

Hierin ist nach der von Gauss eingeführten Bezeichnungweise

$$\begin{aligned}
 [p'v'v'] &= p_0'v_0'v_0' + p_1'v_1'v_1' + p_2'v_2'v_2' + p_3'v_3'v_3' + \dots \\
 [p''v''v''] &= p_0''v_0''v_0'' + p_1''v_1''v_1'' + p_2''v_2''v_2'' + p_3''v_3''v_3'' + \dots \\
 [p'''v'''v'''] &= p_0'''v_0'''v_0''' + p_1'''v_1'''v_1''' + p_2'''v_2'''v_2''' + p_3'''v_3'''v_3''' + \dots \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

Durch verticale Summirung dieser Gleichungen erhält man die Gesamtsumme dieser Producte für die Station, welche Summe vorläufig durch $[pvv]$ bezeichnet werden mag, die sich aber auf zweierlei Weise darstellen lässt, nämlich:

$$\begin{aligned}
 [pvv] &= [p_0v_0v_0] + [p_1v_1v_1] + [p_2v_2v_2] + [p_3v_3v_3] + \dots \\
 [pvv] &= [p'v'v'] + [p''v''v''] + [p'''v'''v'''] + [p''''v''''v'''''] + \dots
 \end{aligned}$$

Die erste Darstellungsweise bezieht sich auf die Verbesserungen, geordnet nach den visirten Punkten, die zweite auf dieselben, geordnet nach den Beobachtungsreihen.

Es soll nun, um die wahrscheinlichsten Werthe für die Elemente $\delta, \delta', \delta'' \dots$ und $E_1, E_2, E_3 \dots$ zu erhalten, die Summe $[pvv]$ zu einem Minimum werden, was erreicht wird, wenn man

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial [pvv]}{\partial \delta} &= 0; \quad \frac{\partial [pvv]}{\partial \delta'} &= 0; \quad \frac{\partial [pvv]}{\partial \delta''} &= 0; \quad \dots \\
 \frac{\partial [pvv]}{\partial E_1} &= 0; \quad \frac{\partial [pvv]}{\partial E_2} &= 0; \quad \frac{\partial [pvv]}{\partial E_3} &= 0; \quad \dots
 \end{aligned}$$

bestimmt. Hierdurch ergeben sich zwei Systeme von Normalgleichungen, von denen das eine hauptsächlich zur Bestimmung der δ , das andere zur Bestimmung der E dient.

Normalgleichungen zur Bestimmung der δ .

$$\text{A) } \dots \begin{cases} [p'u] &= + [p]\delta' && + p_1'E_1 + p_2'E_2 + p_3'E_3 + \dots \\ [p''u'] &= & + [p'']\delta'' && + p_1''E_1 + p_2''E_2 + p_3''E_3 + \dots \\ [p'''u'''] &= && + [p''']\delta''' && + p_1'''E_1 + p_2'''E_2 + p_3'''E_3 + \dots \\ \dots & & & & \dots \end{cases}$$

Normalgleichungen zur Bestimmung der E .

$$\text{B) } \dots \begin{cases} [p_1u_1] &= + p_1'\delta' + p_1''\delta'' + p_1'''\delta''' + \dots + [p_1]E_1; \\ [p_2u_2] &= + p_2'\delta' + p_2''\delta'' + p_2'''\delta''' + \dots + [p_2]E_2; \\ [p_3u_3] &= + p_3'\delta' + p_3''\delta'' + p_3'''\delta''' + \dots + [p_3]E_3; \\ \dots & & & & \dots \end{cases}$$

Hier wolle man sich erinnern, dass nach den gewählten Bezeichnungen in den Gleichungen A) bedeuten: