

V. Abschnitt.

Theorie der Ausgleichung des Dreiecksnetzes. Rechnungsvorschriften für die Stationsausgleichung.

§ 39.

Vorbemerkung.

In einem trigonometrischen Netze treten mehr Beobachtungswerte auf, als zur Netzberechnung gebraucht werden, und es ist daher nothwendig, diese Beobachtungen dergestalt auszugleichen, dass die sämtlichen Widersprüche verschwinden. Die kleinen Verbesserungen, welche hiernach an den einzelnen Beobachtungen angebracht werden müssen, sind nach Massgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu ermitteln. Dieselbe ergibt, dass dasjenige System von Verbesserungen den Beobachtungen am Besten entspricht, bei welchem die Summe der Quadrate der Verbesserungen ein Minimum, oder allgemeiner, bei welchem die Summe der Producte aus den Gewichten und den Quadraten der Verbesserungen ein Minimum giebt.

Für ein trigonometrisches Netz kann diese Aufgabe auf verschiedene Weise behandelt werden. Jede Methode führt zu weitläufigen und mühsamen Rechnungen. Jedenfalls ist es aber zweckmässig, denjenigen Gang der Ausgleichung zu wählen, bei welchem die ganze umfängliche Arbeit in mehrere Abschnitte getheilt wird, von denen jeder selbstständig und unabhängig von den andern sich behandeln lässt. Es gewinnt dadurch die Arbeit an Durchsichtigkeit.

Dem entspricht die zuerst von Bessel bei der „Gradmessung in Ostpreussen“ angewandte Lösung. Bessel sah vorläufig von der Erfüllung der Bedingungen des gesammten Netzes ab und bewirkte die Ausgleichung der Richtungen zunächst für jede einzelne Beobachtungsstation, indem er die Summe der Quadrate der an den Beobachtungen anzubringenden Verbesserungen zu einem absoluten Minimum machte. Mit verhältnissmässiger Leichtigkeit konnte hierauf zu den Aenderungen übergegangen werden, die alsdann noch an dem so gewonnenen absoluten Minimum für sämtliche Stationen anzubringen waren, um das Netz auf dem Ellipsoid zu einem mathematisch möglichen zu gestalten.

Die Bessel'sche Ausgleichung zerfällt daher in zwei Theile: in die sogenannte Stationsausgleichung oder die Richtungsausgleichung auf den einzelnen Stationen, welche als vermittelnde Ausgleichung auftritt, und in die Netzausgleichung, welche als bedingte Ausgleichung zu behandeln ist. Beide Theile zusammengenommen geben eine vermittelnde Ausgleichung