz wird es erst seyn, wenn wir wirklich, in der Ausübung, im Verkehr, zehntheiliges Maas, Gewicht und Geld haben! Da dürfen wir, um die Vortheile der Decimalbruchrechnung zu genießen, nicht erst, wie im nächstvorhergehenden geschehen, andre Maase in zehntheilige verwandeln; da haben wir obige 18,4296 Pf. und jene 2,9 Gulden schon, wenn das Gewicht, womit man wiegt, und das Geld, womit man bezahlt, zehntheiliges ist. Man hätte 18 Pf. 42 Centaß 96 Aß; man hätte 2 Gulden und 9 Zehntelsgulden schon in Wirklichkeit, und die ganze Rechnung wäre blos:

$$
\begin{array}{r}
18,4296 \\
2,9 \\
\hline
1658664 \\
368592 \\
\hline
53,44584
\end{array}
\text{ Gulden.}
$$

Ich sage, blos in diesem einzigen bestünde die Rechnung. Man hätte nicht nöthig, den Guldenbruch erst noch anders auszudrücken, oder wie oben mit 60 zu Kreutzern zu machen. Denn eine zehntheilige Münzeinheit stellt in ihren Decimalbruchtheilen selbst schon wirkliche Münzen und in den kleinsten Bruchtheilen, die nicht mehr wirklich vorhanden sind, weil sie zu klein wären, doch nichts als Zehntheile dar, wie wir dieses schon von den Maasen und Gewichten in §. 20. gesehen haben.

§. 44.

Zehntheilige Brüche, mit oder ohne Ganze, zu dividiren.

1. Bringe beyde zu gleicher Benennung (§. 33.), wenn sie diese nicht schon haben. Es sey z. B. 0,0725 mit 0,25 zu dividiren. An den Divisor 0,25 zwey Nullen gehängt, soll also dividirt werden:

0,2500 in 0,0725 *)

oder $\frac{2500}{1000}$ in $\frac{725}{10000}$

Die Theile sind nun gleichartig, haben einerley Name, können also auch, wie wenn beydes Ellen, Pfunde ꝛc. wären, in einander dividirt werden, wo es nicht mehr auf den Namen ankommt. Denn so wie man sagen könnte

2500 Ellen in 725 Ellen

so kann man auch sagen

2500 Zehntausendstel in 725 Zehntausendstel.

2. Also, auf einerley Benennung gebracht, das Komma zwar beybehalten, aber weiter nicht darauf geachtet, somit die Zahlen als Ganze betrachtet, dividirt man

0,2500 in 0,0725

als ob es 2500 in 725

wäre. Dieses geschieht nun gerade wie in §. 24. Es kann anfänglich Ganze geben; wo nicht, so setzet dafür eine Nulle mit einem Komma, so:

0,2500 | 0,0725 | 0,

Hänget jetzt eine Nulle an den Dividendus, dividiret um zu sehen, ob es Zehntel gebe, und ziehet, wenn es welche gibt, das Product ab.

---

*) Dividiren erinnert zwar an theilen, und da scheint es sonderbar, zu sagen: eine Zahl in eine andre zu theilen. Aber man erinnere sich, daß man das Dividiren auch als ein Ineinanderstecken betrachten kann, und dann wird man sich nicht mehr an dieser Redensart stoßen.

0,2500 | 0,0725 | 0,2
7250
Rest 2250

An den Rest hänget wieder eine Nulle für die Hundertstel; ziehet, wenn es deren gibt, das Product abermals ab:

0,2500 | 0,0725 | 0,29
7250
22500
0000

Hier hat, weil nichts mehr übrig bleibt, die Division ein Ende. Bleibt aber etwas übrig, so kann man die Operation auf die nämliche Art fortsetzen, entweder bis es aufgeht, oder bis ein Wiederholer oder eine wiederholende Reihe erscheint, oder so weit, als man es für nöthig erachtet.

3. Da also hier nur das wieder erscheint, was wir bereits in §. 24. gehabt haben, so brauchen wir nur etwa noch einige Beyspiele hieher zu setzen: sie seyen:

1) 1,624 zu dividiren mit 0,0203
2) 0,00636956 " " 0,009367
3) 27,31 " " 2,156

Auf gleiche Benennung gebracht, wird die Ausarbeitung folgende seyn:

1.

0,0203 | 1,6240 | 80
0000
0

2.

0,00936700 | 0,00636956 | 0,68
6369560
7493600
000000

3.

2,156 | 27,310 | 12,66697
5750
14380
14440
15040
21040
16360
1268

Im ersten Exempel hat man 203 in 16240 zu dividiren, und jene Zahl steckt in dieser 80 volle mal, so, daß nichts übrig bleibt. Der Quotient ist also 80 Ganze. Im andern hat man 936700 in 636956 zu dividiren, welches keine Ganze, nur 68 Hundertstel, und zwar so, daß nichts übrig bleibt, gibt. Im dritten stecken 2156 in 27310 vorerst 12 ganze mal. Dann gibt es bey der Fortsetzung noch Decimaltheile, die man aber, wegen des beständigen Restirens, mit den Hunderttausendsteln abgebrochen hat.

Im zweyten Beyspiel, so wie in den zuerst weitläufig erklärten, hätte man den kleinen Vortheil anbringen können, Nullen im Divisor und nachherigen Dividendus gegen einander auszustreichen, wie aus dem gemeinen Dividiren bekannt seyn wird, z. B.

0,2500 | 0,0725 | 0,29
7250
2250
00

§. 45.

Einen Decimalbruch mit Ganzen, und Ganze mit einem Decimalbruch zu dividiren.

1. Einen Decimalbruch mit einer ganzen Zahl, und umgekehrt, eine solche mit einem Decimalbruch zu dividiren, beydes kann auf die gleiche Art, wie im vorigen §. behandelt werden, indem man der ganzen Zahl, nach dem Komma, soviel Nullen anhängt, als, im ersten Fall, der zu dividirende, im andern, der dividirende Decimalbruch Bruchstellen hat.

2. Aber für den ersten Fall kann man dieses wohl umgehen. Man kann den Decimalbruch mit der ganzen Zahl dividiren, als ob derselbe kein Komma hätte, nur muß man am Ende im Quotient soviel Stellen abschneiden, als der Bruch Bruchstellen und als man etwa, bey fortgesezter Division, Nullen angehängt hat. In der Erklärung des diesfalls hieher gehörigen unten stehenden 1ten und 2ten Beyspiels werden wir jedoch noch eine andre bessere Ansicht hievon geben.

Es sey zu dividiren	1)	2,669	mit	17
	2)	0,563	=	24
	3)	841	=	2,9
	4)	75	=	28,301

1.

17 | 2,669 | 0,157
96
119
00

2.

24 | 0,563 | $0{,}023458\overline{3}$
83
110
140
200
80
8

3.

2,9 | 841,0 | 290
261
00
0
0

4.

28,301 | 75,000 | 2,65008
18 3980
1 41740
235000
8592

Beym ersten Exempel kann man wie gewöhnlich 17 in 2669 dividiren. Es geht auf, noch ehe man genöthiget ist, Nullen anzuhängen und gibt 157. Weil der Dividendus 3 Bruchstellen hat, also die 2669 eigentlich als $\frac{2669}{1000}$ zu betrachten sind, so müssen im Quotient 3 Stellen abgeschnitten werden, und so wird aus 157 eigentlich 0,157 dadurch, daß man noch ein Abschneidungskomma und eine Nulle für die Ganzen vorsetzt. Dazu möchte nun öfters der Platz fehlen, man befolgt also lieber die vorhin angekündigte, das Gleiche gebende Ansicht, indem man spricht: 17 Ganze in 2 Ganze geht nicht; setze eine Null für die Ganzen in den Quotient mit einem Komma; und nun: 17 in 26 Zehntel gibt 1 Zehntel u. s. f. Dadurch bekommt der Quotient sogleich seine rechte Gestalt, ohne daß man am Ende der Division für das Abschneiden zu sorgen hätte.

Das 2te Beyspiel behandelt sich wie das erste, und man kann auch die so eben erwähnte leichtere Methode dabey anwenden und sagen: 24 in 0 Ganze gibt 0 Ganze mit dem Komma; ferner: 24 in 5 Zehntel gibt 0 Zehntel; aber 24 in 56 Hundertstel gibt 2 Hundertstel u. s. f.

Beym 3ten und 4ten Beyspiel gibt es allemal Ganze, weil 29 in 8410, und 28301 in 75000 ganze Mal in einander enthalten sind; jenes gerade 290 mal, dieses nur 2 mal und etwas darüber.

3. Die Versetzung des Komma's von der Rechten gegen die Linke hin ist eine Division mit 10, mit 100 rc. wie wir schon in §. 17 a. gesehen haben.

* §. 46.

Von andern Divisionsregeln mit Decimalbrüchen.

Es gibt freylich noch andre Regeln, Decimalbrüche zu dividiren. Man hat z. B. aus dem Umstand eine gezogen, daß Quotient und Divisor zusammen soviel Bruchstellen haben müssen, als der Dividendus (die angehängten Nullen mit eingerechnet) hat, weil bekanntlich der Dividendus wieder erscheinen muß, wenn jene beyde mit einander multiplicirt und der allenfallsige Rest zum Product addirt worden. Wir glauben aber alles Weitere übergehen zu können, weil das Bisherige überall leicht anzubringen ist. Eben so übergehen wir die Abkürzungen, die auf ähnliche Weise, wie in §. 41. bey der Multiplication, auch bey der Division angebracht werden können: nur sind ähnliche, wie die dort zuletzt erwähnten Abkürzungen, bey der Division ebenfalls als verirrlich anzusehen.

§. 47.

Genannte Decimalbrüche zu dividiren.

Genannte Decimalbruchzahlen zu dividiren erfordert keine andre Regeln. Was §. 42. für die Multiplication gesagt worden, gilt auch hier. Und wenn man ferner das zu Hülfe nimmt, was schon in §. 27. vorgekommen, so wird die Anwendung des §. 45. hier nicht schwer seyn; und soll nur noch durch die folgenden Beyspiele mehr erläutert werden.

Es seyen 0,75 Kreutzer in einen Decimalguldenbruch; 5,93 Meßlein auf ähnliche Art in Malter zu 8 Simri und das Simri zu 16 Meßlein, also das Malter zu 128 Meßlein, zu verwandeln

kr.	
60 | 0,75 | 0,0125 G.	128 | 5,93 | 0,046328125 Mlt.
75	5 93
150	810
300	420
00	360
	1040
	160
	320
	640
	00

Daß diese beyden Divisionen aufgehen müssen, kann man aus §. 25. erkennen.

Wenden wir hierauf die §. 27. b. erwähnte Methode an, so müssen wir, in Absicht des ersten Beyspiels, zu — 0,75

addiren $\frac{1}{3}$ davon — — — — 0,25

und noch $\frac{1}{3}$ — — — — — 0,25

Hundertstelsgulden 1,25

Also dies hundertmal kleiner gemacht, gibt 0,0125 G. was wir so eben gefunden.

Für das andre Beyspiel, die Meßlein in Malter zu verwandeln, müssen wir, um die Hundertstel der Malter zu bekommen, und weil 128 Meßlein auf 1 altes Malter gehen, die Verwandlung mit $\frac{100}{128} = \frac{25}{32}$ vornehmen. Das kann leicht nach §. 41. durch aliquote Theile geschehen. Man nimmt von den

— — — — 5,93 Meßlein

für 16 Zwey und dreyßigstel die Hälfte 2,965

8 — — vom lezten d. Hälfte 1,4825

1 — — vom lezten $\frac{1}{8}$tel 0,1853125

für 25 Zwey und dreyßigstel — 4,6328125 Hundertstels Mltr.

oder 0,046328125 Mltr.

wie oben bereits gefunden ist. Eigentlich heißet dieses hier, soviel als: die 5,93 Meßlein machen 4 Hundertstels Malter und etwas darüber, oder 46 Tausendstels Malter und etwas darüber 2c.

171,315 Gulden mit 36,45 Ellen zu dividiren, um zu wissen, wie hoch eine komme, gibt folgende Rechnung:

Ellen Gulden

36,450 | 171,315 | 4,7 fl.

25 5150

0 0000

Daß Ellen nicht in Gulden stecken können, versteht sich. Daß man also hier den Divisor als einen abstracten namenlosen Theiler ansehen müsse, der im Quotienten den verlangten Theil des Dividendus hervorbringt, davon gehören die nähern Erklärungen in die gemeine Rechenkunst überhaupt, die ich hier nicht vorzutragen habe.

Zur Uebung im Nachdenken und Rechnen suche man aus dem in §. 42. gefundenen Inhalt des Feldstücks, der Mauer, durch Division eine der Zahlen, durch deren Multiplication die Inhalte gefunden werden.

Als eine Erweiterung dessen, was §. 28. d. gesagt worden, kann man jetzt hier zeigen, wie leicht, auch durch Kopfrechnung, die Verwandlung der Vierlinge und halben Vierlinge, sowohl in Frucht als in Gewicht sey. Man drücke nur die Halben durch Decimalbruchtheile, also z. B.

$1\frac{1}{2}$ durch 1,5
$2\frac{1}{2}$ — 2,5
$3\frac{1}{2}$ — 3,5

aus. Sinds nun Vierlinge, so werden Sester oder Pfunde daraus, wenn man mit 4 dividirt, was gar wohl blos durch Kopfrechnung geschehen kann, und man wird so alsbald finden, daß

1,5 Vierling oder $\frac{1,5}{4} = 0,375$ Sester oder Pfund

2,5 — — $\frac{2,5}{4} = 0,625$ — — —

3,5 — — $\frac{3,5}{4} = 0,875$ — — —

Nun läßt sich gar wohl auch noch mit 8 im Kopf dividiren, folglich wenn man die halben Vierlinge oder Achtelspfunde als Ein=

heiten aufstellen und dann die Lothe als Viertel davon betrachten wollte, so könnte man auf ähnliche Art gar bald eine Lothezahl in Decimalbruchtheilen des Pfundes verwandeln. So sind 23 Loth soviel als

$5\frac{3}{4} = 5{,}75$ Achtelspfunden, also

$$\frac{5{,}75}{8} = 0{,}71875 \text{ Pfund.}$$

Dergleichen Verwandlungsmittel wird man sich selbst machen lernen.

* §. 48.

Vergleichung der Divisionen mit gemeinen alten und mit zehntheiligen Maasen ꝛc.

a. Um auch hier, wie in §§. 36. 39. 43. zu zeigen, wie alles, was im Maaswesen zehntheilig getheilt ist, die Rechnung abkürze; wie es nicht selten auf den 3ten, 4ten Theil der Arbeit reducire, die man sonst auf die Rechnung mit den alten, unordentlich getheilten Maasen, Gewichten und Münzen verwenden muß, wählen wir folgendes Beyspiel aus den Flächenmaasen.

Es sey eines RechtecksInhalt 240 □Ruthen 121 □Fuß 69 □Zoll, seine Grundlinie aber sey 3 Ruthen 11 Fuß 6 Zoll, alles in 12theiligem Maas. Man verlangt, ebenfalls in solchem, die Höhe oder Länge des Rechtecks, welche durch folgende Operation herauskommt.

Grundlinie	Inhalt
3° 11′ 6″	240° 121′ 69″
12	144
47′	1081
12	960
570″	240
	34681′
	144
	138793
	138724
	34681

$$570 \mid 4994133'' \mid 8761\tfrac{121}{190}''$$

4341

3513

933

$$\frac{363}{570} = \frac{121''}{190}$$

$$12 \mid 8761'' \mid 730'$$

36

1″

$$12 \mid 730' \mid 60$$

10′

Also 60° 10′ $1\frac{121}{190}''$.

b. Diese langweilige Rechnung wird wenig erleichtert, wenn man auch, vor der Division, die Schuh und Zolle der Grundlinie in Decimaltheile der Ruthe, die QSchuh und QZolle in Decimaltheile der QRuthe, nach dem in §. 27. gezeigten Verfahren, oder auf ähnliche Art, wie es in §. 43. geschehen, verwandeln wollte. Das Resultat der Division sollte dann wiederum in 12theiliges Maas nach §. 32. c. übersetzt werden. In andern Beyspielen möchte dieses wohl etwas abkürtzen.

c. Wie aber alles mit zehntheiligem Maas sich abkürze, übersieht man aus Folgendem, wo wir doch eben so große Zahlen, wie im vorigen Beyspiele, annehmen. Der Inhalt eines Rechtecks sey, in 10theiligem Maas, 328° 92′ 5″ also 3289205″ und die Grundlinie sey 5° 8′ 3″ = 583″, so ist die ganze Rechnung diese:

583″ | 3289205″ | 5641″,8 = 56° 4′ 1″ 8‴
3742
2440
1085
5020
356

§. 49.

Potenzen und Wurzeln von einem Decimalbruch.

a. Die Quadrat-, die Kubikzahl von einem Decimalbruch zu machen, d. i. einen gegebenen Decimalbruch zur zweyten, dritten Potenz rc. zu erheben, das gehört zur Multiplication eines solchen Bruchs mit sich selber, nach eben den Regeln, die wir in §. 40. u. s. f. gelernt haben. Man kann es zwar noch auf andre Art, aber es ist zu weitläufig und auch unnöthig, sich hier darein einzulassen.

b. Die Quadrat- oder Kubikwurzel aus einem Decimalbruche zu ziehen, gibt man demselben so viel Bruchstellen (wenn er sie nicht schon hat), daß sie, von der Rechten zur Linken, für die Quadratwurzel in Klassen von je zwey Stellen, für die Kubikwurzel hingegen von je drey Stellen vertheilt werden können. Alsdann geschieht die Ausziehung selbst wie aus ganzen Zahlen, nach einem Verfahren, das wir hier als bekannt voraussetzen müssen; und es ist oben §. 22. schon gesagt, daß man auch aus ganzen Zahlen, wenn zur Wurzel daraus noch Bruchtheile gehören oder gesucht werden, letztere in Decimalbruchtheilen suche.

Der Inhalt einer Kreisfläche, z. B. die innere Bodenfläche eines neuen Sesters, sey 0,989771 Fuß oder 98 Zoll und nahe 98 Linien neues Quadratmaas: man soll daraus den Durchmesser dieser Bodenfläche berechnen. Man kann sich vorstellen jene Kreisfläche sey gefunden worden, indem man das Quadrat des Durchmessers mit dem vierten Theil der Zahl multiplicirt habe, die da sagt, wieviel mal die Kreislinie den Durchmesser enthält: diese Zahl ist 3,14159265 .... wovon man im besondern Fall soviel Stellen nehmen kann, als man nöthig erachtet. Dividirt man damit jenen Inhalt, so bekommt man zum Quadrat des Durchmessers 1,260216; daraus wollen wir die Quadratwurzel ziehen, um den Durchmesser selbst zu erhalten. Der Bruchstellen sind bereits 6, also 3 Paare für 3 Klassen, daher keine auszufüllen ist.

	1,260216	1,12259 Fuß, oder 1 Fuß 1 Zoll 2 Linien und nahe 2,6 Punkte.
	1	
2	26	
	21	
22	502	
	444	
224	5816	
	4484	
2244	133200	
	112225	
22450	2097500	
	2020581	
	76919	

Wir haben, wie bey der auf gewöhnliche Art fortgesetzten Quadratwurzelausziehung noch Paare von Nullen angehängt, und fanden dadurch den Durchmesser genauer.

Der Inhalt des neuen allgemeinen badischen Sesters ist $\frac{5}{9}$ Kubikschuh des neuen Fußmaases. Wollte man sich ein kubisches oder würfelförmiges Gefäß genau so groß als der Sester machen lassen, so müßte man dazu die Länge, die der Breite und Tiefe gleich wäre, haben, und diese findet man, indem man aus $\frac{5}{9} = 0,\bar{5}$ (§. 21. 24.)

die Kubikwurzel zieht. Um die Klassen von je 3 Stellen zu haben, wiederholt man hier immer den 5r, und zieht man daher aus 0,555555555 die Kubikwurzel, so bekommt man 0,82207 Fuß oder 8 Zoll 2 Linien 2,07 Puncte zur Seite des Würfels.

Will man für den Inhalt des Sesters von $\frac{5}{9}$ Kubikfuß die Breite oder den Durchmesser dieses cylindrischen Gefäßes für die Gestalt haben, daß es nur halb so tief als breit sey, so muß man den Inhalt mit dem achten Theil obiger Peripheriezahl, nämlich mit $\frac{3,14159}{8}$ dividiren, und aus dem Quotient die Kubikwurzel ziehen. Der Quotient ist 1,41471 und hieraus die Kubikwurzel gezogen, gibt 1,12259 zum Durchmesser, wie oben, als man solchen aus der Bodenfläche suchte.

Anwendung des Bisherigen.

§. 50.

Anwendung auf Procentrechnungen und andre leichte Regeln de tri.

Auf 100 Pfund habe man $7\frac{1}{2}$ Pf. frey: wieviel kann vom ganzen Gewicht zu 573 Pf. 76 Centaß neues Decimalgewicht abgezogen werden?

Pf.	Pf.	Pf.
100 geben	7,5 was	573,76?
		7,5
		286880
		401632
		4303,200

Nun noch mit 100 dividirt, gibt 43 Pf. 3 Centaß 20 Aß oder 43 Pf. $3\frac{1}{5}$ Centaß.

Wieviel betragen die Zinse zu $4\frac{1}{2}$ Procent jährlich, wenn das Kapital 4375 fl. 36 kr. = 4375,6 fl. beträgt?

$$
\begin{array}{r}
100 \text{ --- } 4,5 \text{ --- } 4375,6 \\
4,5 \\
\hline
218780 \\
175024 \\
\hline
196,9020 \\
60 \\
\hline
54,1200
\end{array}
$$

gibt also 196 fl. 54,12 kr.

Man hat durch das Ummessen eines Fruchthaufens von 128 neuen Maltern 6 Sester 3 Meßlein = 128,63 Malter, $1\frac{1}{2}$ Procent verlohren: wieviel beträgt der ganze Verlust in wirklichem Maas?

$$
\begin{array}{r}
100 \text{ --- } 1,5 \text{ --- } 128,63 \\
1,5 \\
\hline
64315 \\
12863 \\
\hline
1,92945
\end{array}
$$

Im Ganzen also 1 Mltr. 9 Sester 2 Meßl. 9,45 Becher.

Wenn, wie in der hiesigen Gegend, 21 alte Viertel Trübes auf 20 Viertel hellen Wein, d. h. überhaupt 105 auf 100 gerechnet werden; und wenn ein Faß nicht nur, wie immer, auf Helles, sondern auch auf 3 Ohm 6

Stützen $4\frac{1}{2}$ Maas neues Weinmaas geeicht, aber mit Trübem gefüllt ist: wieviel Helles kann man dafür aufrechnen?

$$105 \text{ ——— } 100 \text{ ——— } 3,645$$

$$105 \mid 364,5 \mid 3,4\overline{714285}$$

495
750
150
450
300
900
600
75

Dies gibt also 3 Ohm 4 Stützen 7 Maas und nahe $1\frac{1}{2}$ Glas. In dieser Rechnung erscheint die wiederholende Reihe §. 24. b. weil eigentlich $\frac{3,645 \times 100}{105}$ die ganze Operation andeutet, und dieser Bruch sich bis auf 7tel aufheben läßt.

Wir wollen annehmen, das neue Feldviertel sey auf 1 fl. 18 kr. Schatzungskapital gesetzt, die Steuer selbst aber sey 10 Procent, d. i. der 10te Theil davon: wieviel macht es von 1 Juchert 2 Vrtl. $89\frac{1}{2}$ Ruthen, oder von 6,895 Viertel, das im neuen Feldmaas 100 □Ruthen hat? 1 fl. 18 kr. ist = 1,3 fl. und $\frac{1}{10}$ davon ist = 0,13 fl.

6,895 V.
0,13 fl.
20685
6895
0,89635 fl.
60
53,78100

Gibt etwas unbedeutendes mehr als $53\frac{3}{4}$ kr.

Wenn aber das Schatzungskapital, das auf dem im vorigen Exempel angenommenen Stück Gut ruht, sich nicht genau in Zehntelsgulden ausdrücken ließe, so kann man sich andrer, bereits in §. 42. vorgekommener Mittel bedienen. Das Kapital sey 1 fl. 26 kr. so ist dieses, in Sechstelsgulden verwandelt, soviel als 8,6 Sechstelsgulden, mit dessen 10ten Theil = 0,86 multiplicirt werden kann:

$$\begin{array}{r} 6{,}895 \\ 0{,}86 \\ \hline 41370 \\ 55160 \\ \hline 5{,}92970 \end{array}$$

Dies sind Sechstelsgulden. Diese sollten mit 6 dividirt werden, um ganze Gulden zu bekommen. Dann sollte man die Gulden mit 60 multipliciren, um sie in Kreuzer zu verwandeln. Dies heiset nun hier im Ganzen mit 10 multipliciren, welches durch Verrücken des Komma's um eine Stelle weiter gegen die Rechte geschieht, mithin 59,297 oder etwas mehr als $59\frac{1}{4}$ kr. gibt. Kommen aber 60 oder mehr Kreuzer dadurch heraus, so müßte man diese doch mit 60 zu Gulden machen.

Nach der andern Art, durch aliquote Theile, hat man so zu verfahren: man multiplicirt den Inhalt des Feldstückes mit dem ganzen Schatzungskapital, nimmt vom Product, durch Versetzung des Komma's, den 10ten Theil, so hat man die Steuer in Gulden, die dann erst in Kreuzer zu verwandeln sind.

Also für 1 Gulden		—	—	6,895
— — 12 kr.	$\frac{1}{5}$tel	—	—	1,379
— — 12 kr.		—	—	1,379
— — 2 kr.	$\frac{1}{6}$tel	—	—	$0{,}2298\overline{3}$
				$0{,}98828\overline{3}$ fl.
				60
			wie oben	59,297000 kr.

Man sieht hieraus, daß die letztere Art eben nicht immer vortheilhaft ist; aber man muß sie doch kennen, um sie geschickt anzuwenden.

Wir wiederholen hier, daß zehntheiliges Geld in allen Geldrechnungen viel Erleichterung geben würde, wie schon aus den gegebenen Beyspielen wohl zu erkennen ist. Hat man aber Tabellen von den jetzigen hauptsächlichsten Münzen, worin die Unterabtheilungen der Hauptmünze in Decimalbrüchen der letzten aufgestellt sind, so leisten auch beym dermaligen Zustande des Münzwesens die Decimalbrüche große Erleichterung in allem, vornehmlich aber in Zinsrechnungen. Dergleichen Tafeln enthalten die oben schon angeführten Beyträge des Hrn. Hofrath Wucherers, und ihr Gebrauch ist mit vielen Beyspielen erläutert.

Ihrer zwey haben vom nemlichen Stück Tuch: der eine $5\frac{1}{2}$ Ellen zu 5 fl. 24 kr. die Elle, der andre $7\frac{3}{4}$ Ellen: wie viel hat jeder zu bezahlen? 5 fl. 24 kr. ist 5,4 fl.

	5,5 Ellen		7,75 Ellen
	5,4 fl.		5,4 fl.
	220		3100
	275		3875
der eine:	2970 Gulden	der andre:	41,850 fl.
oder	29 fl. 42 kr.	oder	41 fl. 51 kr.

Hätte es geheisen: der eine habe 29 fl. 42 kr. für seine $5\frac{1}{2}$ Ellen bezahlt, und es wäre gefragt worden, wieviel der andre? so hätte man eine Regel de tri machen können, wie folgt:

Ellen		fl.		Ellen
5,5	——	29,7	——	7,75

```
                          7,75
                          29,7
                        ------
                          5425
                         6975
                        1550
                    ----------
            5,500 | 230,175 | 41,85 fl.
                     10175       60
                                -----
                     46750    51,00 kr.
                      27500
                       0000
```

In einer jeden Regel de tri kann man, wenn die Zahlen es zulassen, vor der Multiplication und Division der Glieder, das erste und zweyte, ferner das erste und dritte Glied durch Aufheben auf kleinere Zahlen bringen. Das sind Rechnungsvortheile, die ich, so wie andre, hier eigentlich nicht vorzutragen habe, weil ich kein vollständiges Rechenbuch schreibe; die aber, wie man nun wohl einsehen wird, auch bey Gliedern, die Decimalbrüche haben, leicht anzubringen sind. Ausserdem müssen dergleichen Reductionen immer mit Ueberlegung gemacht werden, sonst könnten sie manchmal keinen Vortheil bringen, oder gar mehr Weitläufigkeit verursachen. Hat man z. B. 10 oder 100, 1000 ꝛc. so wäre es meistens kein Vortheil, wenn man durch die Reduction andre Zahlen dafür bekäme. Und eben so ist es zuweilen kein Vortheil, kleine gemeine Brüche in Decimalbrüche zu verwandeln. Blos Halbe, Viertel, Achtel durch Decimalbrüche zu addiren, würde gar keinen Gewinn geben. Und wer die Decimalbruchrechnung als eine, jede andre übertreffende Operation anpreiset,

anpreiset, übertreibt die Sache eben so sehr, als wenn man alles in die Regeldetriform giesen wollte.

* §. 51.

Anwendung auf Verhältniß und Gleichheit in den Maas- und Gewichtzahlen.

a. Die durlacher alte Maas enthält		79,4499424	par. K.Zoll.
die neue Sesterstütze	—	756,18624	
mithin die neue Maas	—	75,618624	

Dies sind Rechnungsresultate, denn so genau hätte man sie nicht messen können. Auch kann man gar wohl in den meisten Fällen, für die erstere Zahl, — 79,45
und für die dritte, — — — — 75,62
nehmen, und daran wollen wir uns zum gegenwärtigen Zweck halten.

Demnach verhält sich die durl. Maas zur neuen Maas
wie 79,45 zu 75,62
oder auch wie 7945 zu 7562

b. Was gerade zu aus diesem Verhältniß folgt, ist eine Gleichheit, nämlich daß

	neue Maas		durl. Maas
1)	7945	=	7562
	durl. Maas		neue Maas
oder auch daß 2)	7562	=	7945

Und dieser Schluß auf Gleichheit aus dem Verhältniß zweyer Maase, kommt sehr oft vor, daher man sich um so mehr wohl damit bekannt machen muß, als nicht selten selbst von gebildeten Personen hierin gefehlt wird. Man wird bemerken, daß sich, gegen das Verhältniß gehalten, bey dem ersten Schluß zur Gleichheit, die Namen, beym andern, die Zahlen verwechselt haben. Denn vorher hieß es, die durl. Maas verhalte sich zur neuen wie 7945 zu 7562. Und jetzt heißt es, 7945 neue Maas seyen gleich 7562 durl. Maas; oder 7562 durl. Maas seyen gleich 7945 neue Maas.

Der Grund hievon ist nicht schwer einzusehen. Die beyden Verhältnißzahlen stellen die Größe der Maase vor. Die Durlacher ist also die größere, und man findet gleich, wie vielmal sie die kleinere enthalte, wenn man dividirt, so daß

1 durl. Maas = $\frac{7945}{7562}$ neue Maas.

Und hier haben wir Gleiches. Wenn man nun Gleiches mit Gleichem multiplicirt, so bekommt man wieder Gleiches. Ferner, wenn ein Bruch mit seinem Nenner multiplicirt wird, so erscheint der Zähler als eine ganze Zahl, denn die Division beym Bruch wird durch eine solche Multiplication aufgehoben. Wenden wir beydes auf die letzte Gleichung an, so haben wir 7562 durl. Maas = 7945 neue Maas, wie oben.

Das Nämliche hätten wir erhalten, wenn wir Anfangs gesucht hätten, wie vielmal die kleinere Maas die größere enthalte, oder besser, weil man sich daran stoßen könnte, was für ein Theil die kleinere von der größern sey, welches wieder durch die Division gefunden wird, und angibt, daß

1 neue Maas nur $\frac{7562}{7945}$ der alten durl. Maas

also wie vorher auch 7945 neue Maas = 7562 alte durl. Maas seyen.

c. Der metrische Liter, d. i. die neue Maas oder Pinte der Franzosen, verhält sich zur neuen badischen Maas wie 1 zu $1\frac{1}{2}$
oder wie 2 zu 3
woraus sogleich folgt, daß

	neue Maas		Liter
	2	=	3
	Liter		neue Ms.
oder auch daß	3	=	2

d. Oft ist es sehr dienlich, wenn man ein Glied eines Verhältnisses, welches man will, auf 1 bringt, indem man beyde Glieder mit der nämlichen Verhältnißzahl dividirt. Wir haben oben das Verhältniß

		der durl. Maas		zur neuen Ms.
	wie	7945	zu	7562
Dividirt man nun beyde Glieder mit 7945, so wird das Verhältniß wie — — —		1	zu	0,9518
und daraus folgt die Gleichheit,		neue Maas		durl. Ms.
daß — — — —		1	=	0,9518

	durl. Maas		neue Ms.
Dividirt man aber beyde Glieder mit 7562, so wird das Verhältniß wie — — —	1,0506	zu	1
woraus die Gleichheit folgt,	neue Maas		durl. Ms.
daß — — — —	1,0506	=	1

§. 52.

Anwendung der Decimalbrüche auf Kettensätze ꝛc.

Im allgemeinen Anzeiger vorigen Jahrs fragte Jemand nach einer Regel: wie man durch gemeine Multiplication und Division finden könne, was statt der in einer k. k. österr. Staatsobligation enthaltenen Summe nach dem jedesmaligen Wechselkurs im 24 fl. Fuß wirklich ausbezahlt werde.

Zuvor nur eine kleine Notiz, worin ich eine sehr verwickelte Sache nur kaum berühren darf.

Zehn Conventionsthaler sollen eine kölnische Mark oder $\frac{1}{2}$ köln. Pfund, Einer also 1,6 Loth fein Silber haben. Sie wiegen, wegen des demselben mehr Härte gebenden Kupferzusatzes, mehr, und zwar über 19 Loth, also Einer fast 2 Loth. Die kleinern Silbermünzen sind wegen des größern Kupferzusatzes nach Proportion noch schwerer. Da, wo, wie bey uns und in noch mehr deutschen Ländern, die 10 Conventionsthaler für 24 fl. gezählt werden, da ist der 24 fl. Fuß. In andern deutschen Ländern rechnet man sie nur zu 20 fl. und da ist alsdann der 20 fl. Fuß üblich, der auch, wenigstens auf den kleinern Münzen bemerkt ist. Denn z. B. auf unsern Conventionsdreybätznern steht 10, nach dem 20 fl. Fuß. Sie gelten aber bey uns, nach dem 24 fl. Fuß, 12 Kreuzer, weil, wenn 24 statt 20 angenommen sind, es alsdann auch 12 statt 10 ausmacht.

Ferner sind Schuldscheine, Obligationen, Wechsel, überhaupt Papiersummen, selten eben soviel an wirklichem Metallgeld werth; und wenn sie von einer Hand zu einer andern übergehen, so steigt und fällt ihr Werth, je nachdem sie mehr oder weniger häufig vorhanden, mehr oder weniger sicher sind, mehr oder weniger zum Handel gesucht werden: ihr Curs ist daher sehr veränderlich.

Nun hat auf obige Frage, in einem nachfolgenden Blatt derselben Schrift, ein Hr. Ch. in Frankfurt a. M. die verlangte Regel, so wie sie in einem dortigen Handelshause befolgt wird, gegeben. Sie besteht darin: man soll die Obligationssumme, den gleichzeitigen Wechselcurs, und die Zahl 119565 mit einander multiplicieren, und das Product aus diesen dreyen Zahlen mit 10 000 000 dividiren, also 7 Stellen abschneiden; welches nun bey uns soviel heißt, als: man soll das Product aus der Obligationssumme mit dem Wechselcurs, noch mit 0,0119565 multipliciren. Diese Regel gründet sich auf folgenden Kettensatz, wobey wir, zur Leichtigkeit, die Obligationssumme zu 500 fl. im 20 fl. Fuß, und den Wechselcurs dergestalt annehmen wollen, man habe zu derselben Zeit für 100 solche Gulden $26\frac{1}{2}$ fl. desselben Fußes bekommen.

Wieviel fl. ? für 500 Obligationsgulden im 20 fl. Fuß
wenn für 100 gegeben werden $26\frac{1}{2}$ fl. in Frankfurter Wechselzahlung,
und für 46 — — 55 fl. im 24 fl. Fuß.

Nach der Kettenregel, wobey wir hier das gegenseitige Aufheben mit Fleiß nicht anbringen, ist das Product von $500 \times 26\frac{1}{2} \times 55$ zu dividiren mit dem Producte von 100×46, so hat man alsdann das Verlangte. Wir wollen dieses einstweilen nur mit Zeichen thun, also auch die Division nur bruchsweise verrichten. Daher wird das Verlangte erhalten werden durch

$$\frac{500 \times 26\frac{1}{2} \times 55}{100 \times 46}$$

welches man auch so schreiben kann:

$$500 \times 26\frac{1}{2} \times \frac{55}{100 \times 46}$$

Nun sind die zwey vordersten Zahlen veränderlich, je nach der Summe, die in der Obligation steht, und je nachdem der Wechselcurs zu derselben Zeit steht. Hingegen ist der damit verbundene Bruch

$$\frac{55}{100 \times 46} = \frac{55}{4600} = \frac{11}{920}$$

wenigstens für lange Zeit unveränderlich. Man wird daher wohl thun, denselben in einen Decimalbruch zu verwandeln, nach §. 12, wie folgt:

```
920 | 11 | 0,0119565
     1100
      180
       880
        520
         600
          480
           20
```

. . Dies ist nun die oben angegebene Zahl, womit der Wechselcurs und die Obligationssumme zu multipliciren sind, welches folgende Rechnung gibt:

```
   0,0119565
         500
------------
    59782500
        26,5
------------
   298912500
  3586950
 1195650
------------
158,42362500
          60
------------
  25,417500
```

Das Verlangte ist also

158 fl. 25,4175 kr.

Der beständige bey der Regel dienende Bruch 0,0119565 ist aber nicht vollständig, wie man schon aus obigem Divisionsrest sieht und aus dem Nenner des gemeinen Bruchs, woraus er entstanden, schon schließen konnte. Setzt man die Division weiter fort, so nähert man sich seinem wahren Werthe noch mehr. Wir können aber noch mehr Bruchstellen auch in der unten folgenden Reductionstafel der gemeinen Brüche finden, wenn wir einstweilen den Bruch annehmen, als ob es $\frac{55}{46}$, also $1\frac{9}{46}$ wären. Da ist alsdann

$1 = 1$

$\frac{9}{46}$ ist nach der Tafel — — 0,195 652 1739 . . .

Also $1\frac{9}{46} = \frac{55}{46}$ — — = 1,195 652 1739 . . .

Und jetzt 100mal kleiner oder $\frac{55}{4600}$ = 0,011 956 521 739
Um abzukürzen wollen wir annehmen: 0,011 956 522 wodurch der Fehler, wenn die zwey letzten Stellen, nämlich 22, weggelassen werden, nur noch zu groß erscheinen wird. Wäre nun die Inhaltssumme nur 1 fl., so blieben, da 1 nicht multiplicirt, diese

weggelassenen — — — —	0,000 000 022
nur noch mit — — — —	$26\frac{1}{2}$
	132
zu multipliciren, und es erscheint	44
	11
demnach als Fehler: — — —	0,000 000 583
Dies für 1 fl. Für 1000 fl. und für den nämlichen Wechselcurs wäre es: —	0,000 583 fl.
	60
	0,034 980 kr.
oder für 2000 fl. nur — — —	0,069 96 kr.

Ausser dem nützlichen Gebrauch der Decimalbrüche, sehen wir hieraus, wie die unten folgende Tafel noch für andre Brüche, als nur die darin vorkommen, dienen könne. Auch müssen wir hier bemerken, daß die obige Zahl 1195652 schon in „Strickers Abhandlung von den Decimalbrüchen. Frankfurt am Main 1799. 8. 122 S." mit andern dergleichen Verwandlungszahlen, die man sich nach den verschiedenen Wechselcursen, Geldsorten ꝛc. auf ähnliche Art wie oben machen kann, gegeben ist: eine Schrift, die, was doch der Titel vermuthen ließe, weder die Gründe noch die daraus hergeleiteten Regeln der Decimalbruchrechnung, sondern ihre Anwendung in einer Menge nützlicher, vornehmlich in das kaufmännische Fach einschlagender Beyspiele mit allen Vortheilen in Rechnungsabkürzungen, wohin denn auch jene Verwandlungszahlen gehören, vorträgt.

§. 53.

Anwendung des Bisherigen auf Maasverwandlungen oder Reductionstabellen, *) des Alten in Neues.

Wenn man dergleichen Reductionen in Tabellen bringen will, damit man darin, ohne weiteres Rechnen, als etwa durch eine leichte Addition, finde, was ein Maas in einem andern ausmache, so geben die Decimalbrüche hierin eine große Erleichterung. Wir haben oben §. 51. d. gesehen, daß 1 durl. Maas = 1,0506 neue Maas sey. Es ist leicht, durch beständiges Addiren zu finden, wieviel 2 durl. Maas, wieviel 3 ꝛc. in neuem Maas ausmachen, folglich auf solche Art eine Reductionstabelle auf neues Maas zu nachherigem öftern Gebrauche zu verfertigen. Man findet aber mit Einem Blick, wieviel 10, 100, 1000 betragen. Denn wenn

	durl. Ms.		neue Ms.		Fuder.	Ohm.	Stütze.	Maas.	Glas.
	1	=	1,0506	=	—	—	—	1	0,506
so sind	10	=	10,506	=	—	—	1	0	5,06
und	100	=	105,06	=	—	1	0	5	0,6
und	1000	=	1050,6	=	1	0	5	0	6

---

*) Wer nur der Ueberschrift der Blätter nachgeht, könnte diesen Gegenstand für das Buch zu weitläufig finden. Ist es aber gefällig, die Umstände näher zu erwägen und genauer nachzusehen, so wird man hoffentlich anders urtheilen. Die Reductionstabellen sind jetzt in Jedermanns Händen. Der Staat hat viel darauf verwendet. Ihre nähere Entwickelung war nöthig; sie führt nicht nur auf die schickliche Bildung einer Tabelle überhaupt, sondern auch auf die verschiedensten Anwendungen der Decimalbruchrechnung, dem Hauptgegenstand dieses Buchs, auf die so nöthige Lehre von den Maasverhältnissen, auf die so nützlichen Annäherungsbrüche ꝛc. Sobald als die Reductionstabellen durch die allgemeine Einführung des neuen Maases überflüssig seyn werden, dann wird es auch jedem Lehrer leicht, und sogar dem Schüler nicht schwer seyn, an die Stelle der Beyspiele, die sich in diesem Buch darauf beziehen, andre, den Zeitumständen gemäsere, zu setzen.

Dies sind schon sichere Stellen, auf welche man bey der Verfertigung einer solchen Tabelle kommen muß; ja wenn man das alte durl. Weinmaas allemal in Maas geben oder vorerst darein verwandeln, z. B. 2 Ohm 5 Viertel 4 Maas durch 178 Maas, die dieses ausmacht, ausdrücken wollte, so wäre eine Tabelle nur von 1 bis 9 durl. Maas für alle mögliche Fälle hinreichend, welches man blos den zehntheiligen Stufen der neuen Maase zu verdanken hätte, wie wir nunmehr durch die wirkliche Berechnung einer solchen Tabelle zeigen wollen. Es ist genauer

(A.)

Durl. Maas		neue Maas
1	=	1,050 666
		1,050 666
2	=	2,101 332
3	=	3,151 998
		1,050 666
4	=	4,202 664
5	=	5,253 330
		1,050 666
6	=	6,303 996
7	=	7,354 662
		1,050 666
8	=	8 405 328
9	=	9,455 994
		1,050 666
10	=	10,506 660

Wir sehen, daß wir für 10 auf das richtige Zehnfache von dem gekommen sind, was wir für 1 hatten, und schreibt man sich die stets zu addirende Zahl auf den untern Rand eines Papierchens, das man allemal über das neu entstandene Vielfache hält, so geschieht die Addition leichter, ohne wiederholtes Schreiben derselben.

Setzen wir jetzt die gefundenen Werthe ordentlich tabellarisch zusammen, ziehen wir nebenher diese Werthe, weil das neue Maas zehntheilig ist, wie in §. 35. auseinander, und lassen wir dabey die überflüssig kleinen Theile, jedoch mit Anwendung des §. 26. weg, so erhalten wir folgendes:

(B.)

Durl. Maas	im Decimalausdruck neue Maas	aus einander gezogen Maas	Glas	10tels Glas
1	1,050 666	1	0	5
2	2,101 332	2	1	0
3	3,151 998	3	1	5
4	4,202 664	4	2	0
5	5,253 330	5	2	5
6	6,303 996	6	3	0
7	7,354 662	7	3	5
8	8,405 328	8	4	1
9	9,455 994	9	4	6

Aus dieser kleinen Tabelle läßt sich nun schon jede Anzahl durl. Maase in neue Maase übersetzen; z. B. obige 178 Maas. Denn da wir den Werth von 1 Maas in einer Decimalzahl wissen, so finden wir den Werth von 100, wenn wir nur das Komma dieser Decimalzahl um 2 Stellen weiter rücken. Ferner, da wir den Werth von 7 Maas haben, so finden wir den Werth von 70 Maas, wenn wir in demselben das Komma um Eine Stelle versetzen. Daher erhalten wir sogleich

für 100 durl. Maas	—	105,0666	neue Maas
= 70 = =	—	73,54662	= =
= 8 = =	—	8,405328	= =
also für 178 durl. Maas	—	187,018548	neue Maas

d. i. 1 Ohm 8 Stützen 7 Maas 0,18548 Glas. Wie oben im Werthe von 1 auch den von 10, von 100, von 1000, so sieht man hier im Werthe von 7 auch den von 70, von 700, von 7000 rc. Wenn man nun die Tafel von 1 an für alle Zahlen bis 1000 wirklich aufstellen wollte, so würde man freylich den Werth für 178 sogleich im Ganzen gefunden haben, aber eine solche Tafel wäre auch unbehülflich groß. Und wenn man, um dieser Unbequemlichkeit auszuweichen, die Werthe nur für die einfachen Ganzen, sodann nur für alle Zehner, nur für alle Hunderter, aufstellen wollte, so wäre nicht nur gar nichts gewonnen, sondern man hätte die Werthe z. E. für 7, 70, 700 an drey Orten getrennt, was man doch an einem einzigen beysammen findet.

Das Auseinanderziehen aber schadet in diesem Fall mehr, als es nützet, wozu das Weglassen der kleinen Theile Anlaß gibt; es nimmt, wie wir schon oft erinnerten, viel mehr Raum ein, und endlich ist das Rücken der Ziffern in eine höhere Stelle, was doch durch das Komma so leicht fällt, hier beschwerlicher. Wir erhalten nämlich aus dem oben Auseinander-gezogenen folgendes:

	durl. Ms.		Maas	Glas	10tels Glas
für	100	—	105	0	0
	70	—	73	5	0
	8	—	8	4	1
			186	9	1

d. i. 1 Ohm 8 Stützen 6 Maas 9,1 Glas, was von Obigem zwar nur um etwas mehr als 1 Glas verschieden ist, und bey einer Quantität von nahe 187 Maas in keinen Betracht kommt, aber doch durch den einnamigen Decimalausdruck vermieden wird. Indessen wiederholen wir hier, was darüber in §. 35. c. bereits gesagt ist. Das Auseinander-gezogene kann bey Feldmaasen und Gewichten, es kann jetzt noch, wo man noch so wenig an Decimalausdrücke gewöhnt ist, für deutlicher und somit noch für nöthig erachtet werden.

Wenn man nun in den Verwandlungstabellen die Werthe von der kleinern alten Maaseinheit an, nach der natürlichen Ordnung der Zahlen von 1 bis 9, und mit diesen, wie wir so eben gesehen, für alle Zehner, Hunderter ꝛc. fortschreiten lassen wollte, so müßte allemal eine Maaszahl durch diese kleinern Einheiten, wie obige 2 Ohm 5 Viertel 4 Maas durch 178 Maas ausgedrückt werden, wozu nothwendig bekannt seyn muß, wieviel Maas auf 1 Viertel, wieviel Viertel auf 1 Ohm bisher gerechnet worden. Die so verschiedenen Stufen der alten Maase und Gewichte sind aber nicht Jedem bekannt, und es ist doch jetzt noch sehr nöthig, sie zu kennen. Darum richtet man die Verwandlungstabellen lieber noch so ein, daß sie diesen alten ungleichen Stufen folgen, und erst bey den fortschreitenden Zahlen der größten Maaseinheit können alsdann die oben erwähnten Vortheile, daß mit den Werthen von 1 bis 9 auch die Werthe aller Zehner, aller Hunderter gegeben sind, eintreten, wenn man nicht, wegen der gegenwärtigen Unbekanntschaft mit den Decimalausdrücken genöthigt wäre, alles auseinander = gezogen aufzustellen. Daher wird eine Verwandlungstafel, wie die für die durlacher Weinmaase, eher auf die folgende Art berechnet, und davon nur die erste Kolumne und ihre aus einander gezogene Werthe wirklich aufgestellt, also die Decimalausdrücke weggelassen, die wir nur zum bessern Verständniß des Auseinander = gezogenen noch hieher setzen wollen.

(C.)

alte durlacher Ohmmaas.	Decimal-ausdrücke. Neue Maas.	Auseinander-gezogen Ohm	Stütze.	Maas.	Glas.	10tels Glas.
1 Maas	1,050 666	—	—	1	0	5
2	2,101 332	—	—	2	1	0
3	3,151 998	—	—	3	1	5
4	4,202 664	—	—	4	2	0
5	5,253 330	—	—	5	2	5
6 oder 1 Viertel	6,303 996	—	—	6	3	0
2	12,607 792	—	1	2	6	1
3	18,911 988	—	1	8	9	1
4	25,215 984	—	2	5	2	1
5	31,519 980	—	3	1	5	2
6	37,823 976	—	3	7	8	2
7	44,127 972	—	4	4	1	3
8	50,431 968	—	5	0	4	3
9	56,735 964	—	5	6	7	4
10	63,039 960	—	6	3	0	4
11	69,343 956	—	6	9	3	4
12 oder 1 Ohm	75,647 952	—	7	5	6	5
2	151,295 904	1	5	1	3	
3	226,943 856	2	2	6	9	
4	302,591 808	3	0	2	6	
5	378,239 760	3	7	8	2	
6	453,887 712	4	5	3	9	
7	529,535 664	5	2	9	5	
8	605,183 616	6	0	5	2	
9	680,831 568	6	8	0	8	
10 oder 1 Fuder	756,479 52	7	5	6	5	

Ausdrücklich müssen wir hier ein für allemal bemerken, daß, wie sich von selbst versteht, der Inhalt eines größern Maases sich nicht aus einem abgekürzten, also an sich etwas mangelhaften Inhalt des kleinern, und noch weniger aus dem des kleinsten, herleiten oder berechnen lasse. Wollte man aus dem abgekürzten Inhalt einer alten Maas in der erst gegebenen Tabelle C, welcher = 1,05 neue Maas gesetzt ist, den Inhalt des alten Fuders, das 720 Maas enthielt, durch Multiplication mit 720 suchen, so bekäme man nur 756 Maas dafür, und nicht das unten in der Tabelle stehende. Um wieder auf dieses zu kommen, müßte man nicht 1,05, sondern 1,050666 zum Grund legen.

Wäre hier die Ziffer 6 ein Wiederholer, so könnte man bey einer solchen Multiplication den Ausdruck $1{,}050\overline{6}$ in $1{,}050\frac{2}{3}$ verwandeln, welches dann mit 720 multiplicirt, 756,48 gäbe, und bey der Addition könnte man, indem man sich immer den Wiederholer weiter angehängt denkt, auch leichter so verfahren:

$$
\begin{array}{ccr}
 & & 1{,}050\overline{6} \\
 & & 1{,}050\overline{6} \\
\hline
2 & = & 2{,}101\overline{3} \\
3 & = & 3.1520 \\
 & & 1{,}050\overline{6} \\
\hline
4 & = & 4{,}202\overline{6} \\
5 & = & 5{,}253\overline{3}
\end{array}
$$

u. s. f.

Aus der Tab. C sieht man schon hinreichend, daß der Mangel am Kleinern sich nur ganz unmerklich auf das Größere fortpflanzt, weil die Tabelle eigentlich mit einem weit genauern Kleinern formirt worden, als es in der Abkürzung da steht. Im §. 62, 63, 64. kommt noch mehr hievon vor.

Und können wir ferner hier nicht genug aufmerksam machen auf die, dennoch deutliche Kürze des schon so oft berührten, auf Einen einzigen Namen zusammen gezogenen zehntheiligen Maases und Gewichts. In Zinsbüchern, Einzugsregistern, wo nicht selten wenig Raum zum Einschreiben ist, oder die zum Nachtragen in eine geschmeidige Form gebracht werden müssen, gewähren die kurzen zusammen gezogenen Ausdrücke, sobald man nur einigermaasen damit bekannt ist, so viel Vortheile, daß man es nicht bereuen wird, sich daran gewöhnt zu haben.

§. 54.

Anwendung des Bisherigen auf Reductionstabellen des neuen zehntheiligen Maases in altes, und Nachtheile hierbey, wegen der ungleichen Eintheilungen des alten.

Will man, umgekehrt, neues allgemeines Maas, folglich zehntheiliges, in altes, also in nicht = zehntheiliges, nach unordentlichen Stufen laufendes Maas verwandeln, so verschwinden manche Vorzüge und Erleichterungen, die uns das Zehntheilige für die Formirung der Verwandlungstabellen darbietet. Wir wissen z. B.,

	daß 1 neue Maas	=	0,95178	alte durl. Maas
und sehen,	daß 10 Maas	=	9,5178	= = =
	und 100 —	=	95,178	= = =
	und 1000 —	=	951,78	= = =

Aber wir sehen in diesen Werthen kein altes Fuder, keine alte Ohm, kein altes Viertel, weil diese Stufen nicht zehntheilig waren. Man kann also auch diese Werthe nicht durch Auseinander = ziehen getrennt darstellen; man muß dividiren, für durlacher Weinmaas mit 720 um die Fuder, mit 72 um die Ohm, mit 6 um die Viertel aus den Maasen zu finden. 1000 neue Maas enthalten also folgendes:

720 | 951,78 | 1 Fuder
72 | 231,78 | 3 Ohm
6 | 15,78 | 2 Viertel und 3,78 Maas.
3,78

Auf diese Zahl wird man kommen, wenn man eine Verwandlungstabelle über neues Maas in dieses alte macht, wie folgt:

(D.)

Neue Maas		alte Fuder	Ohm	Vrtl.	Maas
1	=	—	—	—	0,95178
2	=	—	—	—	1,90356
3	=	—	—	—	2,85534
4	=	—	—	—	3,80712
5	=	—	—	—	4,75890
6	=	—	—	—	5,71068
7	=	—	—	1	0,66246
8	=	—	—	1	1,61424
9	=	—	—	1	2,56602
10	=	—	—	1	3,5178
20	=	—	—	3	1,0356
30	=	—	—	4	4,5534
40	=	—	—	6	2,0712
50	=	—	—	7	5,5890
60	=	—	—	9	3,1068
70	=	—	—	11	0,6246
80	=	—	1	0	4,1424
90	=	—	1	2	1,6602
100	=	—	1	3	5,178
200	=	—	2	7	4,356

Neue Maas		alte Fuder	Ohm	Vrtl.	Maas
300	=	—	3	11	3,534
400	=	—	5	3	2,712
500	=	—	6	7	1,890
600	=	—	7	11	1,068
700	=	—	9	3	0,246
800	=	1	0	6	5,424
900	=	1	1	10	4,602
1000	=	1	3	2	3,78
2000	=	2	6	5	1,56
3000	=	3	9	7	5,34

Hier sieht man zwar in den Zehnern des neuen Maases die Stützen, in den Hundertern die Ohme, in den Tausendern die Fuder; aber die durlacher Werthe für die einfachen Ganzen des Neuen hätten nicht, wie oben beym umgekehrten Falle, zugleich die Werthe für die Zehner, Hunderter desselben darstellen können, weil man in den alten Maasen keine zehntheilige Stufen hat, folglich hier nichts mittelst Verrückung des Komma's bewirken kann. Man muß sich daher gefallen lassen, die Tabelle so weit, als es der Gebrauch erfordert, fortzusetzen. Da aber die Verwandlungen des neuen Maases in altes viel seltener vorkommen dürften, als die des alten in neues, so werden auch selten Tabellen dazu nöthig seyn, sondern man wird in besondern Fällen durch Multiplication das suchen, was sonst die Tabelle entweder geradezu, oder wenigstens durch eine leichte Addition gegeben hätte. Gesetzt, man wolle wissen, wieviel 3 Ohm 8 Stützen und 6 Maas d. i. 386 neue Maas in altem durlacher Maas ausmachen, so gibt die Tabelle D folgendes:

			Ohm.	Vrtl.	Maas.
3 Ohm oder	300 Maas	—	3	11	3,534
8 Stützen oder	80 Maas	—	1	0	4,1424
	6 Maas	—	—	—	5,71068
	386 Maas	—	5	1	1,38708

Ohne Tabelle würde man nun folgende Multiplication machen:

1 neue Maas = 0,95178 durl. alte Maas.

386

571068
761424
285534

---

72 | 367,38708 | 5 Ohm
6 | 7,38708 | 1 Viertel u. 1,38708 Maas.
1,38708

Ich brauche hier kaum zu erinnern, daß bey dergleichen Tabellen, in ihrer wirklichen Aufstellung, nicht alle ihre Decimalbruchstellen beybehalten werden, sondern daß man sie eben so, wie die obigen in B und C abkürzen, oder in annähernde gemeine Brüche, in Halbe, Viertel, Achtel, der Maas, des Schoppens, verwandeln kann. Auch in einzelnen Beyspielen nimmt man zur Multiplication nicht alle Bruchstellen, wie in dem so eben gegebenen Exempel, sondern nur soviel, als die Absicht erfordert.

§. 55.

Anwendung auf Tabellen, welche bisheriges altes Maas in altes Maas eines andern Orts reducirt aufstellen.

Hier kann man schon voraussehen, daß die beyderseitige Ungleichheit der Stufen, die Unbequemlichkeit im Rechnen vergrößert. Es sey eine Tabelle von der Verwandlung des müllheimer alten Weinmaases in das alte durlacher zu machen, so setzen wir als bekannt oder gegeben voraus, daß

1 müllh. alte Maas	=	1,145375 alte durl. Maas
mithin 10 — — —	=	11,45375 — — —
und 100 — — —	=	114,5375 — — —
und 1000 — — —	=	1145,375 — — —

Es sind aber die Stufen des alten durl. Weinmaases wie oben §. 54. angegeben. Die des müllheimer sind so, daß man 4 Maas auf 1 Viertel, 20 Viertel auf 1 Saum, und 8 Saum auf 1 Fuder gerechnet hat. Wir wollen, der Kürze wegen, zwischen Viertel und Saum, den ebenfalls üblichen Eimer von 5 Vierteln oder 20 Maas einschalten. Hiernach gibt es folgende Reductionstabelle:

(E.)

Müllheimer altes Maas	Durlacher altes Maas Fuder	Ohm	Vrtl.	Maas
1 Maas	—	—	—	1,145375
2	—	—	—	2,29075
3	—	—	—	3,436125
4 oder 1 Viertel	—	—	—	4,5815
2	—	—	1	3,163
3	—	—	2	1,7445
4	—	—	3	0,326
5 oder 1 Eimer	—	—	3	4,9075
2	—	—	7	3,815
3	—	—	11	2,7225
4 oder 1 Saum	—	1	3	1,630
2	—	2	6	3,26
3	—	3	9	4,89
4	—	5	1	0,52
5	—	6	4	2,15
6	—	7	7	3,78
7	—	8	10	5,41
8 oder 1 Fuder	1	0	2	1,04

Hier hätte man ebenfalls die Decimalbrüche abkürzen können. Man hat sie aber stehen lassen, damit man wieder sehe, wie sie sich nach und nach selbst verkürzen.

§. 56.

Von den Grundzahlen, die zur Berechnung der Reductionstabellen dienen.

Durch die Abkürzung der Decimalbrüche in den Reductionstabellen verliert sich Anfangs, selbst bey zehntheiligen Maasen, die Grundzahl, die zu ihrer Berechnung diente, zumal, wenn die Unterabtheilungen des Maases namentlich, also auseinander-gezogen aufgestellt werden. So verschwindet gleich oben in der Tabelle B §. 53. die genauere Grundzahl 1,050666 der Tabelle A dadurch, daß man in jener nur 1 Maas 0 Glas und $\frac{5}{10}$ oder $\frac{1}{2}$ Glas beybehalten, die übrigen Decimalstellen aber, als für den Verkehr unbedeutend erachtet hat. Noch mehr verliert sich die Grundzahl bey nicht-zehntheilig getheilten Maasen. Darum werden jedoch die folgenden Werthe einer gut gefertigten Tabelle nicht mangelhafter, wie wir weiter unten §. 62. noch näher sehen werden; und bey zehntheiligen Maasen erscheint am Ende der Tabelle durch die Vervielfachungen meist die vollständige Grundzahl wieder, wie man solches in den badischen Reductionstabellen auf jeder Seite sehen kann. Indessen ist es doch gut, wenn den Verwandlungstabellen die genaue Grundzahl besonders beygefügt wird, sowohl die, welche zur Berechnung der Verwandlung des Alten in Neues diente, als die, welche zum Umgekehrten dienen könnte, weil sie in Fällen, wo es auf größere Genauigkeit ankommt, brauchbar seyn können.

§. 57.

Von der Auffindung der Näherungszahlen zwischen alten und den neuen allgemeinen Maasen.

Ausser den vorerwähnten Grundzahlen gibt man in den Verwandlungstabellen gerne noch Näherungszahlen, d. i. solche, die, wenn schon nicht völlig genau, doch der Wahrheit nahe sind, und in ganzen Zahlen angeben, wieviel von einem Maase einer Anzahl von andern gleichgehalten werden können. Sie sind bequem für den gemeinen Verkehr, für beyläufige Ueberschläge, für geschwinde Schätzungen. Wir wollen nun dergleichen aus der Tafel A §. 63. herleiten.

a. In dieser Tafel heißt es, daß

	durl. Maas		neue Maas.
	1	=	1,050666
folglich sind	100	=	105,0666
also nahe	100	=	105.
oder nahe	20	=	21

Ohne groß zu fehlen, kann man nun die einfachen Näherungszahlen 20 und 21 brauchen, und für den gemeinen Verkehr annehmen, 20 alte durl. Maas seyen soviel als 21 neue, denn auf 100 Maas beträgt damit der Fehler nur 0, 0666 Maas, d. i. nur $\frac{2}{3}$ Glas. Die Näherungszahlen entstehen so aus den §. 51. b. und d. vorgekommenen Gleichheitszahlen. Sie stellen, wie wir so eben gesehen, auch eine Gleichheit dar, aber nur eine annähernde, keine vollkommene, die immer aus dem genauen Verhältniß hergeleitet wird.

b. Die Näherungszahlen fallen aber selten so leicht auf. Aus der Tabelle C folgt z. B., daß 1 durlacher alte Ohm, welche 72 Maas hält, = 0,75647952 neue Ohm, wofür wir hier, wo es ohnehin nur auf Näherung angesehen ist, gar wohl 0,75648 setzen können; daher dann 100000 durl. Ohm = 75648 neue Ohm, welches nicht sonderlich bequem wäre.

Man erlangt zuweilen kleinere Zahlen, als diese beyden sind, wenn man sie mit dem größten gemeinschaftlichen, darin aufgehenden Divisor dividirt. Und diesen Divisor findet man durch die bekannte Stegdivision, wo anfänglich die größere Zahl mit der kleinern, und nachher immer der Rest in den letztgebrauchten Divisor dividirt wird, so lange, bis eine Division keinen Rest mehr gibt, da dann der letzte Divisor die gesuchte größte Zahl ist, die in beyden gegebenen Zahlen aufgeht. Diese Stegdivision sieht daher so aus:

```
75648 | 100000 | 1
        24352 | 75648 | 3
                 2592 | 24352 | 9
                         1024 | 2592 | 2
                                  544 | 1024 | 1
                                         480 | 544 | 1
                                                64 | 480 | 7
                                                      32 | 64 | 2
                                                           00
```

Die letzte aufgehende Division hat 32 zum Divisor. Dies ist daher die größte Zahl, womit die zwey gegebenen Zahlen dividirt werden können, ohne daß sich dabey ein Rest ergebe, wie man gleich sehen wird.

```
32 | 75648 | 2364              32 | 100000 | 3125
      116                              40
       204                             80
        128                            160
         00                            00
```

Nun haben wir, statt der gegebenen Zahlen, ganz eben so genaue, und können sagen, daß

3125 alte durl. Ohm = 2364 neue Ohm.

c. Noch sind aber diese Zahlen zu groß, um im Verkehr bequem zu seyn; und überdies wird man öfters durch die Stegdivision nicht einmal einen verkleinernden gemeinschaftlichen Divisor finden, welches erfolgt, wenn der letzte Divisor, womit die Division aufgeht, nur 1 ist. Daher kann alsdann das Verlangen nach kleinern, wo nicht ganz genauen, doch annähernden Zahlen entstehen. Und da dient uns wieder die Stegdivision, ohne nur einmal genöthiget zu seyn, sie ganz bis zum Aufgehen fortzusetzen.

Man setze nämlich die nach einander erhaltenen Quotienten, hier 1, 3, 9, 2 rc. in eine horizontale Reihe neben einander hin, ziehe darunter einen Strich, setze unter diesen voran den Ausdruck $\frac{0}{1}$, und gerade unter den ersten Quotienten die Ziffer 1 als einen Bruchzähler, also so:

	1	3	9	2	1	1	7	2
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{\ }$							

Dies ist das allemal Anfängliche bey jeder Operation dieser Art. Wir wollen sowohl der Kürze wegen, als auch um einer deutlichen Erklärung willen, den sämmtlichen Quotienten über dem scheidenden Striche, und dann auch den nun zu findenden Bruchgestalten unter demselben Buchstaben geben, wie folgt:

	a	b	c	d	e	f	g	h
	1	3	9	2	1	1	7	2
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{28}{37}$	$\frac{59}{78}$	$\frac{87}{115}$	$\frac{146}{193}$	$\frac{1109}{1466}$	$\frac{2364}{3125}$
m	n	o	p	q	r	s	t	u

Den Nenner zum Bruch n bekommt man, wenn man den Nenner von m mit dem Quotienten a multiplicirt, wodurch $\frac{1}{1}$, oder die ersten zwey annähernden Zahlen 1 und 1 erscheinen, die aber hier, wie man ohne weiters sieht, nicht viel werth sind. Die nächsten Näherungszahlen, bruchsweise gesetzt, bekommt man, indem man Zähler und Nenner von n mit dem Quotienten b multiplicirt, zum ersten Product den Zähler von m, zum andern den Nenner vom m addirt. Die eine Zahl wird also $= 1 \times 3 + 0 = 3$, die andre $= 1 \times 3 + 1 = 4$, d. h. durch Annäherung nunmehr seyn:

4 durl. Ohm = 3 neue Ohm.

Damit könnte aber doch noch beträchtlich gefehlt seyn. Um also noch genauere Näherungszahlen zu bekommen, multiplicirt man Zähler und Nenner von o mit dem Quotienten c, addirt aber wieder zum ersten Product den Zähler des nächstvoranstehenden Bruchs n und zum andern Product dessen Nenner. Die eine Zahl wird auf diese Art $= 3 \times 9 + 1 = 28$ die andre $= 4 \times 9 + 1 = 37$. Und jetzt sind nahe

37 alte durl. Ohm = 28 neuen Ohm.

Ist dieses noch nicht genau genug, so multiplicirt man Zähler und Nenner von p mit dem Quotienten d, addirt zum ersten Product den Zähler, zum andern den Nenner des nächstvorhergehenden Bruchs o, so wird der neue Zähler $= 28 \times 2 + 3 = 59$, der neue Nenner aber $= 37 \times 2 + 4 = 78$, und nun sind noch näher

78 alte durl. Ohm = 59 neue Ohm.

So bekommt man weiter $s = \frac{146}{193}$, $t = \frac{1109}{1466}$, $u = \frac{2364}{3125}$; und, zur leichtern Uebersicht zusammengestellt, sind also die erhaltenen Resultate folgende:

alte durl. Ohm			neue Ohm
1	nahe	=	1
4	"	=	3
37	"	=	28
78	"	=	59
115	"	=	87
193	"	=	146
1466	"	=	1109
3125	"	=	2364

Nimmt man so alle, durch eine ganz geendigte Stegdivision erhaltene Quotienten in die Operation auf; setzt man folglich das Suchen der Näherungszahlen bis mit dem letzten fort; so kommt man am Ende wieder auf die ersten, durch den gemeinschaftlichen Divisor gefundenen Zahlen, hier wieder auf 3125 und 2364. So wie daher die Näherungszahlen an Genauigkeit zunehmen, und die letzten dem ganz genauen Verhältnisse der Zahlen wieder völlig gleich werden, so nimmt dagegen der Vortheil, dieses Verhältniß durch kleinere Zahlen ausgedrückt zu sehen, ab. Man bleibt also lieber bey denenjenigen stehen, die durch ihren kleinern Ausdruck keine erhebliche Abweichung vom Wahren geben. Nimmt man die Verhältnißzahlen in q, also das vierte Paar an, so findet man, daß damit, auf eine beträchtliche Quantität, nur um 5 Glas oder $\frac{1}{2}$ Maas gefehlt sey. Denn wirklich sind

70 durl. alte Ohm = 52,953 neue Ohm
8 „ „ „ = 6,052 „ „

also 78 „ „ „ = 59,005 „ „

mithin nur 5 Glas mehr, als wenn man die Näherungszahl 59 annimmt.

Ein anderes Beyspiel sey davon genommen, daß
1 durl. altes Simri = 1,06933 neue Sester
wofür wohl 1 „ „ „ = 1,069 „ „
gesetzt werden kann. Man verlangt hierüber kleinere Näherungszahlen.

Machet vorerst die Stegdivision, wie folgt:

1,000	1,069	1			
	69	1000	14		
		310			
		34	69	2	
			1	34	34
				00	

Diese Quotienten geben für die Näherungszahlen Folgendes:

	1	14	2	34
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{29}{31}$	$\frac{1000}{1069}$

Hier kann also mit hinlänglicher Genauigkeit angenommen werden, daß 29 durl. alte Simri nahe = 31 neue Sester. Denn wirklich sind

20 durl. Simri = 21,39 neue Sester
und 9 „ „ = 9,624 „ „

also 29 „ „ = 31,014 „ „

Nimmt man nun dafür gerade 31 neue Sester an, so wird auf dieses beträchtliche Quantum nicht gar um $1\frac{1}{2}$ Becher gefehlt.

Hr. Chelius in Frankfurt a. M. hat in seiner Vergleichung der dortigen Maase und Gewichte die Sorgfalt gehabt, meistens mehrere

Paare solcher Näherungszahlen anzuführen, wovon allemal das folgende genauer als das vorhergehende ist.

Daß man durch das obige Verfahren für einen unbehülflichen mit großen Zahlen ausgedrückten Bruch einen annähernden, mit kleinern Zahlen geschriebenen suchen könne, dürfen wir hier blos bemerken, weil es eigentlich in den Vortrag einer vollständigen Arithmetik gehört.

§. 58.

Auffindung der Näherungszahlen, wenn beyderley Maase alte sind.

Die Näherungszahlen der neuern Reductionstabellen des alten Maases in neues dienen auch noch zu andern Bestimmungen für den gemeinen Verkehr, wo es nur auf Näherung ankommt, um sich nämlich im Verhältniß des alten Maases zu einem andern alten jetzt noch darnach zu richten.

a. Gesetzt, man wolle, zwar nur beyläufig, aber doch ziemlich genau wissen, in welchem Verhältnisse das alte durl. Malter glatte Frucht zum freyburger Viertel stehe, so finden wir in den Tabellen, daß

7 alte durl. Malter nahe = 6 neue Malter
oder genauer 83 " " " " = 71 " "
und daß 70 freyb. Viertel nahe = 51 " "

Suchet jetzt, entweder, wieviel durl. Malter 51 neue, oder, wieviel freyb. Viertel 71 neue Malter ausmachen, durch die Regel de tri.

71 neue Malter machen 83 durl. Malter, wieviel 51 neue Mltr.?
oder 51 " " " 70 freyb. Viertel " 71 " "

Letzteres gibt nahe $97\frac{1}{2}$ Viertel, jenes nahe $59\frac{1}{2}$ Malter.

Demnach sind 70 freyb. Vrtl. nahe = $59\frac{1}{2}$ durl. Mltr.
und 83 durl. Malter " = $97\frac{1}{2}$ freyb. Vrtl.

b. Aber leicht und viel genauer findet dieses derjenige, der sich vor den Decimalbrüchen nicht scheut, durch die in den Reductionstabellen zu findenden genauen Ausdrücke, was 1 neues Malter in durlacher und in freyburger altem Fruchtmaas beträgt. Denn da heißt es

1 neues Malter = 1,16895 durl. Malter

1 " " = 1,37265 freyb. Viertel

daher sind 1,16895 d. M. = 1,37265 freyb. Viertel.

Dividirt man nun einen Ausdruck mit dem andern, so bekommt man, was die Maaseinheit des einen im andern Maaß ausmacht, so daß

1 durl. Mltr. $= \frac{1,37265}{1,16895} = 1,174258$ freyb. Viertel.

1 freyb. Vrtl. $= \frac{1,16895}{1,37265} = 0,851601$ durl. Malter.

Oder man kann, aus den Tabellen, auch so verfahren: nach denselben ist

1 durl. Mltr. = 0,855467 neue Mltr.

1 freyb. Vrtl. = 0,7285175 " "

Demnach verhält sich das durl. Malter zum freyb. Viertel wie 0,855467 zu 0,7285175. Und es sind daher (verkehrt, um nach §. 51. b. zur Gleichheit zu gelangen.)

0,7285175 durl. Malter = 0,855467 freyb. Vrtl.

daher wieder 1 durl. Mltr. $= \frac{0,855467}{0,7285175} = 1,174257$ freyb. Vrtl.

1 freyb. Vrtl. $= \frac{0,7285175}{0,855467} = 0,851602$ durl. Mltr.

Die letzten Decimalstellen weichen zwar von den obigen etwas ab, weil überhaupt hier diese letzten Stellen etwas Mangelhaftes haben (§. 30.), aber nur um ein Millionstel eines Viertels, eines Malters, d. h. um 2 bis 3 Weizenkörnlein!

Bis jetzt hätten wir aber nicht Näherungszahlen, eher genaue Grundzahlen gefunden, die zu Verwandlungstabellen eines alten Maases in altes dienen könnten. Allein man kann jetzt, auf Einem von den drey Wegen des §. 57. leicht eigentliche Näherungszahlen daraus finden. Es hat mancherley Vortheile, wenn man sich des erstern Weges so bedient, daß man, je nach Erforderniß und mit Anwendung des §. 26., mehr oder weniger Decimalstellen nimmt, folglich aus der Gleichung

1 freyb. Vrtl. = 0,851602 durl. Mltr.

die Näherungszahlen so bestimmt, als seyen

nahe 10 = = = 8

oder nahe 100 = = = 85

oder nahe 1000 = = = 852 etc.

c. Daß man aber auch ohne die neuern Verwandlungstabellen, welche nur die Reduction des Alten in Neues geben, dergleichen Näherungszahlen zwischen Altem und Altem aus andern bekannten Verhältnissen finden könne, davon haben wir bereits ein Beyspiel in §. 51. Dort fanden wir aus den in par. Kubikzollen ausgedrückten Inhalten, daß 7562 Durl. Maas = 7945 neue Maas seyen. So werden wir nun auch im Buch über allgem. Maas und Gewicht finden,

daß 1 freyb. Viertel = 5509 pariser Kubikzoll

und daß 1 durl. Malter = 6469 = =

Daraus folgt, daß 5509 durl. Mltr = 6469 freyb. Viertel. Bearbeitet man dieses nach dem 3ten Verfahren des §. 57., so findet man bald, daß

nahe 17 durl. Mltr. = 20 freyb. Vrtl.

und damit stimmt das oben gefundene von

nahe $59\frac{1}{2}$ = = = 70 = =

und ferner das so eben aus den Tabellen bestimmte

nahe 85 = = = 100 = =

ganz überein.

§. 59.

Preisbestimmungen aus den Näherungszahlen, vornehmlich des neuen Maases gegen das alte.

Ein weiterer Gebrauch der Näherungszahlen besteht darin, daß man damit sehr leicht aus dem Preise eines Maases den Preis eines andern bestimmen kann, wobey natürlich vorausgesetzt wird, daß man blos auf den Unterschied des Maases sehe.

a. Wenn es in den Näherungszahlen heißt, 20 alte durl. Maas nahe = 21 neuen, so füllen jene auch nahe den nämlichen Raum aus, wie diese, nur ist derselbe nach alter Weise in 20, nach neuer in 21, also in kleinere Theile getheilt: die neue Maas muß also auch weniger kosten, als die alte. Rechnet man demnach die alte Maas zu 1 fl. oder 60 kr., so muß der Betrag für 20 Maas, welcher 20 fl. oder $20 \times 60 = 1200$ kr. ausmacht, auf 21 vertheilt, mit 21 dividirt werden, um zu wissen, wieviel kr. des ganzen Betrags auf 1 neue Maas kommen. Dies gibt $57\frac{1}{7}$ kr., woraus folgt, daß auf 1 fl. die alte Maas, nur $57\frac{1}{7}$ kr. auf die neue, mithin $2\frac{6}{7}$ kr. weniger kommen.

Wenn ferner die Näherungszahlen sagen, daß 7 alte durl. Malter glatter Frucht nahe = 6 neuen Maltern seyen, so vertheilt sich das, was 7 alte Malter kosten, fürs Neue auf 6, und rechnet man wieder 60 kr. dafür, so kommt dieses für das neue Malter auf $\frac{7 \times 60}{6} = 70$ kr. d. h. auf 1 fl. am alten Malter muß man für das neue 10 kr. mehr bezahlen, weil es nach diesem Verhältnisse größer als das alte ist.

Also, zu finden, wieviel kr. auf den Gulden vom Preise des Alten man für das Neue mehr oder weniger zu bezahlen habe, darum, daß dieses größer oder kleiner ist, als jenes, darf man nur die das Alte vorstellende Näherungszahl mit 60 multipliciren, und das Product mit der das neue vorstellenden Näherungszahl dividiren.

Z. B. oben sind 78 alte durl. Ohm nahe = 59 neue Ohm, daher

$$\begin{array}{r|l|l}
 & 78 & \\
 & 60 & \\
\hline
59 & 4680 & 79\tfrac{19}{59}\text{ kr. oder nahe } 79\tfrac{1}{3}\text{ kr.} \\
 & 550 & \;60 \\
 & 19 & \;19\tfrac{1}{3}\text{ kr.}
\end{array}$$

Auf jeden Gulden des Preises der alten durl. Ohm kommen also für die neue Ohm $19\frac{1}{3}$ kr. mehr.

Dies ist nun alles auf den Gulden gestellt, auf die Angabe wieviel Kreuzer mehr oder weniger es bey dem neuen Maas auf den Gulden trifft, auf welche Angabe man sich in den herauskommenden Verwandlungstabellen der Kürze wegen einschränken mußte, aber auch, der Deutlichkeit unbeschadet, einschränken konnte, weil die Beziehung auf den Gulden Jedermann leicht seyn dürfte.

b. Es kann aber Jeder, der nur ein wenig zu multipliciren und zu dividiren weiß, den Preis des neuen aus dem wirklichen bestimmten Preise des Alten mittelst der Näherungszahlen leicht finden, wenn er mit diesem wirklichen Preise das vornimmt, was wir oben mit 60 kr. gethan haben. Das Malter Frucht gelte wirklich 8 fl. 30 kr. und 7 alte Malter seyen nahe = 6 neuen, so gibts folgende Rechnung

$$\begin{array}{r|l|l}
 & 8\text{ fl. }30\text{ kr.} & \\
 & \phantom{8\text{ fl. }3}7 & \\
\hline
6 & 59\quad 30 & 9\text{ fl.} \\
 & 5 & \\
 & 60 & \\
\hline
6 & 330 & 55\text{ kr.} \\
 & 30 & \\
 & 00 &
\end{array}$$

Das neue Malter kommt also auf 9 fl. 55 kr. Oben hieß es, auf jeden Gulden 10 kr. mehr, und dieses wird dasselbe geben. Denn

der Preis des alten ist = = = =	8 fl. 30 kr.
Auf jeden Gulden 10 kr. mehr, thut auf $8\frac{1}{2}$ fl.	
85 kr. oder = = = = =	1 fl. 25 kr.
Das neue Malter kommt also wie oben auf =	9 fl. 55 kr.

c. Umgekehrt findet man mittelst der Näherungszahlen eben so leicht auch den Preis des alten aus dem des Neuen, entweder auf den Gulden, oder in wirklichem Preis, wenn man die das Neue vorstellende Näherungszahl mit dem Gelde multiplicirt, und das Product mit der das Alte vorstellenden Näherungszahl dividirt. Da aber dieses eben so leicht ist, und noch dazu seltener als das Vorige vorkommen wird, so halten wir uns dabey nicht weiter auf.

§. 60.
Preisbestimmung aus jedem Artikel einer Reductionstabelle, durch Rechnung.

Zu Preisbestimmungen dieser Art, nämlich um der Verschiedenheit des alten und neuen Maases willen, kann auch jede einzelne Maasverwandlung einer Reductionstabelle dienen, oft mit mehr Genauigkeit als die Näherungszahlen: denn jeder Artikel einer solchen Tabelle sagt ja auch, wieviel Neues dem Alten gleichkomme. Wir wollen dieses hauptsächlich darum etwas weiter verfolgen, weil es die Vortheile der zehntheiligen Eintheilung der Maase und Gewichte in größeres Licht setzen wird; und wollen auch, der Kürze wegen, uns vorläufig nur der Einheiten bedienen, die in jeder Tabelle vorkommen, also nicht ihrer Vielfachen; d. i. nur der darin angegebenen Werthe für z. B 1 altes Simri, 1 neues Malter, 1 Ohm ꝛc., weil die Rechnung mit ihren Vielfachen, die nämliche und nur weitläufiger wäre.

Wir finden in obiger Tabelle C, daß

1 alte durl. Ohm = 0,7565 neue Ohm.

Nun gelte die alte 26 fl. so habt ihr jetzt, weil 1 nicht multiplicirt, nur 26 mit 0,7565 zu dividiren, um den Preis der neuen Ohm zu bekommen.

0,7565 | 26,0000 | 34 fl.
3 3050
2790
60

167400 | 22 kr.
16100
$\frac{970}{7565} = \frac{1}{8}$ nahe.

Die neue Ohm käme also auf 34 fl. $22\frac{1}{8}$ kr. Oben heißt es, mittelst der Näherungszahlen, auf jeden Gulden $19\frac{1}{3}$ kr. mehr. Wenn also

die alte Ohm kostet : : : :	26 fl.	— —
so kommt, für jeden Gulden $19\frac{1}{3}$ kr., noch hinzu	8 fl.	$22\frac{2}{3}$ kr.
Thut beynahe dasselbe, nämlich : :	34 fl.	$22\frac{2}{3}$ kr.

Für das Umgekehrte liefert die Tabelle D das, einer neuen Ohm zukommende Alte in keinem Decimalausdruck, weil die alte Eintheilung nicht zehntheilig ist. Sie sagt nur, 100 neue Maas, d. i.

1 neue Ohm sey = 1 Ohm 3 Vrtl. 5,178 alte Maas.

Aus den Vorbereitungen zu dieser Tabelle, wo wir

1 neue Ohm = 95,178 alte Maas bemerken, können wir indessen diese Zahl mit 72 dividiren und dadurch in einen Decimalausdruck der Ohm verwandeln. So erhalten wir

1 neue Ohm = 1,3219 alte Ohm ziemlich nahe.

Gilt nun die neue Ohm 30 fl., so hat man wiederum nur diesen Geldpreis mit 1,3219 zu dividiren, um den Preis einer alten Ohm zu bekommen: er wäre nahe 22 fl. 42 kr.

§. 61.

§. 61.

Preisbestimmung aus den Artikeln einer Reductionstabelle, ohne Rechnung.

a. Daß jeder Artikel einer Reductionstabelle eine Gleichheit an Raumgröße oder Gewicht darstelle, wird doch jeder einsehen. Wenn es heißt: 5 alte Ohm machen 3 Ohm 7 Stützen 8 Maas 2 Glas neues Weinmaas; oder 5 neue Ohm machen 6 Ohm 7 Viertel 1,89 Maas altes Weinmaas, so drückt jeder Artikel die gleiche Quantität, nur nach verschiedener Eintheilung aus.

Aber darauf müssen wir hier besonders aufmerksam machen, daß auch jeder Artikel das Verhältniß des neuen Maases zum alten, oder des alten zum neuen gebe. Denn

wenn 1 alte Ohm = 0,7565 neue Ohm
oder 5 „ „ = 3,7825 „ „

so folgt unmittelbar hieraus, daß die alte Ohm sich zur neuen verhalte wie „ „ 0,7565 zu 1
oder wie 3,7825 zu 5

oder wie jede Vielfachen der Zahlen jenes ersten Verhältnisses, denn die des letzten sind ja auch nur die Fünffachen der des ersten. Und dies ist nur der Rückweg dessen, was in §. 51. gesagt worden.

Nimmt man aber hierzu die umgekehrten Reductionstabellen, wie z. B. die in §. 54., und nicht gerade solche Artikel, die blos allein zehntheilig ausgedrückt sind, so wird die Sache durch die ungleiche Eintheilung des alten Maases schon erschwert, wie wir unten noch mit Mehrerem sehen werden.

b. Nun verhalten sich aber die Preise verschiedener Ohme oder andrer Maase gerade so wie ihre Größen, denn je größer die Ohm, desto mehr; je kleiner, desto weniger wird sie gelten. Man kann also auch die Reductionsartikel einer Tabelle als Preisartikel ansehen, folglich unter denselben, ohne weitere Rechnung, den Preis des Neuen aus dem Preise des Alten, und so auch umgekehrt, den Preis des Alten aus dem Preise des Neuen finden. Man muß nur hier, beym Uebergang von der Gleichheit zum Verhältniß, wie beym Uebergang vom Verhältniß zur Gleichheit (§. 51.) nicht vergessen, daß sich dabey die Zahlen oder ihre Namen verwechseln.

Der Preis der neuen Ohm sey 30 fl. Suchet daher, um den Preis der alten zu finden, nicht was 30 neue, sondern was 30 alte Ohm in neuen ausmachen. Die Tabelle C gibt für 3 alte Ohm 2,269, folglich für 30 alte 22,69 neue Ohm an: dies ist nun auch der Guldenpreis der alten Ohm, welcher nahe 22 fl. 42 kr. beträgt, wie oben.

Der Preis der alten Ohm sey 26 fl. Suchet jetzt, um den Preis der neuen zu finden, nicht was 26 alte, sondern was 26 neue Ohm in alten ausmachen. Die Tabelle D gibt

2000 Maas oder 20 Ohm	= 26 Ohm	5 Viertel	1,56	Maas
6 „	= 7 „	11 „	1,068	„
	34 „	4 „	2,628	„

Hier kommt aber das Ungeschickte der alten Eintheilung, schon bey der Addition, durch ihr Schwierigeres in den Weg. Wir müssen die 4 Vrtl. 2,628 Maas als Theile der alten Ohm, dann diese Ohmbruchtheile als Gulden betrachten, und solche in Kreuzer verwandeln. Man wird finden, daß es etwas über 22 kr. gibt; im Ganzen also auch wie oben etwas über 34 fl. 22 kr.

c. Wegen dieses in der That doch nicht uninteressanten Gebrauchs der Reductionstabellen, wollen wir noch einige Beyspiele dieser Art hersetzen.

Die neue Maas koste 5 Batzen; es sind aber nach der Tabelle C 5 alte Maas = 5,263 neue Maas: soviel Batzen kostet nun auch die alte Maas. Es macht etwas unbedeutendes mehr als 21 kr.

Die alte Maas kostet 10 Batzen, und es sind, nach der Tabelle D, 10 neue Maas = 9,5178 alte Maas: und soviel Batzen, oder nahe 38 kr. kostet auch die neue Maas.

Die alte Maas koste 12 kr. was kostet die neue?

Es sind 10 neue Maas = 9,5178 alte

2 " " = 1,90356 "

11,42136

so viel kr. also nicht gar $11\frac{1}{2}$ kommt die neue.

Die alte Ohm koste 38 fl. was triffts auf die neue? Wir finden in der Tabelle D, daß

		Ohm	Vrtl.	Maas
30 neue Ohm	=	39	7	5,34
8 " "	=	10	6	5,424
		50	2	4,764

Die neue Ohm kommt also auf 50 fl., und wegen der 2 Viertel 4,764 Maas noch auf nahe 14 kr. dazu. Aber immer wirft hier die unordentliche alte Eintheilung des Maases Steine in den Weg. Auch wird man finden, daß zehntheiliges Geld ebenfalls bequemer wäre.

Die neue Ohm koste 50 fl., was würde die alte gekostet haben? Nach der Tabelle C sind

50 alte Ohm = 37,82 neue

60

49,20

Dies gibt sogleich für die alte Ohm 37 fl. $49\frac{1}{5}$ kr. Mit zehntheiligem Gelde hätte man nicht einmal die Multiplication mit 60 nöthig gehabt.

Wenn das alte Malter glatte Frucht $10\frac{1}{2}$ fl. kostet, und man in einer Reductionstabelle findet, daß

		Mltr.	Sri.	Meßl.
10 neue Malter	=	11	5	$8\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$ „ „	=	—	4	$10\frac{13}{16}$
		12	2	$3\frac{1}{16}$

so kommt das neue Malter auf etwas über $12\frac{1}{4}$ fl., weil 2 Sri. $3\frac{1}{16}$ Meßl. altes Maas etwas über $\frac{1}{4}$ Malter ausmachen.

Wenn aber das neue Malter 9 fl. gilt und die Tabelle sagt, daß 9 alte Malter = 7,699 neuen, so kostet das alte nur 7,699 fl. d. i. nahe 7 fl. 42 kr.

d. Diese und andre Beyspiele (wo nur darum einiges Rechnen vorkam, weil die Tabellen zu diesem Gebrauch nicht immer weit genug fortgesetzt sind, und weil die alten ungleichen Eintheilungen Reductionen erfordern) werden zu den folgenden Bemerkungen führen:

1. Die Verwandlungen des neuen Maases in altes machen wegen der so unordentlichen Eintheilungen des alten weit mehr zu schaffen (§. 54.) Man braucht diese Verwandlungen, wenn man nach dem neuen Preise fragt.

2. Die Verwandlungen des alten Maases in neues erleichtern alles wegen der Decimaleintheilung des leztern (§. 53.) Man braucht diese Verwandlungen, wenn man nach dem alten Preise fragt.

3. Man wird mehr nach dem neuen, als nach dem alten Preise fragen, und hätte also dazu die Verwandlungen des Neuen in Altes nöthig.

4. Die herauskommenden Reductionstabellen enthalten aber nur die Verwandlungstafeln für Altes in Neues. Sie leisten also gerade

für die meisten dieser Fälle die gewünschte Hülfe nicht. Das war aber nicht anders zu machen.

5. Man wird sich also, für Preisbestimmungen des Neuen aus dem Preise des Alten, lieber an den 59. §. halten, um so mehr, als gewöhnlich hier nur von Annäherungen die Rede ist.

§. 62.

Scheinbare und übertriebene Genauigkeit in bisherigen Reductionstabellen, und Vortheile, die die Decimalbruchrechnung dabey geleistet hätte.

Aus allen bisherigen Rechnungen sieht man doch, wie überhaupt der Gebrauch der Decimalbrüche nicht nur die Verfertigung der Verwandlungstabellen, sondern auch die weitern Schlüsse, die man daraus zieht, und endlich den Gebrauch selbst, den man davon zu machen hat, erleichtert. Das findet man nun in den bisher gewöhnlichen Reductionstabellen nicht. Da glaubte man, aus übergroßer und in der That doch nur scheinbarer Genauigkeit, beym genauen gemeinen Bruch, der sich meistens bey der Grundlage zur Reductionstabelle ergibt, bleiben zu müssen, sey er auch noch so ungeschickt.

So finde ich, daß eines gewissen Orts Fruchtmaasgefäß, Viertel genannt, 1650 würtembergische zwölftheilige Kubikzolle enthalte. Um nun dieses in würtembergisches Fruchtmaas zu verwandeln und daraus eine Reductionstabelle zu verfertigen, machte man folgende Regel de tri, die sich auf die Größe des würtembergischen Simri gründet, wovon 432 auf 407 würtemb. Kubikfuß, mithin auf 1 Kubikfuß, oder auf 1728 Kubikzoll, $\frac{432}{407}$ Simri gehen:

w. KZoll		w Simri		w. KZoll
1728	machen	$\frac{432}{407}$	wieviel	1650?

Das Facit ist, daß jenes Viertel in würtembergischem Maas 1 Simri 0 Vierling 0 Ecklein $1\frac{207}{407}$ Viertelein betrage. Dieser Bruch hätte sich noch mit 11 auf $\frac{27}{37}$ reduciren lassen. Aber mit Brüchen jenes höchst unbequemen Nenners sind alle Zahlen der Reductionstabelle behaftet, weil man genau beym gemeinen Bruch bleiben wollte. Nun ist 1 Viertelein nicht gar 9 pariser KZolle, und der 407te Theil davon beträgt kaum den 50ten Theil eines KZolls. Was hätte es daher geschadet, wenn man die Brüche in kleinere, jenen z. B. in $\frac{3}{4}$ verwandelt hätte, wo der Fehler nur $\frac{3}{34}$ KZoll gewesen wäre?

Besser würde es aber doch gewesen seyn, wenn man alle diese Brüche in Decimalbrüchen aufgestellt, und nur soviel Stellen beybehalten hätte, als die Natur der Sache erfordert. Beym Entwurf der Tabelle kann man sichs wohl gefallen lassen, soviel Decimalstellen herauszuziehen, daß selbst bey großen Quantitäten kein erheblicher Fehler entsteht, wie man jetzt gleich sehen wird.

Der Fehler nämlich, der der kleinen Quantität anklebt, pflanzt sich nach der Art, wie sie im Buche über allgem. Maas weitläufiger gezeigt ist, nicht in eben dem Maase auf große Quantitäten fort, denn

wenn 1 Viertel = = $= 129\frac{297}{407}$ würtemb. Viertelein,
so ist dies im Decimalausdruck $= 129,\overline{729}$
folglich 100 Viertel $= 129729,\overline{729}$

Nimmt man nun auch 1 Viertel, um nicht zuviel Decimalbrüche nachzuschleppen, zu 129,73 also etwas zu groß an, wo jedoch der Fehler nur $\frac{1}{1000}$ beträgt, so wird der Fehler dennoch beym Tausendfachen, nicht tausendmal so groß. Denn man nimmt dafür nicht das Tausendfache von 129,73, sondern das des genauern Werths, nämlich von $129,\overline{729}$ welches $129729,\overline{729}$ Viertelein beträgt, und wofür man abermals, wenn man denn doch bey der großen Quantität von tausend Vierteln, ich darf wohl sagen, so abgeschmackt genau seyn will, 129729,73 Viertelein nehmen könnte.

Auf ähnliche Art hätte man nach §. 58. c. das freyb. Viertel $= \frac{5509}{6469}$ durl. Malter gefunden. Wollten wir auch dafür den kürzern Ausdruck $\frac{551}{647}$ annehmen, so ergibt sich doch daraus, daß

1	freyb.	Vierkel	= 6	Srt.	3 Vierling	$1\frac{5}{647}$	Meßl.	durl.	Maas.
1	=	Sester	= 1	=	0 =	$2\frac{126}{1941}$	=	=	=
1	=	Meßlein	= —	=	— =	$1\frac{263}{1941}$	=	=	=

Die $\frac{5}{647}$ Meßlein betragen keine $\frac{2}{5}$ par. Kubikzoll.

Man versuche es nun, hieraus eine Reductionstabelle des freyburger Fruchtmaases in das durlacher zu machen, und seine Gedult daran auf die Probe zu setzen. Sie wird, wenn nicht über dieser einzigen Tabelle, doch frühzeitig über der Arbeit ermüden, wenn alle Maase des Großherzogthums in das durlacher oder auch in irgend ein anderes auf diese Art, d. h. ohne den Vortheil der Decimalbruchtheile, sowohl in den Aufnahmsgefäßen selbst, als in den Vergleichungsrechnungen, hätten verwandelt werden sollen.

§. 63.

Aehnliches in den Bereinen.

Eine noch mehr übertriebene Genauigkeit findet sich in den Bereinen. Da kann man alles bis auf $\frac{1}{1000}$ kr., bis auf weniger als $\frac{1}{4}$ Kubikzoll Frucht, weniger als $\frac{1}{50}$ Huhn, weniger als $\frac{1}{6}$ Ey in den unbehülflichsten Brüchen aufgestellt sehen, die man sich durch Decimalbrüche oder durch Näherungsbrüche hätte erleichtern können, da doch ohnehin die so genauen gemeinen Brüche, eben so wenig, als die Decimalbrüche, wirklich realisirt werden können. Denn wer will $\frac{1}{1000}$ kr. bezahlen; wer wird es in der Frucht und im Wein bis auf $\frac{1}{4}$ oder gar bis auf $\frac{1}{50}$ KZoll genau nehmen? Ist man auf Speichern und in Kellern auch so genau, als in diesen Rechnungen, und könnte man es seyn? Wohl wird es nöthig seyn, wenn einst Zeiten kommen sollten, wo man die Fruchtkörnchen, statt vorzumessen, vorzählt, und den Wein vortröpfelt.

§. 64.

Beantwortete Einwürfe.

Man kann aber doch hier zwey nicht unerhebliche Einwürfe machen. Der eine: daß wenn, zumal in den Bereinen, von einzelnen

Theilen eine bestimmte Summe, aus deren Vertheilung jene Theile entstanden sind, wieder erscheinen soll, so erhalte man dieses mit den gemeinen Brüchen genau, mit den Decimalbrüchen aber nicht, wenn unvollständige darunter sind, was doch gar oft der Fall ist.

Hierauf antworte ich, daß wenn man den §. 26. befolgt, so heben sich die Fehler gar oft von selbst auf, und geschieht dieses nicht vollkommen, so kann man gar wohl dem einen oder dem andern $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ Kreuzer zulegen oder abnehmen, bis man die volle Summe bekommt. Das Nämliche würde geschehen müssen, wenn man, statt der unmäßig großen gemeinen Brüche, kleinern sich annähern wollte. Und bey der Realisirung, bey der Entrichtung der Abgabe selbst, begeht man ja noch weit größere Fehler, d. h. gerade in der Wirklichkeit, während man mit den unmäßig großen Brüchen nur auf dem Papier, nur scheinbar, genau wäre.

Der andre Einwurf ist erheblicher. Gemeiniglich gibt der Nenner der übermäßigen oder unbehülflichen Brüche einen Divisor an, dessen Bekanntseyn nicht gleichgültig ist, und der sich beym Gebrauche der Decimalbrüche meistens verliert. So ist oben der Nenner 407 dadurch bedeutend, daß man daraus erkennt, die Berechnung der Reductionstabelle gründe sich auf das bekannte Verhältniß des würtembergischen Simri's zum würtemb. Kubikfuß. Und eben so zeigt der Nenner der Brüche in Vereinen meistens die Anzahl der Theilnehmer, der Zinser, oder die Zahl der Quadratruthen eines getheilten Feldes 2c. an. Solche deutende Zahlen nun verschwinden beym Gebrauch der Decimalbrüche. Selbst wenn die wiederholende Reihe, die ein solcher Bruch bey seiner Verwandlung verursacht haben mag, vollständig gegeben wäre, was doch selten der Fall seyn könnte, so würde gleichwohl zuweilen die Anwendung eines Mittels aus §. 31. den ursprünglichen Bruch doch nicht wieder geben. So bekommt man aus der vollständigen Reihe $0,\dot{7}2\dot{9}$, nach §. 31. d. nicht den ursprünglichen Bruch $\frac{297}{407}$, sondern $\frac{27}{37}$, weil jener nicht in seinem kleinsten Ausdruck dargestellt ist, sondern sich, mit 11 aufgehoben, auf $\frac{27}{37}$ bringen läßt.

Aber wie leicht ist gleichwohl auch hier zu helfen! Man gebe anfänglich, was ja die Deutlichkeit ohnehin erfordern würde, das Grundverhältniß, die Grundzahl, den gemeinen Bruch, woraus die Tabelle, die Reihe von Theilen ꝛc. entstehen soll, und dann die Verwandlung des Bruchs in einem sehr genau ausgedrückten Decimalbruch an, so bleibt jener zur nöthigen Kenntniß dastehen, und man bedient sich des letztern mit Ueberlegung und mit den erforderlichen Ausgleichungen zur Bildung der Tabelle, zur Aufstellung der Schuldigkeit eines Jeden ꝛc.

§. 65.
Von der Verwandlung kleiner Bruchwerthe alten Maases in neues zehntheiliges. Dazu Taf. I.

Wenn die Maase und Gewichte eines Landes zehntheilig sind, und wenn man sich mit den §. 35. c. erwähnten kürzern Ausdrücken etwas bekannt gemacht hat, so kann man gewissen Reductionstabellen, welche kleine Bruchwerthe alten Maases in neues verwandelt darstellen sollen — was für Vereine und Zinsbücher der Fall seyn wird — eine ungemein bequeme und dennoch deutliche Geschmeidigkeit geben, und dem Auge auf einer einzigen Tafel das zeigen, wozu sonst bey der auseinander gezogenen Art (§. 53. B. C.) weiß wieviel Seiten und Blätter erforderlich wären.

Dieses zu erläutern, darf man sich nur eines Multiplicirtäfelchens, wie das im malerischen Rechenbuch, erinnern. Da findet man z. B. das Product von 6 multiplicirt mit 9, wenn man oben vom 9r so weit herabgeht, bis man auf die Zahlenreihe trifft, die links vom 6r gegen die rechte Hand hin zieht; oder bis dahin, wo die Reihe unter dem 9r mit der Reihe vom vornen stehenden 6r gegen die Rechte zu in einem rechten Winkel zusammen stößt. Dort findet man das verlangte Product 54. Man findet es auch noch da, wo die Reihe vom 6r oben herab, mit der Reihe zusammentrifft, die vornen vom 9r an gegen die Rechte hin sich erstreckt.

Auf diese Art kann man nun auch eine bequeme Tafel für die Verwandlung kleiner Bruchtheile von Frucht= und Weinzinsen machen. Man bringt da nur die am meisten vorkommenden Brüche an, als: Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel, Achtel, Zwölftel, Sechzehntel rc. und natürlich nur solche, die schon ihren kleinsten Namen haben, also kein $\frac{6}{8}$, wofür man $\frac{3}{4}$ findet rc. Die folgende Tafel I. zeigt dieses vom durlacher Fruchtmaas von 1 Meßlein an bis auf 2 Simri, und für Bruchtheile des Meßleins von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{5}$. Darnach wird es Jedem leicht seyn, sie nach unten für mehr als 2 Simri, und zur Seite für $\frac{4}{5}$, für die 6tel rc. zu erweitern. Die Grundlage dazu war, daß 1 durlacher Simri = 1,0693 neue allgemeine Sester, wie dieses in den Reductionstabellen des Pfinz= und Enzkreises oder der VII. Abtheilung zu finden ist. Eine ähnliche bis auf die 16tel ausgedehnte Tafel steht auch im Buch über allgem. Maas und Gewicht, nur erfordert die dortige eine Correction, weil der Inhalt des badenweilerer oder müllheimer Sesters erst nachher noch genauer bestimmt worden.

Die Werthe des alten Maases sind 1) in neuen Bechern, und 2) bis auf Zehntelsbecher, mit Beobachtung des §. 26. wie in §. 53. A. aufgestellt. Letzteres wird man genau genug finden; und in Rücksicht des erstern wird man einsehen, daß man auch die neuen Sester hätte zur Haupteinheit nehmen können.

Der Gebrauch ergibt sich aus Obigem leicht, und ein einziges Beyspiel wird zur Erläuterung hinreichen. Man verlange in neuem Maas den Werth von 1 Simri 2 Vierling $3\frac{1}{5}$ Meßlein alten durl. Maases. Vornen findet sich 1 Sri. 2 Vrlg. 3 Meßl. Der dabey stehenden Zahlenreihe geht man von der Linken zur Rechten so lange nach, bis man sich gerade unter der Rubrik $\frac{1}{5}$ befindet; da steht dann 181,8 Becher, welches, getrennt oder auseinander=gezogen, soviel ist, als 1 Sester 8 Meßlein 1,8 Becher neues Maas. Wollte man alles auf diese Art auseinander=gezogen aufstellen, so würde eine solche Tabelle durch ihre große Ausdehnung weit weniger bequem seyn.

* § 66.

Einrichtung und Gebrauch der Tafel II., worin man die Halbirungstheile des neuen Pfundes in seine Decimaltheile verwandelt findet.

Wie bey der vorher erklärten Tafel I., so findet man hier das Verlangte, indem man die Lothezahl in der ersten Columne, die Quentchen aber in der obersten Querreihe sucht, von diesen herab und von jener so weit von der Linken zur Rechten geht, bis sich beyde Reihen begegnen; dort steht alsdann das Verlangte in Centassen und Assen.

So findet man, für 9 Loth herüber und für $2\frac{1}{2}$ Quentchen heruntergehend, 30 Centaß und 08 Aß, welches man sogleich in Pfunden durch Aneinanderfügen ausdrücken kann: es sind 0,3008 Pfunde. Darum hat man auch Nullen an Zahlen gesetzt, wo man sie, wenn sie in keinem Zusammenhang mit andern stehen, gewöhnlich nicht setzt, damit man nur auf diese Art weniger fehlen könne. Obige 9 Loth $2\frac{1}{2}$ Quentchen sind freylich = 30 Centaß und 8 Aß: es wäre aber falsch, wenn man durch Zusammensetzung 308 Aß daraus machen wollte. In Pfunden ausgedrückt sind es wie oben 0,3008 Pfunde, in Centassen sind es 30,08, und blos in Assen sind es 3008 Aß.

Nur wenige der Decimalgewichtzahlen dieser Tafel sind ganz genau, aber der Fehler beträgt bey allen, die es nicht sind, nie über $\frac{1}{2}$ Aß, bey den allermeisten weniger, um welches eine Zahl bald zu groß, bald zu klein ist. Das ist aber für die allermeisten Fälle eine sehr unbedeutende Kleinigkeit. Hätte man alles ganz genau aufstellen wollen, so wäre die Tafel wohl doppelt so groß geworden, oder mit gemeinen Brüchen an den Assen behaftet gewesen. Denn ein halbes Quentchen ist nicht genau 39 Aß, sondern $39\frac{1}{16}$ oder 39,0625 Aß, folglich 1 Quentchen eigentlich $78\frac{1}{8}$, 1 Loth und $1\frac{1}{2}$ Quentchen eigentlich $429\frac{11}{16}$ Aß. Daher ist für $\frac{1}{2}$ Quentchen $\frac{1}{16}$ Aß, für 1 Quentchen $\frac{1}{8}$ Aß zu wenig, für 1 Loth $1\frac{1}{2}$ Quentchen aber mit 430 Aß, $\frac{5}{16}$ Aß zuviel angegeben: was aber, wie gesagt, unbedeutend ist. Will mans ganz genau haben, so kann man es nach §. 27. berechnen, wie folgt: man verlange z. B. 5 Loth $3\frac{1}{2}$ Qu. genau in Decimalpfundtheilen, so sind dieses $23\frac{1}{2}$ Qu., wovon 128 ein Pf. ausmachen; $23\frac{1}{2}$ Qu. sind also $= \frac{23\frac{1}{2}}{128} = \frac{47}{256}$ Pfund, welches den Decimalpfundbruch 0,18359375 folglich sehr nahe 0,1836 Pf. oder 18 Centaß 36 Aß gibt, was auch in der Tafel steht. Die ganz genaue Zahl findet man auch unter den, in der Tafel IV. vorkommenden 256steln.

* §. 67.

Einrichtung und Gebrauch der Tafel III., worin die Decimaltheile des neuen Pfundes in seine Halbirungstheile verwandelt sind.

Diese Tafel, die jedoch selten gebraucht werden wird, hat die nämliche Einrichtung, wie die letztvorhergehende; nur mußte man sie in zweyen Theilen aufstellen, weil 100 Asse auf 1 Centaß, 100 Centasse auf 1 Pfund gehen. Im ersten Theil findet man daher die Verwandlung der Centasse, im andern die der Asse, in jedem die Zehner vornen herabwärts, die Einfachen aber in der obersten Querreihe. Zur Raumsparniß sind die Halbirungstheile in Lothen, halben Quentchen und Assen aufgestellt.

Auch hier ist, zu Vermeidung der gemeinen Brüche oder der zu großen Decimalbrüche, alles nur bis auf ein halbes Aß genau. Will man die Reduction ganz genau haben, so verfährt man auf ähnliche Art, wie es für den umgekehrten Fall in der vorhergehenden Tafel §. 66. angegeben ist. Man verlange z. E. 67 Centaß und 73 Aß genau in Halbirungstheilen, so ist dieses, in Pfunden ausgedrückt, = 0,6773 Pf. und nach §. 32. c. in gemeinen Pfundtheilen = 21 Loth 5 halbe Quentchen und (letzteres zu $39\frac{1}{16}$ Aß gerechnet) 15,1875 Aß. Die Tafel gibt das Nämliche, nur nicht die Decimalbruchtheile der Asse. Denn man suche zu dem Ende vorerst unter den Centassen wieviel 67 derselben ausmachen, so findet man

	Loth	½ Qu.	Aß
	21	3	20
Unter den Assen findet man für 73 Aß	—	1	34
Addirt, und gerade 39 Aß auf ein Halbquentchen gerechnet, gibt	21	5	15

* §. 68.

Einrichtung und Gebrauch der Tafel IV. von Hrn. A. L. Ramel, worin die gemeinen Brüche von $\frac{1}{2}$ bis auf $\frac{49}{50}$ in Decimalbrüche verwandelt sind. (S. oben §. 21. d.) Vermehrt mit den 64steln, 128steln und 256steln.

1. Es sind nur diejenigen Brüche zwischen den oben angezeigten Grenzen gegeben, die schon ihren kleinsten Ausdruck haben, oder durch möglichste Aufhebung darauf gebracht worden. Andre z. B. $\frac{6}{8}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{16}$ rc. findet man daher unter $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ rc.

2. Die Nenner der gemeinen Brüche stehen allemal über den dazu gehörigen Zählern in der linken Reihe unter einander stehender Zahlen. Darunter kommen auch die 10tel vor, welche, da sie schon einen Decimalnenner haben, hier, wie die Verwandlungen aller übrigen, ebenfalls ohne geschriebenen Nenner erscheinen. Die 2te Reihe unter einander stehender Zahlen gegen die Rechte hin, enthält die zum gemeinen Bruch gehörigen, ihm gleichen Decimalbruchtheile, welche überall, wo Reihe von so oder soviel Stellen steht, nach der Ordnung neben einander zusammengehören, wie es weitläufig gleich unten in Nro. 5. erklärt werden wird, und vorläufig bey den 7teln und 13teln zu sehen ist. Zuweilen ist noch eine dritte dazu gehörige Reihe von Zählern darneben, die gerade über sich auch einen gemeinschaftlichen Nenner haben, wie z. B. bey den 14teln. Von dieser 3ten Reihe wird ebenfalls weiter unten Nro. 6. die Erklärung vorkommen.

3. Ein Punct bey einem Decimalbruch deutet an, daß derselbe den gemeinen Bruch völlig genau gebe.

4. Der Strich über Einer, oder zwey, oder drey Bruchstellen gezogen, deutet an, daß die überstrichenen Stellen in der nämlichen Ordnung so oft wiederholt beygesetzt werden können, als man will.

Z. B. bey $\frac{2}{9}$ kann man für $0,\overline{2}$ setzen: 0,22
oder 0,222
oder 0,2222 u. s. f.

Bey $\frac{3}{11}$ kann man für $0,\overline{27}$ setzen: 0,2727
oder 0,272727
oder 0,27272727 u. s. f.

Bey $\frac{1}{12}$ kann man für $0,08\overline{3}$ setzen: 0,0833
oder 0,08333
oder 0,083333 u. s. f.

Bey $\frac{20}{27}$ kann man für $0,\overline{740}$ setzen: 0,740740
oder 0,740740740
oder 0,740740740740
u. s. f.

Man hat jedoch in der Tafel, da wo eine Reihe von nur 2 oder von 3 Bruchstellen ist, die Zusammenstellung derjenigen Decimalbruchtheile, die die gleiche Reihe, nur mit verschiedenen Anfängen haben, ihrer in Nro. 3. schon erwähnten, und jetzt gleich näher zu erklärenden Untereinanderstellung vorgezogen, wie z. B. bey den 11teln, 27steln, 33steln, 37steln.

5. Für, aus gemeinen Brüchen hergeleitete Decimalbrüche, welche wiederholende Reihen von mehr als 3

Bruchstellen haben, habe ich die Einrichtung ihrer Darstellung gelassen, wie sie Hr. Ramel gegeben. Diese Einrichtung besteht in Folgendem:

Nachdem man vorerst, nach Anzeige in Nro. 2, den Nenner des gemeinen Bruchs, dann den Zähler aufgesucht, so steht bey letzterem die erste Stelle des ihm gleichen Decimalbruchs, also die Stelle der Zehntel mit der gewöhnlichen Nulle voran für die Stelle der Ganzen und dem Komma. Unten daran, also nicht darneben, steht die Ziffer für die 2te Bruchstelle, unter dieser die für die dritte u. s. f. bis man zu einem Absonderungsstriche kommt.

Ist die neben dem Zähler des gemeinen Bruchs stehende erste Decimalbruchziffer nicht zugleich auch die erste unter dem nächstobern Absonderungsstriche, so nimmt man weiter von oben herab noch alle Ziffern nacheinander als Decimalbruchziffern zu den vorigen, bis man wieder zu derjenigen kommt, die man für die erste Bruchstelle, für die Zehntel gefunden hat. Alle diese in der Tafel unter einander stehenden Ziffern setzt man an einander, und sie machen alsdann die wiederholende Reihe des Decimalbruchs aus, über welche also hernach der wiederholende Strich gezogen werden kann.

Z. B. ich suche den Decimalbruch für $\frac{6}{7}$. Neben dem Zähler 6 ist 0,8. Unter 8 befinden sich noch die Ziffern 5 und 7, die die Hundertstel und Tausendstel geben. Daher ist vorläufig der Decimalbruch = 0,857. Es war aber 8 nicht die erste Bruchziffer unter dem nächstobern

Abson-

Absonderungsstrich, wo ich noch 1, darunter 4, darunter 2 finde und nun hier inne halte, weil ich nun wieder bey der ersten Bruchziffer 8 bin. Es gehören also an obige 0,857 noch die Ziffern 1, 4, 2. Daher ist der Decimalbruch nun 0,857142, Die Reihe ist jetzt vollständig, und nur erst jetzt kann man sie mit dem Wiederholungsstrich bezeichnen und schreiben

$$\tfrac{6}{7} = 0,\overline{857142}$$

oder $\tfrac{6}{7} = 0,857142\,857142$ u. s. f.

Man suche $\tfrac{4}{21}$. Neben 4 ist 0,1, unten daran noch 9 und dann ein Absonderungsstrich, den man nie überschreiten muß. Daher sind nun die weitern Ziffern von oben herab bis zu jenem 1r noch 0, 4, 7, 6, also $\tfrac{4}{21} = 0,\overline{190476}$.

Man suche ferner den Decimalbruch für $\tfrac{1}{7}$, so wird derselbe alle Ziffern enthalten, wie sie von dem, neben dem Zähler 1 stehenden 1r an unter einander folgen, folglich $0,\overline{142857}$ seyn.

Man suche $\tfrac{5}{7}$. Neben den Zähler 5 ist 0,7 und nichts weiter unten. Man geht also oben zum 1r, um diesen und alle nachfolgenden Ziffern bis wieder zu jenen 0,7 zusammen zu nehmen, so hat man $\tfrac{5}{7} = 0,\overline{714285}$.

Man suche $\tfrac{15}{17}$. Neben dem Zähler 15 ist 0,8. Nun nimmt man alles hinunterzu bis und mit der letzten Ziffer 7. Weil aber jene erste 0,8 nicht die erste unter dem Absonderungsstriche oder zunächst am gemeinschaftlichen Nenner 17 war, so nimmt man noch von dort an 0 und 5, aber nichts weiter hinzu, weil man jetzt wieder beym Anfang ist, wovon man ausgegangen. Daher wird

$\frac{15}{17} = 0,\overline{8823529411764705}$

oder $= 0,8823529411764705\ 8823529411764705$ u. s. f.

6. Ein Anders ists, wenn neben der herabgehenden Reihe von ersten Bruchstellen, noch eine Reihe von Zählern steht, deren gemeinschaftlicher Nenner gerade über derselben bemerkt ist, wie z. E. bey den 14teln. Da verfährt man nicht so, wie erst in Nro. 5. gesagt ist, sondern man nimmt nur das, neben dem Zähler des gemeinen Bruchs stehende, und sucht alsdann noch den Decimalbruch für den rechts dabey stehenden gemeinen Bruch; und nur die Reihe für diesen gemeinen Bruch ist die wiederholende Reihe.

Man verlange den Decimalbruch für $\frac{5}{14}$. Neben dem Zähler 5 steht 0,3; und neben dieser Decimalziffer steht ferner der Zähler 4 und über diesem sein Nenner 7. Man sucht daher jetzt den Decimalbruch für $\frac{4}{7}$ und findet denselben nach Nro. 5, $= 0,571428$. Dies fügt man hinten an 0,3 an und bekommt daher

$\frac{5}{14} = 0,3571428$, welches man aber mit dem Strich nun schreiben kann: $0,3\overline{571428}$ oder $0,3571428571428$ u. s. f.

Man sucht $\frac{21}{22}$ und findet darneben 0,9 und noch $\frac{6}{11}$. Den letzten Bruch wieder aufgesucht, gibt $0,\overline{54}$. Daher ist dann $\frac{21}{22} = 0,9\overline{54}$ oder $0,95454$ u. s. f.

Man sucht $\frac{17}{44}$ und findet darneben 0,38 und noch $\frac{7}{11}$. Letzteres gibt $0,\overline{63}$ daher ist $\frac{17}{44} = 0,38\overline{63}$ oder 0,38636363 u. s. f.

7. Zum Vorhergehenden ist nun kaum noch die Bemerkung nöthig, daß man für den wirklichen Gebrauch eben nicht immer alle Decimalbruchstellen, die diese Tafel für einen gemeinen Bruch gibt, herauszuheben braucht. Oft ist es an wenigern genug, und man kann dabey den §. 26. anwenden. Die Natur der Sache, die Absicht, in welcher eine Rechnung geführt wird, wird jedesmal entscheiden, wie weit man in der Genauigkeit gehen müsse. Höchstselten wird man z. B. die in Nro. 5. für $\frac{15}{17}$ aufgestellte Reihe von 16 Bruchstellen brauchen: es wird an 5 oder 6 meist genug seyn.

Aber das müssen wir wiederholen, daß zum Gebrauche des Strichs über den Stellen, die Reihe vollständig seyn müsse.

8. Diese Tafel hat zwar Mühe gekostet, aber bey weitem nicht soviel als man etwa meynen könnte. Es war nur nöthig, die vollständige Reihe für den Zähler 1 des gemeinen Bruchs durch Division zu finden, und man konnte alsdann schon im Anfang der Division für den Zähler 2, für den Zähler 3 rc. merken, ob, nur verschiedentlich angefangen, die nämliche Ziffernreihe, oder auch ob eine andre Reihe erscheine. Denn, wie wir in der Tafel sehen, so gibt es gemeinschaftliche Nenner, z. B. die 17tel, deren Zähler alle die nämliche Reihe Bruchstellen, nur verschieden für jeden angefangen, haben; und wiederum andere, wie z. B. die

41stel, wo nur je 5 und 5 Zähler zu einer und derselben Reihe gehören, so daß für die 41stel achterley Reihen vorkommen.

Statt eines mühsamern Dividirens konnte auch die blose Addition die Zähler der Decimalbrüche geben und auf die Entdeckung der wieder erscheinenden Reihen führen, wie wir jetzt als Beyspiel an den Siebenteln sehen werden.

Es ist $\frac{1}{7} = 0,142857$

daher $\frac{2}{7} = 0,285714$

$\frac{3}{7} = 0,428571$

$\frac{4}{7} = 0,571428$

$\frac{5}{7} = 0,714285$

$\frac{6}{7} = 0,857142$

Hier folgen für $\frac{1}{7}$ die Ziffern 142857 aufeinander. Für $\frac{2}{7}$ die nämlichen Ziffern, in der nämlichen Ordnung, denn, wenn man bey 1 in der 5ten Stelle anfängt, zum 4r geht, und dann vornen wieder von 2 an bis wieder zum 1r, so hat man die nämliche Reihe 142857 wie für $\frac{1}{7}$. So ists auch mit den übrigen. Da also überall die nämlichen Ziffern in der nämlichen Ordnung auf einander folgen, so konnte man die Reihe für den Zähler 1 unter einander schreiben, und dann den zu jeder Anfangsziffer gehörigen Bruch beysetzen, auf folgende Art.

		Oder wie in der Tafel 7tel	
$\frac{1}{7}$	0,1	1	0,1
$\frac{3}{7}$	0,4	3	0,4
$\frac{2}{7}$	0,2	2	0,2
$\frac{6}{7}$	0,8	6	0,8
$\frac{4}{7}$	0,5	4	0,5
$\frac{5}{7}$	0,7	5	0,7

Daher kommt es nun auch, daß die Zähler der gemeinen Brüche, welche wiederholende Reihen geben, nicht in der Ordnung der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, sondern wie oben 1, 3, 2, 6, 4, 5 auf einander folgen.

9. Oder es gab bey dem Verfahren in 8, zwey, drey, oder mehr verschiedene wiederholende Reihen, wo jede, wie wir schon voraus bemerkten, nur zu gewissen Zählern des gemeinschaftlichen Nenners gehörte, die man alsdann demselben beysetzte. Wir wollen zum Beyspiel die 13tel nehmen und ihre Decimalbrüche, vorerst den ersten durch Division, die andern durch Addition gesucht, hersetzen:

Es ist $\frac{1}{13} = 0{,}076923 \quad (1)$
$\frac{2}{13} = 0{,}153846 \quad (2)$
$\frac{3}{13} = 0{,}230769 \quad (1)$
$\frac{4}{13} = 0{,}307692 \quad (1)$
$\frac{5}{13} = 0{,}384615 \quad (2)$
$\frac{6}{13} = 0{,}461538 \quad (2)$
$\frac{7}{13} = 0{,}538461 \quad (2)$
$\frac{8}{13} = 0{,}615384 \quad (2)$
$\frac{9}{13} = 0{,}692307 \quad (1)$
$\frac{10}{13} = 0{,}769230 \quad (1)$
$\frac{11}{13} = 0{,}846153 \quad (2)$
$\frac{12}{13} = 0{,}923076 \quad (1)$

Hier kommen, nur mit verschiedenen Anfängen, zweyerley Reihen vor, die eine ist 076923, die wir überall mit (1) bezeichnet haben; die andre ist 153846, mit (2) bezeichnet. Es versteht sich von selbst, daß über eine jede der Strich gezogen werden könnte, weil jede vollständig ist. Für die Tafel ergab sich daraus leicht folgende Darstellung:

13tel		13tel	
1	0,0	2	0,1
10	0,7	7	0,5
9	0,6	5	0,3
12	0,9	11	0,8
3	0,2	6	0,4
4	0,3	8	0,6

Hieraus erkennt man auch näher, daß man in der Aufnahm einer Reihe für einen gemeinen Bruch niemals den Absonderungsstrich überschreiten darf. Für $\frac{12}{13}$ geht man von 0,9 herab bis zum Strich und nicht weiter, nimmt also nur noch 2 und 3, hernach wieder von oben 0, 7, 6 und bekommt so für $\frac{12}{13}$ den Decimalbruch $0,\overline{923076}$.

10. Angehängt sind dieser Tafel alle 64stel, 128stel und 256stel, weil das Halbirungspfund bis auf diese Theile, nämlich bis auf halbe Lothe, Quentchen und halbe Quentchen eingetheilt ist, folglich bey Rechnungen dergleichen Bruchtheile des Pfundes vorkommen und ihre Verwandlung in Decimalbrüche gebraucht werden kann.

Druckfehler.

S. 12. Z. 12 statt einzigen Ziffern, l. einzigen Ziffer.
S. 59. Z. 3 u. f. sollte das über dem Bruchstrich stehende Divisionszeichen auch unter dem Bruchstrich, folglich überall, wo dieses vorkommt, statt ÷ stehen ⁝.
S. 94. Z. 7 von unten, statt §. 24. l. §. 21.
S. 95. Z. 7 von unten, statt §. 24. l. §. 21 u.
S. 107. Z. 8 statt $\frac{3\,14159}{8}$ l. $\frac{3,14159}{8}$
S. 109. Z. 4 steht der Dividendus 364,5 um eine Stelle zu weit rechts.

Verwandlungstafeln.

Verwandlung durlacher alten Fruchtmaaſes in neues

Durlacher Maas.			otel	2tels Meßl.	3tels Meßl.	
			0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
Sri.	Vierl.	Meßl.	Becher	B.	B.	B.
—	—	—	—	3,3	2,2	4,5
—	—	1	6,7	10,0	8,9	11,1
—	—	2	13,4	16,7	15,6	17,8
—	—	3	20,0	23,4	22,3	24,5
—	1	—	26,7	30,1	29	31,2
—	1	1	33,4	36,8	35,6	37,8
—	1	2	40,1	43,4	42,3	44,6
—	1	3	46,8	50,1	49	51,2
—	2	—	53,5	56,8	55,7	57,9
—	2	1	60,1	63,5	62,4	64,6
—	2	2	66,8	70,2	69,1	71,3
—	2	3	73,5	76,9	75,7	78
—	3	—	80,2	83,5	82,4	84,7
—	3	1	86,9	90,2	89,1	91,3
—	3	2	93,6	96,9	95,8	98,0
—	3	3	100,2	103,6	102,5	104,7
1	—	—	106,9	110,2	109,2	111,4
1	—	1	113,6	116,9	115,8	118,1
1	—	2	120,3	123,6	122,5	124,8
1	—	3	127,0	130,3	129,2	131,4
1	1	—	133,7	137	135,9	138,1
1	1	1	140,3	143,7	142,6	144,8
1	1	2	147,0	150,3	149,3	151,5
1	1	3	153,7	157	155,9	158,2
1	2	—	160,4	163,7	162,6	164,9
1	2	1	167,1	170,4	169,3	171,5
1	2	2	173,8	177,1	176	178,2
1	2	3	180,4	183,8	182,7	184,9
1	3	—	187,1	190,4	189,4	191,6
1	3	1	193,8	197,1	196	198,3
1	3	2	200,5	203,8	202,7	205
1	3	3	207,2	210,5	209,4	211,6
2	—	—	213,9	217,2	216,1	218,3

allgemeines badisches, für Fruchtzinse (S. §. 65.)

Durlacher Maas.			4tels Meßl.		5tels Meßl.		
			$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$
Sri.	Vierl.	Meßl.	B.	B.	B.	B.	B.
—	—	—	1,7	5,0	1,3	2,7	4,0
—	—	1	8,4	11,7	8,0	9,4	10,7
—	—	2	15,0	18,4	14,7	16	17,4
—	—	3	21,7	25,1	21,4	22,7	24,1
—	1	—	28,4	31,7	28,1	29,4	30,7
—	1	1	35,1	38,4	34,7	36,1	37,4
—	1	2	41,8	45,1	41,4	42,8	44,1
—	1	3	48,5	51,8	48,1	49,5	50,8
—	2	—	55,1	58,5	54,8	56,1	57,5
—	2	1	61,8	65,2	61,5	62,8	64,2
—	2	2	68,5	71,8	68,2	69,5	70,8
—	2	3	75,2	78,5	74,9	76,2	77,5
—	3	—	81,9	85,2	81,5	82,9	84,2
—	3	1	88,6	91,9	88,2	89,6	90,9
—	3	2	95,2	98,6	94,9	96,2	97,6
—	3	3	101,9	105,3	101,6	102,9	104,3
1	—	—	108,6	111,9	108,3	109,6	110,9
1	—	1	115,3	118,6	115	116,3	117,6
1	—	2	122	125,3	121,6	123	124,3
1	—	3	128,7	132	128,3	129,7	131
1	1	—	135,3	138,7	135	136,3	137,7
1	1	1	142	145,4	141,7	143	144,4
1	1	2	148,7	152	148,4	149,7	151
1	1	3	155,4	158,7	155,1	156,4	157,7
1	2	—	162,1	165,4	161,7	163,1	164,4
1	2	1	168,7	172,1	168,4	169,8	171,1
1	2	2	175,4	178,8	175,1	176,4	177,8
1	2	3	182,1	185,5	181,8	183,1	184,5
1	3	—	188,8	192,1	188,5	189,8	191,1
1	3	1	195,5	198,8	195,2	196,5	197,8
1	3	2	202,2	205,5	201,8	203,2	204,5
1	3	3	208,9	212,2	208,5	209,9	211,2
2	—	—	215,5	218,9	215,2	216,5	217,9

Tafel

Verwandlung der Lothe und Quentchen des neuen Pfundes

	0 Qu.	½ Qu.	1 Qu.	1½ Qu.
Loth.	C. A.	C. A.	C. A.	C. A.
0	00 00	00 39	00 78	01 17
1	03 12	03 52	03 91	04 30
2	06 25	06 64	07 03	07 42
3	09 37	09 77	10 16	10 55
4	12 50	12 89	13 28	13 67
5	15 62	16 02	16 41	16 80
6	18 75	19 14	19 53	19 92
7	21 87	22 27	22 66	23 05
8	25 00	25 39	25 78	26 17
9	28 12	28 52	28 91	29 30
10	31 25	31 64	32 03	32 42
11	34 37	34 77	35 16	35 55
12	37 50	37 89	38 28	38 67
13	40 62	41 02	41 41	41 80
14	43 75	44 14	44 53	44 92
15	46 87	47 27	47 66	48 05
16	50 00	50 39	50 78	51 17
17	53 12	53 52	53 91	54 30
18	56 25	56 64	57 03	57 42
19	59 37	59 77	60 16	60 55
20	62 50	62 89	63 28	63 67
21	65 62	66 02	66 41	66 80
22	68 75	69 14	69 53	69 92
23	71 87	72 27	72 66	73 05
24	75 00	75 39	75 78	76 17
25	78 12	78 52	78 91	79 30
26	81 25	81 64	82 03	82 42
27	84 37	84 77	85 16	85 55
28	87 50	87 89	88 28	88 67
29	90 62	91 02	91 41	91 80
30	93 75	94 14	94 53	94 92
31	96 87	97 27	97 66	98 05
32	100 00			

in Centasse und Asse desselben. (S. §. 66.)

	2 Qu.		2½ Qu.		3 Qu.		3½ Qu.	
Loth.	C.	A.	C.	A.	C.	A.	C.	A.
0	01	56	01	95	02	34	02	73
1	04	69	05	08	05	47	05	86
2	07	81	08	20	08	59	08	98
3	10	94	11	33	11	72	12	11
4	14	06	14	45	14	84	15	23
5	17	19	17	58	17	97	18	36
6	20	31	20	70	21	09	21	48
7	23	44	23	83	24	22	24	61
8	26	56	26	95	27	34	27	73
9	29	69	30	08	30	47	30	86
10	32	81	33	20	33	59	33	98
11	35	94	36	33	36	72	37	11
12	39	06	39	45	39	84	40	23
13	42	19	42	58	42	97	43	36
14	45	31	45	70	46	09	46	48
15	48	44	48	83	49	22	49	61
16	51	56	51	95	52	34	52	73
17	54	69	55	08	55	47	55	86
18	57	81	58	20	58	59	58	98
19	60	94	61	33	61	72	62	11
20	64	60	64	45	64	84	65	23
21	67	19	67	58	67	97	68	36
22	70	31	70	70	71	09	71	48
23	73	44	73	83	74	22	74	61
24	76	56	76	95	77	34	77	73
25	79	69	80	08	80	47	80	86
26	82	81	83	20	83	59	83	98
27	85	94	86	33	86	72	87	11
28	89	06	89	45	89	84	90	23
29	92	19	92	58	92	97	93	36
30	95	31	95	70	96	09	96	48
31	98	44	98	83	99	22	99	61
32								

Tafel

Verwandlung der Centasse und Asse des neuen Pfundes in

Centaß.	0			1			2			3			4		
	Lth.	½Q.	Aß.	Lth.	½Q.	Aß.	Lth.	½Q.	Aß.	Lth.	½Q.	Aß.	Lth.	½Q.	Aß.
0					2	22		5	5		7	27	1	2	9
10	3	1	23	3	4	6	3	6	28	4	1	11	4	3	33
20	6	3	8	6	5	30	7	0	12	7	2	34	7	5	17
30	9	4	31	9	7	14	10	1	36	10	4	19	10	7	2
40	12	6	16	13	0	37	13	3	20	13	6	3	14	0	25
50	16	0	0	16	2	22	16	5	5	16	7	27	17	2	9
60	19	1	23	19	4	6	19	6	28	20	1	11	20	3	33
70	22	3	8	22	5	30	23	0	12	23	2	34	23	5	17
80	25	4	31	25	7	14	26	1	36	26	4	19	26	7	2
90	28	6	16	29	0	37	29	3	20	29	6	3	30	0	25

Aß.	0			1			2			3			4		
	Lth.	½Q.	Aß.	Lth.	½Q.	Aß.	Lth.	½Q.	Aß.	Lth.	½Q.	Aß.	Lth.	½Q.	Aß.
0						1			2			3			4
10			10			11			12			13			14
20			20			21			22			23			24
30			30			31			32			33			34
40		1	1		1	2		1	3		1	4		1	5
50		1	11		1	12		1	13		1	14		1	15
60		1	21		1	22		1	23		1	24		1	25
70		1	31		1	32		1	33		1	34		1	35
80		2	2		2	3		2	4		2	5		2	6
90		2	12		2	13		2	14		2	15		2	16

III.

Lothe, ½ Quentchen und Asse desselben. (S. §. 67.)

Centaß.	5			6			7			8			9		
	Lth.	½ Q.	Aß.	Lth.	½ Q.	Aß.	Lth.	½ Q.	Aß.	Lth.	½ Q.	Aß.	Lth.	½ Q.	Aß.
0	1	4	31	1	7	14	2	1	36	2	4	19	2	7	2
10	4	6	16	5	0	37	5	3	20	5	6	3	6	0	25
20	8	0	0	8	2	22	8	5	5	8	7	27	9	2	9
30	11	1	23	11	4	6	11	6	28	12	1	11	12	3	33
40	14	3	8	14	5	30	15	0	12	15	2	34	15	5	17
50	17	4	31	17	7	14	18	1	36	18	4	19	18	7	2
60	20	6	16	21	0	37	21	3	20	21	6	3	22	0	25
70	24	0	0	24	2	22	24	5	5	24	7	27	25	2	9
80	27	1	23	27	4	6	27	6	28	28	1	11	28	3	33
90	30	3	8	30	5	30	31	0	12	31	2	34	31	5	17

Aß.	5			6			7			8			9		
	Lth.	½ Q.	Aß.	Lth.	½ Q.	Aß.	Lth.	½ Q.	Aß.	Lth.	½ Q.	Aß.	Lth.	½ Q.	Aß.
0			5			6			7			8			9
10			15			16			17			18			19
20			25			26			27			28			29
30			35			36			37			38		1	0
40		1	6		1	7		1	8		1	9		1	10
50		1	16		1	17		1	18		1	19		1	20
60		1	26		1	27		1	28		1	29		1	30
70		1	36		1	37		1	38		2	0		2	1
80		2	7		2	8		2	9		2	10		2	11
90		2	17		2	18		2	19		2	20		2	21

Tafel IV.

Verwandlung gemeiner Brüche von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{49}{50}$ in Decimalbrüche. (S. §. 68.)

Angehängt ist die Verwandlung der 64stel, 128stel u. 256stel.

2tel

1	0,5

3tel

1	0,$\overline{3}$
2	0,$\overline{6}$

4tel

1	0,25.
3	0,75.

5tel

1	0,2.
2	0,4.
3	0,6.
4	0,8.

6tel

1	0,1$\overline{6}$
5	0,8$\overline{3}$

7tel

	Reihe von 6 Stellen.
1	0,1
3	0,4
2	0,2
6	0,8
4	0,5
5	0,7

8tel

1	0,125.
3	0,375.
5	0,625.
7	0,875.

9tel

1	0,$\overline{1}$
2	0,$\overline{2}$
4	0,$\overline{4}$
5	0,$\overline{5}$
7	0,$\overline{7}$
8	0,$\overline{8}$

10tel

1	0,1.
3	0,3.
7	0,7.
9	0,9.

11tel

1	0,$\overline{09}$
10	0,$\overline{90}$
2	0,$\overline{18}$
9	0,$\overline{81}$
3	0,$\overline{27}$
8	0,$\overline{72}$
4	0,$\overline{36}$
7	0,$\overline{63}$
5	0,$\overline{45}$
6	0,$\overline{54}$

12tel

1	0,08$\overline{3}$
5	0,41$\overline{6}$
7	0,58$\overline{3}$
11	0,91$\overline{6}$

13tel

	Reihe von 6 Stellen.
1	0,0
10	0,7
9	0,6
12	0,9
3	0,2
4	0,3
	Reihe von 6 Stellen.
2	0,1
7	0,5
5	0,3
11	0,8
6	0,4
8	0,6

14tel — 7tel

1	0,0	dazu noch	5
3	0,2	„ „	1
5	0,3	„ „	4
9	0,6	„ „	3
11	0,7	„ „	6
13	0,9	„ „	2

15tel

1	0,0$\overline{6}$
2	0,1$\overline{3}$
4	0,2$\overline{6}$
7	0,4$\overline{6}$
8	0,5$\overline{3}$
11	0,7$\overline{3}$
13	0,8$\overline{6}$
14	0,9$\overline{3}$

16tel

1	0,0625.
3	0,1877.
5	0,3125.
7	0,4375.
9	0,5625.
11	0,6875.
13	0,8125.
15	0,9375.

17tel

Reihe von 16 Stellen.

1	0,0
10	0,5
15	0,8
14	0,8
4	0,2
6	0,3
9	0,5
5	0,2
16	0,9
7	0,4
2	0,1
3	0,1
13	0,7
11	0,6
8	0,4
12	0,7

18tel

1	$0,0\overline{5}$
5	$0,2\overline{7}$
7	$0,3\overline{8}$
11	$0,6\overline{1}$
13	$0,7\overline{2}$
17	$0,9\overline{4}$

19tel

Reihe von 18 Stellen

1	0,0
10	0,5
5	0,2
12	0,6
6	0,3
3	0,1
11	0,5
15	0,7
17	0,8
18	0,9
9	0,4
14	0,7
7	0,3
13	0,6
16	0,8
8	0,4
4	0,2
2	0,1

20stel

1	0,05.
3	0,15.
7	0,35.
9	0,45.
11	0,55.
13	0,65.
17	0,85.
19	0,95.

21stel

Reihe von 6 Stellen

1	0,0
10	0,4
16	0,7
13	0,6
4	0,1
19	0,9

Reihe von 6 Stellen

2	0,0
20	0,9
11	0,5
5	0,2
8	0,3
17	0,8

22stel — 11tel

22stel				11tel
1	0,0	dazu	noch	5
3	0,1	=	=	4
5	0,2	=	=	3
7	0,3	=	=	2
9	0,4	=	=	1
13	0,5	=	=	10
15	0,6	=	=	9
17	0,7	=	=	8
19	0,8	=	=	7
21	0,9	=	=	6

23stel

	Reihe von 22 Stellen
1	0,0
10	0,4
8	0,3
11	0,4
18	0,7
19	0,8
6	0,2
14	0,6
2	0,0
20	0,8
16	0,6
22	0,9
13	0,5
15	0,6
12	0,5
5	0,2
4	0,1
17	0,7
9	0,3
21	0,9
3	0,1
7	0,3

24stel

1	$0,041\overline{6}$
5	$0,208\overline{3}$
7	$0,291\overline{6}$
11	$0,458\overline{3}$
13	$0,541\overline{6}$
17	$0,708\overline{3}$
19	$0,791\overline{6}$
23	$0,958\overline{3}$

25stel

1	0,04.
2	0,08.
3	0,12.
4	0,16.
6	0,24.
7	0,28.
8	0,32.
9	0,36.
11	0,44.
12	0,48.
13	0,52.
14	0,56.
16	0,64.
17	0,68.
18	0,72.
19	0,76.
21	0,84.
22	0,88.
23	0,92.
24	0,96.

26stel — 13tel

1	0,0	dazu	5
3	0,1	〃	2
5	0,1	〃	12
7	0,2	〃	9
9	0,3	〃	6
11	0,4	〃	3
15	0,5	〃	10
17	0,6	〃	7
19	0,7	〃	4
21	0,8	〃	1
23	0,8	〃	11
25	0,9	〃	8

27stel

1	$0,\overline{037}$
10	$0,\overline{370}$
19	$0,\overline{703}$
2	$0,\overline{074}$
20	$0,\overline{740}$
11	$0,\overline{407}$
4	$0,\overline{148}$
13	$0,\overline{481}$
22	$0,\overline{814}$
5	$0,\overline{185}$
23	$0,\overline{851}$
14	$0,\overline{518}$
7	$0,\overline{259}$
16	$0,\overline{529}$
25	$0,\overline{925}$
8	$0,\overline{296}$
26	$0,\overline{962}$
17	$0,\overline{629}$

28stel — 7tel

1	0,03	dazu	4
3	0,10	〃	5
5	0,17	〃	6
9	0,32	〃	1
11	0,39	〃	2
13	0,46	〃	3
15	0,53	〃	4
17	0,60	〃	5
19	0,67	〃	6
23	0,82	〃	1
25	0,89	〃	2
27	0,96	〃	3

29stel

Reihe von 28 Stellen

1	0,0
10	0,3
13	0,4
14	0,4
24	0,8
8	0,2
22	0,7
17	0,5
25	0,8
18	0,6
6	0,2
2	0,0
20	0,6
26	0,8
28	0,9
19	0,6
16	0,5
15	0,5
5	0,1
21	0,7
7	0,2
12	0,4
4	0,1
11	0,3
23	0,7
27	0,9
9	0,3
3	0,1

30stel

1	$0,0\overline{3}$
7	$0,2\overline{3}$
11	$0,3\overline{6}$
13	$0,4\overline{3}$
17	$0,5\overline{6}$
19	$0,6\overline{3}$
23	$0,7\overline{6}$
29	$0,9\overline{6}$

31stel

Reihe von 15 Stellen

1	0,0
10	0,3
7	0,2
8	0,2
18	0,5
25	0,8
2	0,0
20	0,6
14	0,4
16	0,5
5	0,1
19	0,6
4	0,1
9	0,2
28	0,9

Reihe von 15 Stellen

3	0,0
30	0,9
21	0,6
24	0,7
23	0,7
13	0,4
6	0,1
29	0,9
11	0,3
17	0,5
15	0,4
26	0,8
12	0,3
27	0,8
22	0,7

32stel

1	0,03125.
3	0,09375.
5	0,15625.
7	0,21875.
9	0,28125.
11	0,34375.
13	0,40625.
15	0,46875.
17	0,53125.
19	0,59375.
21	0,65625.
23	0,71875.
25	0,78125.
27	0,84375.
29	0,90625.
31	0,96875.

33stel

1	$0,\overline{03}$
10	$0,\overline{30}$
2	$0,\overline{06}$
20	$0,\overline{60}$
4	$0,\overline{12}$
7	$0,\overline{21}$
5	$0,\overline{15}$
17	$0,\overline{51}$
8	$0,\overline{24}$
14	$0,\overline{42}$
13	$0,\overline{39}$
31	$0,\overline{93}$
16	$0,\overline{48}$
28	$0,\overline{84}$
19	$0,\overline{57}$
25	$0,\overline{75}$
23	$0,\overline{69}$
32	$0,\overline{96}$
26	$0,\overline{78}$
29	$0,\overline{87}$

34stel			17tel
1	0,0	dazu	5
3	0,0	⸗	15
5	0,1	⸗	8
7	0,2	⸗	1
9	0,2	⸗	11
11	0,3	⸗	4
13	0,3	⸗	14
15	0,4	⸗	7
19	0,5	⸗	10
21	0,6	⸗	3
23	0,6	⸗	13
25	0,7	⸗	6
27	0,7	⸗	16
29	0,8	⸗	9
31	0,9	⸗	2
33	0,9	⸗	12

35stel			7tel
1	0,0	dazu	2
2	0,0	⸗	4
3	0,0	⸗	6
4	0,1	⸗	1
6	0,1	⸗	5
8	0,2	⸗	2
9	0,2	⸗	4
11	0,3	⸗	1
12	0,3	⸗	3
13	0,3	⸗	5
16	0,4	⸗	4
17	0,4	⸗	6
18	0,5	⸗	1
19	0,5	⸗	3
22	0,6	⸗	2
23	0,6	⸗	4
24	0,6	⸗	6
26	0,7	⸗	3
27	0,7	⸗	5
29	0,8	⸗	2
31	0,8	⸗	6
32	0,9	⸗	1
33	0,9	⸗	3
34	0,9	⸗	5

36stel	
1	0,027
5	0,138
7	0,194
11	0,305
13	0,361
17	0,472
19	0,527
23	0,638
25	0,694
29	0,805
31	0,861
35	0,972

37stel	
1	0,027
10	0,270
26	0,702
2	0,054
20	0,540
15	0,405
3	0,081
30	0,810
4	0,108
5	0,135
13	0,351
19	0,513
6	0,162
23	0,621
8	0,216
7	0,189
33	0,891
34	0,918
9	0,243
16	0,432
12	0,324
11	0,297
36	0,972
27	0,729
14	0,378
29	0,783
31	0,837
17	0,459
22	0,594
35	0,945
18	0,486
32	0,864
24	0,648
21	0,567
25	0,675
28	0,756

38stel			19tel
1	0,0	dazu	5
3	0,0	⸗	15
5	0,1	⸗	6
7	0,1	⸗	16
9	0,2	⸗	7
11	0,2	⸗	17
13	0,3	⸗	8
15	0,3	⸗	18
17	0,4	⸗	9
21	0,5	⸗	10
23	0,6	⸗	1
25	0,6	⸗	11
27	0,7	⸗	2
29	0,7	⸗	12
31	0,8	⸗	3
33	0,8	⸗	13
35	0,9	⸗	4
37	0,9	⸗	14

39stel

	Reihe von 6 Stellen
1	0,0
10	0,2
22	0,5
25	0,6
16	0,4
4	0,1

	Reihe von 6 Stellen
2	0,0
20	0,5
5	0,1
11	0,2
32	0,8
8	0,2

	Reihe von 6 Stellen
7	0,1
31	0,7
37	0,9
19	0,4
34	0,8
28	0,7

	Reihe von 6 Stellen
14	0,3
23	0,5
35	0,8
38	0,9
29	0,7
17	0,4

40stel

1	0,025.
3	0,075.
7	0,175.
9	0,225.
11	0,275.
13	0,325.
17	0,425.
19	0,475.
21	0,525.
23	0,575.
27	0,675.
29	0,725.
31	0,775.
33	0,825.
37	0,925.
39	0,975.

41stel

	Reihe von 5 Stellen
1	0,0
10	0,2
18	0,4
16	0,3
37	0,9

	Reihe von 5 Stellen
2	0,0
20	0,4
36	0,8
32	0,7
33	0,8

	Reihe von 5 Stellen
3	0,0
30	0,7
13	0,3
7	0,1
29	0,7

	Reihe v. 5 St.
4	0,0
40	0,9
31	0,7
23	0,5
25	0,6

	Reihe v. 5 St.
5	0,1
9	0,2
8	0,1
39	0,9
21	0,5

	Reihe v. 5 St.
6	0,1
19	0,4
26	0,6
14	0,3
17	0,4

	Reihe v. 5 St.
11	0,2
28	0,6
34	0,8
12	0,2
38	0,9

	Reihe v. 5 St.
15	0,3
27	0,6
24	0,5
35	0,8
22	0,5

42stel — 21tel

1	0,0	dazu noch	5
5	0,1	= =	4
11	0,2	= =	13
13	0,3	= =	2
17	0,4	= =	1
19	0,4	= =	11
23	0,5	= =	10
25	0,5	= =	20
29	0,6	= =	19
31	0,7	= =	8
37	0,8	= =	17
41	0,9	= =	19

43ſtel

	Reihe v. 21 St.
1	0,0
10	0,2
14	0,3
11	0,2
24	0,5
25	0,5
35	0,8
6	0,1
17	0,3
41	0,9
23	0,5
15	0,3
21	0,4
38	0,8
36	0,8
16	0,3
31	0,7
9	0,2
4	0,0
40	0,9
13	0,3
	Reihe v. 21 St.
2	0,0
20	0,4
28	0,6
22	0,5
5	0,1
7	0,1
27	0,6
12	0,2
34	0,7
39	0,9
3	0,0
30	0,6
42	0,9
33	0,7
29	0,6
32	0,7
19	0,4
18	0,4
8	0,1
37	0,8
26	0,6

44ſtel 11tel

1	0,02	dazu	3
3	0,06	=	9
5	0,11	=	4
7	0,15	=	10
9	0,20	=	5
13	0,29	=	6
15	0,34	=	1
17	0,38	=	7
19	0,43	=	2
21	0,47	=	8
23	0,52	=	3
25	0,56	=	9
27	0,61	=	4
29	0,65	=	10
31	0,70	=	5
35	0,79	=	6
37	0,84	=	1
39	0,88	=	7
41	0,93	=	2
43	0,97	=	8

45ſtel

1	$0,0\overline{2}$
2	$0,0\overline{4}$
4	$0,0\overline{8}$
7	$0,1\overline{5}$
8	$0,1\overline{7}$
11	$0,2\overline{4}$
13	$0,2\overline{8}$
14	$0,3\overline{1}$
16	$0,3\overline{5}$
17	$0,3\overline{7}$
19	$0,4\overline{2}$
22	$0,4\overline{8}$
23	$0,5\overline{1}$
26	$0,5\overline{7}$
28	$0,6\overline{2}$
29	$0,6\overline{4}$
31	$0,6\overline{8}$
32	$0,7\overline{1}$
34	$0,7\overline{5}$
37	$0,8\overline{2}$
38	$0,8\overline{4}$
41	$0,9\overline{1}$
43	$0,9\overline{5}$
44	$0,9\overline{7}$

46tel 23ſtel

1	0,0	dazu	5
3	0,0	=	15
5	0,1	=	2
7	0,1	=	12
9	0,1	=	22
11	0,2	=	9
13	0,2	=	19
15	0,3	=	6
17	0,3	=	16
19	0,4	=	3
21	0,4	=	13
25	0,5	=	10
27	0,5	=	20
29	0,6	=	7
31	0,6	=	17
33	0,7	=	4
35	0,7	=	14
37	0,8	=	1
39	0,8	=	11
41	0,8	=	21
43	0,9	=	8
45	0,9	=	18

47stel

Reihe von 46 Stellen

1	0,0
10	0,2
6	0,1
13	0,2
36	0,7
31	0,6
28	0,5
45	0,9
27	0,5
35	0,7
21	0,4
22	0,4
32	0,6
38	0,8
4	0,0
40	0,8
24	0,5
5	0,1
3	0,0
30	0,6
18	0,3
39	0,8
14	0,2
46	0,9
37	0,7
41	0,8
34	0,7
11	0,2
16	0,3
19	0,4
2	0,0
20	0,4
12	0,2
26	0,5
25	0,5
15	0,3
9	0,1
43	0,9
7	0,1
23	0,4
42	0,8
44	0,9
17	0,3
29	0,6
8	0,1
33	0,7

48stel

1	$0{,}0208\overline{3}$
5	$0{,}1041\overline{6}$
7	$0{,}1458\overline{3}$
11	$0{,}2291\overline{6}$
13	$0{,}2708\overline{3}$
17	$0{,}3541\overline{6}$
19	$0{,}3958\overline{3}$
23	$0{,}4791\overline{6}$
25	$0{,}5208\overline{3}$
29	$0{,}6041\overline{6}$
31	$0{,}6458\overline{3}$
35	$0{,}7291\overline{6}$
37	$0{,}7708\overline{3}$
41	$0{,}8541\overline{6}$
43	$0{,}8958\overline{3}$
47	$0{,}9791\overline{6}$

49stel

Reihe von 42 Stellen

1	0,0
10	0,2
2	0,0
20	0,4
4	0,0
40	0,8
8	0,1
31	0,6
16	0,3
13	0,2
32	0,6
26	0,5
15	0,3
3	0,0
30	0,6
6	0,1
11	0,2
12	0,2
22	0,4
24	0,4
44	0,8
48	0,9
39	0,7
47	0,9
29	0,5
45	0,9
9	0,1
41	0,8
18	0,3
33	0,6
36	0,7
17	0,3
23	0,4
34	0,6
46	0,9
19	0,3
43	0,8
38	0,7
37	0,7
27	0,5
25	0,5
5	0,1

50stel

1	0,02.
3	0,06.
7	0,14.
9	0,18.
11	0,22.
13	0,26.
17	0,34.
19	0,38.
21	0,42.
23	0,46.
27	0,54.
29	0,58.
31	0,62.
33	0,66.
37	0,74.
39	0,78.
41	0,82.
43	0,86.
47	0,94.
49	0,98.

64stel

1	0,015 625.
3	0,046 875.
5	0,078 125.
7	0,109 375.
9	0,140 625.
11	0,171 875.
13	0,203 125.
15	0,234 375.
17	0,265 625.
19	0,296 875.
21	0,328 125.
23	0,359 375.
25	0,390 625.
27	0,421 875.
29	0,453 125.
31	0,484 375.
33	0,515 625.
35	0,546 875.
37	0,578 125.
39	0,609 375.
41	0,640 625.
43	0,671 875.
45	0,703 125.
47	0,734 375.
49	0,765 625.
51	0,796 875.
53	0,828 125.
55	0,859 375.
57	0,890 625.
59	0,921 875.
61	0,953 125.
63	0,984 375.

128stel

1	0,007 8125.
3	0,023 4375.
5	0,039 0625.
7	0,054 6875.
9	0,070 3125.
11	0,085 9375.
13	0,101 5625.
15	0,117 1875.
17	0,132 8125.
19	0,148 4375.
21	0,164 0625.
23	0,179 6875.
25	0,195 3125.
27	0,210 9375.
29	0,226 5625.
31	0,242 1875.
33	0,257 8125.
35	0,273 4375.
37	0,289 0625.
39	0,304 6875.
41	0,320 3125.
43	0,335 9375.
45	0,351 5625.
47	0,367 1875.
49	0,382 8125.
51	0,398 4375.
53	0,414 0625.
55	0,429 6875.
57	0,445 3125.
59	0,460 9375.
61	0,476 5625.
63	0,492 1875.

128ſtel		256ſtel		256ſtel	
65	0,507 8125.	1	0,0039 0625.	65	0,2539 0625.
67	0,523 4375.	3	0,0117 1875.	67	0,2617 1875.
69	0,539 0625.	5	0,0195 3125.	69	0,2695 3125.
71	0,554 6875.	7	0,0273 4375.	71	0,2773 4375.
73	0,570 3125.	9	0,0351 5625.	73	0,2851 5625.
75	0,585 9375.	11	0,0429 6875.	75	0,2929 6875.
77	0,601 5625.	13	0,0507 8125.	77	0,3007 8125.
79	0,617 1875.	15	0,0585 9375.	79	0,3085 9375.
81	0,632 8125.	17	0,0664 0625.	81	0,3164 0625.
83	0,648 4375.	19	0,0742 1875.	83	0,3242 1875.
85	0,664 0625.	21	0,0820 3125.	85	0,3320 3125.
87	0,679 6875.	23	0,0898 4375.	87	0,3398 4375.
89	0,695 3125.	25	0,0976 5625.	89	0,3476 5625.
91	0,710 9375.	27	0,1054 6875.	91	0,3554 6875.
93	0,726 5625.	29	0,1132 8125.	93	0,3632 8125.
95	0,742 1875.	31	0,1210 9375.	95	0,3710 9375.
97	0,757 8125.	33	0,1289 0625.	97	0,3789 0625.
99	0,773 4375.	35	0,1367 1875.	99	0,3867 1875.
101	0,789 0625.	37	0,1445 3125.	101	0,3945 3125.
103	0,804 6875.	39	0,1523 4375.	103	0,4023 4375.
105	0,820 3125.	41	0,1601 5625.	105	0,4101 5625.
107	0,835 9375.	43	0,1679 6875.	107	0,4179 6875.
109	0,851 5625.	45	0,1757 8125.	109	0,4257 8125.
111	0,867 1875.	47	0,1835 9375.	111	0,4335 9375.
113	0,882 8125.	49	0,1914 0625.	113	0,4414 0625.
115	0,898 4375.	51	0,1992 1875.	115	0,4492 1875.
117	0,914 0625.	53	0,2070 3125.	117	0,4570 3125.
119	0,929 6875.	55	0,2148 4375.	119	0,4648 4375.
121	0,945 3125.	57	0,2226 5625.	121	0,4726 5625.
123	0,960 9375.	59	0,2304 6875.	123	0,4804 6875.
125	0,976 5625.	61	0,2382 8125.	125	0,4882 8125.
127	0,992 1875.	63	0,2460 9375.	127	0,4960 9375.

256stel		256stel		256stel	
129	0,5039 0625.	171	0,6679 6875.	213	0,8320 3125.
131	0,5117 1875.	173	0,6757 8125.	215	0,8398 4375.
133	0,5195 3125.	175	0,6835 9375.	217	0,8476 5625.
135	0,5273 4375.	177	0,6914 0625.	219	0,8554 6875.
137	0,5351 5625.	179	0,6992 1875.	221	0,8632 8125.
139	0,5429 6875.	181	0,7070 3125.	223	0,8710 9375.
141	0,5507 8125.	183	0,7148 4375.	225	0,8789 0625.
143	0,5585 9375.	185	0,7226 5625.	227	0,8867 1875.
145	0,5664 0625.	187	0,7304 6875.	229	0,8945 3125.
147	0,5742 1875.	189	0,7382 8125.	231	0,9023 4375.
149	0,5820 3125.	191	0,7460 9375.	233	0,9101 5625.
151	0,5898 4375.	193	0,7539 0625.	235	0,9179 6875.
153	0,5976 5625.	195	0,7617 1875.	237	0,9257 8125.
155	0,6054 6875.	197	0,7695 3125.	239	0,9335 9375.
157	0,6132 8125.	199	0,7773 4375.	241	0,9414 0625.
159	0,6210 9375.	201	0,7851 5625.	243	0,9492 1875.
161	0,6289 0625.	203	0,7929 6875.	245	0,9570 3125.
163	0,6367 1875.	205	0,8007 8125.	247	0,9648 4375.
165	0,6445 3125.	207	0,8085 9375.	249	0,9726 5625.
167	0,6523 4375.	209	0,8164 0625.	251	0,9804 6875.
169	0,6601 5625.	211	0,8242 1875.	253	0,9882 8125.
				255	0,9960 9375.

Datum der Entleihung

Dieser Band wurde 1997 durch Bestrahlung sterilisiert. Verfärbungen stellen keine Gefahr dar.
