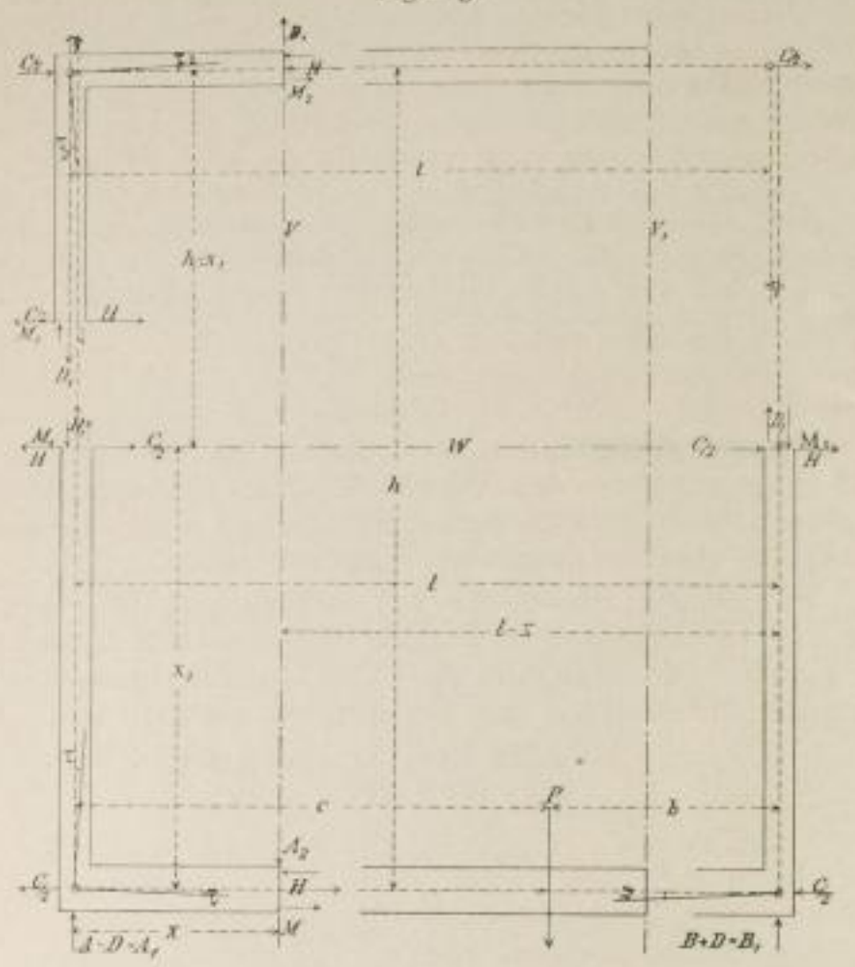
$\frac{C}{2}$ die Fachecken, so berührt dieses die vorstehend beschriebene Lastübertragung weiter nicht, wohl aber werden daneben neue Kräfte und Momente wachgerufen, um den bereits vorhandenen beizutreten. Solche Kräfte

Fig. 15.



sind die beiden Auflagerkräfte D und die Normalkräfte der Vertikalen D_1, aufserdem die vertikale Schubkraft D_1 des Verbindungs- und des Querträgers und endlich noch die horizontal gerichtete Schubkraft $\frac{C}{2}$ in den beiden Vertikalen. Von allen diesen Kräften sind bereits die Richtungen bekannt und dem entsprechend in die Fig. 15 eingezeichnet.

Durch die Schnitte V und W sei eine Ecke vom Fach abgetrennt und an den beiden Schnittflächen mit den Normal- und Schubkräften, wie auch Momenten ausgestattet worden. Für einen Drehpunkt im Abstande x von der Ecke läfst sich, so lange $x < c$ ist, die Gleichung

$$(A_1 + D_1)\,x - M - M_1 - H x_1 + \frac{C x_1}{2} = o$$

schreiben. Oder kürzer mit Benutzung von $A_1 + D_1 = A_2$ und $H - \frac{C}{2} = H_1$:

$$\text{VIII)} \quad M = A_2\,x - (M_1 + H_1\,x_1).$$

Weil der Klammerausdruck unabhängig von x ist, so läfst sich die Elastische Kurve eines überall gleich starken Querträgers mittelst $M = E\,J\frac{d^2 y}{d x^2}$ beschaffen.

Die erste Integration liefert

$$\text{IX)} \quad \frac{A_2\,x^2}{2} - (M_1 + H_1\,x_1)\,x + E\,J\,tg\,\tau = E\,J\,\frac{dy}{dx},$$

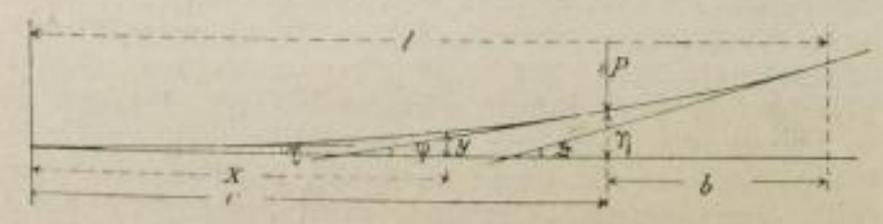
denn für den Anfangspunkt der Kurve soll dieselbe mit der X-Achse des Koordinatensystems den Winkel τ bilden.

Die zweite Integration ergiebt

$$\frac{A_2\,x^3}{6} - (M_1 + H_1\,x_1)\,\frac{x^2}{2} + E\,J\,x\,tg\,\tau = E\,J\,y,$$

woraus für die Laststelle mit den Ordinaten c und η, vergleiche die Fig. 16, die Bedingungsgleichung

Fig. 16.



$$\text{X)} \quad \frac{A_2\,c^3}{6} - (M_1 + H_1\,x_1)\,\frac{c^2}{2} + E\,J\,c\,tg\,\tau = E\,J\,\eta$$

folgt.

Verlegt man den vertikalen Schnitt nach V_1, so ist $x > c$. Man erhält die Momentengleichung

$$M = (A_2 - P)\,x - (M_1 + H_1\,x_1 - P c), = \frac{E\,J\,d^2 y}{d x^2}$$

zur Bestimmung der Elastischen Linie in ihrem rechten Zweig. Die erste Integration ergiebt

$$(A_2 - P)\,\frac{x^2}{2} - (M_1 + H_1\,x_1 - P\,c)\,x + \text{Const.} = \frac{E\,J\,dy}{dx}.$$

Für den Endpunkt $x = l$ soll $\frac{dy}{dx} = tg\,\vartheta$ sein und daher

$$\text{XI)} \quad A_2 - P)\,\frac{x^2 - l^2}{2} - (M_1 + H_1\,x_1 - P c)(x - l) + E\,J\,tg\,\vartheta = \frac{E\,J\,d\,y}{d\,x}.$$

Die zweite Integration ergiebt

$$\frac{A_2 - P}{2}\left(\frac{x^3}{3} - l^2\,x\right) - (M_1 + H_1\,x_1 - P\,c)\left(\frac{x^2}{2} - x l\right) + E\,J\,x\,tg\,\vartheta + \text{Const.} = E\,J\,y.$$

Zur Konstantenbestimmung hat man: für $x = l$ ist $y = o$, und damit die Kurve der rechten Querträgerseite:

$$(A_2 - P)\left(\frac{l^3}{3} + \frac{x^3}{6} - \frac{l^2\,x}{2}\right) - (M_1 + H_1\,x_1 - P c)\,\frac{(x - l)^2}{2} + E\,J\,(x - l)\,tg\,\vartheta = E\,J\,y,$$

deren Ordinate im Lastpunkte

$$(A_2 - P)\left(\frac{l^3}{3} + \frac{c^3}{6} - \frac{c l^2}{2}\right) - (M_1 + H_1\,x_1 - P c)\,\frac{b^2}{2} - E\,J\,b\,tg\,\vartheta = E\,J\,\eta \text{ ist.}$$

Mittelst der Gleichung X läfst sich η entfernen, um zu geben

$$\text{XII)} \quad (A_2 - P)\left(\frac{l^3}{3} - \frac{c l^2}{2}\right) + \frac{P}{2}\left(c b^2 - \frac{c^3}{3}\right) - (M_1 + H_1\,x_1)\,\frac{b^2 - c^2}{2} = E\,J\,(c\,tg\,\tau + b\,tg\,\vartheta).$$

Durch Einsetzung der zusammengehörigen Werthe

$$x = c \quad \text{und} \quad \frac{dy}{dx} = tg\,\varphi$$

in die Gleichungen IX und XI erhalten diese die Form:

$$\frac{A_2\,c^2}{2} - (M_1 + H_1\,x_1)\,c + E\,J\,tg\,\tau = E\,J\,tg\,\varphi,$$

$$\frac{A_2 - P}{2}\,(c^2 - l^2) + (M_1 + H_1\,x_1 - P c)\;b + E\,J\,tg\,\vartheta = E\,J\,tg\,\varphi,$$

und durch Elimination von $tg\,\varphi$

$$-\frac{A_2\,l^2}{2} + \frac{P}{2}\,b^2 + (M_1 + H_1\,x_1)\,l = E\,J\,(tg\,\tau - tg\,\vartheta).$$

Nimmt man noch die Gleichung XII hinzu, so erhält man die Tangenten an den Endpunkten der Querträgerkurve in

$$\text{XIII)} \quad -\frac{A_2\,l^2}{6} + \frac{P\,b^3}{6\,l} + (M_1 + H_1\,x_1)\,\frac{l}{2} = E\,J\,tg\,\tau$$

und

$$+\frac{A_2\,l^2}{3} + \frac{P\,b^2}{2}\left(\frac{b}{3\,l} - 1\right) - (M_1 + H_1\,x_1)\,\frac{l}{2} = E\,J\,tg\,\vartheta.$$

Aus der Gleichung VIII wird die Elastische Kurve der Vertikalen in folgender Weise gefunden.

$$(A_2\,x - M) - H_1\,x_1 = M_1, = \frac{E\,J_1\,d^2 y_1}{d x^2}$$

ist die gegebene Differenzialgleichung, in welcher die Ordinaten ihre positive Seite nach links gerichtet zeigen. Die erste Integration liefert mit $\frac{dy_1}{dx_1} = tg\,\tau$ für den Koordinatenanfangspunkt

$$(A_2\,x - M)\,x_1 - \frac{H_1\,x_1^2}{2} + E\,J_1\,tg\,\tau = E\,J_1\,\frac{dy_1}{d\,x_1},$$

die zweite:

$$(A_2\,x - M)\,\frac{x_1^2}{2} - \frac{H_1\,x_1^3}{6} + E\,J_1\,x_1\,tg\,\tau = E\,J_1\,y_1$$

Die obere Ecke des Faches wird ihre Anfangslage in Folge der Belastung verlassen haben. Sie befinde sich um η nach links verschoben. Für diesen Punkt hat dann die Kurvengleichung den Werth

$$(A_2\,x - M)\,\frac{h^2}{2} - \frac{H_1\,h^3}{6} + E\,J_1\,h\,tg\,\tau = E\,J_1\,\eta.$$

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/id33405056Z/578