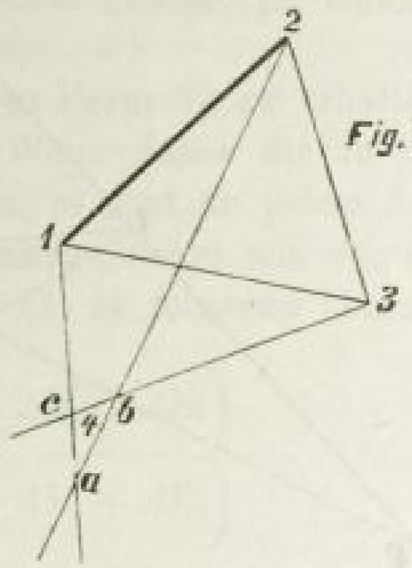
Fig. 19.

die Werthe für 2-4 und 3-4 bez. zu 2-b und 3-b und endlich aus dem Dreieck 1-3-4 mit der Seite 1-3 für die Seiten 1-4 und 3-4 bez. die Werthe 1-c und 3-c. Nach jeder dieser drei Auflösungen wird also ein anderer Schnittpunkt a, b, c anstatt des Punktes 4 erhalten, so dass daselbst das fehlerzeigende Dreieck abc entsteht.

Die Bedingung des Schneidens der drei Linien 1-4, 2-4 und 3-4 in einem Punkte wird daher in dem Zusammenfallen der drei Punkte a, b und c bestehen, oder, was dasselbe ist, wenn sich auf verschiedenen Berechnungswegen 1-c = 1-a, bez. 2-b = 2-a oder 3-b = 3-c findet. Dies wird aber erreicht, wenn man die Seitenverhältnisse $\frac{1\text{-}4}{2\text{-}4}$, $\frac{2\text{-}4}{3\text{-}4}$, $\frac{3\text{-}4}{4\text{-}1}$ mit einander multiplicirt. Es muss dann die Gleichung gelten:

$$\frac{1\text{-}4}{2\text{-}4}\cdot\frac{2\text{-}4}{3\text{-}4}\cdot\frac{3\text{-}4}{1\text{-}4} = 1,$$

oder insofern man für die Seitenverhältnisse die Sinusverhältnisse der Gegenwinkel der betreffenden Dreiecke einführt:

$$\frac{\sin\frac{4\cdot1}{2}}{\sin\frac{2\cdot4}{1}}\cdot\frac{\sin\frac{4\cdot2}{3}}{\sin\frac{3\cdot4}{2}}\cdot\frac{\sin\frac{3\cdot4}{1}}{\sin\frac{4\cdot1}{3}} = 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 58)$$

Diese Seitengleichung ist die vierte Bedingungsgleichung, die in der Fig. 18 erfüllt sein muss, damit dieselbe ein mathematisch mögliches Viereck giebt.

Hier ist allerdings bei dem Uebergange von den Seitenverhältnissen zu den Sinusverhältnissen der Gegenwinkel angenommen worden, dass die Figur eine ebene sei, oder dass die sphärischen Winkel bereits um $^1/_3$ des sphärischen Excesses vermindert seien. Man kann aber auch anstatt der Seitenverhältnisse gleich die Verhältnisse der Sinus der Amplituden der sphärischen Seiten mit einander multipliciren, wodurch erhalten wird:

$$1 = \frac{\sin\frac{1\text{-}4}{R}}{\sin\frac{2\text{-}4}{R}}\cdot\frac{\sin\frac{2\text{-}4}{R}}{\sin\frac{3\text{-}4}{R}}\cdot\frac{\sin\frac{3\text{-}4}{R}}{\sin\frac{1\text{-}4}{R}}.$$

Nach Einführung der Sinusverhältnisse der sphärischen Gegenwinkel ergiebt sich dieselbe Gleichung wie oben unter 58), so dass diese Gleichung nicht blos für die ebenen Winkel, sondern auch für die zwischen den Seiten eingeschlossenen sphärischen Winkel gilt.

Diese Bedingungsgleichung gehört einem Centralsysteme an, bei welchem der Punkt 4 als der sogenannte Centralpunkt angenommen war. Im Allgemeinen entsteht aber ein Centralsystem, wenn die sämmtlichen Eckpunkte eines Polygons mit einem innerhalb oder ausserhalb des Polygons gelegenen Punkte, dem Centralpunkte, verbunden werden. Ist das Polygon ein n-Eck, so besteht das Centralsystem aus $n + 1$ Punkten und $2n$ Linien und giebt nur eine Bedingungsgleichung. Characteristisch für das Centralsystem ist, dass in jedem der n Eckpunkte des Polygons 3 Linien, in dem Centralpunkte aber n Linien zusammentreffen. Das einfachste Centralsystem ist für $n = 3$, also wegen $n + 1 = 4$, das vierpunktige System, das vollständige Viereck, wie solches der Aufstellung der Gleichung 58) zu Grunde gelegt worden ist.