

Wenn a_0, a_1, b_1, a_2, b_2 die durch Versuche zu bestimmenden Constanten, A die Ablesung bis zu dem Theilstriche bedeuten, für welchen der periodische Theilungsfehler x besteht, dann ist letzterer durch die Gleichung

$$x = a_0 + a_1 \cdot \cos 2A + b_1 \cdot \sin 2A + a_2 \cdot \cos 4A + b_2 \cdot \sin 4A$$

ausreichend genau bestimmt.

In dem vorliegenden Falle wurden die ermittelten 36 Theilungsfehler, wie sie in der folgenden Tabelle in der 4. Colonne für die Bedingung $[A] = 0$ aufgeführt sind, zur Bestimmung der Constanten a und b dieser Gleichung benutzt.

Zu diesem Zwecke wurden die gefundenen A gleichsam als Beobachtungsgrößen angesehen und die periodische Fehlercurve so bestimmt, dass sie sich möglichst diesen Größen A anschliesst, d. h. dass die Summe der Quadrate der Abweichungen w der A von den entsprechenden x ein Minimum giebt. Hiernach war die allgemeine Form der 36 Fehlergleichungen:

$$w = -A + a_0 + a_1 \cdot \cos 2A + b_1 \cdot \sin 2A + a_2 \cdot \cos 4A + b_2 \cdot \sin 4A \dots 10)$$

in denen die A von 5^0 zu 5^0 , also in Intervallen von $\frac{180^0}{36}$, von 0^0 angefangen bis 180^0 fortschreiten. Sollen die Quadrate der Abweichungen w in ihrer Summe ein Minimum geben, so müssen die 5 Bedingungsgleichungen

$$\frac{1}{2} \frac{\partial [w^2]}{\partial a_0} = 0; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial [w^2]}{\partial a_1} = 0; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial [w^2]}{\partial b_1} = 0; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial [w^2]}{\partial a_2} = 0; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial [w^2]}{\partial b_2} = 0$$

erfüllt werden. Wenn man berücksichtigt, dass wegen des gleichmässigen Fortschreitens der A bis zu 180^0 nach der Theorie periodischer Reihen die Gleichungen gelten:

$$[\cos 2A] = [\sin 2A] = 0; \quad [\cos 4A] = [\sin 4A] = 0; \quad [\cos^2 2A] = [\sin^2 2A] = \frac{n}{2} = \frac{36}{2} = 18;$$

$$[\cos 2A \cdot \sin 2A] = [\cos 2A \cdot \sin 4A] = \dots = 0; \text{ u. s. w.,}$$

so giebt die weitere Ausführung der obigen Bedingungsgleichungen die Normalgleichungen, denen gleich der besseren Uebersicht halber die numerischen Summenwerthe beigeschrieben sind:

Normalgleichungen:	Numerische Summenwerthe:
$0 = -[A] + 36 a_0;$	$[A] = 0;$
$0 = -[A \cdot \cos 2A] + 18 a_1;$	$[A \cdot \cos 2A] = -7.07306;$
$0 = -[A \cdot \sin 2A] + 18 b_1;$	$[A \cdot \sin 2A] = -14.14647;$
$0 = -[A \cdot \cos 4A] + 18 a_2;$	$[A \cdot \cos 4A] = -0.91691;$
$0 = -[A \cdot \sin 4A] + 18 b_2.$	$[A \cdot \sin 4A] = -0.12314.$

Die Constanten bestimmen sich hiernach zu

$$a_0 = 0; \quad a_1 = -0.392948; \quad b_1 = -0.785915; \quad a_2 = +0.050939; \quad b_2 = -0.006841.$$

Die Gleichung für den periodischen Theil der Theilungsfehler gestaltet sich also wie folgt:

$$x = -0.392948 \cdot \cos 2A - 0.785915 \cdot \sin 2A + 0.050939 \cdot \cos 4A - 0.006841 \cdot \sin 4A \dots 11)$$